

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

# Výzkumný úkol

Zdeněk Hubáček

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

## Studium multijetových koncových stavů

Zdeněk Hubáček

Katedra fyziky

Akademický rok: 2002/2003

Školitel: Doc. RNDr. Vladislav Šimák, DrSc.

V Praze 29. září 2003

## Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Částicová fyzika</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Interakce</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Jety a algoritmy na jejich určování</b>	<b>6</b>
4.1	Vlastnosti ideálního algoritmu . . . . .	6
4.2	Teoretické vlastnosti . . . . .	7
4.3	Experimentální vlastnosti . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Příklady jetových algoritmů</b>	<b>8</b>
5.1	Cone (kuželový) algoritmus . . . . .	8
5.2	$k_{\perp}$ ( $k_T$ ) algoritmus . . . . .	11
<b>6</b>	<b>Analýza dat</b>	<b>12</b>
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>22</b>

## 1 Úvod

Jety (velká množství charakteristicky uspořádaných částic) jsou charakteristickým produktem srážek elementárních částic. Studium jejich vlastností je nutné pro srovnání s teoretickou předpovědí kvantové chromodynamiky. Kromě případů, kdy lze výsledky jednoduše porovnat s teorií, existují i případy, kdy je obtížné teoretický výsledek spočítat a existují jen jeho přibližné výsledky. Tímto případem je například produkce více jetů. K přesnému výpočtu pomocí kvantové chromodynamiky bychom potřebovali zvládnout složité výpočty ve vyšších řádech poruchové teorie.

Cílem tohoto výzkumného úkolu prozkoumat charakteristické vlastnosti multijetových produkcí. Úkolem je seznámit se s algoritmy popisujícími více jetů a prozkoumat jejich vlastnosti. K dispozici jsem měl data z Run I experimentu  $D\bar{O}$  ve Fermilabu.

Zkoumal jsem, zda je možné výsledek jetových algoritmů možné srovnat s předpovědí kvantové chromodynamiky v případě, kdy jetový algoritmus určil jen dva jety. Tento případ je možné spočítat v nejnižším řádu poruchové teorie.

## 2 Částicová fyzika

Fyzika elementárních částic (fyzika vysokých energií) se zabývá studiem nejmenších částic hmoty. Hledáním těchto základních částic se lidstvo zabývá od nepaměti. Představy těchto částic se postupně mění. Původními stavebními kostkami byly celé atomy, postupně jsme se dostali k atomovému jádru a k atomovému obalu. Atomový obal se skládá z elektronů. Ty dodnes považujeme za něco, čemu říkáme elementární částice - z ničeho dalšího se neskládá (alespoň podle současných teorií). Jádra atomů jsou tvořena protony a neutrony. Ty už dnes za elementární nepovažujeme. Kromě atomů byly objeveny další částice a vzhledem k tomu, že jich začínalo být příliš, vznikla potřeba systém částic zpřehlednit, zjednodušit a snížit počet částic, které bychom mohly nazvat elementárními. Dnes je takovým systémem Standardní model. Podle Standardního modelu je hmota tvořena kvarky a leptony, které spolu interagují. Tyto interakce mají výměnný charakter - interagující částice si mezi sebou vyměňují další částice.

Shrneme-li Standardní model, tak obsahuje 3 generace kvarků (každá generace obsahuje 2 kvarky), 3 generace leptonů (ke každému leptonu přísluší 1 neutrino), ke všem těmito částicím příslušné antičástice a částice interakcí (foton pro elektromagnetickou, gluony pro silnou a  $W^\pm, Z^0$  pro slabou). Gravitační interakci většinou nezahrnujeme. Dále do Standardního modelu patří ještě Higgsův boson.

Standardní model je byl a pořád ještě je velmi úspěšnou teorií. Jím předpovězené částice (až na Higgsův boson) byly postupně experimentálně objeveny. Přestože je přibližně 30 let starý, současná data popisuje s výbornou přesností. Na druhou stranu jde zcela jistě o neúplnou teorii. Standardní model sám o sobě závisí na příliš mnoha konstantách, které není schopen vysvětlit a které do něj musí být dosazeny (hlavně hmoty a další parametry jednotlivých jeho částic).

Existuje ovšem i řada jeho rozšíření (efekty za Standardním modelem - např. supersymetrie), i teorie popisující sjednocení sil (superstruny). Pro jejich potvrzení či vyvrácení nemáme dnes dostupné zařízení. Věří se, že budoucí urychlovač LHC v CERNu může objevit poslední článek Standardního modelu, případně objevit nové částice, které Standardní model nezná.

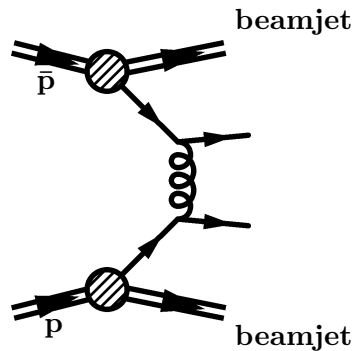
	1. generace	2. generace	3. generace
Kvarky	$u$ (up)	$c$ (charm)	$t$ (top)
	$d$ (down)	$s$ (strange)	$b$ (bottom)
Leptony	$e^-$ (elektron)	$\mu^-$ (mion)	$\tau^-$ (tauon)
Neutrina	$\nu_e$ (elektronové)	$\nu_\mu$ (mionové)	$\nu_\tau$ (tauonové)
	Interakce		
Částice interakcí	elektromagnetická	slabá	silná
	$\gamma$ (foton)	$W^\pm, Z^0$	$g$ (8 gluonů)
Higgsův boson	$H$		

Tabulka 1: Tabulka elementárních částic

### 3 Interakce

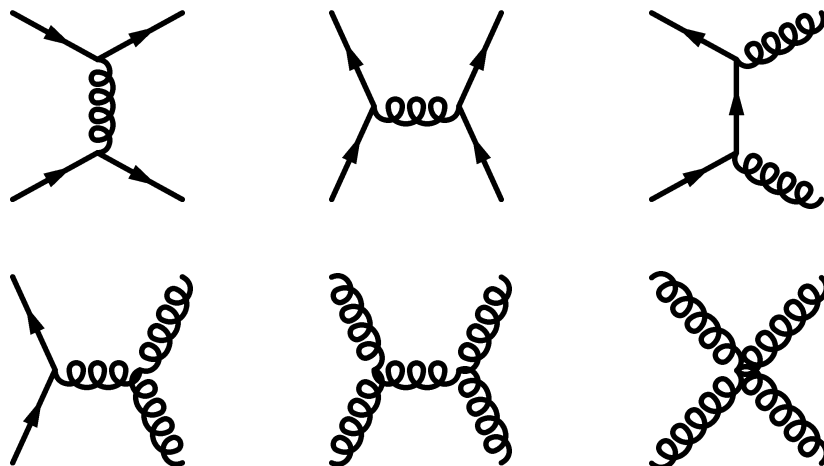
Urychlovač ve Fermilabu umožňuje zkoumat interakci protonů a antiprotonů při energii v těžišťovém systému  $s = 1.8\text{TeV}$ . Vstříčné svazky protonů a antiprotonů se sráží a v detektorech pozorujeme výsledek této interakce.

Podle partonového modelu dochází k interakci jednoho partonu z protonu s jedním partonem z antiprotonu (interakce více partonů zároveň je daleko méně pravděpodobná), viz. obr. (1). Zbytky protonu a antiprotonu se této interakce neúčastní, mohou dát základ takzvaným *beam* nebo *remnant* jetům. Ty by se měly dát rozlišit od důležitých jetů nízkými hodnotami příčné hybnosti (vzhledem k ose svazku).



Obrázek 1: Interakce protonu s antiprotonem

Interakci partonů můžeme popsat pomocí Feynmanových diagramů. Ty jsou pomůckou kvantové chromodynamiky (QCD), která umožňuje spočítat pravděpodobnosti těchto procesů. Příklady některých interakcí kvarků a gluonů v nejnižším řádu jsou znázorněny na obrázku 2.



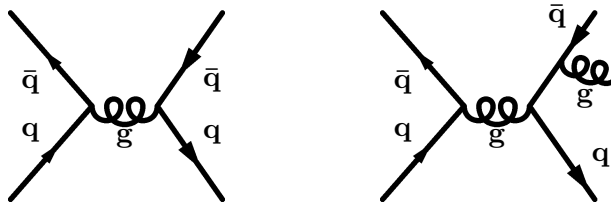
Obrázek 2: Možnosti interakcí v nejnižším řádu QCD, možné jsou ještě některé crossed diagramy

Po interakci odlétá 2 nebo více (ve vyšším řádu poruchové teorie) partonů a zároveň neinteragující zbytky protonu a antiprotonu. O něco později probíhá hadronizace. Hadronizace je zatím nevysvětlený proces, ve kterém z jednotlivých partonů (kvarků a gluonů), které v přírodě nepozorujeme, vznikají pozorovatelné partony. Rovněž je nutné uvážit, že partony v interakci považujeme za nehmotné, zatímco hadrony jsou hmotné. Jak už bylo řečeno, proces hadronizace nebyl dosud vysvětlen a při jeho popisu používáme jednoduché modely. O hadronizaci jen předpokládáme, že výrazně nemění například směr vyletujících částic a jejich energetické vlastnosti - tj. že pozorování vyletujících hadronů umožňuje z velké části určit původní QCD proces na úrovni partonů.

Po hadronizaci tedy odlétá z centra interakce velké množství hadronů (případně leptonů, které vznikly při jejich rozpadech), které posléze zachycují detektory. Výsledkem je seznam částic, u kterých známe jejich energie a prostorové uspořádání.

Toto velké množství částic znesnadňuje interpretaci původního procesu. Proto se snažíme počet částic snížit. Z pozorovaných částic se snažíme vytvořit pseudočástice - zkoušíme najít dvě a více částic, které by mohly mít společného předka - tj. takové, které vznikly jeho rozpadem. Úkolem jetového algoritmu podle jasných pravidel určit tyto předky a přiřadit jim vhodným způsobem určené fyzikální parametry.

Nejjednodušším případem je, když po působení jetového algoritmu dostaneme 2 jety. Ty jednoduše odpovídají výsledku interakce dvou partonů (kdy se předpokládá, že neinteragující zbytky protonu a antiprotonu dají základ jetům téměř splývajícími s osou svazku, takže tyto jety nebudou nakonec pozorovatelné). Dále by mohly zůstat 3 jety. To v řeči Feynmanových diagramů odpovídá korekcím k dvoučásticovým interakcím - mapř. vyzáření gluonu libovolným kvarkem (viz. obrázek (3)). Porovnání účinných průřezů



Obrázek 3: Procesy  $q\bar{q} \rightarrow g \rightarrow q\bar{q}$  a  $q\bar{q} \rightarrow g \rightarrow q\bar{q}g$

těchto dvou výsledků je možné určit například pravděpodobnosti vyzáření gluonů kvarkem (větvicí funkce).

Kromě interakcí, kde se dají jasně definovat 2, případně 3 jety, existují případy, kdy vzniklé částice nelze poskládat do nízkého počtu jetů. Mluvíme o multijetové produkci. V tomto výzkumném úkolu budu analyzovat data s 5-15 jety. Případy, kdy pozorujeme větší množství jetů lze také popsat Feynmanovými diagramy, ale jednalo by se o procesy vyšších řádů a z kombinatorických důvodů by je nebylo možno jednoznačně určovat. Zároveň obtížnost matematického výpočtu pravděpodobností by byla velmi obtížná až nemožná.



## 4 Jety a algoritmy na jejich určování

Jetý jsou významným rysem fyziky vysokých energií - srážek elementárních částic. Při vysokoenergetických srážkách vzniká velké množství částic. Charakteristickým rysem těchto částic je jejich prostorové uspořádání. Ve většině případů vylétává většina částic jen v několika navzájem různých směrech. O větším počtu částic, které odlétají ve stejném nebo téměř stejném směru, mluvíme jako o jetu (výtrysku nebo spršce).

Redukce velkého množství vzniklých částic na několik jetů výrazně zjednodušuje vyhodnocování výsledků experimentů a rovněž umožňuje srovnání experimentů s teorií.

Při teoretickém výpočtu je interakce kvarků popsána v řeči Feynmanových diagramů. Z nich je možné spočítat amplitudy příslušných fyzikálních procesů. Ve vyšších řádech poruchové teorie může být tímto způsobem popsán vznik většího počtu částic, které budou následně základem pro jety zjištěné v experimentu. Výpočty vyšších řádů se ale stávají mnohokrát komplikovanějšími a pro praktické použití se musíme uchýlit ke zjednodušení.

V praxi se pro modelování interakcí používají Monte Carlo generátory. Na základě minulého odstavce tyto generátory určí možný výsledek uvažované interakce. Výsledkem je větší množství elementárních částic (vše probíhá na úrovni partonů). Pojítkem mezi kvarkovou úrovní a pozorovatelnými částicemi je vhodný model hadronizace. Výsledkem celého postupu je určitý počet částic. Podobně jako v případě experimentu je vhodné jejich počet snížit a částice pospojovat do jetů. K tomu se používají jetové algoritmy.

Volba tohoto algoritmu může výrazně ovlivnit výsledky. Proto na jeho volbu máme několik požadavků.

### 4.1 Vlastnosti ideálního algoritmu

Na ideální jetový algoritmus lze naložit několik obecných požadavků:

1. *Přesná definice:* Celý proces výběru jetu, jeho kinematické proměnné a různé korekce musí být úplně a přesně definovány. Pokud je to nutné, musí být stejným způsobem definovány i dodatečné algoritmy

(předcházející a následující po vytvoření jetů).

2. *Vhodné chování*: Algoritmus se musí správně chovat při infračervených divergencích a při rovnoběžně vyzářených částicích (*infrared, collinear safety*).
3. *Nezávislost na experimentu*: Algoritmus by neměl záviset na typu detektoru a na jeho uspořádání.
4. *Univerzálnost*: Stejné chování na úrovni partonů, částic i detektoru.

## 4.2 Teoretické vlastnosti

Z teoretického pohledu lze předchozí body rozvinout následovně:

1. *Infračervené divergence*: Ty by se neměly objevovat v poruchových výpočtech, zároveň by měl být algoritmus necitlivý na *soft radiation* (viz. obrázek 4).
2. *Rovnoběžné partony*: Necitlivost algoritmu na partony vyzářené ve stejném směru jako původní parton.
3. *Invariance vůči boostům*: Vlastnost při interakci  $p\bar{p}$ , kde mezi těžišťovou soustavou interagujících partonů a těžišťovou soustavou  $p\bar{p}$  existuje podélný boost v ose svazku - interagující partony nesou zlomky čtyřhybností původních částic, které nemusí být stejné pro oba partony. Znamená hlavně použití vhodných proměnných.
4. *Univerzálnost*: Výsledné jety by měly být stejné na úrovni partonů, částic i detektoru.
5. *Jednoduchá implementace*: Algoritmus by mělo jít přímo použít v poruchových výpočtech.

## 4.3 Experimentální vlastnosti

V okamžiku, kdy se jet dostane do detektoru, přestávají být jeho vlastnosti ideální. Další interakce v detektoru, jeho vlastnosti (mrtvá doba), šum a další ovlivní výsledek i nejlepšího algoritmu. Cílem experimentálních skupin

je opravit tyto efekty při analýze jetů. V dobrém algoritmu by tyto opravy neměly být velké. Jeho vlastnosti lze shrnout následovně:

1. *Detektor*: Výsledek algoritmu by měl co nejméně záviset na vlastnostech a parametrech detektoru.
2. *Luminozita*: Hledání jetů by nemělo být výrazně ovlivněno několika násobným rozptylem při vysokých luminozitách svazků - počet jetů by neměl výrazně vzrůst kvůli dodatečným interakcím. Rovněž úhlové a energetické rozlišení jetů by nemělo být příliš závislé na luminozitě.
3. *Časová náročnost*: Jety by měly být nalezeny v nejkratším možném čase, s použitím minimálního počítačového času a výkonu. Ale některé úpravy v jetových algoritmech vedoucích k snížení potřebného času můžou vést k nesprávným výsledkům v porovnání s teorií.
4. *Efektivita*: Algoritmus by měl mít schopnost identifikovat fyzikálně důležité jety (tj. jety vzniklé silnou interakcí partonů).
5. *Jednoduchost*: Myšleno především v použití s typickými detektory a daty.

## 5 Příklady jetových algoritmů

Jetových algoritmů existuje celá řada. Většinou se ale jedná jen o modifikace dvou nejdůležitějších typů. Nejpoužívanější jsou kuželový algoritmus (*cone algorithm*) a  $k_T$  algoritmus ( $k_T$ ,  $k_\perp$  nebo *Durham algorithm*).

### 5.1 Cone (kuželový) algoritmus

Kuželový algoritmus se v interakcích hadronů používá už delší dobu. Existuje proto celá řada jeho variant a modifikací. Tento algoritmus spojuje do jednoho jetu částice ležící v rovině  $\eta \times \phi$  v kruhu o zvoleném poloměru  $R$ . Typickými volbami jsou  $R = 0.3, 0.5, 0.7$  nebo 1. Při interakci  $p\bar{p}$  se místo úhlu  $\theta$  (úhel mezi směrem vyletující částice a osou  $z$ ) používá pseudorapidita  $\eta = -\ln(\tan \theta/2)$ , která je pro nehmotné částice rovna rapiditě  $y = \frac{E+p_z}{E-p_z}$ ,  $\phi$  je azimutální úhel.

Obvyklé uspořádání algoritmu je následovné: částice jsou určeny nehmotnými čtyřvektory ( $E^i = |\mathbf{p}^i|, \mathbf{p}^i$ ) s úhly ( $\phi^i, \theta^i, \eta^i = -\ln(\tan(\theta^i/2))$ ), které jsou určeny od bodu interakce jednotkovým vektorem  $\mathbf{p}^i/E^i$ . Pro každou částici je spočítána skalární veličina  $E_T^i = E^i \sin(\theta^i)$ . Pro možnou osu kužele (bod v rovině  $\eta$ ) jsou určeny všechny částice, které by do tohoto jetu mohly patřit (i-tá částice patří do jetu s osou C, když platí):

$$\sqrt{(\eta^i - \eta^C)^2 + (\phi^i - \phi^C)^2} \leq R \quad (1)$$

Pro všechny částice v tomto jetu se spočítá nová osa ( $N$ ) kužele ( $E_T$  vážený průměr):

$$\eta^N = \frac{\sum_i E_T^i \eta^i}{E_T^{tot}}, \quad \phi^N = \frac{\sum_i E_T^i \phi^i}{E_T^{tot}} \quad (2)$$

(sčítá se přes všechny částice v jetu,  $E_T^{tot} = \sum_i E_T^i$ ).

Pokud osa celého jetu odpovídá původnímu směru  $N = C$ , jde o stabilní případ, a všechny částice jsou přiřazeny do jetu. Pokud si směry neodpovídají, je hledána nová možná osa jetu (algoritmus je iterován), dokud není nalezeno stabilní řešení. Iterace probíhá do té doby, dokud nejsou všechny částice přiřazeny do nějakého jetu.

Pro určení kinematických proměnných jetu existuje několik možných schémat. Podle původního návrhu byly jetu přiřazeny proměnné následovně:

$$E_T^{jet} = \sum_i E_T^i \quad (3)$$

$$\eta^{jet} = \frac{1}{E_T^{jet}} \sum_i E_T^i \eta^i \quad (4)$$

$$\phi^{jet} = \frac{1}{E_T^{jet}} \sum_i E_T^i \phi^i \quad (5)$$

Pro Run II urychlovače ve Fermilabu byl navrhnut lehce modifikovaný postup: pro nehmotné částice je pseudorapidita rovna rapiditě  $\eta^i = y^i$ . Částice náleží do jetu, pokud

$$\sqrt{(y^i - y^C)^2 + (\phi^i - \phi^C)^2} \leq R \quad (6)$$

Pro novou osu:

$$\mathbf{p}^N = (E^N, \mathbf{p}^N) = \sum_i (E^i, p_x^i, p_y^i, p_z^i) \quad (7)$$

$$y^N = \frac{1}{2} \ln \frac{E^N + p_z^N}{E^N - p_z^N}, \quad \phi^N = \tan^{-1} \frac{p_y^N}{p_x^N} \quad (8)$$

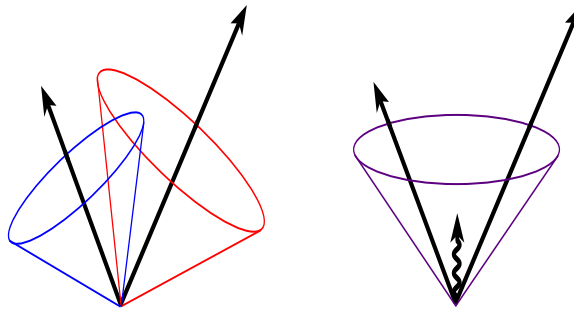
Jet je stabilní, pokud  $y^N = y^C$  a  $\phi^N = \phi^C$ , jetu jsou přiřazeny:

$$\mathbf{p}^{jet} = (E^{jet}, \mathbf{p}^{jet}) = \sum_i (E^i, p_x^i, p_y^i, p_z^i) \quad (9)$$

$$p_T^{jet} = \sqrt{(p_x^{jet})^2 + (p_y^{jet})^2} \quad (10)$$

$$y^{jet} = \frac{1}{2} \ln \frac{E^{jet} + p_z^{jet}}{E^{jet} - p_z^{jet}}, \quad \phi^{jet} = \tan^{-1} \frac{p_y^{jet}}{p_x^{jet}} \quad (11)$$

Pro urychlení algoritmu nejsou možné osy jetů hledány postupným prohledáváním všech bodů v rovině  $\eta \times \phi$ , ale určením významných bodů. Jde o body, ve kterých kalorimetry naměřily zvolené množství energie (např. 1 GeV). Tyto nalezené body jsou pak startovními osami jetů, odkud je algoritmus iterován. Zvolení těchto pomocných bodů ale ovlivňuje výsledek, protože je citlivý na *soft radiation* (obrázek (4), kde místo původních dvou kuželů je díky vyzáření gluonu rekonstruován jediný).



Obrázek 4: Ovlivnění cone algoritmu díky *soft radiation*

Problémem kuželového algoritmu je rovněž možnost překrývání jetů. Jedna částice může být algoritmem přiřazena do více jetů. Pokud oba jety

sdílí více než určité množství své energie (např. 50 %), jsou spojeny do jednoho jetu. Pokud ne, jsou částice do obou jetů rozděleny podle větší blízkosti s osou jetu v  $\eta \times \phi$  rovině.

## 5.2 $k_{\perp}$ ( $k_T$ ) algoritmus

V této kapitole bude popsán standardní  $k_{\perp}$  algoritmus v podobě, v jaké byl navržen pro použití v Runu II ve Fermilabu. Tento algoritmus začíná se seznamem tzv. klastrů - může jít o data z buněk kalorimetrů, částice nebo partony. Každému je přiřazen nehmotný čtyřvektor

$$(E, \mathbf{p}) = E (1, \cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta), \quad (12)$$

kde  $E$  je energie přiřazená danému klastru,  $\theta, \phi$  jsou obvyklé úhly vzhledem k ose svazku. Pro každý klaster se spočítá kvadrát příčné hybnosti a rapiditu:

$$p_T^2 = p_x^2 + p_y^2, \quad y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} \quad (13)$$

Postup algoritmu je následující:

1. Pro každý klaster se definuje

$$d_i = p_{T,i}^2 \quad (14)$$

A pro každý pár  $(i, j)$  klastrů ( $i \neq j$ )

$$d_{ij} = (p_{T,i}^2, p_{T,j}^2) \frac{\Delta \mathcal{R}_{ij}^2}{D^2} = \min(p_{T,i}^2, p_{T,j}^2) \frac{(y_i - y_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2}{D^2}, \quad (15)$$

$D \approx 1$  je parametr algoritmu.

2. Hledá se minimum mezi všemi  $d_i$  a  $d_{ij}$ .
3. Jestliže je minimum  $d_{ij}$ , klastry  $i$  a  $j$  jsou v seznamu nahrazeny novým klastrem popsáným  $(E_{ij}, \mathbf{p}_{ij})$  s vlastnostmi

$$E_{ij} = E_i + E_j, \quad \mathbf{p}_{ij} = \mathbf{p}_i + \mathbf{p}_j \quad (16)$$

4. Pokud je nejmenší hodnotou  $d_i$ , je klaster  $i$  vyřazen ze seznamu klastrů a je přiřazen do seznamu jetů.

5. Algoritmus je opakován od bodu 1 dokud zbývají ještě nějaké klastry.

Název vychází z toho, že pro  $D = 1$  a  $\Delta\mathcal{R}_{ij}^2 \ll 1$  je  $d_{ij}$  minimální příčná hybnost  $k_{\perp}^2$  jednoho vektoru vzhledem k druhému.

Vstup do algoritmu tvoří seznam klastrů. V ideálním případě bychom chtěli použít tento algoritmus na všech úrovních, bez rozdílu pro partony, částice a detektory. Klustrovací procedura má odstranit závislost samotného jetového algoritmu na vstupních datech. Na partonové nebo částicové úrovni jsou klastry přímo jednotlivé partony nebo částice. Pro detektor je kvůli možným korekcím situace obtížnější, detailnější rozbor pro detektory CDF a DØ je v [4].

## 6 Analýza dat

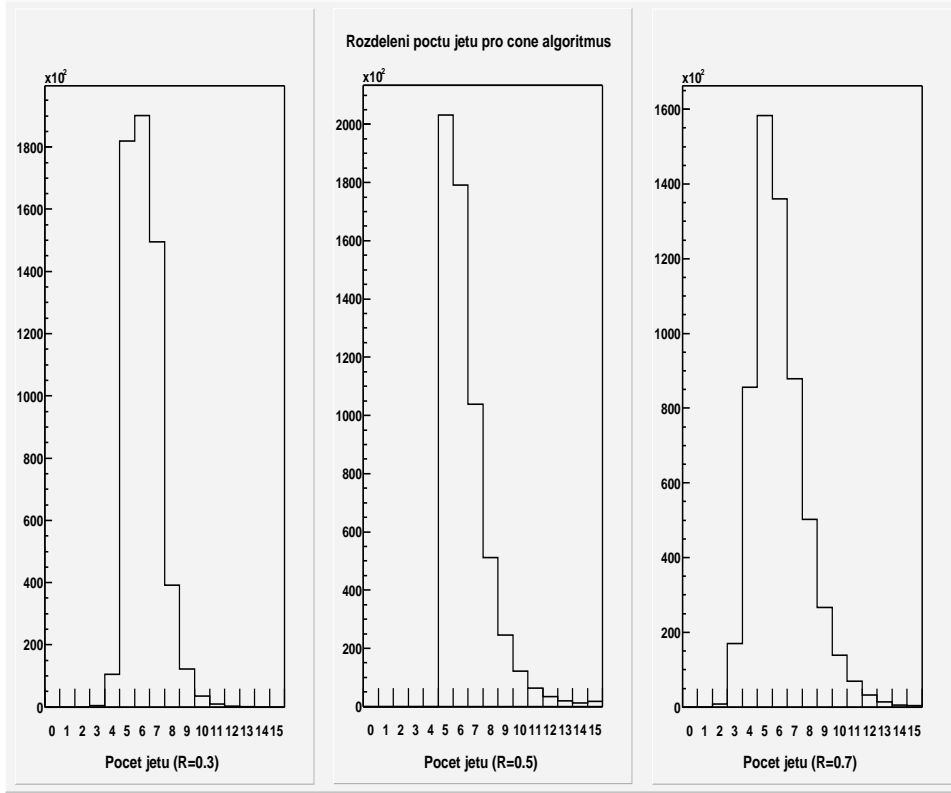
Ve výzkumném úkolu jsem analyzoval data z Runu I DØ. Jde o data [6] původně určená pro hledání párů top-antitop použitím více jetů v koncovém stavu. Jety byly rekonstruovány pomocí cone algoritmu s  $R = 0.5$ . Takových případů bylo přibližně 600000. Z nich se očekávalo přibližně 200 top-antitop párů. Pro vyhledání těchto případů byla použita neuronové sítě. Kvůli odfiltrování pozadí byly jety rekonstruovány i pro  $R = 0.3$  a  $R = 0.7$ . V těchto případech byly jety nehmotné.

Rozdělení počtu jetů v jednotlivých případech cone algoritmu lze vidět na obrázku 5

Tyto data jsem vzal jako vstup do svého  $k_{\perp}$  algoritmu, který jsem naprogramoval podle 5.2. Parametr algoritmu jsem zvolil pro jednoduchost stejný pro všechny cone algoritmy a to  $D = 1$ . Cone algoritmus jsem tedy vybral jako klustrovací proceduru pro  $k_{\perp}$  algoritmus.

Zajímalo mě, zda může dojít ke snížení počtu jetů v případech, kdy cone algoritmus označil event za multijetový. Výsledkem je, že při použití  $k_{\perp}$  algoritmu s  $D = 1$  lze některé eventy označit za dvou jetové a tedy srovnat jejich úhlové rozdělení s výsledkem QCD. Kolik bylo takových případů lze zjistit z obrázků 6,7 a 8. Toto množství není ani v jednom případě zásadní, jedná se zhruba o 1/30 případů, tj. asi 3%.

Pokusil jsem se srovnat úhlové rozdělení vzniklých dvou jetů s předpovědí



Obrázek 5: Rozdělení počtu jetů

QCD. V případě výrazného rozdílu by výsledek ukazoval na nesprávnost  $k_{\perp}$  algoritmu.

Účinný průřez interakce hadronů se vyjádří pomocí účinného průřezu interakce partonů:

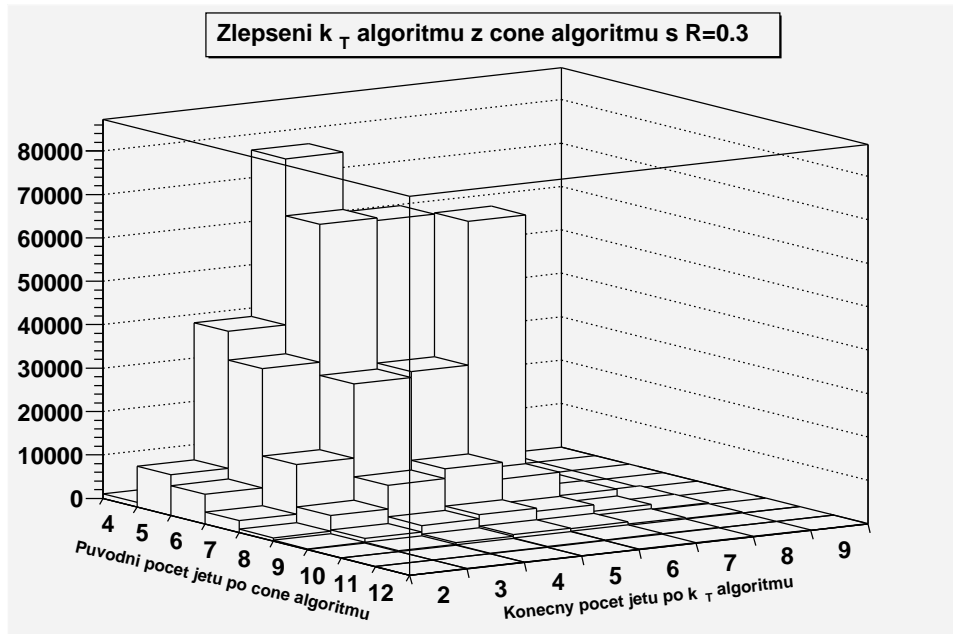
$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow CX) = \sum_{i,j=q,g} \int_0^1 dx_1 dx_2 f_i(x_1, \mu) f_j(x_2, \mu) \sigma(ij \rightarrow C) \quad (17)$$

Vlastně se jedná o sečtení všech možných příspěvků interakcí možných partonů. Vahou v součtu jsou distribuční funkce partonů - tj. pravděpodobnosti nalezení partonu s daným zlomkem hybnosti  $x$  hadronu uvnitř tohoto hadronu.

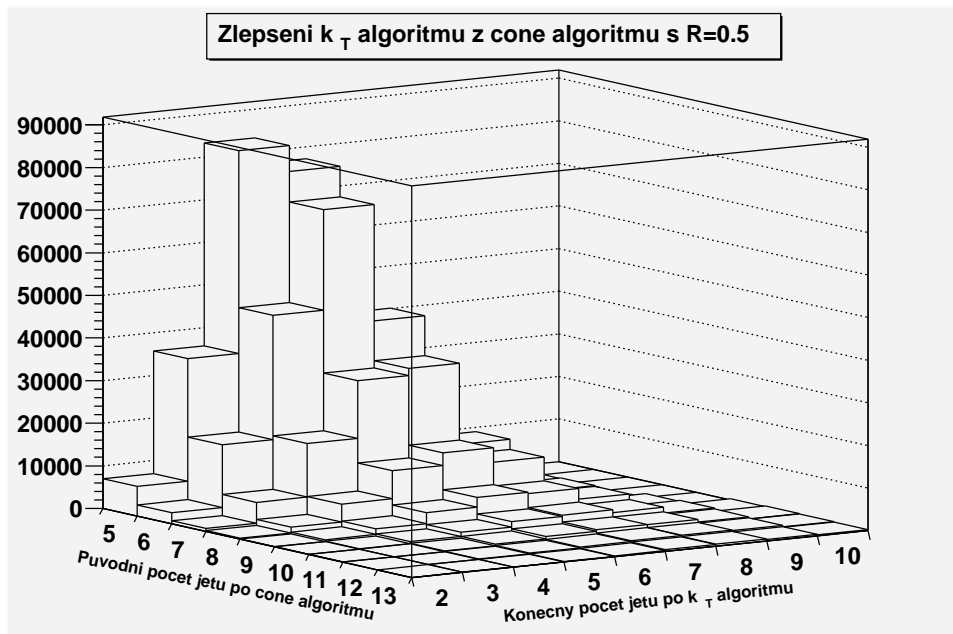
Pro úhlové rozdělení:

$$\frac{d\sigma(h_1 h_2 \rightarrow CX)}{d \cos \theta} = \sum_{i,j=q,g} \int_0^1 dx_1 dx_2 f_i(x_1, \mu) f_j(x_2, \mu) \frac{d\sigma(ij \rightarrow C)}{d \cos \theta} \quad (18)$$

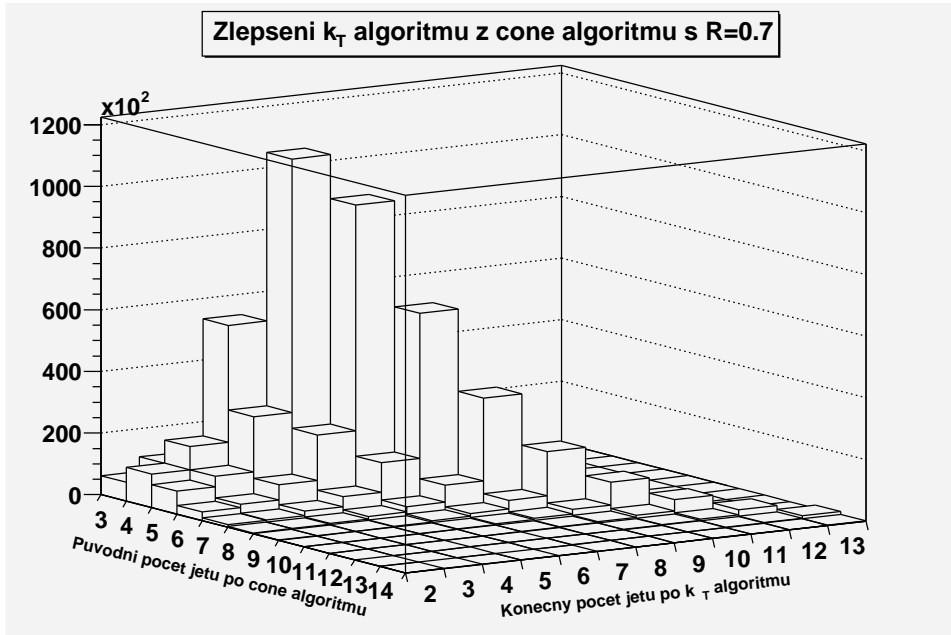




Obrázek 6: Změna počtu jetů po  $k_{\perp}$  algoritmu z cone algoritmu s  $R = 0.3$



Obrázek 7: Změna počtu jetů po  $k_{\perp}$  algoritmu z cone algoritmu s  $R = 0.5$


 Obrázek 8: Změna počtu jetů po  $k_{\perp}$  algoritmu z cone algoritmu s  $R = 0.7$ 

Maticové elementy jednotlivých procesů (obrázek 2) lze nalézt v literatuře o QCD (např. [3, 7] a další). Numericky nejpodstatnějšími jsou procesy  $gg \rightarrow gg$ ,  $gq \rightarrow gq$  a  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ .

Proces	$\frac{1}{g^4}  \overline{M} ^2$
$q_{\alpha}\bar{q}_{\beta} \rightarrow q_{\alpha}\bar{q}_{\beta}$	$\frac{2}{9} \left[ \frac{2(s^2+u^2)}{t^2} + \left( \frac{2(t^2+u^2)}{s^2} - \frac{1}{3} \frac{4u^2}{st} \right) \delta_{\alpha\beta} \right]$
$gq \rightarrow gq$	$\left[ \left( 1 - \frac{us}{t^2} \right) - \frac{4}{9} \left( \frac{s}{u} + \frac{u}{s} \right) - 1 \right]$
$gg \rightarrow gg$	$\frac{8}{9} \left[ -\frac{33}{4} - 4 \left( \frac{us}{t^2} + \frac{ut}{s^2} + \frac{st}{u^2} \right) \right] - \frac{9}{16} \left[ 45 - \left( \frac{s^2}{ut} + \frac{t^2}{us} + \frac{u^2}{ts} \right) \right]$

Tabulka 2: Maticové elementy pro některé procesy v QCD

Dále pro interakci dvou částic:

$$\frac{d\sigma(2 \rightarrow 2)}{dt} = \frac{|\overline{M}|^2}{16\pi s^2} \quad (19)$$

Pro vyjádření proměnných  $t, u$  v těžišтовém systému:

$$t = -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta) \quad (20)$$

$$u = -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta) \quad (21)$$

Všechny procesy z tabulky 2 mají téměř stejné chování pro malé úhly v těžišтовém systému (pro  $\theta \rightarrow 0$  se podíl účinných průřezů rovná konstantě). Chování jednotlivých příspěvků maticového elementu  $gg \rightarrow gg$  (s využitím (20),(21)):

$$\frac{us}{t^2} \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (22)$$

$$\frac{s^2}{ut} \propto \frac{1}{\sin^2 \theta} \quad (23)$$

$$\frac{u^2}{st} \propto \frac{1}{\sin^2(\theta/2)} \quad (24)$$

Nejvýraznější singularita je tedy v členu (22). Dále pro pevné  $s$  platí  $dt = \frac{s}{2}d \cos \theta$ . Při aproximaci všech možných procesů procesem  $gg \rightarrow gg$  (přesné pro malé úhly, s chybou kolem 25% pro  $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$ , s využitím (18),(19)):

$$\frac{d\sigma(p\bar{p} \rightarrow 2jet\gamma)}{d \cos \theta} = \frac{|\overline{M}|_{gg \rightarrow gg}^2}{8\pi s} \sum_{i,j=q,g} \int_0^1 dx_1 dx_2 f_i(x_1, \mu) f_j(x_2, \mu) \quad (25)$$

Diferenciální účinný průřez je nepřímo úměrný energii (pokud vazbovou konstantu považují za konstantu). Sčítání přes možné procesy a integraci přes partonové distribuce, které určují váhu jednotlivých procesů, můžu nahradit ve své aproximaci konstantou. Pokud do ní zahrnu i vazbovou konstantu a závislost na energii dostávám:

$$\frac{d\sigma(p\bar{p} \rightarrow 2jet\gamma)}{d \cos \theta} = K(s, \alpha_s) |\overline{M}|_{gg \rightarrow gg}^2 \quad (26)$$

Diferenciální účinný průřez je nepřímo úměrný energii. Rozdělení interakcí podle energií není příliš názorné, takže jsem zvolil tři intervaly energií. Pro cone algoritmy s  $R = 0.3$  a  $R = 0.5$  jsem zvolil 0 – 250, 250 – 350 a 350 – GeV, pro  $R = 0.7$  pak 0 – 350, 350 – 450 a 450 – GeV. Tato rozdělení jsou

na obrázcích 9,10 a 11. Je na nich vidět závislost na energii, ale kvůli malé statistice se nedá přesná závislost posoudit.

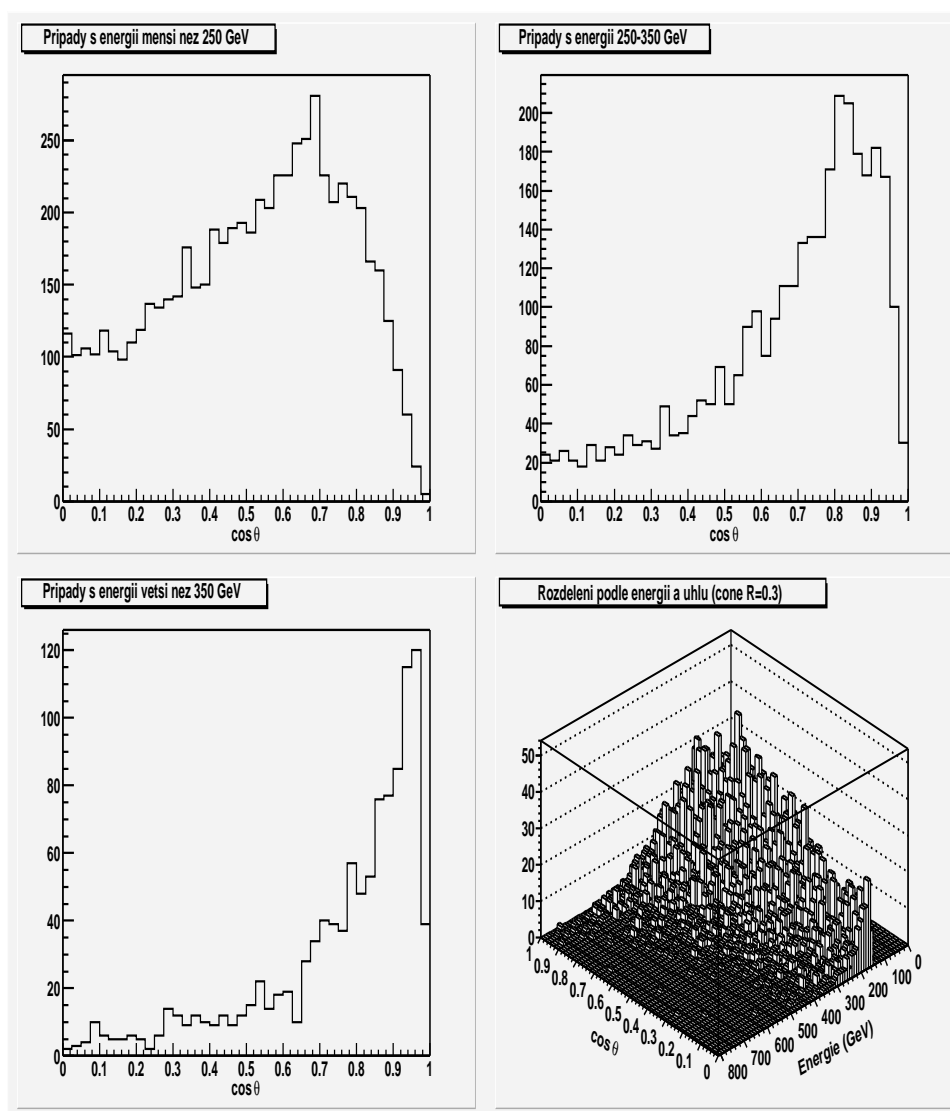
Úhlové rozdělení přibližně odpovídá předpokladu. Pro cone algoritmus s  $R = 0.3$  a  $R = 0.5$  není minimální úhel singulární. Může to být způsobeno horší detekcí částic rozptýlených na malé úhly a následné problémy s rekonstrukcí jetů v této oblasti. Úplná singularita  $\frac{d\sigma}{d\cos\theta} \rightarrow \infty$  je rovněž potlačena díky různým aproximacím.

Pro srovnání s teoretickou předpovědí budu všechny procesy aproximovat procesem  $gg \rightarrow gg$ . Pro samotný fit jsem k příspěvku  $d\sigma/d\cos\theta$  přičetl aditivní konstantu, která by měla odpovídat tomu, že neznám hodnotu pozadí. Srovnáním je vidět, že je rovněž závislá na energii, s rostoucí energií klesá (stejně, jako samotný diferenciální účinný průřez). Zároveň tato konstanta pomáhá srovnat spočítaná data s teoretickou předpovědí. Příslušné srovnání lze nalézt na obrázcích 12,13 a 14.

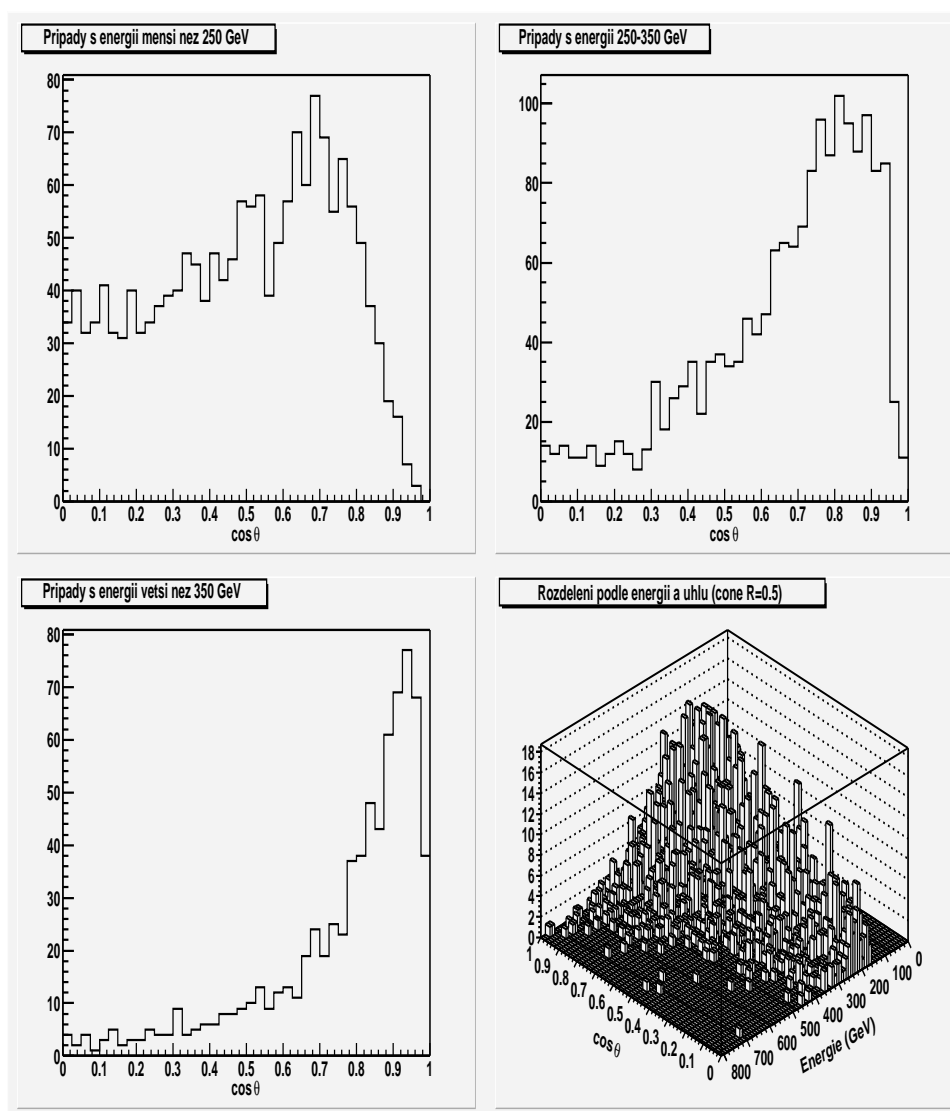
Z grafů lze vidět poměrně slušnou shodu s teoretickou předpovědí. Nejlepší shody dosahují data v limitě vysoké energie.

Podobné srovnání lze provést i pro cone algoritmus s menším  $R$ , ale porovnání s teorií bude výsledek horší, hlavně kvůli oblasti velmi malých úhlů.

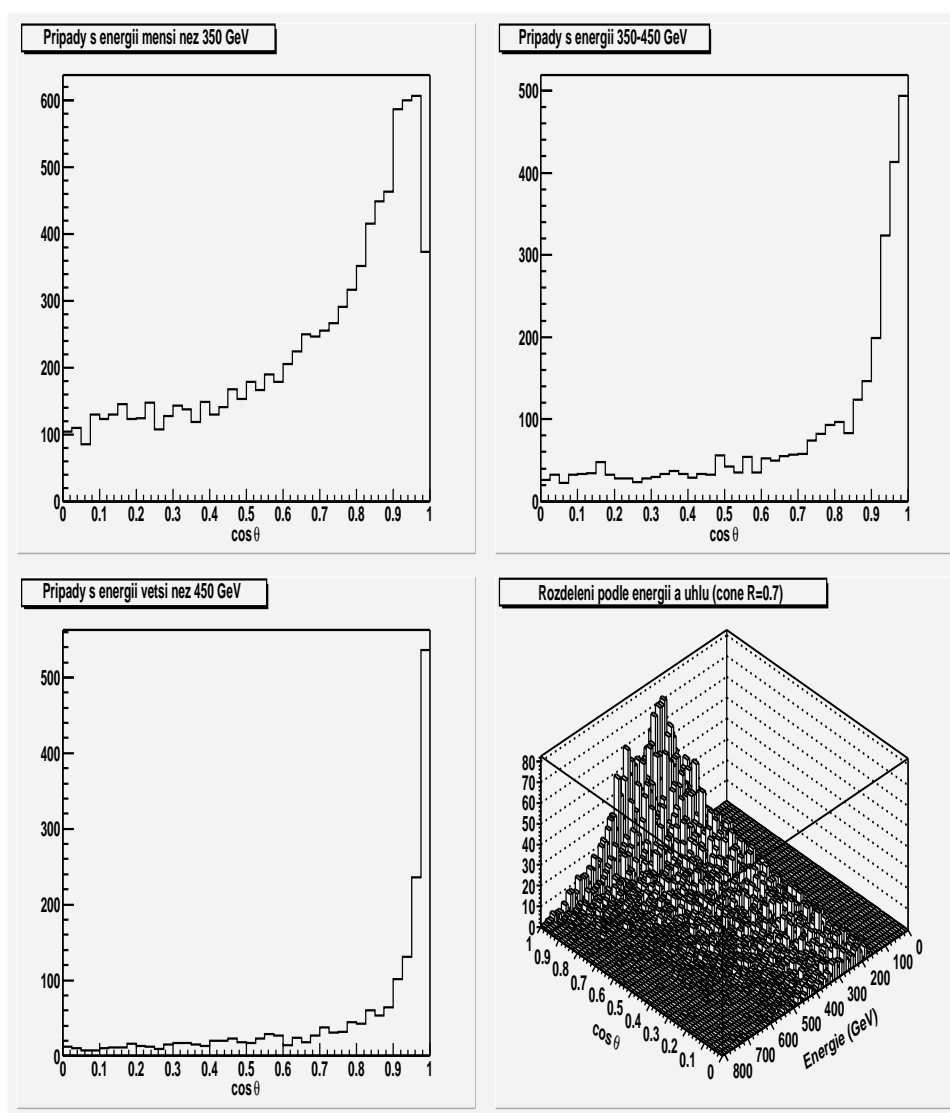
Celkově lze říci, že pomocí  $k_{\perp}$  algoritmu lze snížit počet jetů rekonstruovaných pomocí cone algoritmu a přitom udržet souhlas s teoretickou předpovědí QCD. Srovnání vychází nejlépe pro použití cone algoritmu s  $R = 0.7$  a celkově dosahují lepších výsledků v limitě vysokých energií.



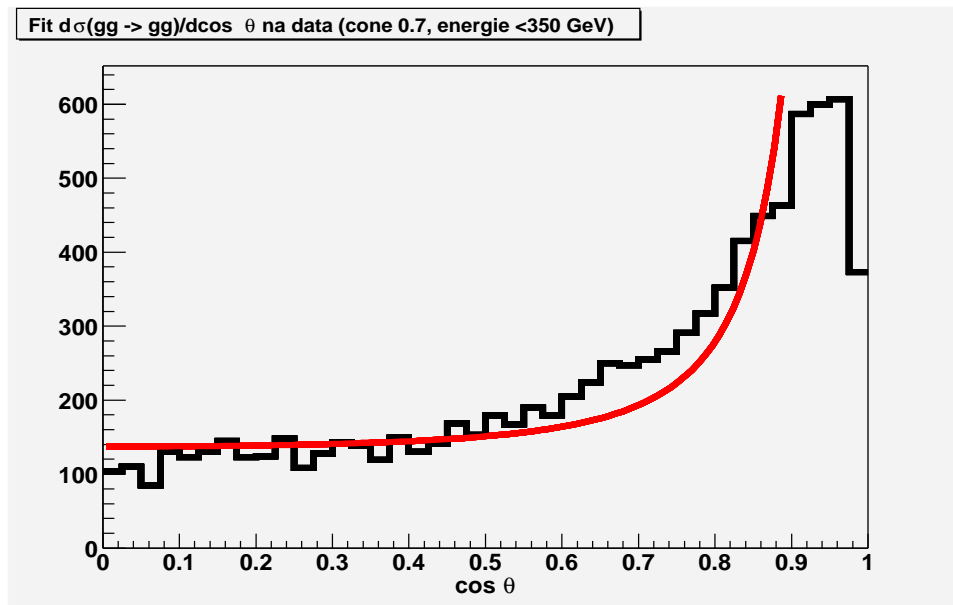
Obrázek 9: Energetické a úhlové rozdělení dvou jetů při  $R = 0.3$



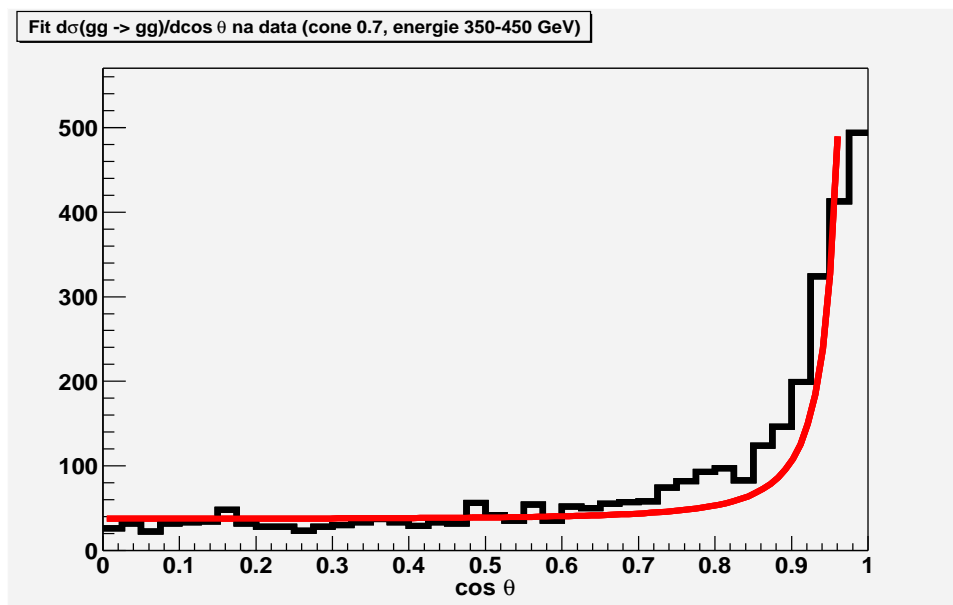
Obrázek 10: Energetické a úhlové rozdělení dvou jetů při  $R = 0.5$



Obrázek 11: Energetické a úhlové rozdělení dvou jetů při  $R = 0.7$

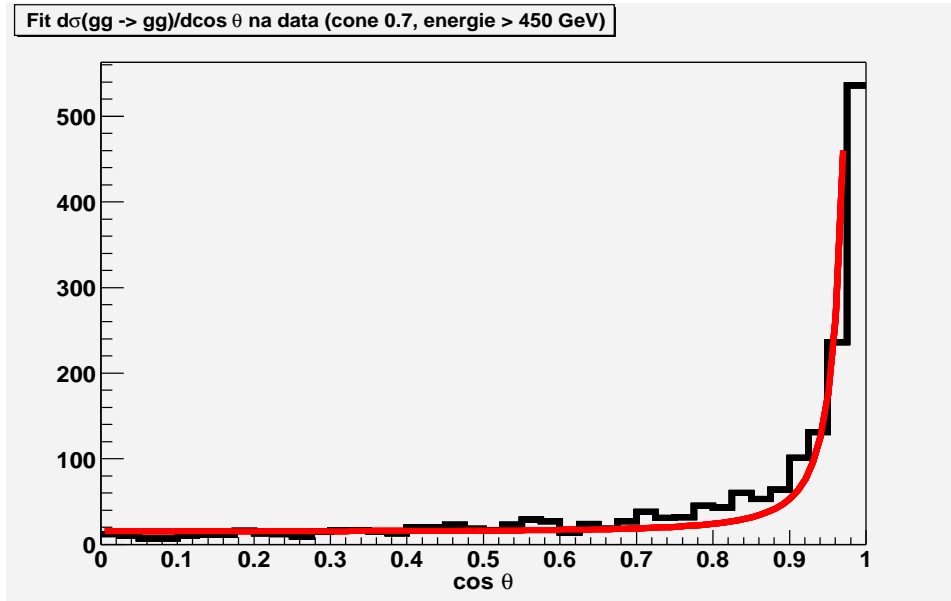


Obrázek 12: Porovnání teoretické hodnoty s vypočítanými daty pro cone algoritmus s  $R = 0.7$  a energií menší než 350 GeV.



Obrázek 13: Porovnání teoretické hodnoty s vypočítanými daty pro cone algoritmus s  $R = 0.7$  a energií v intervalu 350 až 450 GeV.





Obrázek 14: Porovnání teoretické hodnoty s vypočítanými daty pro cone algoritmus s  $R = 0.7$  a energií větší než 450 GeV.

## 7 Závěr

Ve výzkumném úkolu jsem zkoumal využití jetových algoritmů ve fyzice vysokých energií. Na data z Runu I DØ rekonstruované pomocí cone algoritmu jsem zkusil aplikovat  $k_{\perp}$  algoritmus. Zajímalo mne, zda může dojít k redukci počtu jetů. To znamená, jestli případ označený původním algoritmem za multijetový nemůže obsahovat jetů výrazně méně.

Vyskytly se případy, kdy po  $k_{\perp}$  algoritmu zůstaly nakonec jen dva jety. Proces vzniku dvou jetů je popsitelný v nejnižším řádu QCD a tedy výsledek jsem tedy mohl porovnat.

Závislost na energii není díky nízkému počtu případů průkazná, ale s rostoucí energií je úbytek případů pozorovatelný, tj. neodporuje předpovědi. Úhlové rozdělení předpokládá výraznou singularitu při malých úhlech rozptylu v těžišťové soustavě. Takovou závislost jsem pozoroval i ve svém výsledku. Problémy na velmi malých úhlech pro cone algoritmus s  $R = 0.3$  a  $R = 0.5$  si vysvětluji horší detekcí částic na těchto úhlech, následnou rekombinací při jetovém algoritmu a zároveň použitými aproximacemi.

## Reference

- [1] Z. Hubáček, *Rešerše strukturních funkcí protonu, určování konstanty silné interakce  $\alpha_S$  z produkci mnoha jetů*, Rešeršní práce FJFI ČVUT, 2002
- [2] V. Juránek, *Jety jako nástroj studia hmoty*, Výzkumný úkol FJFI ČVUT, 2002
- [3] J. Chýla, *Quark, partons and Quantum Chromodynamics*, <http://www-hep.fzu.cz/Theory/notes/text.pdf>, 2003
- [4] G. C. Blazey *et. al*, *Run II Jet Physics*, hep-ex/0005012 v2, 2000
- [5] S. V. Chekanov, *Jet algorithms: a minireview*, hep-ph/0211298, 2002
- [6] DØ Collaboration, *Measurement of the top quark pair production cross section using all jets decay channel*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1908, (1999)
- [7] V. I. Borodulin, R. N. Rogalyov, S. R. Slabospitsky, *CORE, Compendium of Relations, version 2.2*, hep-ph/9507456, 1995
- [8] M. L. Mangano, *Introduction to QCD*, 1998 European School of High-Energy Physics , CERN 1999
- [9] R. K. Ellis, N. J. Stirling, *QCD and Collider Physics*, 1988 CERN School of Physics, CERN 1991 (Cambridge University Press, 1996)