

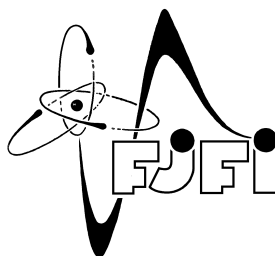
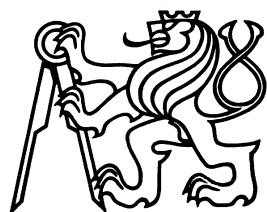
ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky

Obor: Matematické inženýrství

Zaměření: Matematická fyzika



Narušení CP invariance při rozpadech
elementárních částic

CP Invariance Violation in the
Elementary Particle Decays

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Autor práce: **Jakub Železný**

Školitel: **Prof. RNDr. Vladislav Šimák, DrSc.**

Rok: **2009**

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškerou použitou literaturu.

V Praze, dne 6. 7. 2009

Jakub Železný

Název práce: **Narušení CP invariance při rozpadech elementárních částic**

Autor: Jakub Železný

Obor: Matematické inženýrství

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Prof. RNDr. Vladislav Šimák, DrSc.

Katedra fyziky

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Abstrakt:

CP symetrie platí, pokud jsou fyzikální zákony invariantní vůči zrcadlové inverzi a vůči výměně částic za antičástice. Tato symetrie však není úplně přesná, ve slabých interakcích se malým způsobem narušuje. Cílem této práce je popsat základy tohoto narušení a hlavní experimenty, které ho prokázaly. První část práce se zabývá symetriemi v kvantové fyzice a rozebírá diskrétní symetrie, které souvisí s CP symetrií, to jest paritu, C symetrii a T symetrii. V druhé části práce popíšeme systémy neutrálních mesonů a jak se projevuje CP narušení v těchto systémech. Rozebereme hlavní experimenty, které narušení CP prokázaly. Na konci zmíníme jak se popisuje narušení CP ve Standardním modelu a nejdůležitější experimenty, které prokázaly narušení CP u B mesonů.

Klíčová slova: parita, CP symetrie, narušení CP , K mesony

Title: **CP violation in elementary particle decays**

Author: Jakub Železný

Abstract:

CP symmetry exists when physical laws are invariant under a mirror inversion and under a particle - antiparticle exchange. This symmetry is not exact, it is violated in weak interactions by a small amount. The purpose of this thesis is to describe basics of this violation and the main experiments that proved it. First part concerns with the symmetries in quantum physics and with the main discrete symmetries that are connected to CP symmetry, i.e. parity, C symmetry and T symmetry. In second part, we will describe systems of neutral mesons and how does CP violation manifest itself in these systems. We will analyze the main processes, that proved the CP violation. At the end, we will mention how is CP violation accommodated in the Standard Model and main experiments, that proved CP violation in the B mesons system.

Keywords: parity, CP symmetry, CP violation, K mesons

Obsah

Úvod	6
1 Symetrie v kvantové fyzice	7
1.1 Transformace	7
1.2 Inverze a zachovávající se veličiny	8
1.3 Narušení symetrie	9
2 Parita	10
2.1 Parita v klasické fyzice	10
2.2 Parita v kvantové fyzice	10
2.3 Vnitřní parita	12
2.4 Důsledky Parity	13
2.5 Narušení Parity	14
3 CPT	17
4 C symetrie	17
4.1 Narušení C symetrie	18
5 T symetrie	18
5.1 T v kvantové fyzice	19
6 CP symetrie	20
6.1 Neutrální mezony s flavour	21
6.2 Efektivní Hamiltonián	23
6.2.1 Podmínky plynoucí ze symetrií	26
7 Narušení CP symetrie	28
7.1 Narušení CP v procesech s neutrálními mezony	29
7.2 Časový vývoj M^0 a \bar{M}^0	31
7.3 CP narušení v rozpadech K mezonů	32
7.3.1 Potvrzení narušení CP	33
7.3.2 Přímé a nepřímé narušení CP	35
7.4 CKM matice	38
7.4.1 Unitární trojúhelníky	40
7.5 B mesony	41
7.5.1 Oscilace $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$	41
7.5.2 B fyzika na Atlasu	43
Závěr	44

It is only slightly overstating the case to say that physics is the study of symmetry.

P. W. Anderson

Úvod

CP symetrie je kombinace symetrií P a C . P symetrie platí pokud všechny procesy probíhají stejně jako procesy zrcadlově obrácené. C symetrie platí pokud všechny procesy probíhají stejně jako procesy s částicemi vyměněnými za antičástice. Obě tyto symetrie se dříve pokládaly za platné, přestože k tomu neexistuje žádný hlubší důvod. Zdá se však býti přirozené, že se částice chovají stejně jako antičástice a že prostor je zrcadlově symetrický.

V 50. letech 20. století bylo ale objeveno, že dochází k narušení P symetrie a spolu s tím i C symetrie. Jako náhrada za tyto symetrie byla navržena symetrie, která je spojovala dohromady – CP symetrie. Ta se skutečně zdála být po nějakou dobu platnou, ale v roce 1963 bylo objeveno, že i ta se narušuje. Toto narušení je zvláštní v tom, že je velice malé. Je to jediný známý příklad symetrie, která se našuje v tak malém množství. Popsat jevy při kterých dochází k narušení CP je hlavním cílem této práce.

V 1. kapitole popíšeme jak se implementují symetrie v kvantové fyzice, speciálně se zaměříme na inverze. 2. kapitola rozebírá paritu a některé procesy při kterých se narušuje. V kapitolách 3 až 5 stručně popíšeme C , T a CPT symetrie. V 6. kapitole uvedeme CP symetrii a rozebereme systémy neutrálních mesonů. Ukážeme jaké podmínky musí tyto systémy splňovat v případě platnosti různých symetrií. 7. kapitola se celá zabývá narušením CP symetrie. Po úvodních poznámkách se zaměříme na narušení CP u kaonů, popíšeme procesy, které prokázaly narušení CP a také některé další významné procesy. Poté ukážeme jak se CP narušení popisuje pomocí CKM matice a na konec zmíníme jak se narušení CP projevuje v systémech B mesonů.

1 Symetrie v kvantové fyzice

1.1 Transformace

Stavy kvantového systému jsou reprezentovány prvky určitého Hilbertova prostoru. Jednomu stavu nepřísluší pouze jeden vektor, ale všechny vektory lišící se pouze o fázi ($|\tilde{\psi}\rangle = e^{i\xi}|\psi\rangle$). Zavedeme-li ekvivalenci $|\tilde{\psi}\rangle \sim |\psi\rangle \Leftrightarrow (\exists \xi \in R) ; (|\tilde{\psi}\rangle = e^{i\xi}|\psi\rangle)$, bude stav jednoznačně popsán třídami rozkladu podle této ekvivalence. Tyto třídy se nazývají paprsky.

Transformace jsou v kvantové fyzice popsány operátory na Hilbertově prostoru: $|\psi\rangle \rightarrow U|\psi\rangle$. Vzhledem k tomu, že stav systému není stavovými vektory určen jednoznačně, existuje volnost i ve volbě operátoru popisujícího transformaci. Transformace přiřazuje paprsku ψ paprsek ψ' , operátor, který ji popisuje, přiřazuje jednomu vektoru z paprsku ψ vektor z paprsku ψ' , konkrétní volba těchto vektorů je však libovolná¹.

Transformace je symetrií systému, pokud jsou výsledky všech experimentů provedených na transformovaném systému stejné jako na původním. Nutná podmínka, aby transformace U byla symetrií je zachování pravděpodobností $P(\psi \rightarrow \varphi)$, tedy zachování velikosti skalárního součinu:

$$|\langle U\psi|U\varphi\rangle|^2 = |\langle\psi|\varphi\rangle|^2. \quad (1.1)$$

Podle Wiegnerovi věty lze operátor U splňující (1.1) vždy vybrat tak, aby byl buď unitární nebo antiunitární (důkaz viz. [4]). Unitární operátor je operátor, který je lineární a pro který platí:

$$\langle U\psi|U\varphi\rangle = \langle\psi|\varphi\rangle. \quad (1.2)$$

Antiunitární operátor, je operátor, který splňuje:

$$\langle U\psi|U\varphi\rangle = \langle\psi|\varphi\rangle^*, \quad (1.3)$$

a který je antilineární:

$$U(\alpha|\psi\rangle + |\varphi\rangle) = \alpha^*U|\psi\rangle + U|\varphi\rangle. \quad (1.4)$$

Ke každé transformaci existuje buď unitární nebo antiunitární operátor, nikdy nemůžou k jedné transformaci existovat oba dva, unitarita resp. antiunitarita je tedy vlastností transformace. Transformace, které závisí spojitě na parametru a které jsou pro nějakou hodnotu parametru identické (např. translace nebo rotace), musí být unitární, neboť identita je unitární.

Sdružený operátor U^\dagger k lineárnímu operátoru U je definováno jako operátor splňující:

$$\langle U^\dagger\psi|\varphi\rangle = \langle\psi|U\varphi\rangle. \quad (1.5)$$

Pro antilineární operátor nelze tuto definici použít, neboť zatímco levá strana rovnice by v ψ byla lineární, pravá by byla antilineární. Proto se operátor sdružený k antilineárnímu operátoru definuje jako:

$$\langle U^\dagger\psi|\varphi\rangle = \langle\psi|U\varphi\rangle^*. \quad (1.6)$$

¹Dále už nebudeme rozlišovat mezi transformací a operátorem, který ji popisuje.

Pro unitární i antiunitární operátory platí:

$$U^\dagger = U^{-1} \quad (1.7)$$

Dva unitární (antiunitární) operátory popisující stejnou transformaci se mohou lišit na nejvýš v celkové fázi. To je důsledek aditivity operátorů a superpozičního principu. Buďte U, \tilde{U} dva operátory popisující nějakou transformaci a $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle$ lineárně nezávislé vektory, $U|\psi_1\rangle = |\psi'_1\rangle, U|\psi_2\rangle = |\psi'_2\rangle$. Potom existuje i stav $|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle$ a platí:

$$\tilde{U}(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle) = \tilde{U}|\psi_1\rangle + \tilde{U}|\psi_2\rangle = e^{i\xi_1}|\psi'_1\rangle + e^{i\xi_2}|\psi'_2\rangle \quad (1.8)$$

$$\tilde{U}(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle) = e^{i\xi_{12}}(|\psi'_1\rangle + |\psi'_2\rangle) = e^{i\xi_{12}}|\psi'_1\rangle + e^{i\xi_{12}}|\psi'_2\rangle \quad (1.9)$$

Protože $|\psi_1\rangle$ a $|\psi_2\rangle$ jsou lineárně nezávislé, platí $e^{i\xi_1} = e^{i\xi_{12}} = e^{i\xi_2}$ a fáze tedy musí být stejná pro všechny vektory.

Existuje též jiný přístup k transformacím (někdy nazývaný Heisenbergův), při kterém se stavové vektory nemění a místo nich se mění všechny operátory:

$$O \rightarrow O' = U^{-1}OU = U^\dagger OU. \quad (1.10)$$

Pro maticové elementy platí:

$$\langle\psi'|O|\varphi'\rangle = \langle\psi|U^\dagger OU|\varphi\rangle = \langle\psi|O'|\varphi\rangle, \quad (1.11)$$

takže jsou oba přístupy ekvivalentní.

Střední hodnota pozorovatelné O se při transformaci U zachovává, pokud U komutuje s O :

$$\langle\psi|O|\psi\rangle \rightarrow \langle\psi|U^\dagger OU|\psi\rangle = \langle\psi|U^\dagger UO|\psi\rangle = \langle\psi|O|\psi\rangle. \quad (1.12)$$

1.2 Inverze a zachovávající se veličiny

Inverze je taková transformace, která aplikovaná dvakrát po sobě dává stejný stav. To znamená, že U^2 je až na fázi rovno identitě: $U^2 = e^{i2\xi}$. Tato fáze opět nemůže záviset na stavu, neboť jinak by pro superpozici stavů nebyla úměrná identitě. V kvantové teorii pole ale existují stavy, které spolu nelze skládat, pro ty se pak fáze může lišit². V některých případech lze zvolit fáze tak, aby $U^2 = 1$. Potom je U hermitovský, neboť z rovnosti (1.7) platí:

$$UU = 1 \Rightarrow U = U^{-1} = U^\dagger. \quad (1.13)$$

Je-li $U|\psi\rangle = |\psi'\rangle$, tak $|\psi\rangle \pm |\psi'\rangle$ jsou vlastní vektory U . Pro unitární operátor mohou být vlastní čísla i komplexní, ale pro antiunitární lze vždy předefinovat stavové vektory tak, aby

²Jedná se o tzv. super-selekční pravidla. Neexistuje např. stav, který by byl součtem stavů s různou hodnotou elektrického náboje.

vlastní čísla byla reálná. Je-li U antiunitární operátor a $U|\psi\rangle = |a|e^{i\xi}|\psi\rangle$, tak pro $|\psi'\rangle = e^{i\xi/2}|\psi\rangle$ platí:

$$U|\psi'\rangle = e^{-i\xi/2}U|\psi\rangle = e^{-i\xi/2}|a|e^{i\xi}|\psi\rangle = |a|e^{i\xi/2}|\psi\rangle = |a||\psi'\rangle. \quad (1.14)$$

Podle teorému Noetherové, existuje pro každou spojitou transformaci integrál pohybu. Pro inverze teorém Noetherové existenci integrálů pohybu nezaručuje. Je-li ale transformační operátor hermitovský, tak existuje integrál pohybu i pro inverze.

Střední hodnota pozorovatelné O (která nezávisí explicitně na čase) se v čase zachovává pokud $[O, H] = 0$. Je-li transformace U symetrií systému, tak musí být $[U, H] = 0$, neboť jinak by se transformovaný systém v čase vyvíjel jinak než původní systém. Symetrie, která je popsána hermitovskou transformací je pozorovatelná a bude se tedy zachovávat v čase. Vlastní hodnoty U můžou být v tomto případě pouze ± 1 .

Zachovávající se veličiny příslušející ke spojitým transformacím jsou aditivní, zatímco pro inverze jsou multiplikativní:

$$U|\psi_1\rangle = u_1|\psi_1\rangle \quad U|\psi_2\rangle = u_2|\psi_2\rangle \quad (1.15)$$

$$U(|\psi_1\rangle|\psi_2\rangle) = U|\psi_1\rangle U|\psi_2\rangle = u_1|\psi_1\rangle u_2|\psi_2\rangle = u_1 u_2 |\psi_1\rangle|\psi_2\rangle. \quad (1.16)$$

Antiunitární operátor nemůže být pozorovatelná, protože není lineární a nemůže mu tedy příslušet žádný integrál pohybu.

1.3 Narušení symetrie

Platnost symetrie musí být vždy potvrzena experimentálně. Makroskopické experimenty v praxi nelze invertovat, proto se k ověření symetrie musí používat mikroskopické systémy.

Pro hermitovské operátory existuje zachovávající se kvantové číslo, které umožňuje testovat symetrii. Hodnota příslušného kvantového čísla je většinou libovolná, jeho relativní hodnota mezi dvěma stavy však je často měřitelná. K narušení symetrie dochází, pokud se dva stavy s různou hodnotou kvantového čísla rozpadají na stejný stav nebo naopak pokud se jeden stav rozpadá na dva stavy s různou hodnotou kvantového čísla. To lze vyjádřit pomocí přechodové matice \mathcal{T} . Pro symetrii popsanou unitárním operátorem musí platit:

$$\langle U\psi|\mathcal{T}|U\varphi\rangle = \langle\psi|\mathcal{T}|\varphi\rangle, \quad (1.17)$$

což nastane pokud $[\mathcal{T}, U] = 0$. Pro vlastní stavy U ($U|\psi_+\rangle = |\psi_+\rangle, U|\psi_-\rangle = -|\psi_-\rangle$) platí:

$$\langle U\psi_+|\mathcal{T}|U\psi_-\rangle = \langle\psi_+|\mathcal{T}|-\psi_-\rangle = -\langle\psi_+|\mathcal{T}|\psi_-\rangle \quad (1.18)$$

$$\langle U\psi_+|\mathcal{T}|U\psi_-\rangle = \langle\psi_+|\mathcal{T}|\psi_-\rangle \quad (1.19)$$

$$\langle\psi_+|\mathcal{T}|\psi_-\rangle = -\langle\psi_+|\mathcal{T}|\psi_-\rangle = 0. \quad (1.20)$$

Přechody mezi stavy s různými vlastními hodnotami kvantového příslušného čísla jsou tedy zakázány.

Jiný způsob testování platnosti symetrie spočívá v tom, že procesy $f \rightarrow g$ a $Uf \rightarrow Ug$ (říkáme, že jsou to U sdružené procesy) musí být stejně pravděpodobné.

2 Parita

2.1 Parita v klasické fyzice

Parita v klasické fyzice je inverze souřadných os vzhledem k počátku:

$$(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z), \quad (2.1)$$

kteřá mění pravotočivou soustavu v levotočivou (a naopak). Parita je ekvivalentní inverzi jedné souřadné osy a rotaci o π okolo této osy. Rotace jsou vždy brány jako platná symetrie, takže inverze jedné souřadné osy odpovídá paritě. Inverze jedné osy je zrcadlový obraz vzhledem k rovině kolmé na osu inverze, proto se o paritě někdy mluví jako o zrcadlové symetrii.

Vektory se dělí podle toho, jak se chovají při paritě. Polární vektory při paritě mění znaménko, zatímco axiální vektory (pseudo-vektory) se při paritě nemění. Polární vektory jsou např. vektor polohy \mathbf{x} a hybnosti \mathbf{p} , axiální vektor je např. moment hybnosti $\mathbf{L} = \mathbf{x} \times \mathbf{p}$. Je-li parita symetrií přírody, musí libovolný proces probíhat stejně jako prostorově invertovaný proces. Máme-li v čase t_0 systém $S(t_0)$ a $S'(t_0) = PS(t_0)$ (prostorově invertovaný systém S), musí být i ve všech budoucích časech systém S' inverzí systému S : $S' = PS$. To bude splněno, pokud jsou fyzikální zákony vůči paritě invariantní. To je splněno pro všechny zákony klasické fyziky, např. pro částici v Elektromagnetickém poli platí:

$$m \frac{d\mathbf{p}}{dt} = q[\mathbf{E} + \dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}]. \quad (2.2)$$

Při paritě se tato rovnice změní na:

$$-m \frac{d\mathbf{p}}{dt} = q[\mathbf{E}_p + (-\dot{\mathbf{x}}) \times \mathbf{B}_p]. \quad (2.3)$$

\mathbf{E} je polární vektor a \mathbf{B} axiální, takže platí:

$$-m \frac{d\mathbf{p}}{dt} = q[-\mathbf{E} + (-\dot{\mathbf{x}}) \times \mathbf{B}] = -q[\mathbf{E} + \dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}], \quad (2.4)$$

a tato rovnice je tedy vůči prostorové inverzi invariantní.

V klasické fyzice k paritě nepřísluší žádný integrál pohybu, platí však, že je-li $x(t)$ řešení pohybových rovnic, tak $x(-t)$ musí být také řešení, pokud je uvažovaný systém vůči paritě invariantní. Parita není v klasické fyzice moc užitečná, neboť systémy většinou nejsou P symetrické.

2.2 Parita v kvantové fyzice

Transformace parity se v kvantové fyzice zavádí v analogii s klasickou fyzikou. Operátor P popisující transformaci je zvolen tak, aby pro všechny stavy $|\psi\rangle$, $|\varphi\rangle$ platilo:

$$\langle \psi | \hat{\mathbf{X}} | \varphi \rangle = -\langle P\psi | \hat{\mathbf{X}} | P\varphi \rangle, \quad (2.5)$$

což je ekvivalentní požadavku:

$$P^\dagger \hat{\mathbf{X}} P = -\hat{\mathbf{X}}. \quad (2.6)$$

Parita je inverze, P^2 musí tedy být až na fázi rovno identickému operátoru. V dalším budeme většinou předpokládat, že $P^2 = 1$. Přesný tvar operátoru P lze odvodit pomocí zobecněné báze tvořené vlastním vektory operátoru polohy $\hat{\mathbf{X}}$. Pro ty musí platit:

$$P|\mathbf{x}\rangle = \eta_p|-\mathbf{x}\rangle, \quad (2.7)$$

kde η_p je komplexní číslo takové, že $\eta_p^2 = 1$ (fáze). Pro libovolnou vlnovou funkci $\psi(\mathbf{x}, t)$ platí:

$$P\psi \equiv \psi_p \quad (2.8)$$

$$\langle \mathbf{x}|\psi_p(t)\rangle = \langle \mathbf{x}|P|\psi(t)\rangle = \eta_p\langle -\mathbf{x}|\psi(t)\rangle = \eta_p\psi(-\mathbf{x}, t), \quad (2.9)$$

takže:

$$P\psi(\mathbf{x}, t) = \eta_p\psi(-\mathbf{x}, t). \quad (2.10)$$

Fázový faktor η_p se nazývá *vnitřní parita*. Pro všechny stavy jedné částice musí být vnitřní parita stejná. Pro systém více částic bude vnitřní parita součinem vnitřních parit jednotlivých částic. V nerelativistické kvantové fyzice částice nemůžou vznikat ani zanikat, takže vnitřní parita bude pro daný problém konstantní. V měřitelných veličinách se bude vyskytovat pouze ve výrazech tvaru $\eta_p\eta_p^* = 1$ a nebude mít tedy žádný význam. V relativistické kvantové fyzice můžou částice vznikat a zanikat, takže vnitřní parita má fyzikální význam.

Parita působí na operátor hybnosti $\hat{\mathbf{p}}$ a momentu hybnosti \mathbf{L} stejně jako v klasické fyzice:

$$P^\dagger \hat{\mathbf{p}} P = -\hat{\mathbf{p}} \quad P^\dagger \hat{\mathbf{L}} P = +\mathbf{L}. \quad (2.11)$$

Parita komutuje s rotacemi, takže musí komutovat i s generátorem grupy rotací, tedy s celkovým momentem hybnosti $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ (\mathbf{S} je operátor spinu). Z toho vyplývá:

$$P^\dagger \mathbf{J} P = P^\dagger \mathbf{L} P + P^\dagger \mathbf{S} P = \mathbf{L} + P^\dagger \mathbf{S} P \quad (2.12)$$

$$P^\dagger \mathbf{J} P = P^\dagger P \mathbf{J} = \mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \quad (2.13)$$

$$P^\dagger \mathbf{S} P = \mathbf{S} \quad (2.14)$$

Vlastní stavy operátoru hybnosti nemůžou být zároveň vlastními stavy parity, protože P a $\hat{\mathbf{p}}$ nekomutují. Operátor momentu hybnosti \mathbf{L} a P komutují, a proto by vlastní stavy momentu hybnosti mohli být i vlastními stavy parity. Vlastní vektory L^2 a L_z jsou:

$$\psi_l^m = f(r)Y_l^m(\theta, \varphi), \quad (2.15)$$

kde $f(r)$ je libovolná (kvadraticky integrabilní) funkce a Y_l^m jsou tzv. kulové funkce definované:

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = C_{lm}P_l^m(\cos(\theta))e^{im\varphi}. \quad (2.16)$$

P_l^m jsou Legendrovy funkce:

$$P_l^m(t) = \frac{(1-t^2)^{m/2}}{2^l l!} \frac{d^{l+m}}{dt^{l+m}} (t^2-1)^l. \quad (2.17)$$

Prostorové inverzi ve sférických souřadnicích odpovídá transformace:

$$r \rightarrow r' = r \quad (2.18)$$

$$\theta \rightarrow \theta' = \pi - \theta \quad (\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)) \quad (2.19)$$

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \pi + \varphi. \quad (2.20)$$

Legendrovky funkce jsou v závislosti na l a m sudé nebo liché:

$$P_l^m(-t) = (-1)^{m+l} P_l^m(t), \quad (2.21)$$

neboť

$$\frac{d^{l+m}}{d(-t)^{l+m}} = (-1)^{m+l} \frac{d^{l+m}}{dt^{l+m}}. \quad (2.22)$$

Pro $e^{im\varphi}$ platí:

$$e^{im(\varphi+\pi)} = e^{im\pi} e^{im\varphi} = \cos(m\theta) e^{im\varphi} = (-1)^m e^{im\varphi}. \quad (2.23)$$

Celkem:

$$Y_l^m(\pi - \theta, \pi + \varphi) = (-1)^{l+2m} Y_l^m(\theta, \varphi) = (-1)^l Y_l^m(\theta, \varphi). \quad (2.24)$$

Pro vlnovou funkci částice s momentem hybnosti l tedy platí:

$$P\psi(\mathbf{x}, t) = \eta_p (-1)^l \psi(\mathbf{x}, t). \quad (2.25)$$

Vidíme že částice, které jsou ve vlastním stavu momentu hybnosti jsou i vlastní stavy parity. Faktor $(-1)^l$ se nazývá *orbitální parita*; součin vnitřní a orbitální parity je *celková parita*. Spin J a vnitřní parita η_p se často zapisují jako: J^{η_p} .

2.3 Vnitřní parita

Vnitřní parita je měřitelná pouze u částic, které můžou vznikat samostatně. U ostatních částic je vnitřní parita do jisté míry libovolná, neboť je měřitelná jenom relativně vzhledem k paritě jiných stavů, např. proces $AB \rightarrow AC$ umožňuje změřit relativní paritu B a C . Pokud lze přiřadit vnitřní parity tak, aby se parita zachovávala v každém procesu, tak je parita dobrá symetrie. Naopak pokud pro každou volbu vnitřních parit existují procesy, při kterých se parita nezachovává, tak parita není symetrie. Silné a elektromagnetické interakce zachovávají paritu, ale slabé ji narušují.

Z hlediska silných interakcí se proton a neutron chovají jako stejná částice (izospinová symetrie) a silné interakce zachovávají paritu, takže lze předpokládat, že vnitřní parita protonu a neutronu bude stejná. Většinou se jim přiřazuje: $\eta_p = +1$. Deuteron je jádro Deutéria, tvořené neutronem a protonem. V základním stavu má $L = 0$, takže jeho parita je: $\eta_p(n)\eta_p(p)(-1)^L = +1$.

Vnitřní parity částice a antičástice jsou pro fermiony opačné a pro bosony stejné. Vnitřní parita fotonu je měřitelná a je rovna -1 . Vnitřní paritu podivných částic lze změřit jen vzhledem k ostatním podivným částicím, neboť jediná interakce, která může měnit podivnost částic, je slabá, ale ta nezachovává paritu a nelze ji tedy využívat k přiřazení vnitřních parit. Většinou se volí vnitřní parita hyperonu Λ rovna 1, vnitřní parita K^- se vzhledem k Λ dá změřit z procesu $K^- \ ^4\text{He} \rightarrow \ ^4\text{He}\Lambda\pi^-$ a vychází -1 .

Vnitřní parita pionů

Vnitřní paritu negativního pionu π^- lze určit z procesu $\pi^- d \rightarrow nn$. Z teorie a experimentů je známo, že při tomto procesu je π^- ve stavu s $L = 0$. Celková vlnová funkce dvou neutronů musí být antisymetrická vzhledem k výměně částic, neboť neutrony jsou fermiony. Můžeme ji rozdělit na spinovou a prostorovou část: $\psi = \varphi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\theta(S^1, S^2, S_z^1, S_z^2)$.

Výměna částic v prostorové části odpovídá prostorové inverzi, takže

$$\varphi(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) = \eta_p(n)^2(-1)^L\varphi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = (-1)^L\varphi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2). \quad (2.26)$$

Transformaci spinové části lze určit pomocí Clebsh-Gordanových koeficientů. Vlnovou funkci dvou neutronů jako funkci z-ových složek jednotlivých neutronů označíme $\theta(S_z^1, S_z^2)$. Stav dvou neutronů lze také popsat vlnovou funkcí od celkového spinu a z-ové složky celkového spinu, tu označíme $\vartheta(S, S_z)$. Funkce ϑ lze vyjádřit pomocí funkcí θ , převodní vztahy určují Clebsh-Gordanovy koeficienty:

$$\vartheta(1, 1) = \theta(+1/2, +1/2) \quad (2.27)$$

$$\vartheta(1, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\theta(+1/2, -1/2) + \theta(-1/2, 1/2)) \quad (2.28)$$

$$\vartheta(1, -1) = \theta(-1/2, -1/2) \quad (2.29)$$

$$\vartheta(0, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\theta(+1/2, -1/2) - \theta(-1/2, 1/2)) \quad (2.30)$$

Z toho je vidět, že funkce s $S = 1$ jsou symetrické, zatímco funkce s $S = 0$ je antisymetrická, takže při výměně částic přibude faktor $(-1)^{S+1}$. Celkem tedy platí: $\psi(2, 1) = (-1)^{L+S+1}\psi(1, 2)$ a vzhledem k tomu, že ψ je antisymetrická, musí být $L + S$ sudé.

Celkový moment hybnosti deuteria a π^- musí být $J = 1$ neboť π^- má $S = L = 0$ a deuterium má $L = 0$ a $S = 1$. Z toho vyplývá, že jsou možné jen čtyři kombinace orbitálního momentu hybnosti L a spinu S dvou neutronů: $(L = 0, S = 1)$, $(L = 1, S = 1, 0)$, $(L = 2, S = 1)$. $L + S$ musí být sudé, takže jediná možná kombinace je $L = S = 1$. To znamená, že parita konečného stavu je: $\eta_p(n)^2(-1)^1 = -1$. Parita počátečního stavu je $\eta_p(\pi^-)$, a jelikož silné interakce zachovávají paritu, musí být vnitřní parita $\pi^- = -1$.

Stejně jako u nukleů lze předpokládat, že vnitřní parita kladně nabitého a neutrálního pionu bude také -1 . Lze ji ale také určit přímo, pro π^+ z procesu: $pp \rightarrow \pi^+ d$ a pro π^0 z procesu $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. V obou případech skutečně vychází vnitřní parita -1 .

2.4 Důsledky Parity

S matice musí komutovat s P :

$$[S, P] = 0, \quad (2.31)$$

takže pro její elementy musí platit:

$$S_{fi} = \langle \mathbf{p}_f, \mathbf{S}_f | S | \mathbf{p}_i, \mathbf{S}_i \rangle = \langle \mathbf{p}_f, \mathbf{S}_f | P^\dagger S P | \mathbf{p}_i, \mathbf{S}_i \rangle = \langle -\mathbf{p}_f, \mathbf{S}_f | S | -\mathbf{p}_i, \mathbf{S}_i \rangle = S_{Pf, Pi}. \quad (2.32)$$

Přechodovou matici \mathcal{T} lze vždy rozložit na část, která zachovává paritu a na část narušující paritu:

$$\mathcal{T} = \mathcal{T}^+ + \mathcal{T}^- \quad (2.33)$$

$$P^\dagger \mathcal{T}^+ P = +\mathcal{T}^+ \quad P^\dagger \mathcal{T}^- P = -\mathcal{T}^-. \quad (2.34)$$

Je-li parita symetrií, musí být $\mathcal{T}^- = 0$, neboť \mathcal{T}^- umožňuje přechody mezi stavy s různými paritami. Hledání těchto přechodů je však experimentálně náročné, protože vyžaduje, aby počáteční a konečné stavy byly vlastní stavy parity. Jednodušší způsob je často hledání asymetrií v distribucích.

Je-li parita symetrií, musí pro proces popsaný diferenciálním účinným průřezem $W(\mathbf{p}, \mathbf{S})$ platit:

$$W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots) = W(-\mathbf{p}_1, -\mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots), \quad (2.35)$$

a $W(\mathbf{p}, \mathbf{S})$ tedy nemůže záviset na pseudo-skalárních výrazech (výrazech měnících při paritě znaménko) jako: $\mathbf{S} \cdot \mathbf{p}$ nebo $\mathbf{p}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3)$. Tyto výrazy musí také mít nulové střední hodnoty, neboť stavy s opačnými hodnotami těchto výrazů nastávají se stejnou pravděpodobností.

2.5 Narušení Parity

Platnost P symetrie se dříve pokládala za zřejmou, ale v 50. letech 20. století experimenty prokázaly, že parita není univerzálně platná symetrie. Zatímco silná a elektromagnetická interakce paritu zachovávají, slabá ji narušuje. Toto narušení je největší možné v tom smyslu, že amplitudy spojující stavy stejné parity jsou stejné jako amplitudy spojující stavy opačné parity. Malé narušení parity existuje i v elektromagnetických a silných procesech, to je ale způsobeno tím, že k těmto procesům také přispívá slabá interakce.

$\tau - \theta$ problém

První náznak narušení parity bylo objevení několika podivných nabitých částic tehdy nazývaných τ a θ mezony. Tyto částice se rozpadají slabou interakcí na tři, respektive dva mezony:

$$\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^- \quad \tau^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0 \quad \theta^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0. \quad (2.36)$$

Tyto částice měly velice blízké hmotnosti a délky života a stejným způsobem interagovaly s těžkými jádry. Dalo by se tedy očekávat, že se jedná o různé rozpady téže částice. Problém je v tom, že tři piony mají jinou paritu než dva piony.

Parita dvou pionů je $\eta_p(\pi)^2(-1)^L = (-1)^L$, kde L je jejich moment hybnosti. Ten musí být roven spinu θ^\pm (ozn. J), takže jejich parita a tedy i parita θ^\pm je $(-1)^J$. Kromě nabitých θ^\pm existuje i neutrální verze θ^0 , která se rozpadá na $\pi^0 \pi^0$. Pro dvě stejné bezspinové částice je transformace parity ekvivalentní výměně částic a vzhledem k tomu, že piony jsou bosony, musí být parita $\pi^0 \pi^0 + 1$ a tedy i vnitřní parita θ^0 musí být $\eta_p(\theta^0) = +1$. Dá se očekávat, že i parita θ^\pm bude $+1$.

V případě rozpadů na tři piony jsou vždy dva piony stejné a třetí je různý. Jejich celková parita se rovná $\eta_p(\pi)^3(-1)^L(-1)^l = -(-1)^L(-1)^l$, kde L je moment hybnosti dvou stejných pionů a l moment hybnosti třetího pionu vzhledem k jejich těžišti. L musí být stejně jako u

rozpadu na dva piony sudé a celková parita tří pionů je tedy $-(-1)^l$. Kdyby byla parita τ $(-1)^J$, jako je tomu u θ , tak nemůže docházet k některým konfiguracím tří pionů:

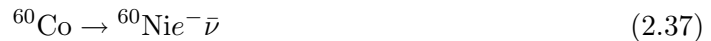
- Třetí pion nemůže mít nulovou kinetickou energii, neboť v takovém případě by muselo být $l = 0, J = L$ sudé a celková parita by byla $-1 = -(-1)^J$.
- Třetí pion nemůže mít maximální kinetickou energii, neboť potom by bylo $L = 0, J = L$ a celková parita by byla $-(-1)^J$.

Žádné takovéto omezení však nebylo experimentálně nalezeno, jako nejpravděpodobnější možnost spinu a parity τ se místo toho ukázalo 0^- .

Pokud by se tedy ve slabých interakcích zachovávala parita, nemohly by být τ a θ stejné částice, neboť parita τ by byla různá od parity θ . Tento problém vyvolal diskuzi o tom, jestli slabé interakce zachovávají paritu, a proto bylo navrženo několik experimentů zkoumající její zachování.

Beta rozpad

V roce 1956 byl proveden experiment měřící intenzity elektronů emitovaných při beta rozpadu:



v závislosti na směru polarizace jader kobaltu $\langle \mathbf{S} \rangle$. K tomu bylo třeba jádra polarizovat do stejného směru, což vyžadovalo silné magnetické pole a velice nízkou teplotu (0.003 K). Měření intenzity emitovaných elektronů ve směru $\langle \mathbf{S} \rangle$ a proti směru $\langle \mathbf{S} \rangle$ odhalilo, že elektrony jsou s větší pravděpodobností emitovány proti směru $\langle \mathbf{S} \rangle$. To znamená, že účinný průřez beta rozpadu závisí na pseudoskalární veličině $\langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{p}_e$ a narušuje tedy paritu. Pokud bychom celý experiment invertovali, tak by elektrony byly opět více emitovány proti směru $\langle \mathbf{S} \rangle$, ale zradlová inverze celého procesu (inverze i s emitovanými elektrony) je taková, že elektrony jsou více emitovány ve směru $\langle \mathbf{S} \rangle$, neboť při inverzi \mathbf{p} změní znaménko a \mathbf{S} se nezmění. Fyzikální zákony beta rozpadu (slabé interakce) tedy nejsou vůči paritě invariantní.

Další pseudoskalární veličina, kterou lze v beta rozpadu měřit, je helicity emitovaných elektronů. Helicity je definována jako:

$$H = \frac{\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{s\hbar|p|}, \quad (2.38)$$

a je to projekce spinu do směru hybnosti částice. Pro elektron má helicity jen dvě vlastní čísla: ± 1 . Kdyby byla parita dobrá symetrie, tak by musela být pravděpodobnost emitování elektronu s kladnou hodnotou $\langle H \rangle$ stejná jako pravděpodobnost emitování elektronu se zápornou hodnotou $\langle H \rangle$. Měření helicity elektronů pomocí rozptylu na jádrech a na elektronech opět prokázalo narušení parity.

Helicity neutrin

Pro částice, které mají nenulovou hmotnost, není helicity relativisticky invariantní veličina, zvolíme-li totiž soustavu, která se pohybuje rychleji než daná částice, bude v této soustavě

helicita částice opačná. Pro částice s nulovou hmotností taková soustava neexistuje a pro takové částice je tedy helicity invariantní veličina. Částice, která má nulovou hmotnost může mít helicitu vždy jen ± 1 . O částici, která má helicitu $+1$ resp. -1 říkáme, že je pravotočivá resp. levotočivá. Zrcadlový obraz pravotočivého neutrina je levotočivé neutrino, neboť helicity je pseudoskalární veličina.

V rámci Standardního modelu se neutrina považují za nehmotná³. Dalo by se předpokládat, že pokud platí parita, bude polovina neutrin levotočivých a polovina pravotočivých. Ve skutečnosti jsou ale všechna neutrina levotočivá a všechna anti-neutrina pravotočivá. Parita tedy nemůže být symetrií přírody, zrcadlový obraz procesu, při kterém vzniká levotočivé neutrino neexistuje.

Narušení parity v procesech s hadrony

Studium beta rozpadu prokázalo narušení parity pouze u leptonů, a proto existovala možnost, že by slabé procesy s hadrony mohly paritu zachovávat. Tato možnost však byla už v roce 1957 vyvrácena při studiu slabého rozpadu:

$$\Lambda \rightarrow p\pi^-. \quad (2.39)$$

Λ vzniká silnou interakcí, při tomto experimentu se k produkci Λ bombardoval terč piony a Λ vznikaly reakcí:

$$\pi^- p \rightarrow \Lambda K^0. \quad (2.40)$$

Označíme hybnost π^- jako \mathbf{p}_i a hybnost Λ jako \mathbf{p}_L . Tyto vektory určují reakční rovinu (pokud nejsou rovnoběžné). Hybnost protonu vzniklého při rozpadu Λ označíme \mathbf{p}_p . Pravděpodobnost, že bude \mathbf{p}_p mířit nalevo od reakční roviny ($(\mathbf{p}_i \times \mathbf{p}_L) \cdot \mathbf{p}_p > 0$), musí být stejná jako pravděpodobnost, že míří napravo ($(\mathbf{p}_i \times \mathbf{p}_L) \cdot \mathbf{p}_p < 0$), pokud platí P symetrie. Důvod je ten, že proces emitování protonu nalevo od reakční roviny je zrcadlovým obrazem (podle reakční roviny) procesu emitování protonu napravo. Protože silné procesy zachovávají paritu, musí být polarizace Λ (\mathcal{P}_Λ) kolmá na reakční rovinu ($\mathcal{P}_\Lambda \cdot \mathbf{p}_L$ a $\mathcal{P}_\Lambda \cdot \mathbf{p}_p$ jsou pseudo-skalární výrazy). Aby byl rozpad (2.39) P symetrický, musí tedy být $\langle \mathcal{P}_\Lambda \cdot \mathbf{p}_p \rangle = 0$. I v tomto případě experiment potvrdil narušení P symetrie.

Tento experiment potvrdil, že paritu narušují i hadrony, a tím vyřešil τ - θ problém. τ^\pm a θ^\pm jsou skutečně stejné částice (dnes nazývané kaony), které se rozpadají na stavy s různou paritou.

³Oscilace neutrin, které byly v nedávné době pozorovány ukazují na nenulovou hmotnost neutrin. Jejich hmotnost je ale velice malá, takže ji můžeme v tomto případě zanedbat.

3 CPT

CPT je kombinace transformací C (výměna částic za antičástice), P a T (obrácení směru chodu času). Narozdíl od ostatních diskretních symetrií, pro jejichž platnost neexistuje žádný hlubší důvod, je platnost CPT symetrie fundamentální vlastností Standardního modelu. Dle CPT teorému je každá lokální (bez interakcí na dálku) Lorentzovsky invariantní kvantová teorie pole s Hermitovským hamiltoniánem symetrická vůči CPT transformaci. Předpoklad Lorentzovské invariance je klíčový; platí, že pokud se narušuje CPT symetrie, musí se narušovat i Lorentzovská symetrie. Narušení CPT by znamenalo, že je něco v nepořádku se samotnými základy kvantové fyziky a proto se většinou považuje za platnou.

CPT implikuje, že antičástice musí existovat a že musí mít stejné hmotnosti a doby života a opačné elektrické náboje (nezávisle na platnosti C). Porovnání těchto veličin pro částice a antičástice neukázalo žádné narušení CPT .

Pokud se narušuje CP symetrie musí se také narušovat T symetrie a to přesně opačným způsobem; kdyby tomu tak nebylo, tak se narušuje i CPT . Proto se často říká, že jsou CP a T ekvivalentní.

4 C symetrie

V roce 1928 formuloval Paul Dirac vlnovou rovnici pro částice se spinem $1/2$ kompatibilní s principy kvantové fyziky i speciální relativity. Tato rovnice má kromě řešení s energií $E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$, také řešení se zápornou energií $E = -\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$. Řešení se zápornou energií jsou fyzikálně nepřijatelná a byla interpretována jako řešení odpovídajícím novému typu částic tzv. antičásticím. Ke každé částici tak existuje antičástice s opačným nábojem a stejnou hmotností. V roce 1932 byla skutečně nalezena antičástice k elektronu – positron a později byly nalezeny antičástice i k ostatním částicím.

C transformace je transformace, která zamění všechny částice za antičástice (a naopak). Podobně jako v případě parity se zavádí jako unitární operátor na Hilbertově prostoru. Jeho efekt na stav s hybností \mathbf{p} , spinem s a nábojem q je:

$$|\mathbf{p}, s, q\rangle \rightarrow |\mathbf{p}, s - q\rangle. \quad (4.1)$$

q zde není pouze elektrický náboj, ale představuje všechny relevantní náboje, např. barvu, baryonové číslo, podivnost...

Narozdíl od parity, není většina částic vlastními stavy C ; pouze částice, které mají všechny náboje nulové (neutrální) a jsou tedy svými antičásticemi (např. foton nebo π^0) jsou vlastní stavy C . Vlastní hodnota C pro tyto částice se nazývá C -parita, stejně jako v případě parity je to multiplikativní veličina a může nabývat pouze hodnot ± 1 . Definujeme-li C -paritu vakua $+1$, bude mít foton C -paritu -1 (viz. [10]) a z rozpadu $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ plyne, že C -parita π^0 musí být $+1$.

Neutrální systém více částic může být vlastním stavem C . Systém složený z nabitých částic a její antičástice si lze představit jako systém dvou identických částic odlišených od sebe hodnotou náboje. Vlnová funkce tohoto systému pak musí být symetrická v případě bosonů

a antisymetrická v případě fermionů. Výměna částic se skládá z prostorové inverze, výměny spinů a C transformace. Z toho lze, podobně jako při odvození vnitřní parity π^- (viz. kapitola (2.3)), ukázat, že C -parita částice a antičástice s momentem hybnosti L a celkovým spinem S je:

$$\eta_C = (-1)^{L+S}. \quad (4.2)$$

Je-li C symetrií, musí být všechny fyzikální zákony vůči C invariantní - všechny procesy musí probíhat po záměně částic za antičástice stejně. Všechny reakce musí mít stejné účinné průřezy jako C transformované reakce. V procesech s neutrálními částicemi se navíc musí zachovávat C -parita. Také všechny statické veličiny musí být stejné pro částice a antičástice, ale to už zaručuje obecnější symetrie CPT (viz. kapitola (3)).

4.1 Narušení C symetrie

Narušení C symetrie bylo objeveno v 50. letech v souvislosti s objevením narušení parity. Stejně jako parita je C platná symetrie v silných a elektromagnetických interakcích, zatímco ve slabých interakcích je maximálním možným způsobem narušena. Protože jsou P a C symetrie ve slabých interakcích úzce spojeny, ukazovala většina P -narušujících experimentů také na narušení C . Parita by se mohla narušovat, i pokud by byla C symetrií, ale narušení by nemohlo být tak velké.

Elektrony a pozitrony vznikající při β^+ a β^- rozpadech mají opačnou polarizaci, ale to není důkaz narušení C , neboť β^+ a β^- nejsou C sdružené rozpady. Přímý důkaz přineslo až měření podélné polarizace elektronů a pozitronů při slabých rozpadech μ^+ a μ^- . To opět ukázalo, že elektrony a pozitrony mají opačnou polarizaci, což už je v tomto případě narušení C , neboť μ^- je antičástice k μ^+ . Také u neutrin byla zjištěna opačná polarizace; všechna neutrina jsou levotočivá, zatímco všechna antineutrina jsou pravotočivá.

5 T symetrie

Pohybové rovnice klasické fyziky jsou invariantní vůči záměně $t \rightarrow -t$, takže je-li $x(t)$ řešení pohybových rovnic je $x(-t)$ také řešení. Proto se zavádí transformace T (*time reversal*), která formálně obrací směr chodu času. Při T transformaci se $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}$ změní na $\mathbf{v}_T = \frac{d\mathbf{x}(-t)}{dt} = -\mathbf{v}$. Takže efekt T na systém je:

$$\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_T = +\mathbf{x} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}_T = -\mathbf{p} \quad (5.2)$$

T tedy spíše odpovídá obrácení směru pohybu než směru chodu času (obrácení chodu času nelze ani nijak fyzikálně realizovat).

Máme-li systém, který se pohybuje po fázové trajektorii $(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}(t))$ a v čase t_0 změním $\mathbf{p}(t_0)$ na $-\mathbf{p}(t_0)$, bude se změněný systém pohybovat po fázové trajektorii $(\mathbf{x}(-t), -\mathbf{p}(-t))$. Kdyby tomu tak nebylo, jednalo by se o narušení T symetrie.

V makroskopických procesech většinou nelze směr času obrátit; např. teplo vždy přestupuje (samovolně) z teplejšího objektu na chladnější, obrácení směru času by znamenalo, že teplo přestupuje z chladnějšího objektu na teplejší, což by bylo porušení druhého termodynamického zákona. To ale není narušení T symetrie, neboť termodynamické zákony mají pouze pravděpodobnostní charakter. Obrácení směru času by odpovídalo obrácení směru hybnosti u všech částic (typicky je počet částic $\approx 10^{23}$), což sice v principu může nastat, ale pravděpodobnost takového jevu je prakticky nulová.

Effekt T na moment hybnosti a na elektrickomagnetické pole je:

$$\mathbf{L} \rightarrow \mathbf{L}_T = -\mathbf{L} \quad (5.3)$$

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}_T = +\mathbf{E} \quad (5.4)$$

$$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B}_T = -\mathbf{B}. \quad (5.5)$$

5.1 T v kvantové fyzice

T transformace se v kvantové fyzice zavádí pomocí operátoru časové inverze T tak, aby se operátory $\hat{\mathbf{X}}$ a $\hat{\mathbf{p}}$ transformovaly jako v klasické fyzice:

$$T^\dagger \hat{\mathbf{X}} T = +\hat{\mathbf{X}} \quad (5.6)$$

$$T^\dagger \hat{\mathbf{p}} T = -\hat{\mathbf{p}} \quad (5.7)$$

a zároveň aby se zachovávaly komutační relace:

$$[[\hat{X}_T^i, \hat{p}_T^j] = T^\dagger [\hat{X}^i, \hat{p}^j] T = T^\dagger (-i\hbar\delta_{ij}) T. \quad (5.8)$$

Ze vztahů (5.6), (5.7) plyne, že pro komutátory platí:

$$[\hat{X}_T^i, \hat{p}_T^j] = -[\hat{X}^i, \hat{p}^j] = i\hbar\delta_{ij}, \quad (5.9)$$

takže musí platit:

$$T^\dagger (-i\hbar\delta_{ij}) T = i\hbar\delta_{ij}. \quad (5.10)$$

Z toho je vidět, že T nemůže být unitární operátor, ale musí být antiunitární tak, aby $Ti = -i$. T lze zapsat jako složení unitárního operátoru U_T a antilineárního operátoru K : $T = U_T K$, kde K je operátor komplexního sdružení: $KzK^{-1} = z^*$.

K T nemůže příslušet žádná zachovávající se veličina, protože je to antilineární operátor. Máme-li $|\psi\rangle$ vlastní vektor T : $T|\psi\rangle = c|\psi\rangle$, tak pro vektor $e^{i\phi}|\psi\rangle$ bude platit:

$$T e^{i\phi} |\psi\rangle = e^{-i\phi} c |\psi\rangle = e^{-2i\phi} c e^{-i\phi} |\psi\rangle. \quad (5.11)$$

Vlastní číslo $|\psi\rangle$ je tedy $e^{-2i\phi}c$, což je pro nenulové ϕ různé od c . Z toho je vidět, že dva vektory popisující stejný stav budou mít obecně různá vlastní čísla a jednomu stavu tak nelze konzistentně přiřadit vlastní číslo T .

V nerelativistickém bezspinovém případě je časový vývoj určen Schrödingerovou rovnicí:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \hat{H} \psi(\mathbf{x}, t). \quad (5.12)$$

Pokud Hamiltonián \hat{H} nezávisí na čase a je reálný, bude platit, že je-li $\psi(\mathbf{x}, t)$ řešením Schrödingerovy rovnice, bude $\psi^*(\mathbf{x}, -t)$ také řešením. Skutečně, komplexně sdružená Schrödingerova rovnice je:

$$-i\hbar \frac{\partial \psi^*(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \hat{H} \psi^*(\mathbf{x}, t) \quad (5.13)$$

a po substituci $t \rightarrow -t$ dostáváme:

$$i\hbar \frac{\partial \psi^*(\mathbf{x}, -t)}{\partial(-t)} = \hat{H}^* \psi(\mathbf{x}, -t). \quad (5.14)$$

takže $\psi^*(\mathbf{x}, -t)$ řeší Schrödingerovu rovnici.

Definujeme-li operátor T jako $T\psi(\mathbf{x}, t) \equiv \psi^*(\mathbf{x}, -t)$, bude T skutečně antiunitární, neboť:

$$\langle T\psi(\mathbf{x}, t) | T\varphi(\mathbf{x}, t) \rangle = \langle (U(-t, t)\psi(\mathbf{x}, t))^* | (U(-t, t)\varphi(\mathbf{x}, t))^* \rangle = \quad (5.15)$$

$$= \langle U(-t, t)\psi(\mathbf{x}, t) | U(-t, t)\varphi(\mathbf{x}, t) \rangle^* = \langle \psi(\mathbf{x}, t) | \varphi(\mathbf{x}, t) \rangle^* \quad (5.16)$$

a T splňuje podmínku antiunitarity (1.3) ($U(-t, t)$ je operátor časového vývoje, který je unitární, to je jeden z výchozích principů kvantové mechaniky). Zároveň bude T splňovat podmínky (5.6), (5.7), což lze opět ukázat pomocí operátoru časového vývoje. T je tedy operátor časové inverze a uvažovaný systém je symetrický vůči T .

Pro obecný systém platí, že existuje-li antiunitární operátor splňující podmínky (5.6), (5.7) a splňující $T^\dagger H T = H$, je T operátor časové inverze a systém je symetrický vůči časové inverzi.

Narušení T symetrie

T je dobrou symetrií v silných a elektromagnetických interakcích, ale ve slabých interakcích je narušena. Narozdíl od P a C je toto narušení relativně malé, a proto je experimentálně velice náročné ho měřit. Zatím jediný experiment, který narušení T přímo naměřil, byl proveden v letech 1992-1995 v CERNu. Hlavní důkaz narušení T představuje narušení CP symetrie (kombinace symetrií C a P), která je s T spojena skrze CPT teorém (viz. kapitola (3)).

6 CP symetrie

Pád parity byl pro fyziky velká rána. Její platnost se, až do doby než bylo objeveno její narušení, pokládala za zřejmou a přirozenou. Platnost parity znamená, že definice levého a pravého je ve fyzice zcela libovolná a nelze tak např. najít žádný fyzikální experiment, který by rozlišil mezi levotočivou a pravotočivou kartézskou soustavou. Jelikož je ale parita narušena, můžeme zadefinovat pravé a levé pomocí nějakého experimentu narušujícího paritu.

K definici pravotočivé soustavy by šel např. použít experiment s rozpadem hyperonů Λ (viz. kapitola 2.5). Nastavíme-li osu x ve směru hybnosti dopadajících pionů a osu y tak, aby hybnost Λ ležela v rovině x, y , a tak, aby y -ová složka hybnosti Λ byla kladná (to lze docílit vhodnou rotací soustavy), potom pravotočivá soustava bude ta, ve které má hybnost protonu vzniklého při rozpadu Λ s větší pravděpodobností kladnou z -ovou složku než zápornou.

Tento experiment ovšem závisí na naší definici hmoty a antihmoty. Pokud je C dobrou symetrií, je definice hmoty a antihmoty zcela libovolná; mohli bychom např. definovat pozitron jako částici a elektron jako jeho antičástici. C symetrie se také narušuje, přesto však existuje v definici antičástic jistá libovůle. Experimenty, které v 50. letech objevily narušení P a C , ukázaly, že tato narušení jsou úzce spojena. Narušuje-li nějaký experiment paritu, potom i C sdružený experiment narušuje paritu a to přesně opačným způsobem; takže tento experiment je symetrický vůči kombinované CP symetrii. Definice pravého a levého je tedy spojena s definicí částic a antičástic. Definujeme-li pravotočivou soustavou pomocí rozpadů Λ , bude výsledek záviset na tom, jestli použijeme částice nebo antičástice; výsledek stejného experimentu provedého s antičásticemi by totiž byl takový, že pravotočivé soustavě odpovídá záporná z -ová složka hybnosti protonu. Stejně tak nelze definovat antičástice pomocí C narušujícího experimentu bez definice pravého a levého.

Pokud bychom navázali kontakt s mimozemskou civilizací žijící v jiné galaxii, mohli bychom jim sdělit naši definici pravotočivé soustavy pomocí rozpadů Λ . Pokud by ale byla jejich galaxie vytvořena z antihmoty, vyšel by jejich experiment přesně opačně než náš a bez znalosti jejich definice antičástic bychom jim nemohli sdělit naši definici pravého a levého.

Z těchto důvodů se CP symetrie zdála být dobrou náhradou za P symetrii. Platí-li CP symetrie, potom je vesmír stále symetrický vůči zrcadlovému obrazu, zrcadlení však obsahuje nejen výměnu pravého za levé, ale také částice za antičástice. Až do roku 1963 skutečně všechny experimenty potvrzovaly platnost CP symetrie. Např. při slabém rozpadu:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu \quad (6.1)$$

vznikají pouze levotočivé miony, takže tento proces narušuje paritu, neboť P sdružený proces se v přírodě vůbec neodehrává (při něm by musely vznikat pravotočivé miony). Stejně tak tento proces narušuje C , jelikož při C sdruženém rozpadu:

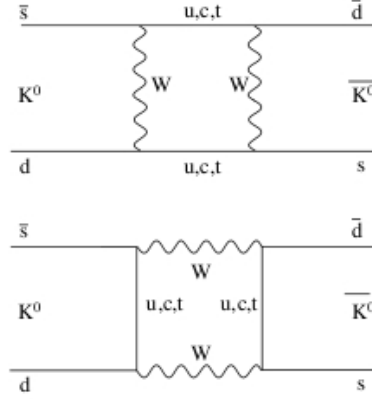
$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu} \quad (6.2)$$

vznikají pouze pravotočivé miony, ale při C transformaci se helicity nemění. CP symetrie je však v tomto procesu zachována, neboť CP obraz rozpadu π^+ s levotočivými miony je rozpad π^- s pravotočivými miony a tyto rozpady se v přírodě odehrávají s přesně stejnou pravděpodobností. Ani CP symetrie však není univerzálně platná symetrie; v roce 1963 bylo objeveno její narušení v rozpadech neutrálních kaonů. Narušení existuje opět jen ve slabých interakcích; silná a elektromagnetická interakce CP zachovávají, neboť jsou symetrické vůči C a P symetriím samostatně. Narozdíl od P a C je narušení CP velice malé⁴. Jediné částice, u kterých bylo narušení CP naměřeno, jsou neutrální mezony s nenulovým flavour číslem; proto se v dalším budeme věnovat převážně těmto částicím.

6.1 Neutrální mezony s flavour

Neutrální mezony, které obsahují s , c nebo b kvark (dále je budeme značit M^0), nemůžou být svými antičásticemi, neboť jejich antičástice musí mít opačnou hodnotu flavour čísla; ve všech

⁴V speciálních případech může být narušení CP relativně velké, viz. kapitola (7.5.1).

Obrázek 1: Hlavní diagramy přispívající k procesu $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$.

ostatních ohledech jsou však stejné jako jejich antičástice. Tyto mezony se rozpadají slabou interakcí, která nezachovává flavour, M^0 a \bar{M}^0 tak můžou sdílet společné rozpadové módy: $M^0 \rightarrow f$ $\bar{M}^0 \rightarrow f$ a může tedy docházet k přechodům $M^0 \rightarrow \bar{M}^0$ skrze virtuální procesy: $M^0 \rightarrow f \rightarrow \bar{M}^0$. Na obrázku (6.1) jsou hlavní diagramy přispívající k přeměnám $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$. Existují čtyři rodiny těchto mezonů: neutrální kaony (K^0), neutrální D mesony a neutrální B_d a B_s mezony. V každé rodině existuje více částic, my se zaměříme na ty s nejmenší hmotností, ostatní se do nich rychle rozpadají silnou interakcí. Ve všech čtyřech rodinách jsou částice (i jejich antičástice) s nejmenší hmotností pseudoskalární částice, takže operátor P na ně působí:

$$P|M^0\rangle = -|M^0\rangle \quad P|\bar{M}^0\rangle = -|\bar{M}^0\rangle. \quad (6.3)$$

(fáze v případě P volíme tak aby vlastní čísla P byly reálné). Operátor C mění M^0 na \bar{M}^0 a naopak:

$$C|M^0\rangle = \eta_c|\bar{M}^0\rangle \quad C|\bar{M}^0\rangle = \eta_c^*|M^0\rangle. \quad (6.4)$$

Pro operátor CP tedy platí:

$$CP|M^0\rangle = \eta_{cp}|\bar{M}^0\rangle = -\eta_c|\bar{M}^0\rangle \quad CP|\bar{M}^0\rangle = \eta_{cp}^*|M^0\rangle = -\eta_c^*|M^0\rangle \quad (\eta_{cp} = e^{i\xi_{cp}}). \quad (6.5)$$

Vzhledem k tomu, že M^0 a \bar{M}^0 mají spin 0, platí pro T (viz. [10]):

$$T|M^0\rangle = \eta_T|M^0\rangle \quad (6.6)$$

$$T|\bar{M}^0\rangle = T\eta_c^*C|M^0\rangle = \eta_c^*CT|M^0\rangle = \eta_c^*\eta_T C|M^0\rangle = \eta_c^2\eta_T|\bar{M}^0\rangle. \quad (6.7)$$

Pro CPT:

$$CPT|M^0\rangle = \eta_{CPT}|\bar{M}^0\rangle \quad CPT|\bar{M}^0\rangle = \eta_{CPT}|M^0\rangle. \quad (6.8)$$

$|M^0\rangle$ a $|\bar{M}^0\rangle$ nejsou vlastní stavy CP , ale jejich vhodné kombinace jsou:

$$|M_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\xi_{cp}/2}|M^0\rangle \pm e^{i\xi_{cp}/2}|\bar{M}^0\rangle) \quad (6.9)$$

$$CP|M_{\pm}\rangle = \pm|M_{\pm}\rangle. \quad (6.10)$$

Vhodnou volbou relativní fáze $|M^0\rangle$ a $|\bar{M}^0\rangle$ lze tyto vztahy zjednodušit, zvolíme-li tuto fázi tak, aby $\xi_{cp} = 0$, potom platí:

$$CP|M^0\rangle = |\bar{M}^0\rangle \quad CP|\bar{M}^0\rangle = |M^0\rangle \quad (6.11)$$

$$|M_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|M^0\rangle \pm |\bar{M}^0\rangle). \quad (6.12)$$

Fyzikální stavy jsou vlastní stavy hamiltoniánu a jsou to stavy, které mají dobře definovanou dobu života. Máme-li v čase t_0 fyzikální stav $|f\rangle$, potom pravděpodobnost, že v čase t bude stále ve stavu $|f\rangle$, je:

$$P(|f(t)\rangle = |f(t_0)\rangle) = e^{-\Gamma t}. \quad (6.13)$$

Vzhledem k tomu, že flavour operátor nekomutuje s Hamiltoniánem⁵, nelze flavour číslo použít ke klasifikování fyzikálních stavů a vlastní stavy flavour M^0 a \bar{M}^0 nejsou fyzikální stavy. Jejich časový vývoj není exponenciální neboť dochází k oscilacím: $M^0 \leftrightarrow \bar{M}^0$. Je-li CP symetrií, potom Hamiltonián musí komutovat s CP operátorem a lze očekávat, že vlastní stavy CP M_{\pm} jsou fyzikální stavy.

6.2 Efektivní Hamiltonián

Chceme-li popsat časový vývoj systému $M^0 \leftrightarrow \bar{M}^0$, musíme do něj zahrnout i všechny stavy, na které se tyto částice rozpadají, a všechny tyto stavy se tedy objeví ve vlnové funkci popisující tento systém:

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|M^0\rangle + b(t)|\bar{M}^0\rangle + c(t)|\pi\pi\rangle + d(t)|e^-\bar{\eta}_e\pi^+\rangle + \dots \quad (6.14)$$

Funkce $|\psi\rangle$ je řešením Schrödingerovy rovnice:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle = H|\psi\rangle. \quad (6.15)$$

V současné době není možné tento problém přesně řešit, neboť silná interakce mezi hadrony není přesně matematicky popsána (to je spojeno s uzavřením kvarků do hadronů). Situace se výrazně zjednoduší při takzvaném Wiskopf-Wignerově přístupu. V něm přidáváme několik podmínek:

- Uvažujeme pouze počáteční stavy, které jsou lineární kombinací M^0 a \bar{M}^0 :

$$|\psi(t_0)\rangle = a(0)|M^0\rangle + b(0)|\bar{M}^0\rangle.$$

- Zajímáme se pouze o časový vývoj těchto komponent - tedy o koeficienty $a(t)$ a $b(t)$.
- Zajímáme se pouze o časy, které jsou výrazně větší než jsou časy typické pro silné interakce.

⁵Plný Hamiltonián totiž obsahuje i slabé interakce a ty mění flavour.

Za těchto podmínek lze k řešení problému použít poruchovou teorii, kde slabou interakci uvažujeme jako malou poruchu silné interakce. Vývoj stavů určuje efektivní Hamiltonián \mathcal{H} :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \mathcal{H} |\psi\rangle. \quad (6.16)$$

Zapišeme-li stav $|\psi\rangle = a(t)M^0 + b(t)\bar{M}^0$ jako

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

bude \mathcal{H} komplexní matice 2x2. Norma ψ se nemůže zachovávat, neboť do vývoje nezapočítáváme rozpady:

$$\frac{d}{dt} \langle \psi | \psi \rangle < 0. \quad (6.18)$$

Z toho plyne, že \mathcal{H} nemůže být Hermitovský:

$$\frac{d}{dt} \langle \psi | \psi \rangle = \langle \frac{d}{dt} \psi | \psi \rangle + \langle \psi | \frac{d}{dt} \psi \rangle = \langle \frac{1}{i\hbar} \mathcal{H} \psi | \psi \rangle + \langle \psi | \frac{1}{i\hbar} \mathcal{H} \psi \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle \psi | \mathcal{H}^\dagger - \mathcal{H} | \psi \rangle. \quad (6.19)$$

Kdyby \mathcal{H} byl Hermitovský, tento výraz by byl identicky roven 0 a norma by se zachovávala. \mathcal{H} lze rozdělit na součet Hermitovské a anti-Hermitovské části:

$$\mathcal{H} = M - \frac{i}{2} \Gamma, \quad (6.20)$$

kde M (hmotnostní matice) a Γ (rozpadová matice) jsou Hermitovské matice definované:

$$M = \frac{1}{2} (\mathcal{H} + \mathcal{H}^\dagger) \quad \Gamma = i(\mathcal{H} - \mathcal{H}^\dagger).$$

Matice \mathcal{H} je tvaru:

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} M_{11} - i\Gamma_{11}/2 & M_{12} - i\Gamma_{12}/2 \\ M_{21} - i\Gamma_{21}/2 & M_{22} - i\Gamma_{22}/2 \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

Z (6.19) plyne, že matice Γ musí být pozitivně definitní :

$$0 > \frac{d}{dt} \langle \psi | \psi \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle \psi | \mathcal{H}^\dagger - \mathcal{H} | \psi \rangle = -\frac{1}{\hbar} \langle \psi | \Gamma | \psi \rangle. \quad (6.22)$$

Fyzikální stavy jsou vlastní stavy \mathcal{H} :

$$\mathcal{H} |M_{a,b}\rangle = \lambda_{a,b} |M_{a,b}\rangle \quad \lambda_{a,b} = m_{a,b} - i\Gamma_{a,b}/2, \quad (6.23)$$

a časový vývoj těchto stavů je tedy:

$$|M_{a,b}(t)\rangle = e^{-im_{a,b}t} e^{-\Gamma_{a,b}/2} |M_{a,b}\rangle \quad (6.24)$$

Fyzikální stavy jsou obecně lineární kombinací M^0 a \bar{M}^0 :

$$M_a = p_a M^0 + q_a \bar{M}^0 \quad M_b = p_b M^0 - q_b \bar{M}^0, \quad (6.25)$$

aby byly normalizované, musí platit:

$$|p_a|^2 + |q_a|^2 = |p_b|^2 + |q_b|^2 = 1. \quad (6.26)$$

Platí:

$$\begin{pmatrix} \lambda_a p_a \\ \lambda_a q_a \end{pmatrix} = \mathcal{H} \begin{pmatrix} p_a \\ q_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_{11} p_a + \mathcal{H}_{12} q_a \\ \mathcal{H}_{21} p_a + \mathcal{H}_{22} q_a \end{pmatrix}, \quad (6.27)$$

takže pro λ_a platí:

$$\lambda_a = \mathcal{H}_{11} + \frac{q_a}{p_a} \mathcal{H}_{12} = \mathcal{H}_{21} \frac{p_a}{q_a} + \mathcal{H}_{22} \quad (6.28)$$

a obdobně pro λ_b :

$$\lambda_b = \mathcal{H}_{11} - \frac{q_b}{p_b} \mathcal{H}_{12} = \mathcal{H}_{22} - \mathcal{H}_{21} \frac{p_b}{q_b}. \quad (6.29)$$

Matice \mathcal{H} zapsaná v bázi $\left\{ \begin{pmatrix} p_a \\ q_a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} p_b \\ -q_b \end{pmatrix} \right\}$ vypadá:

$$\begin{pmatrix} \lambda_a & 0 \\ 0 & \lambda_b \end{pmatrix}. \quad (6.30)$$

Stopa matice je ve všech bázích stejná, takže musí platit:

$$\mathcal{H}_{11} + \mathcal{H}_{22} = \lambda_a + \lambda_b. \quad (6.31)$$

Sečteme-li vhodně rovnice (6.28) a (6.29):

$$\lambda_a + \lambda_b = \mathcal{H}_{11} + \mathcal{H}_{22} + \frac{q_a}{p_a} \mathcal{H}_{12} - \frac{p_b}{q_b} \mathcal{H}_{21} = \mathcal{H}_{11} + \mathcal{H}_{22} + \frac{p_a}{q_a} \mathcal{H}_{21} - \frac{q_b}{p_b} \mathcal{H}_{12}, \quad (6.32)$$

vidíme, že musí platit:

$$\frac{q_a}{p_a} \mathcal{H}_{12} = \frac{p_b}{q_b} \mathcal{H}_{21} \quad \frac{p_a}{q_a} \mathcal{H}_{21} = \frac{q_b}{p_b} \mathcal{H}_{12}, \quad (6.33)$$

což lze kompaktně zapsat jako:

$$\frac{q_a q_b}{p_a p_b} = \frac{\mathcal{H}_{21}}{\mathcal{H}_{12}}. \quad (6.34)$$

Definujeme:

$$\Delta\lambda \equiv \lambda_b - \lambda_a \quad \Delta m \equiv m_b - m_a \quad \Delta\Gamma \equiv \Gamma_b - \Gamma_a. \quad (6.35)$$

M^0 a \bar{M}^0 vyjádříme pomocí fyzikálních stavů:

$$|M^0\rangle = \frac{1}{q_a p_b + q_b p_a} (q_b |M_a\rangle + q_a |M_b\rangle) \quad (6.36)$$

$$|\bar{M}^0\rangle = \frac{1}{q_a p_b + q_b p_a} (p_b |M_a\rangle - p_a |M_b\rangle) \quad (6.37)$$

Zatímco M^0 a \bar{M}^0 i M_\pm jsou na sebe kolmé, fyzikální stavy kolmé být nemusí (neboť \mathcal{H} není Hermitovský):

$$\zeta \equiv \langle M_a | M_b \rangle = p_a^* p_b - q_a^* q_b. \quad (6.38)$$

6.2.1 Podmínky plynoucí ze symetrií

Předpokládáme-li platnost některé z disktrétních symetrií, musí efektivní Hamiltonián splňovat určité podmínky. Ty lze odvodit pomocí vztahů (6.5)-(6.8) a přesného vyjádření elementů efektivního Hamiltoniánu plynoucího z poruchové teorie (viz. např. [1]).

CPT symetrie

CPT symetrie vyžaduje aby $M_{11} = M_{22}$ a $\Gamma_{11} = \Gamma_{22}$, tedy aby $\mathcal{H}_{11} = \mathcal{H}_{22}$. To odpovídá rovnosti hmotností a dob života M^0 a \bar{M}^0 , což je skutečně podmínka platnosti *CPT* symetrie. Zavedeme bezrozměrný parametr charakterizující narušení *CPT* symetrie:

$$\delta_{CPT} \equiv \frac{\mathcal{H}_{22} - \mathcal{H}_{11}}{\Delta\lambda}. \quad (6.39)$$

Tento výraz upravíme pomocí vztahů (6.28) a (6.29). Pro \mathcal{H}_{11} a \mathcal{H}_{22} z těchto rovnic dostáváme:

$$\mathcal{H}_{11} = \lambda_a - \frac{q_a}{p_a} \mathcal{H}_{12} \quad \mathcal{H}_{22} = \lambda_b + \frac{p_b}{q_b} \mathcal{H}_{21}, \quad (6.40)$$

takže:

$$\mathcal{H}_{22} - \mathcal{H}_{11} = \Delta\lambda + \frac{p_b}{q_b} \mathcal{H}_{21} + \frac{q_a}{p_a} \mathcal{H}_{12}, \quad (6.41)$$

dosadíme do (6.39) a využijeme (6.33):

$$\delta_{CPT} = 1 + \frac{2\frac{p_b}{q_b} \mathcal{H}_{21}}{\Delta\lambda}. \quad (6.42)$$

$\Delta\lambda$ vyjádříme z (6.28) a (6.29):

$$\Delta\lambda = -\frac{q_b}{p_b} \mathcal{H}_{12} - \frac{q_a}{p_a} \mathcal{H}_{12}, \quad (6.43)$$

takže:

$$\delta_{CPT} = 1 + \frac{2\frac{p_b}{q_b} \mathcal{H}_{21}}{-\frac{q_b}{p_b} \mathcal{H}_{12} - \frac{q_a}{p_a} \mathcal{H}_{12}} = 1 + \frac{2\frac{p_b}{q_b}}{-\frac{q_b}{p_b} - \frac{q_a}{p_a}}, \quad (6.44)$$

sečteme a dostáváme konečný vztah:

$$\delta_{CPT} = \frac{p_a/q_a - p_b/q_b}{q_b/p_b + q_a/p_a}. \quad (6.45)$$

Podmínka platnosti *CPT* symetrie je tedy ekvivalentní podmínce:

$$\frac{p_a}{q_a} = \frac{p_b}{q_b} = \frac{p}{q}. \quad (6.46)$$

Platí-li *CPT* symetrie, potom z této podmínky a z toho, že M_a a M_b musí být normalizované plyne, že $|p_a| = |p_b|$ a $|q_a| = |q_b|$. Navíc z této podmínky plyne, že relativní fáze p_a a q_a je stejná jako relativní fáze p_b a q_b , takže vhodnou volbou fáze M_a a M_b lze docílit rovnosti:

$$p_a = p_b = p \quad q_a = q_b = q. \quad (6.47)$$

CPT symetrie tedy vyžaduje, aby se fyzikální stavy skládaly symetricky z M^0 a \bar{M}^0 :

$$M_a = p|M^0\rangle + q|\bar{M}^0\rangle \quad M_b = p|M^0\rangle - q|\bar{M}^0\rangle. \quad (6.48)$$

T symetrie

Aby platila T symetrie, musí být:

$$M_{21} = e^{2i\xi_{CP}} M_{12} \quad \Gamma_{21} = e^{2i\xi_{CP}} \Gamma_{12}, \quad (6.49)$$

a tedy $\mathcal{H}_{21} = e^{2i\xi_{CP}} \mathcal{H}_{12}$. Fáze ξ_{CP} není fyzikální, lepší formulace této podmínky je $|\mathcal{H}_{21}| = |\mathcal{H}_{12}|$. Jako parametr popisující narušení T symetrie zavádíme:

$$\delta_T \equiv \frac{|\mathcal{H}_{21}| - |\mathcal{H}_{12}|}{|\mathcal{H}_{21}| + |\mathcal{H}_{12}|}. \quad (6.50)$$

Vyjádříme-li \mathcal{H}_{21} ze vztahu (6.34) dostaneme:

$$\delta_T = \frac{1 - \left| \frac{q_a q_b}{p_a p_b} \right|}{1 + \left| \frac{q_a q_b}{p_a p_b} \right|} = \frac{\left| \frac{p_a}{q_a} \right| - \left| \frac{q_b}{p_b} \right|}{\left| \frac{p_a}{q_a} \right| + \left| \frac{q_b}{p_b} \right|}. \quad (6.51)$$

 CP symetrie

Podmínky, které klade CP symetrie na \mathcal{H} , jsou stejné jako podmínky plynoucí z T a CPT dohromady:

$$M_{11} = M_{22} \quad \Gamma_{11} = \Gamma_{22} \quad (6.52)$$

$$M_{21} = e^{2i\xi_{CP}} M_{12} \quad \Gamma_{21} = e^{2i\xi_{CP}} \Gamma_{12}. \quad (6.53)$$

Parametry δ_{CPT} a δ_T tedy charakterizují také narušení CP symetrie; platí-li CP symetrie, musí být oba nulové a pro parametry p_a, q_a, p_b, q_b musí platit:

$$\frac{p_b}{q_b} = \frac{p_a}{q_a} = \frac{p}{q} \quad \left| \frac{p_b}{q_b} \right| = \left| \frac{q_a}{q_b} \right|, \quad (6.54)$$

takže:

$$\left| \frac{p}{q} \right| = \left| \frac{p_a}{q_a} \right| = \left| \frac{q_b}{p_b} \right| = \left| \frac{q}{p} \right| \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{p}{q} \right| = 1. \quad (6.55)$$

To znamená, že p je až na fázi rovno q a neboť platí $|p|^2 + |q|^2 = 1$, musí být $p = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi_1}$, $q = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi_2}$. Fyzikální stavy jsou tedy v případě platnosti CP :

$$M_a = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\varphi_1} M^0 + e^{i\varphi_2} \bar{M}^0) \quad M_b = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\varphi_1} M^0 - e^{i\varphi_2} \bar{M}^0). \quad (6.56)$$

Relativní fáze M^0 a \bar{M}^0 je libovolná, neboť přechody $M^0 \leftrightarrow \bar{M}^0$ může vyvolat jen slabá interakce, ta ale narušuje C (viz. [10]). Zvolíme-li vhodně tuto relativní fázi, bude:

$$M_a = M_+ \quad M_b = M_-. \quad (6.57)$$

V případě, že platí CP symetrie jsou tedy (při vhodné volbě fázi) fyzikální stavy vlastními stavy CP , jak jsme předpokládali na začátku této kapitoly.

7 Narušení CP symetrie

Obecný tvar hustoty Lagrangiánu je:

$$\mathcal{L} = \sum_i a_i O_i + \sum_i a_i^* O_i^\dagger, \quad (7.1)$$

kde pro operátory O_i platí: $(CP)^\dagger O_i (CP) = O_i^\dagger$. Lagrangián je tedy vůči CP invariantní, pokud jsou koeficienty a_i reálné. Volba fází je ale do jisté míry libovolná; CP symetrie platí, pokud existuje taková volba fází, že jsou všechny koeficienty reálné. Naopak pokud pro libovolnou volbu fází jsou nějaké koeficienty komplexní, je CP narušena.

Tyto komplexní koeficienty se projevují jako fáze v amplitudách, které jsou opačné pro CP sdružené procesy. Vzhledem k tomu, že se CP narušuje jen ve slabých interakcích, se jim často říká *slabé fáze*. Měření těchto fází je však náročné, neboť všechny pozorovatelné veličiny jsou reálné. Měřit lze pouze kvadrát absolutní hodnoty amplitudy, takže absolutní fáze amplitudy není měřitelná. Fáze se projeví, až pokud budou interferovat dvě amplitudy, přičemž měřitelný bude vždy jen jejich fázový rozdíl:

$$A = |A_1| e^{i\varphi_1} + |A_2| e^{i\varphi_2} \quad (7.2)$$

$$|A|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2| \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (7.3)$$

Ani v tomto případě však nelze fáze měřit, neboť k naměření členu s $\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ by bylo potřeba znát hodnoty $|A_1|$ a $|A_2|$ s velkou přesností, což většinou není možné. Pokud bychom zkoumali CP sdružený proces, budou fáze opačné, ale cosinus je sudá funkce, takže se amplituda nezmění a ani to neumožňuje fáze měřit.

K naměření slabých fází je potřeba, aby amplituda obsahovala ještě další fáze. Ty se můžou v amplitudách vyskytnout, i pokud je CP dobrou symetrií, vznikají, pokud dochází k interakci mezi konečnými stavy. Tyto interakce typicky probíhají silnými silami, proto se těmto fázím říká *silné fáze*. Narozdíl od slabých fází jsou silné fáze stejné pro CP sdružené procesy:

$$A(i \rightarrow f) = |A_1| e^{i\varphi_1} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{i\varphi_2} e^{i\delta_2} \quad (7.4)$$

$$A(\bar{i} \rightarrow \bar{f}) = |A_1| e^{-i\varphi_1} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{-i\varphi_2} e^{i\delta_2}. \quad (7.5)$$

Pro rozdíl kvadrátů amplitud platí:

$$\begin{aligned} |A(\bar{i} \rightarrow \bar{f})|^2 - |A(i \rightarrow f)|^2 &= \\ &= |A_1||A_2| e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} e^{i(\delta_1 - \delta_2)} + |A_1||A_2| e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} e^{-i(\delta_1 - \delta_2)} - \\ &- |A_1||A_2| e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} e^{i(\delta_1 - \delta_2)} - |A_1||A_2| e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} e^{-i(\delta_1 - \delta_2)} = \\ &= |A_1||A_2| e^{-i(\delta_1 - \delta_2)} (2i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)) - |A_1||A_2| e^{i(\delta_1 - \delta_2)} (2i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)) = \\ &= 4|A_1||A_2| \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \sin(\delta_1 - \delta_2). \end{aligned} \quad (7.6)$$

Platí-li CP symetrie, musí pro přechodové amplitudy platit:

$$CP|f\rangle = \eta_{CP}|\bar{f}\rangle \quad CP|i\rangle = \eta_{CP}|\bar{i}\rangle$$

$$A(i \rightarrow f) = \langle f | \mathcal{T} | i \rangle = \langle f | (CP)^\dagger \mathcal{T} (CP) | i \rangle = \eta_{CP}(f) \eta_{CP}(g) \langle \bar{f} | \mathcal{T} | \bar{i} \rangle = \eta_{CP}(f) \eta_{CP}(g) A(\bar{i} \rightarrow \bar{f}) \quad (7.7)$$

a kvadráty amplitud tedy musí být pro CP sdružené procesy stejné, takže předchozí výraz indikuje narušení CP a lze ho použít k testování její platnosti. Je vidět, že aby to bylo možné, musí být slabé i silné fáze různé.

7.1 Narušení CP v procesech s neutrálními mezony

Narušení CP v procesech s neutrálními mezony lze rozdělit na dva druhy podle toho v jakých amplitudách se objevují komplexní fáze:

1. **Nepřímé narušení CP :** k tomu dochází, pokud se komplexní fáze nutně objevují v amplitudách pro $M^0 \rightarrow \bar{M}^0$ mísení.
2. **Přímé narušení CP :** o něm mluvíme, pokud se fáze objevují v amplitudách pro rozpady $M^0, \bar{M}^0 \rightarrow f$.

Další způsob dělení narušení CP je podle toho, kde se projevuje:

1. **Narušení CP v mísení**⁶: to je případ, kdy $|p| \neq |q|$ a fyzikální stavy nejsou symetrickou kombinací M^0 a \bar{M}^0 . To je způsobeno tím, že virtuální proces $M^0 \rightarrow \bar{M}^0$ má jinou pravděpodobnost než proces $\bar{M}^0 \rightarrow M^0$. Toto narušení je zřejmě nepřímého typu.
2. **Narušení CP v rozpadu:** to je případ, kdy rozpadové amplitudy pro CP sdružené procesy nesplňují rovnost (7.7), tedy když:

$$|A(i \rightarrow f)| \neq |A(\bar{i} \rightarrow \bar{f})|. \quad (7.8)$$

Toto narušení je přímého typu.

Oba tyto případy vyžadují existenci dvou interferujících komplexních amplitud a přítomnost silných fází (jak jsme ukázali v minulé kapitole). V případě rozpadu do stavu f , který je vlastním stavem CP , do kterého se můžou rozpadat M^0 i \bar{M}^0 , existuje ještě třetí možnost narušení CP . Ta se může projevovat, i pokud nedochází k narušení CP ani v mísení ani v rozpadu, to je když platí:

$$|A(M^0 \rightarrow \bar{M}^0)| = |A(\bar{M}^0 \rightarrow M^0)| \quad \text{a} \quad |A(M^0 \rightarrow f)| = |A(\bar{M}^0 \rightarrow f)|. \quad (7.9)$$

K rozpadu $M^0 \rightarrow f$ může dojít buď přímo rozpadem M^0 anebo tak, že se M^0 změní na \bar{M}^0 a \bar{M}^0 se rozpadne na f . Celková amplituda pro tento rozpad tedy bude:

$$A = A(M^0 \rightarrow f) + A(M^0 \rightarrow \bar{M}^0)A(\bar{M}^0 \rightarrow f). \quad (7.10)$$

Podobně pro CP sdružený proces:

$$\bar{A} = A(\bar{M}^0 \rightarrow f) + A(\bar{M}^0 \rightarrow M^0)A(M^0 \rightarrow f). \quad (7.11)$$

⁶Mísení je z anglického slova mixing.

Absolutní fáze $A(M^0 \rightarrow f)$ (ozn. θ_f) a absolutní fáze $A(M^0 \rightarrow \bar{M}^0)$ (θ_m) budou mít nyní fyzikální význam, neboť spolu budou interferovat. Označíme ještě:

$$A(\bar{M}^0 \rightarrow f) = \bar{\theta}_f \quad \text{a} \quad A(\bar{M}^0 \rightarrow M^0) = \bar{\theta}_m. \quad (7.12)$$

Vzhledem k (7.9), platí:

$$|A|^2 - |\bar{A}|^2 \sim \cos(\theta_f - \bar{\theta}_f - \theta_m) - \cos(\bar{\theta}_f - \bar{\theta}_m - \theta_f). \quad (7.13)$$

Neplatí-li CP symetrie, můžeme vhodnou volbou fází zajistit rovnost $\theta_m = \bar{\theta}_m$ nebo $\theta_f = \bar{\theta}_f$, ale ne obou najednou (viz. [10]). Z toho je vidět, že tento výraz bude obecně různý od nuly (neboť argument prvního cosinu není roven mínus argumentu druhého cosinu) a CP symetrie tedy bude narušena. Mluvíme o CP narušení v **interferenci mísení a rozpadu**. Vidíme, že v tomto případě není třeba silných fází, zdrojem interference je fázový rozdíl amplitud pro mísení a pro rozpad. Toto narušení nelze klasifikovat jako přímé nebo nepřímé.

Pokud se zabýváme rozpadem do stavu f , do kterého se může rozpadat M^0 i \bar{M}^0 je užitečné zavést parametr:

$$\lambda_f = \frac{q \bar{A}_f}{p A_f}, \quad (7.14)$$

kde $\bar{A}_f = A(\bar{M}^0 \rightarrow f)$ a $A_f = A(M^0 \rightarrow \bar{M}^0)$. λ_f je invariantní vůči volbě relativní fáze M^0 a \bar{M}^0 a jeho fáze je tedy fyzikální, to je vidět zapíšeme-li λ_f jako:

$$\lambda_f = \frac{\langle \bar{M}^0 | M_a \rangle \langle f | \mathcal{T} | \bar{M}^0 \rangle}{\langle M^0 | M_a \rangle \langle f | \mathcal{T} | M^0 \rangle}. \quad (7.15)$$

Platí-li CP symetrie, musí pro amplitudy platit (7.7), z čehož plyne:

$$A_f = \eta_{CP} \eta_{CP}^*(f) \bar{A}_{\bar{f}} \quad \bar{A}_f = \eta_{CP}^* \eta_{CP}^*(f) A_{\bar{f}}. \quad (7.16)$$

Dále z platnosti CP plyne, že M_a lze zvolit vlastní hodnotou CP s vl. číslem $+1$, takže pro q a p platí:

$$q = \langle \bar{M}^0 | M_a \rangle = \langle \eta_{CP}^* C P M^0 | M_a \rangle = \eta_{cp} \langle M^0 | C P^\dagger | M_a \rangle = \eta_{cp} \langle M^0 | M_a \rangle = \eta_{CP} p. \quad (7.17)$$

Pro $\frac{1}{\lambda_f}$ z těchto vztahů plyne:

$$\frac{1}{\lambda_f} = \frac{p A_{\bar{f}}}{q \bar{A}_f} = \frac{1}{\eta_{CP}} \frac{\eta_{CP} \bar{A}_f}{\eta_{CP}^* \bar{A}_f} = \eta_{CP} \frac{\bar{A}_f}{A_f} = \frac{q \bar{A}_f}{p A_f} = \lambda_f. \quad (7.18)$$

Podmínka, kterou tedy CP symetrie na λ_f klade, je:

$$\frac{1}{\lambda_f} = \lambda_f. \quad (7.19)$$

V případě, že nedochází k narušení CP v mísení ani v rozpadu, bude $|p| = |q|$ a $|\bar{A}_{\bar{f}}| = |A_f|$, takže pro λ_f bude platit:

$$|\lambda_f| = \frac{1}{|\lambda_{\bar{f}}|}. \quad (7.20)$$

Víme, že v takovém případě může docházet k narušení CP v interferenci mísení a rozpadu, tento případ bude zřejmě charakterizován⁷:

$$\arg(\lambda_f) + \arg(\lambda_{\bar{f}}) \neq 0. \quad (7.21)$$

Je-li f vlastní stav CP , redukuje se tato podmínka na:

$$\text{Im}(\lambda_f) \neq 0 \quad (7.22)$$

a k narušení CP v mísení nebo v rozpadu bude v takovém případě docházet pokud:

$$|\lambda_f| \neq 1. \quad (7.23)$$

7.2 Časový vývoj M^0 a \bar{M}^0

V systému neutrálních mesonů dochází k tzv. *flavour oscilacím*; v systému, který v čase $t = 0$ obsahuje pouze M^0 , se budou objevovat i \bar{M}^0 . Tyto oscilace se dají popsat pomocí rozkladu M^0 a \bar{M}^0 do fyzikálních stavů. Označíme $|M^0(t)\rangle$ stav, který je $|M^0\rangle$ v čase $t = 0$ a podobně $|\bar{M}^0(t)\rangle$ stav, který je $|\bar{M}^0\rangle$ v čase $t = 0$. Za předpokladu platnosti CPT symetrie (a při vhodné volbě fází) platí:

$$M_a = p|M^0\rangle + q|\bar{M}^0\rangle \quad (7.24)$$

$$M_b = p|M^0\rangle - q|\bar{M}^0\rangle, \quad (7.25)$$

z čehož můžeme vyjádřit M^0 a \bar{M}^0 :

$$|M^0(t=0)\rangle = \frac{1}{2p}(|M_a\rangle + |M_b\rangle) \quad (7.26)$$

$$|\bar{M}^0(t=0)\rangle = \frac{1}{2q}(|M_a\rangle - |M_b\rangle), \quad (7.27)$$

takže:

$$|M^0(t)\rangle = \frac{1}{2p}(|M_a(t)\rangle + |M_b(t)\rangle) \quad (7.28)$$

$$|\bar{M}^0(t)\rangle = \frac{1}{2q}(|M_a(t)\rangle - |M_b(t)\rangle). \quad (7.29)$$

Časový vývoj fyzikálních stavů je exponenciální (rovnice (6.24)):

$$|M^0(t)\rangle = \frac{1}{2p}(e^{-im_a t} e^{-\Gamma_a/2t}|M_a\rangle + e^{-im_b t} e^{-\Gamma_b/2t}|M_b\rangle) \quad (7.30)$$

$$|\bar{M}^0(t)\rangle = \frac{1}{2q}(e^{-im_a t} e^{-\Gamma_a/2t}|M_a\rangle - e^{-im_b t} e^{-\Gamma_b/2t}|M_b\rangle). \quad (7.31)$$

M_a a M_b vyjádříme zpět pomocí M^0 a \bar{M}^0 :

$$|M^0(t)\rangle = \frac{1}{2}(e^{-im_a t} e^{-\Gamma_a/2t} + e^{-im_b t} e^{-\Gamma_b/2t})|M^0\rangle + \frac{q}{p} \frac{1}{2}(e^{-im_a t} e^{-\Gamma_a/2t} - e^{-im_b t} e^{-\Gamma_b/2t})|\bar{M}^0\rangle$$

$$|\bar{M}^0(t)\rangle = \frac{1}{2}(e^{-im_a t} e^{-\Gamma_a/2t} + e^{-im_b t} e^{-\Gamma_b/2t})|\bar{M}^0\rangle + \frac{p}{q} \frac{1}{2}(e^{-im_a t} e^{-\Gamma_a/2t} - e^{-im_b t} e^{-\Gamma_b/2t})|M^0\rangle.$$

⁷Tento vztah může sloužit jako definice narušení CP v interferenci mísení a rozpadu.

Označíme ještě:

$$f_{\pm}(t) = \frac{1}{2} e^{-im_a t} e^{-\Gamma_a/2} (1 \pm e^{-i\Delta m t} e^{-\Delta\Gamma t}), \quad (7.32)$$

takže můžeme předchozí vztahy zapsat jako:

$$|M^0(t)\rangle = f_+(t)|M^0\rangle + \frac{q}{p} |\bar{M}^0\rangle \quad (7.33)$$

$$|\bar{M}^0(t)\rangle = \frac{p}{q} f_-(t)|M^0\rangle + f_+|M^0\rangle. \quad (7.34)$$

Pravděpodobnost, že stav, který byl M^0 v čase $t = 0$, bude M^0 i v čase t , je:

$$P(M^0 \rightarrow M^0)(t) = |f_+(t)|^2 \quad (7.35)$$

a stejně pro \bar{M}^0 :

$$P(\bar{M}^0 \rightarrow \bar{M}^0)(t) = |f_+(t)|^2. \quad (7.36)$$

Rovnost těchto pravděpodobností je zaručena CPT symetrií a nezávisí tedy na CP symetrii. Pravděpodobnost, že stav, který byl M^0 v čase $t = 0$ bude v čase t \bar{M}^0 , je:

$$P(M^0 \rightarrow \bar{M}^0)(t) = \left| \frac{p}{q} \right|^2 |f_-|^2, \quad (7.37)$$

zatímco pravděpodobnost, že stav, který byl \bar{M}^0 v čase $t = 0$ bude v čase t M^0 , je:

$$P(\bar{M}^0 \rightarrow M^0)(t) = \left| \frac{q}{p} \right|^2 |f_-|^2. \quad (7.38)$$

Je-li $|q| \neq |p|$, budou tyto pravděpodobnosti různé, což je narušení CP symetrie, neboť $M^0 \rightarrow \bar{M}^0$ a $\bar{M}^0 \rightarrow M^0$ jsou CP sdružené procesy. Opět vidíme, že CP symetrie vyžaduje $|p| = |q|$. Rozepíšeme explicitně $|f_+|^2$ a $|f_-|^2$ ve vztazích (7.35) a (7.37):

$$P(M^0 \rightarrow M^0)(t) = \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_a t} + e^{-\Gamma_b t} + 2e^{-(\Gamma_a + \Gamma_b)} \cos(\Delta m t) \right] \quad (7.39)$$

$$P(M^0 \rightarrow \bar{M}^0)(t) = \left| \frac{p}{q} \right|^2 \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_a t} + e^{-\Gamma_b t} - 2e^{-(\Gamma_a + \Gamma_b)} \cos(\Delta m t) \right]. \quad (7.40)$$

Z toho je patrné, že Δm odpovídá frekvenci oscilací.

Tyto oscilace se měří pomocí rozpadů $M^0 \rightarrow f$, $\bar{M}^0 \rightarrow \bar{f}$, takových, že M^0 se nerozpadá na \bar{f} a \bar{M}^0 na f . V případě kaonů se využívají rozpady: $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l$ a $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l$. Obrácené rozpady jsou potlačeny díky tzv. $\Delta S = \Delta Q$ pravidlu. To říká, že při slabých rozpadech se změna podivnosti počátečního stav rovná změně náboje hadronů v konečném stavu. Pro B mesony analogicky platí $\Delta B = \Delta Q$ pravidlo.

7.3 CP narušení v rozpadech K mezonů

U neutrálních kaonů byly skutečně pozorovány dva různé fyzikální stavy - „short-lived“ kaon (K_S) a „long-lived“ kaon (K_L). Navzájem se odlišují délkou života, K_L má zhruba 600x delší dobu života než K_S :

$$\tau(K_L) = 5.17 \cdot 10^{-8} \text{ s} \quad \tau(K_S) = 0.89 \cdot 10^{-10} \text{ s}, \quad (7.41)$$

což je velice výhodné pro experimenty, neboť to umožňuje snadné odlišení fyzikálních stavů.

V prvních experimentech bylo pozorováno, že K_S se rozpadá na dva piony ($\pi^+\pi^-$ nebo $\pi^0\pi^0$) a K_L na tři piony ($\pi^+\pi^-\pi^0$ nebo $3\pi^0$). Pomocí těchto rozpadů lze určit CP -paritu K_S a K_L ⁸.

Ze zákona zachování momentu hybnosti plyne, že při rozpadu $K \rightarrow \pi\pi$ musí být moment hybnosti pionů $L = 0$ (spin pionů i kaonů je 0). Parita dvou pionů je tedy $\eta_P = \eta_\pi^2(-1)^L = +1$. C -parita dvou pionů je $\eta_C = (-1)^L = +1$, takže CP -parita dvou pionů musí být $+1$.

V případě rozpadu na tři piony bude parita tří pionů rovna $\eta_P = (-1)^3(-1)^{L+l}$, kde L je moment hybnosti dvou pionů v jejich težišťovém systému a l je moment hybnosti třetího vzhledem k tomuto systému. Celkový moment hybnosti je opět 0, z čehož vyplývá, že $L = l$. Musí tedy být $\eta_P = -1$. Pro $3\pi^0$ stav je C -parita $\eta_C = (+1)^3 = +1$, takže CP -parita $3\pi^0$ je -1 . Pro rozpad na $\pi^+\pi^-\pi^0$ je C -parita $(-1)^{L+1}$ neboť C -parita π^0 je $+1$ a C -parita $\pi^+\pi^-$ je $(-1)^L$. Lze očekávat, že $L = 0$, takže i tento případ odpovídá CP -paritě -1 .

Z toho vyplývá, že platí-li CP symetrie, musí mít K_S CP paritu $+1$ a K_L CP -paritu -1 . K_S tedy odpovídá M_a a K_L M_b .

V roce 1963 bylo ale objeveno, že vzácně dochází i k rozpadům K_L na dva piony. CP symetrie tedy musí být narušena, jinak by se žádná částice nemohla rozpadat do stavů s CP -paritou $+1$ i -1 . Experiment využíval toho, že ve svazku neutrálních kaonů se všechny K_S velice rychle rozpadnou a ve svazku tak zbydou jen K_L . Po rozpadu K_S by už tedy nemělo docházet k žádným rozpadům na dva piony. Poměr mezi rozpady na $\pi^+\pi^-$ a na ostatní nabitě částice byl (viz. [10]):

$$\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^+)}{\Gamma(K_L \rightarrow \text{nabitě částice})} = (2.0 \pm 0.4) \cdot 10^{-3}. \quad (7.42)$$

Narušení CP symetrie je tedy na rozdíl od P a C malé.

7.3.1 Potvrzení narušení CP

Tento výsledek nebyl okamžitě přijat. Existovala možnost, že stavy identifikované jako $\pi^+\pi^-$ jsou ve skutečnosti jiné částice, anebo že ve skutečnosti nepochází z K_L . K definitivnímu potvrzení došlo až při nalezení interference K_S a K_L při rozpadech do dvou pionu.

Pro stav, který je K^0 v čase $t = 0$ je četnost rozpadu do $\pi\pi$:

$$\Gamma(K^0(t) \rightarrow \pi\pi) \sim e^{\Gamma_S t} + |\eta_{\pi\pi}| 2e^{\Gamma_L t} + 2|\eta_{\pi\pi}| e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} \cos(\Delta m t - \phi_{\pi\pi}), \quad (7.43)$$

kde:

$$\frac{A(K_S \rightarrow \pi\pi)}{A(K_L \rightarrow \pi\pi)} = \eta_{\pi\pi} = |\eta_{\pi\pi}| e^{i\phi_{\pi\pi}} \quad (7.44)$$

$$\Delta m = m_L - m_S \quad (7.45)$$

Podobně pro stav, který je v čase $t = 0$ \bar{K}^0 :

$$\Gamma(\bar{K}^0(t) \rightarrow \pi\pi) \sim e^{\Gamma_S t} + |\eta_{\pi\pi}| 2e^{\Gamma_L t} - 2|\eta_{\pi\pi}| e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} \cos(\Delta m t - \phi_{\pi\pi}). \quad (7.46)$$

⁸O částici, která je ve vlastním stavu CP s vlastní hodnotou $+1$ resp. -1 říkáme, že má CP -paritu $+1$ resp. -1 .

Členy s \cos popisují interferenci K_S a K_L . Rozpady $K^0 \rightarrow \pi\pi$ a $\bar{K}^0 \rightarrow \pi\pi$ jsou CP sdružené procesy, takže by měly mít stejnou pravděpodobnost. Vidíme, že je-li $|\eta_{\pi\pi}| \neq 0$ jsou tyto procesy různé a narušují tedy CP symetrii.

Vztahy (7.43) a (7.46) lze odvodit ze znalosti časového vývoje K_S a K_L (rovnice (6.24)) a z vyjádření K^0 pomocí K_S a K_L , (viz. kapitola (7.2)):

$$|K^0(t)\rangle = \frac{1}{2p}(|K_S(t)\rangle + |K_L(t)\rangle) \quad (7.47)$$

$$|K_S(t)\rangle = e^{-im_S t} e^{-\Gamma_S t/2} |K_S\rangle \quad (7.48)$$

$$|K_L(t)\rangle = e^{-im_L t} e^{-\Gamma_L t/2} |K_S\rangle \quad (7.49)$$

Označíme:

$$A(K_S \rightarrow \pi\pi) = A_S \quad A(K_L \rightarrow \pi\pi) = A_L. \quad (7.50)$$

Pravděpodobnost rozpadu $K^0 \rightarrow \pi\pi$ je:

$$\begin{aligned} A(K^0(t) \rightarrow \pi\pi) &= \frac{1}{2p} [A(K_S(t) \rightarrow \pi\pi) + A(K_L(t) \rightarrow \pi\pi)] = \\ &= \frac{1}{2p} [e^{-im_S t} e^{-\Gamma_S t/2} A_S + e^{-im_L t} e^{-\Gamma_L t/2} A_L]. \end{aligned} \quad (7.51)$$

Pro četnost reakce bude platit:

$$\begin{aligned} \Gamma(K^0(t) \rightarrow \pi\pi) &\sim A(K^0(t) \rightarrow \pi\pi) \bar{A}(K^0(t) \rightarrow \pi\pi) \sim \\ &\sim |A_S|^2 e^{-i\Gamma_S t} + |A_L|^2 e^{-i\Gamma_L t} + \bar{A}_S A_L e^{-i(m_S - m_L)t} e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} + A_S \bar{A}_L e^{-i(m_L - m_S)t} e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} = \\ &= |A_S|^2 \left[e^{\Gamma_S t} + \frac{|A_L|^2}{|A_S|^2} e^{\Gamma_L t} + \frac{|A_L|}{|A_S|} e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} (e^{i\phi_{\pi\pi}} e^{-i\Delta m} + e^{-i\phi_{\pi\pi}} e^{i\Delta m}) \right] \sim \\ &\sim e^{\Gamma_S t} + |\eta_{\pi\pi}| 2e^{\Gamma_L t} + 2|\eta_{\pi\pi}| e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} \cos(\Delta m t - \phi_{\pi\pi}). \end{aligned}$$

Tato interference byla skutečně naměřena. Při experimentu se měřil počet rozpadů na $\pi^+\pi^-$ vzniklých ve svazku, který obsahoval K_L i K_S . Výsledný počet rozpadů byl zhruba 2x větší než součet rozpadů vzniklých z K_S a z K_L . To dokazuje, že $\pi\pi$ vzniklé rozpadem K_L jsou stejné jako ty vzniklé rozpadem K_S a potvrzuje tedy narušení CP symetrie. Později byla interference naměřena i u rozpadů na $\pi^0\pi^0$.

Při experimentu se využíval jev zvaný regenerace. Tento jev spočívá v tom, že K^0 a \bar{K}^0 interagují jinak s látkou (neboť ta je tvořena pouze částicemi - neobsahuje žádné antičástice); \bar{K}^0 má větší účinný průřez než K^0 . Svazek obsahující pouze K_L obsahuje stejné množství K^0 a \bar{K}^0 ; bude-li takovýto svazek procházet hmotou, bude přibývat K^0 na úkor \bar{K}^0 a ve svazku se tak budou objevovat (*regenerovat*) i K_S . Podobně se bude v čistém svazku K_S objevovat K_L , tento jev však není vzhledem ke krátké době života K_S moc užitečný.

Regenerace se v tomto experimentu využívala k vytvoření K_S . Užitím různých hustot regenerátoru bylo možno měnit poměr K_S a K_L .

7.3.2 Přímé a nepřímé narušení CP

Experimenty zmíněné v minulé kapitole prokázaly, že slabé interakce narušují CP symetrii. Neumožňují však určit, o jaký druh narušení se jedná. Narušení může být způsobeno tím, že fyzikální stavy nejsou vlastní stavy CP , což odpovídá tomu, že $|p| \neq |q|$. Toto narušení je nepřímého typu, jeho zdrojem je to, že virtuální proces $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ má jinou pravděpodobnost než proces $\bar{K}^0 \rightarrow K^0$.

Narušení může být také přímého typu. Může být způsobeno tím, že rozpad $K^0 \rightarrow \pi\pi$ má jinou pravděpodobnost než rozpad $\bar{K}^0 \rightarrow \pi\pi$.

$$|A(K^0 \rightarrow \pi\pi)| \neq |A(\bar{K}^0 \rightarrow \pi\pi)|, \quad (7.52)$$

což zřejmě narušuje CP symetrii, neboť ta amplitudy CP sdružených procesů svazuje vztahem (7.7). Narušení může být také způsobeno interferencí mezi těmito typy, jak bylo ukázáno v kapitole (7.1). Ve skutečnosti může samozřejmě docházet ke všem typům najednou.

Semileptonové rozpady

Na otázku, o jaký typ narušení jde, částečně odpověděly experimenty zabývající se semileptonovými rozpady:

$$K_S, K_L \rightarrow \pi^\pm l^\mp \nu_l(\bar{\nu}_l), \quad (7.53)$$

kde $l = e, \mu$. Vzhledem k $\Delta S = \Delta Q$ pravidlu (viz. kapitola (7.2)) se K^0 může rozpadat jen na $\pi^- l^+ \nu_l$ a \bar{K}^0 jen na $\pi^+ l^- \bar{\nu}_l$. K_S i K_L se můžou rozpadat do obou těchto stavů, neboť to nejsou vlastní stavy CP . CP se zde nemůže narušovat v interfenici mísení a rozpadu, neboť konečné stavy jsou dosažitelné vždy jen K^0 nebo \bar{K}^0 . Nemůže docházet ani k přímému narušení CP , neboť rovnost amplitud $A(K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l)$ a $A(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l)$ je zajištěna CPT symetrií (to platí, protože je v konečném stavu jen jeden hadron viz. [10]). Narušení CP může tedy v tomto případě být jen nepřímé a umožňuje tak zjistit složení fyzikálních stavů. Platí-li CP symetrie, musí být fyzikální stavy K_S a K_L složené symetricky z K^0 a \bar{K}^0 :

$$K_S = \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 + \bar{K}^0) \quad (7.54)$$

$$K_L = \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 - \bar{K}^0) \quad (7.55)$$

Z toho důvodu musí být pravděpodobnost rozpadu K_L (K_S) na $\pi^- l^+ \nu_l$ a na $\pi^+ l^- \bar{\nu}_l$ stejná. Pokud dochází k CP narušení v mísení, nebudou fyzikální stavy složené symetricky a tyto pravděpodobnosti budou různé. Narušení CP charakterizujeme v tomto případě parametrem:

$$\delta_{L,S}^l = \frac{\Gamma(K_{L,S} \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) - \Gamma(K_{L,S} \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l)}{\Gamma(K_{L,S} \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) + \Gamma(K_{L,S} \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l)}. \quad (7.56)$$

K_L a K_S zapíšeme jako:

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_L^2}} ((1 + \varepsilon_L)|K^0\rangle - (1 - \varepsilon_L)|\bar{K}^0\rangle) \quad (7.57)$$

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_S^2}} ((1 + \varepsilon_S)|K^0\rangle + (1 - \varepsilon_S)|\bar{K}^0\rangle) \quad (7.58)$$

Pro amplitudy rozpadů tedy platí:

$$A(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_L^2}} (1 + \varepsilon_L) A(K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) \quad (7.59)$$

$$A(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l) = -\frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_L^2}} (1 - \varepsilon_L) A(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l), \quad (7.60)$$

což po dosazení do δ_L^l dává:

$$[\delta_L^l = \frac{2\text{Re}(\varepsilon_L)}{1 + |\varepsilon_L|^2}]. \quad (7.61)$$

Pro K_S samozřejmě platí obdobná rovnice, . Změřením δ_L lze tedy získat částečnou informaci o složení K_L . Experimenty provedené v roce 1967 v Brookhavenu a ve Stanfordu skutečně prokázaly nenulové δ_L . Přesnější hodnotu naměřily experimenty KTeV ve Fermilabu (2002) a NA48 v CERNu (2004) (viz. [10]):

$$\delta_L^e = (3.34 \pm 0.07) \cdot 10^{-3} \quad \delta_L^\mu = (3.04 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}. \quad (7.62)$$

V roce 2006 bylo změřeno i δ_S^e . Vidíme, že fyzikální stavy nejsou složeny symetricky z K^0 a \bar{K}^0 a dochází tedy k nepřímému narušení CP symetrie.

Přímé narušení CP

Experimenty se semileptonovými rozpady prokázaly nepřímé narušení CP a víme tedy, že alespoň část rozpadů $K_L \rightarrow \pi\pi$ je způsobena tím, že K_L nejsou vlastní stavy CP . Pokud by narušení bylo pouze nepřímé, mohlo by být vysvětleno tzv. super-slabým modelem. Ten navrhuje existenci další síly, která se významně projevuje jen při $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ mísení a při ostatních jevech je příliš slabá na to, aby byla měřitelná. Tato síla tedy může způsobit jen nepřímé narušení CP .

Zapíšeme K_L, K_S pomocí vlastních stavů CP K_1, K_2 :

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_L^2}} [|K_2\rangle + \varepsilon_L |K_1\rangle] \quad (7.63)$$

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_S^2}} [|K_1\rangle + \varepsilon_S |K_2\rangle]. \quad (7.64)$$

Pokud by CP narušení bylo pouze nepřímé, byly by všechny rozpady na dva piony způsobeny rozpady K_1 složky. Pro rozpady $K_{L,S} \rightarrow \pi\pi$ z toho vyplývá:

$$A(K_L \rightarrow \pi\pi) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_L^2}} \varepsilon_L A(K_1 \rightarrow \pi\pi) \quad (7.65)$$

$$A(K_S \rightarrow \pi\pi) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_S^2}} A(K_1 \rightarrow \pi\pi), \quad (7.66)$$

takže:

$$\frac{A(K_L \rightarrow \pi\pi)}{A(K_S \rightarrow \pi\pi)} = \frac{\sqrt{1 + \varepsilon_L^2}}{\sqrt{1 + \varepsilon_S^2 \varepsilon_L}}. \quad (7.67)$$

Vidíme, že poměr počtu rozpadů $K_L \rightarrow \pi\pi$ ku počtu rozpadů $K_S \rightarrow \pi\pi$ je pro $\pi^+\pi^-$ a $\pi^0\pi^0$ stejný. Obecněji platí, že pokud je narušení CP pouze nepřímé, musí být všechny jeho efekty stejné po všechny konečné stavy. To samé platí i pro narušení CP v interferenci mísení a rozpadu. To umožňuje testovat přítomnost přímého narušení CP porovnáním rozpadů do $\pi^+\pi^-$ a do $\pi^0\pi^0$. Zavedeme parametr:

$$R = \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}, \quad (7.68)$$

$R \neq 1$ implikuje přímé narušení CP . Označíme:

$$\eta_{00} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)\langle K^0|K_S\rangle}{A(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)\langle K^0|K_L\rangle} \quad \eta_{+-} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)\langle K^0|K_S\rangle}{A(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)\langle K^0|K_L\rangle}. \quad (7.69)$$

Narušení CP symetrie v rozpadech kaonů se většinou popisuje pomocí parametrů ε a ε' , které můžeme zadefinovat vztahy⁹:

$$\eta_{00} \equiv \varepsilon - 2\varepsilon' \quad (7.70)$$

$$\eta_{+-} \equiv \varepsilon + \varepsilon'. \quad (7.71)$$

Pomocí těchto parametrů lze klasifikovat druh narušení CP . $Re(\varepsilon) \neq 0$ implikuje nepřímé narušení CP , $Re(\varepsilon') \neq 0$ implikuje přímé narušení CP a $Im(\varepsilon) \neq 0$ spolu s $Im(\varepsilon') \neq 0$ implikují narušení CP v interferenci mísení a rozpadu.

Lze ukázat, že pro R platí (viz. [10]):

$$R = 1 - Re\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right) \quad (7.72)$$

a měřením R lze tedy zjistit hodnotu $Re\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)$. Toto měření je velice náročné, neboť $Re(\varepsilon')$ je výrazně menší než $Re(\varepsilon)$. Jednoznačný výsledek se povedlo naměřit až v letech 2002-2003 na experimentech KTeV ve Fermilabu a NA48 v CERNu, které prokázaly, že dochází i k přímému narušení CP a naměřily (průměr obou experimentů, viz [10]):

$$Re\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right) = (16.3 \pm 1.6) \cdot 10^{-4}. \quad (7.73)$$

Tento výsledek vyřadil super-slabý model a ukázal tak, že narušení CP je skutečně způsobeno slabou interakcí.

Na závěr této kapitoly pro úplnost uvedeme aktuální hodnoty parametrů ε a ε' (viz. [6]):

$$Re(\varepsilon') = (2.5 \pm 0.4) \cdot 10^{-6} \quad (7.74)$$

$$Re(\varepsilon) = (1.657 \pm 0.21) \cdot 10^{-3} \quad (7.75)$$

$$Im(\varepsilon) = (1.572 \pm 0.002) \cdot 10^{-3} \quad (7.76)$$

($Im(\varepsilon')$ řádově odpovídá $Re(\varepsilon')$). Vidíme, že k narušení CP v rozpadech $K_L \rightarrow \pi\pi$ přispívá i interference mísení a rozpadu a to zhruba stejnou měrou jako nepřímé narušení CP .

⁹Ve skutečnosti se používá jiná definice, ze které přibližně plynou tyto vztahy.

7.4 CKM matice

V rámci Standardního modelu se CP narušení popisuje pomocí tzv. CKM (Cabbibo–Kobayashi–Maskawa) matice¹⁰. CKM matice je unitární matice vyskytující se v Lagrangiánu Standardního modelu, jejíž prvky určují, jak pravděpodobné jsou přechody (způsobené slabou silou) mezi kvarky horního typu ($e = 2/3$) a kvarky dolního typu ($e = 1/3$). Vzhledem k tomu, že existují alespoň 3 generace kvarků je to matice 3×3 :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (7.77)$$

Pokud je tato matice komplexní, bude docházet k narušení CP symetrie. Její tvar však závisí na konkrétní volbě fází (jedná se o fáze kvarkových polí); CP symetrie bude platit, pokud existuje taková volba fází, že je pro ni CKM matice reálná. Pokud by existovaly pouze 2 generace kvarků, byla by V matice 2×2 . V takovém případě by šlo vždy volit fáze tak, že by V byla reálná a V by tedy nemohla způsobovat narušení CP . CP se může narušovat až pokud existují 3 generace kvarků. V potom bude charakterizována 3 parametry (většinou se jim říká úhly) a jednou komplexní fází. To v roce 1973 vedlo T. Kobayashiho a T. Maskawu k předpovědi existence 3. generace kvarků.

Existuje mnoho způsobů, jak V parametrizovat, standardní forma je:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (7.78)$$

kde: $s_{ij} = \sin(\theta_{ij})$, $c_{ij} = \cos(\theta_{ij})$, θ_{12} , θ_{13} a θ_{23} jsou tzv. Eulerovy úhly a δ_{CP} je CP narušující fáze.

Člen V_{ub} obsahuje jen jeden úhel a experimentálně je známo, že $|V_{ub}|$ je velmi malý, takže i s_{13} musí být velmi malý. δ_{CP} se všude vyskytuje spolu s s_{13} , což dobře odpovídá tomu, že narušení CP je malý jev. Také vidíme, že přibližně platí $V_{ud} \cong c_{12}$, $V_{us} \cong s_{12}$, $V_{cb} \cong s_{23}$ a $V_{tb} \cong c_{23}$.

Často se užívá přibližná tzv. Wolfensteinova aproximace. Označíme $\lambda = s_{12} \cong 0.22$; experimentálně je známo, že $s_{23} = O(\lambda^2)$ a $s_{13} = O(\lambda^3)$. Zdefinujeme: $s_{23} = A\lambda^2$, $s_{13} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$, kde A, ρ, λ jsou řádu jednotky. Položíme-li $c_{13} = 1$ bude platit:

$$V \cong \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4). \quad (7.79)$$

Tato parametrizace dobře ukazuje hierarchii CKM matice. Největší jsou diagonální členy ($\cong 1$), V_{us} a V_{cd} jsou $\cong \lambda$, V_{cb} a V_{ts} jsou $\cong \lambda^2$ a V_{ub} a V_{td} jsou $\cong \lambda^3$. Vidíme, že nejčastější jsou přechody v rámci jedné rodiny, nejméně časté jsou naopak přechody mezi 1. a 3. rodinou.

¹⁰V Lagrangiánu SM modelu se může vyskytovat i člen narušující CP v silné interakci. Experimentálně je však, měřením magnetického momentu elektronu, možné narušení CP silně omezeno. Tomu se říká *Strong CP problem*.

Pozice, na kterých se vyskytují CP narušující parametry (δ_{CP} ve standardní parametrizaci, resp. η ve Wolfensteinově parametrizaci), nejsou moc významné, neboť závisí na volbě fází. S jinou volbou fází můžeme docílit jejich výskytu v jiných členech. To, že se ve Wolfensteinově parametrizaci vyskytuje η jen v V_{ub} a V_{td} , neznamená, že by docházelo k CP narušení jen v těchto procesech.

Parametr, který popisuje narušení CP v CKM matici a který nezáleží na volbě fází je:

$$J_{CP} = |\text{Im}(V_{ud}V_{tb}V_{ub}^*V_{td}^*)| = s_{12}s_{13}s_{23}c_{12}c_{13}^2c_{23} \sin \delta_{CP}. \quad (7.80)$$

Platí, že každá CP narušující amplituda musí být úměrná J_{CP} . Vidíme, že J_{CP} musí být velmi malé, neboť s_{13} a s_{23} jsou malé. Aktuální hodnota je:

$$J_{CP} = (3.08 \pm 0.17) \cdot 10^{-5}. \quad (7.81)$$

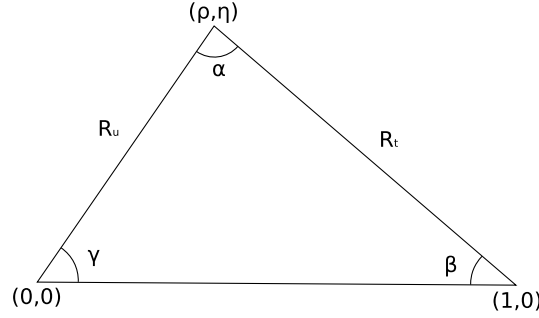
Velikosti členů CKM matice jsou (viz [6]):

- $|V_{ud}| = 0.97418 \pm 0.00027$
- $|V_{us}| = 0.2255 \pm 0.0019$
- $|V_{cd}| = 0.230 \pm 0.011$
- $|V_{cs}| = 1.04 \pm 0.06$
- $|V_{cb}| = (41.2 \pm 1.1) \cdot 10^{-3}$
- $|V_{td}| = (8.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-3}$, $|V_{ts}| = (38.7 \pm 2.3) \cdot 10^{-3}$ za předpokladu, že $V_{tb} = 1$.
- $|V_{tb}| > 0.74$

CKM matice obsahuje pouze jeden CP narušující parametr (J_{CP}) a v principu by pomocí něj mělo být možné spočítat všechny CP narušující veličiny, jako je $\text{Re}\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)$. Praktický výpočet těchto veličin však často nelze provést s dobrou přesností, a proto je experimentální testování této teorie náročné. Ověřit některé její předpovědi umožnily až experimenty s B mezony, u těch lze totiž lépe spočítat CP narušující veličiny; všechny tyto experimenty odpovídaly předpovědím teorie.

Popis narušení CP pomocí CKM matice umožňuje vysvětlit všechny pozorované CP narušující jevy, původ tohoto narušení je však neznámý. Také není známo, proč má J_{CP} hodnotu zrovna $3 \cdot 10^{-5}$.

Narušení CP také souvisí s kosmologií. Současný vesmír obsahuje výrazně více částic než antičástic. Je přirozené očekávat, že při velkém třesku vzniklo stejné množství částic jako antičástic. Aby vznikla pozorovaná dominance hmoty nad antihmotou, musí být splněny tzv. *Sakharovy podmínky*, jedna z nich je narušení C a CP symetrie. Narušení CP popsané ve Standardním modelu však není dostatečné na to, aby způsobilo tak velký rozdíl mezi hmotou a antihmotou. To naznačuje, že narušení CP popsané CKM maticí není jediné narušení CP a je tedy možné, že budou objeveny další mechanismy způsobující narušení.



Obrázek 2: Unitární trojúhelník $\bar{b}d$. $R_u = \frac{-V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}$, $R_t = \frac{V_{tb}^*V_{td}}{V_{cd}V_{cb}^*}$.

7.4.1 Unitární trojúhelníky

Podmínka unitarity $V^\dagger V = 1$ dává 3 reálné rovnice:

$$\sum_i |V_{ij}|^2 = 1 \quad (7.82)$$

a 6 komplexních rovnic:

$$\sum_i V_{ij}V_{ik}^* = 0 \quad j \neq k. \quad (7.83)$$

Komplexní rovnice lze zakreslit jako trojúhelníky v komplexní rovině; strany trojúhelníků budou jednotlivé členy rovnic. Při změně fází se trojúhelníky otočí, ale jejich tvar se nezmění. To znamená, že jejich úhly jsou fyzikální veličiny. V případě platnosti CP symetrie by rovnice (7.83) nepředstavovaly trojúhelník ale přímku. Nenulová hodnota libovolného úhlu tedy představuje narušení CP symetrie. Obsah všech trojúhelníků je stejný a je roven $|J_{CP}|/2$. Často se využívá tzv. $\bar{b}d$ trojúhelník:

$$V_{ub}^*V_{ud} + V_{cb}^*V_{cd} + V_{tb}^*V_{td} = 0. \quad (7.84)$$

Význam tohoto trojúhelníku je v tom, že obsahuje členy CKM matice, které se projevují v procesech s B mesony. Zvolíme fáze tak, aby $V_{cb}^*V_{cd}$ bylo reálné, a vydělíme tímto výrazem všechny strany. Trojúhelník tak bude mít vrcholy (0,0), (1,0) a $(\bar{\rho}, \bar{\eta}) := \frac{-V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}$. Výsledný trojúhelník je na obr. (7.4.1). Pro $\bar{\rho}, \bar{\eta}$ ve Wolfensteinově parametrizaci platí:

$$\bar{\rho} + i\bar{\eta} \cong \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right)(\rho + i\eta), \quad (7.85)$$

pro velikosti stran:

$$R_u \cong \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \frac{1}{\lambda} \frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|} \quad (7.86)$$

$$R_t \cong \frac{1}{\lambda} \frac{|V_{td}|}{|V_{cb}|}. \quad (7.87)$$

Úhly tohoto trojúhelníku lze měřit. Úhel α z rozpadů $B_d \rightarrow \rho^+\rho^-$, úhel beta z rozpadů $B^0 \rightarrow J/\psi K_S$ (viz. kapitola (7.5.1)) a úhel γ z rozpadů $B \rightarrow DK$, $B \rightarrow D\pi$. Hodnoty těchto úhlů jsou (viz. [10]):

$$\alpha = (93_{-9}^{+11})^\circ \quad \beta = (21.2 \pm 1.0)^\circ \text{ nebo } \beta = (68.8 \pm 1.0)^\circ \quad \gamma = (60_{-24}^{+38})^\circ \quad (7.88)$$

7.5 *B* mesony

Existují dva druhy neutrálních *B* mesonů: B_d^0 a B_s^0 . B_d^0 se skládá z d a \bar{b} kvarků, B_s^0 se skládá z s a \bar{b} kvarků. Jejich hmotnosti jsou přibližně:

$$m(B_d^0) \cong 5.3 \text{ GeV}/c^2 \quad m(B_s^0) \cong 5.4 \text{ GeV}/c^2. \quad (7.89)$$

Fyzikální stavy se neodlišují podle doby života jako u kaonů, neboť ta je pro oba velice podobná, pro jejich odlišení se místo toho používá hmotnost. Fyzikální stavy se nazývají těžký *B* (B_H) a lehký *B* (B_S). Jejich hmotnosti se liší o (viz. [10]):

$$\Delta m_d = (3.34 \pm 0.03) \cdot 10^{-4} \text{ eV} \quad \text{pro } B_d^0 \text{ mesony} \quad (7.90)$$

$$\Delta m_s = 115_{-1}^{+2} \cdot 10^{-4} \text{ eV} \quad \text{pro } B_s^0 \text{ mesony.} \quad (7.91)$$

Tak malé rozdíly neumožňují v praxi od sebe fyzikální stavy rozlišit, to vylučuje experimenty prováděné na fyzikálních stavech, jako to bylo v případě kaonů. Všechny experimenty se zabývají pouze rozpadem B^0 a \bar{B}^0 .

Většina výsledků byla naměřena na speciálních urychlovačích, tzv. *B* továrnách (*B* factories). To jsou urychlovače e^+e^- , které mají nastavenou těžišťovou energii tak, aby docházelo k velkému množství rozpadů na B^0 a \bar{B}^0 . Nejvýznamnější jsou urychlovač PEP-II ve SLACu (experiment BABAR), který sráží svazek e^+ s energií 3.1 GeV a svazek e^- s energií 8 GeV a urychlovač KEK-B v KEKu (experiment Belle), který sráží svazek e^+ s energií 3.5 GeV a svazek e^- s energií 8 GeV. Energie v *B* továrnách není dost velká na to, aby vznikaly B_s mesony.

7.5.1 Oscilace $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$

Oscilace $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$ se měří, podobně jako v případě kaonů, pomocí semileptonových rozpadů:

$$B^0 \rightarrow X^- l^+ \nu \quad \bar{B}^0 \rightarrow X^- l^+ \bar{\nu} \quad (7.92)$$

$$\bar{B}^0 \rightarrow X^+ l^- \bar{\nu} \quad B^0 \rightarrow X^+ l^- \nu \quad (7.93)$$

Pro pravděpodobnost oscilace platí vztahy:

$$\frac{P(B^0 \rightarrow \bar{B}^0)}{P(B^0 \rightarrow B^0)} = \left| \frac{q}{p} \right|^2 \frac{x^2 + y^2}{2 + x^2 - y^2} \quad (7.94)$$

$$\frac{P(\bar{B}^0 \rightarrow B^0)}{P(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{B}^0)} = \left| \frac{p}{q} \right|^2 \frac{x^2 + y^2}{2 + x^2 - y^2}, \quad (7.95)$$

kde:

$$x = \frac{\Delta m}{\bar{\Gamma}} \quad y = \frac{\Delta \Gamma}{2\bar{\Gamma}} \quad \left(\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma_H + \Gamma_L}{2} \right), \quad (7.96)$$

$P(B^0 \rightarrow \bar{B}^0)$ značí pravděpodobnost, že se stav, který je B^0 v čase $t = 0$ před rozpadem, změní na \bar{B}^0 , podobně ostatní pravděpodobnosti. Tyto rovnice lze získat integrováním vztahů (7.37) a (7.38). Stejně rovnice platí i pro ostatní neutrální mesony.

Mísení je největší, je-li výraz $\frac{x^2+y^2}{2+x^2-y^2}$ roven 1. To nastane, buď je-li $y = 1$, nebo je-li x hodně velké. První případ odpovídá situaci, kdy se délky života fyzikálních stavů hodně liší a stavy se tak rychle vyvinou do fyzikálního stavu s delší dobou života (tak je tomu u kaonů), které jsou tvořeny stejným množstvím B^0 a \bar{B}^0 . Druhý případ je situace, kdy rozdíl hmotností je velký oproti době života. V takovém případě mesony před rozpadem mnohokrát oscilují, neboť frekvence oscilací je Δm a $\Delta m \gg \bar{\Gamma}$.

Hodnoty x a y jsou pro B_d^0 a B_s^0 (viz. [10]):

$$x_d = 0.776 \pm 0.008 \qquad y_d = 0.005 \pm 0.019 \qquad (7.97)$$

$$x_s = 24.3_{-0.9}^{+1.0} \qquad y_s = 0.16_{-0.06}^{+0.05}. \qquad (7.98)$$

B_s mesony budou tedy oscilovat velice rychle. Oscilace B_d mesonů byly potvrzeny v roce 1987, oscilace B_s mesonů se povedlo pozorovat až v roce 2006 na experimentech D0 a CDF na Tevatronu.

Narušení CP v mísení je u B mesonů hodně malé, takže $|p| \cong |q|$. To plyne ze Standardního modelu a bylo to také experimentálně potvrzeno experimenty BABAR a Belle. Tyto experimenty užívaly semileptonových rozpadů, platí totiž¹¹:

$$\frac{\Gamma(B^0 \rightarrow X^- l^+ \nu) - \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow X^+ l^- \bar{\nu})}{\Gamma(B^0 \rightarrow X^- l^+ \nu) + \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow X^+ l^- \bar{\nu})} = \frac{|p/q|^2 - |q/p|^2}{|p/q|^2 + |q/p|^2}. \qquad (7.99)$$

Výsledek je (viz. [6]):

$$|q/p| = 1.0002 \pm 0.0028. \qquad (7.100)$$

Rozpady B mesonů na J/ψ

První důkaz narušení CP u B mesonů byl objeven v roce 2001 v rozpadech:

$$B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S \qquad \bar{B}_d^0 \rightarrow J/\psi K_S. \qquad (7.101)$$

Narušení CP je v tomto případě způsobeno pouze interferencí mísení a rozpadu¹² a umožňuje snadný výpočet úhlu β z $b\bar{d}$ unitárního trojúhelníku (viz. obrázek 7.4.1)). $J/\psi K_S$ je vlastní stav CP , takže CP symetrie vyžaduje, aby počet rozpadů $B^0 \rightarrow J/\psi K_S$ byl stejný jako počet rozpadů $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K_S$. Pro asymetrii platí:

$$A_{CP}(t) = \frac{\Gamma(\bar{B}_d^0 \rightarrow J/\psi K_S) - \Gamma(B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S)}{\Gamma(\bar{B}_d^0 \rightarrow J/\psi K_S) + \Gamma(B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S)} = \eta_{CP}(J/\psi K_S) \text{Im}(\lambda_{J/\psi K_S}) \sin(\Delta m t). \qquad (7.102)$$

Úhel β lze spočítat z $\lambda_{J/\psi K_S}$, neboť $\text{Im}\lambda_{J/\psi K_S} \cong \sin(2\beta)$. Narušení CP je v tomto případě velké (viz. [10]):

$$\sin(2\beta) = 0.674 \pm 0.026. \qquad (7.103)$$

¹¹Tento vztah lze odvodit z časového vývoje B^0 a \bar{B}^0 (viz. kap. (7.2)) a za předpokladu, že nedochází k přímému narušení CP .

¹²Narušení v mísení je u B mesonů malé a k přímému narušení v tomto případě nedochází. K procesu sice přispívají dvě amplitudy, ale ty mají stejné slabé i silné fáze.

Přímé narušení CP u B mesonů

Přímé narušení CP bylo u B mesonů objeveno v roce 2004 v rozpadech:

$$B_d^0 \rightarrow K^+ \pi^- \quad \bar{B}_d^0 \rightarrow K^- \pi^+. \quad (7.104)$$

Obrácené rozpady zakazuje $\Delta B = \Delta Q$ pravidlo. Tyto rozpady jsou navzájem CP sdružené a CP symetrie tedy vyžaduje aby byly stejně časté. Narušení CP může být v tomto případě pouze přímé, neboť narušení CP v mísení je u B mesonů malé a k narušení CP v interferenci mísení a rozpadu docházet nemůže, protože konečné stavy nejsou dostupné obou mesonům. Experimenty měřily počet rozpadů na $K^+ \pi^-$ a na $K^- \pi^+$:

$$A_{CP}(K\pi) = \frac{N(K^- \pi^+) - N(K^+ \pi^-)}{N(K^- \pi^+) + N(K^+ \pi^-)}. \quad (7.105)$$

I v tomto případě je narušení CP značné, výsledky jsou (viz. [10]):

$$A_{CP}(K\pi) = -0.133 \pm 0.030 \pm 0.009 \quad (\text{BABAR}) \quad (7.106)$$

$$A_{CP}(K\pi) = -0.113 \pm 0.022 \pm 0.008 \quad (\text{Belle}). \quad (7.107)$$

První chyba je statistická, druhá systematická.

7.5.2 B fyzika na Atlasu

Experiment Atlas na urychlovači LHC umožní, kromě hledání Higgsova bosonu, i studium B fyziky. Nejdůležitější měření budou provedena v počátečním stádiu, kdy bude luminosita nízká ($L = 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$). Výhoda oproti B továrnách bude ve výrazně větším účinném průřezu, nevýhoda bude ve velkém pozadí. Účinný průřez pro vznik párů $b\bar{b}$ bude zhruba: $\sigma_{b\bar{b}} = 500 \mu\text{b}$, což odpovídá produkci $5 \cdot 10^5$ párů každou sekundu. Pouze zhruba 1% událostí bude obsahovat $b\bar{b}$. K odlišení událostí obsahujících $b\bar{b}$ se bude používat to, že 60% z nich obsahuje mion s hybností kolmou ke svazku větší než 6 GeV.

Z rozpadu $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ bude možné měřit $\sin 2\beta$. Očekávaná chyba je: $\delta(\sin 2\beta) = 0.0018$. $\sin \alpha$ bude možné měřit z rozpadu $B_D^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$. Měření bude v tomto případě náročnější kvůli velkému pozadí. Odhadovaná statistická chyba je: $\delta(\sin \alpha) = 0.043$.

Velká těžistová energie umožní také vznik B_s mesonů (narozdíl od B továren). Podle Standardního modelu by v rozpadu $B_s^0 \rightarrow J/\psi \phi$ mělo docházet jen k velice malému narušení CP . Větší narušení CP by tedy v tomto případě signalizovalo přítomnost jevů mimo Standardní model. Také bude možno měřit oscilace B_s , pomocí rozpadů $B_s \rightarrow D_s^- \pi^+$ a $B_s \rightarrow D_s^- a_1^+$. Očekává se citlivost na oscilace až do hodnoty $x_s = 42$.

Na Atlasu by mohly být pozorovatelné vzácné rozpady B mesonů:

$$B_s^0 \rightarrow \mu\mu \quad B_d^0 \rightarrow \mu\mu \quad (7.108)$$

$$B_d^0 \rightarrow \rho\gamma \quad B_d^0 \rightarrow K^* \gamma. \quad (7.109)$$

Di-mionový rozpad B_d bude pozorovatelný pouze pokud bude častější než je předpověď Standardního modelu. Di-mionové rozpady bude možné detekovat i v pozdějším režimu, kdy bude luminosita vysoká ($L = 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$).

Závěr

CP symetrie je stále velice aktivním tématem v experimentální i teoretické fyzice. Experimenty popsané v této práci potvrdily, že dochází k narušení CP a Standardní model umožňuje narušení toto CP popsat; jeho zdroj však zůstává záhadou. Navíc pozorované narušení CP není dost velké na to, aby vysvětlilo, proč ve vesmíru převažuje hmota nad antihmotou, a proto je možné, že budou objeveny další zdroje narušení. Dá se očekávat, že případné další jevy budou pozorovatelné i při dostupných energiích a narušení CP je tak jedno z mála témat, které by mohly vést k fyzice mimo Standardní model.

Reference

- [1] I. I. Bigi and A. I. Sanda. *CP Violation*. Cambridge University Press, 2000.
- [2] G. C. Branco, L. Lavoura, and J. P. Silva. *CP Violation*. Oxford University Press, 1999.
- [3] N. Ellis and M. Neubert, editors. *1995 European School of High-Energy Physics*, Genève, 1995. CERN.
- [4] J. Formánek. *Úvod do kvantové teorie*. Academia, second edition, 2004.
- [5] D. J. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley and Sons, INC., 1987.
- [6] Particle Data Group. Particle physics booklet, July 2008.
- [7] D. H. Perkins. *Introduction to High Energy Physics*. Cambridge University Press, fourth edition, 2000.
- [8] R. G. Sachs. *The Physics of Time Reversal*. University of Chicago Press, 1987.
- [9] M. Smizanska. B physics with atlas. *Nuclear physics B – Proceedings Supplements*, 1997.
- [10] M. S. Sozzi. *Discrete Symmetries and CP Violation*. Oxford university press, 2008.