

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta Jaderná a Fyzikálně Inženýrská

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2007

Martin Schulc

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky
Obor: Jaderné inženýrství
Zaměření: Experimentální jaderná fyzika



Korelační femtoskopie
Correlation femtoscopy

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Martin Schulc
Vedoucí práce: RNDr. Miloš Pachr, CSc.
Rok: 2007

Poděkování

Chtěl bych poděkovat RNDr. Miloši Pachrovi, CSc. za odbornou pomoc a rady, které pomohly ke vzniku této práce.

Název práce:

Korelační femtoskopie

Autor: Martin Schulte

Obor: Jaderné inženýrství

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: RNDr. Miloš Pačr, CSc.
Katedra fyziky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská,
České vysoké učení technické v Praze

Konzultant: -

Abstrakt: Tato bakalářská práce shrnuje poznatky o korelační femtoskopii. Je zde vysvětlena základní teorie pionových korelací. Práce se také zabývá konstrukcí korelační funkce z experimentálních dat a různými parametrizacemi. V poslední kapitole jsou rozebrány výsledky některých experimentů.

Klíčová slova: Korelační femtoskopie, Hanbury Brown – Twiss efekt, korelace pionů, korelační funkce, srovnávací vzorek

Title:

Correlation femtoscopy

Author: Martin Schulte

Abstract: This bachelor's degree project summarizes findings about the correlation femtoscopy. The basic theory of pion correlations is explained. This project deals with construction of correlation function from experimental data and various parametrizations. In the last chapter are analysed results from some experiments.

Key words: Correlation femtoscopy, Hanbury Brown – Twiss effect, pion correlations, correlation function, reference sample

Obsah

| | |
|--|-----------|
| Úvod | 7 |
| 1 Kvark-gluonové plazma | 8 |
| 1.1 Kvarky, gluony a kvark-gluonové plazma | 8 |
| 1.2 Argumenty hovořící pro vznik kvark-gluonového plazmatu | 9 |
| 2 Korelační femtoskopie | 12 |
| 2.1 Historie Hanbury Brown – Twissova efektu | 12 |
| 2.2 Pionové korelace z chaotických zdrojů | 14 |
| 2.2.1 Rozdělení hybnosti pro jeden pion | 15 |
| 2.2.2 Korelace hybnosti dvou pionů | 18 |
| 2.3 Koherentní a částečně koherentní zdroje | 24 |
| 2.3.1 Koherentní zdroje | 24 |
| 2.3.2 Částečně chaotické zdroje | 27 |
| 2.4 Nejčastěji používané parametrizace korelační funkce | 27 |
| 2.4.1 1D parametrizace korelační funkce | 27 |
| 2.4.2 3D parametrizace korelační funkce | 28 |
| 3 Analýza experimentálních dat | 30 |
| 3.1 Korekce korelační funkce | 30 |
| 3.2 Korelace vyšších řádů | 31 |
| 3.3 Konstrukce korelační funkce z experimentálních dat | 33 |
| 3.4 Srovnávací vzorek | 34 |
| 3.4.1 Srovnávací vzorek odvozený z naměřených dat | 34 |
| 3.4.2 Srovnávací vzorek vytvořený Monte Carlo simulacemi | 34 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4 | Výsledky experimentů | 35 |
| 4.1 | Experimenty s pozitron-elektronovou anihilací | 35 |
| 4.2 | Experimenty se srážkami těžkých iontů | 38 |
| | Závěr | 39 |
| | Seznam použitých zdrojů | 40 |

Úvod

Tato bakalářská práce se zabývá korelační femtoskopií, dynamicky se rozvíjející oblastí částicové fyziky. Korelační femtoskopie nám pomáhá při hledání kvark-gluonového plazmatu. Nazývá se také Bose – Einsteinova interferometrie. Korelační femtoskopie je však vhodnější název, protože ji můžeme aplikovat nejenom na bosony, ale také na fermiony. Název také napovídá o tom, že při relativistických srážkách částic v urychlovači dokážeme měřit rozměry řádu femtometrů nebo dokonce i menší.

Práce je rozdělena na čtyři části. První část se zabývá kvark-gluonovým plazmatem, jeho vlastnostmi a důležitostí prokázání jeho existence. Obsahem druhé části nazvané korelační femtoskopie je teorie korelací pionů a rozdělení prostorově rozložených zdrojů. V úvodu kapitoly je také uvedena historie Hanbury Brown - Twissova (dále HBT) efektu, který je základem korelační femtoskopie. Třetí část obsahuje kapitolu nazvanou analýza experimentálních dat, ve které je popsáno vytvoření korelační funkce z experimentálních dat. Výsledky některých experimentů za použití korelační femtoskopie jsou shrnuty v poslední čtvrté části. V celé práci se standardně užívá přirozených jednotek.

Kapitola 1

Kvark-gluonové plazma

1.1 Kvarky, gluony a kvark-gluonové plazma

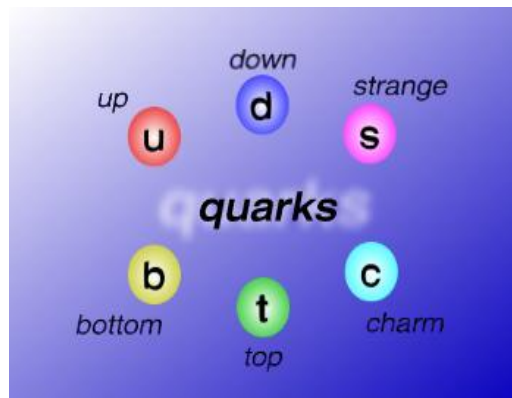
Kvarky jsou fermiony a tvoří hadrony. Hadrony dělíme na baryony složené ze tří kvarků (například protony a neutrony) a na mezony tvořené kvarkem a antikvarkem (například piony). Kvarky se dělí do tří generací, první tvoří kvarky down a up, druhou kvarky strange a charm a třetí kvarky bottom a top. Kvarky můžeme také rozdělit na dva druhy, valenční a mořské. Mořské kvarky jsou ty kvarky, které jsou vázány v kvark antikvarkových párech (mezony). Valenční kvarky jsou kvarky tvořící nukleony. Tedy například proton má dva valenční up kvarky a jeden valenční down kvark. Z důvodu Fermiho vylučovacího pravidla zavádíme důležitou vlastnost kvarků, a to barvu. U kvarků rozeznáváme tři druhy barvy, které mohou nést (červená, žlutá, modrá). Interakce mezi kvarky závisí na barvě interagujících kvarků, podobně jako Coulombické interakce mezi nabitými částicemi. Z tohoto důvodu můžeme popisovat barvu kvarku jako tzv. barevný náboj. Kombinace barev v jednom hadronu musí být taková, aby hadrony byly bezbarvé, to znamená, že v baryonu se musí kombinovat všechny tři barvy a v mezonu musí mít antikvark příslušnou antibarvu. Působením silné interakce na sebe kvarky působí a mění přitom svůj barevný náboj.

Co drží kvarky pohromadě tak, že tvoří částice jako je neutron či proton? Je to silná interakce působící prostřednictvím gluonů na hadrony. Interakci mezi hadrony popisujeme teorií kvantové chromodynamiky (QCD). Na velmi malých vzdálenostech, mnohem menších než rozměry libovolného hadronu, nabývá vazebná konstanta QCD malých hodnot a s klesající vzdáleností mezi kvarky také klesá, takže kvarky se chovají téměř jako volné částice. Tento jev nazýváme asymptotická svoboda. Ale naopak, pokud se vzdálenost mezi kvarky zvětší na hodnotu přibližně 1 fm, tak vazebná konstanta začne růst nade všechny meze a gluony nedovolí získat volný kvark. Proto se

dlouho nepodařilo získat volný kvark. Vždy jsou po dvojicích nebo po trojicích vázány v mezonu nebo v baryonu. Na volné kvarky je totiž třeba jít oklikou. Dodáme-li látce velkou energii, stlačíme ji natolik, že průměrné vzdálenosti mezi kvarky budou menší než 1 fm a kvarky s gluony se začnou chovat jako volné. Proto získáme tak výjimečný stav hmoty; kvark-gluonové plazma složené z volných kvarků a gluonů.

Prokázání existence kvark-gluonového plazmatu, znalost jeho vlastností a způsobu přechodu v hadronovou hmotu jsou klíčové pro pochopení raného stádia vývoje Vesmíru. Musíme ovšem mít na paměti některé důležité rozdíly v procesu hadronizace ve srážkách těžkých jader a hadronizace při Velkém třesku. Je to hlavně rozdílná časová škála. Zatímco srážka těžkých jader trvá řádově jen 10^{-22} s, trvala hadronizace za raného Vesmíru řádově 10^{-6} s. Tento rozdíl je způsoben zpomalováním expanze Vesmíru gravitací a způsobuje například to, že se při hadronizaci v raném Vesmíru stihly rozpadnout téměř všechny vznikající nestabilní částice.

Jedině zkoumáním částic vyletujících z místa srážky můžeme určit teplotu, hustotu a další vlastnosti vznikající husté horké hmoty a prokázat její fázový přechod do nového stavu, kvark-gluonového plazmatu. Navíc částice vzniklé hadronizací mezi sebou silně interagují a informace o vlastnostech kvark-gluonového plazmatu, které nesou, se ztrácí. Získaná informace je tedy jen zprostředkovaná, přímé pozorování je nemožné.



Obrázek 1: kvarky

1.2 Argumenty hovořící pro vznik kvark-gluonového plazmatu

Podívejme se na čtyři základní fyzikální jevy, které fyzikové považují za nejsilnější argumenty potvrzující vznik kvark-gluonového plazmatu.

První získáváme ze studia rozložení hybnosti pro řadu různých hadronů, které opouštějí místo srážky. Z takových spekter hybnosti můžeme zjistit teplotu hmoty v okamžiku,

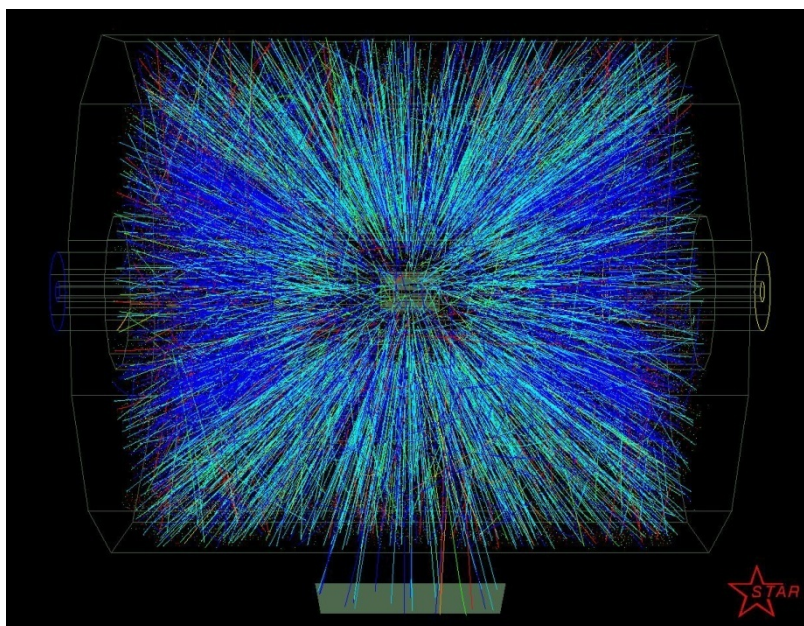
kdy jí částice opouštěla. Jde o podobnou situaci, jakou je v astrofyzice určení teploty tělesa z energetického spektra fotonů, které vyzařuje.

Druhým jevem, pozorovaným při velmi vysokých energiích srážky v experimentech NA57/WA97, NA49 a NA50, je zvýšená produkce hadronů obsahujících jeden nebo více podivných kvarků s ve srovnání s počtem, který vypočteme, když budeme předpokládat jejich vznik pouze ve srážkách nukleonů. Takový nárůst výskytu podivných částic je velice obtížné vysvětlit v případě srážkových energií nedostačujících k tvorbě kvark-gluonového plazmatu, protože podivné částice vznikají s velmi malou pravděpodobností. Naopak pravděpodobnost produkce podivných částic při srážkách kvarků a gluonů v plazmatu a při následné hadronizaci je velmi vysoká.

Třetím jevem je zvýšená produkce elektron-pozitronových párů v oblasti invariantních hmotností menších než 800 MeV . Invariantní hmotnost je klidová hmotnost částice vypočtená z dvojice zachycených leptonů za předpokladu, že pocházejí z jejího rozpadu. Tento jev můžeme vysvětlit změnou vlastností mezonu ρ , který vzniká při relativistických srážkách jader a velmi rychle se rozpadá na dvojici elektron a pozitron. Jeho hmotnost a doba života by měla záviset na hustotě a teplotě okolní hmoty.

Nejvýznamnějším příznakem fázového přechodu je potlačení produkce mezonu nazývaného J/ψ , které bylo pozorováno v experimentu NA50. Mezon J/ψ je silně vázaným systémem kvarku c a anti- c . V kvark-gluonovém plazmatu se díky odstínění těchto kvarků možnost vzniku tohoto mezonu silně snižuje. Vznik a velikost pozorovaného potlačení produkce mezonu J/ψ nelze uspokojivě vysvětlit bez přítomnosti nového stavu hmoty.

Tyto sice nepřímé důkazy, ale v souhrnu velmi přesvědčivé, potvrzují existenci kvark-gluonového plazmatu. Experimenty provedené na RHIC (Relativistic heavy ion collider) v Brookhaven National Laboratory naznačují, že data obdržena z těchto pokusů jsou ve shodě s teoretickými předpověďmi pro vznik kvark-gluonového plazmatu. Skutečně mnoho teoretiků usuzuje, že při experimentech na RHIC vzniklo kvark-gluonové plazma. Bohužel ale mezi experimentálními daty a teoretickými předpověďmi se vyskytují nesrovnalosti. Mělo by následovat definitivní potvrzení a podrobné zkoumání jeho vlastností za různých podmínek. K tomu však potřebujeme, aby plazma vznikalo ve větším objemu a byla bez jakýchkoliv pochyb potvrzena jeho existence. Experimenty na RHIC také ukázaly, že předpokládané kvark-gluonové plazma se chová spíše jako kapalina než plyn, což předpovídaly starší teorie.



Obrázek 2: Experiment STAR v BNL. Zde vidíme následky fireballu, který vznikl srážkou dvou iontů zlata o těžišťové energii 40 TeV .

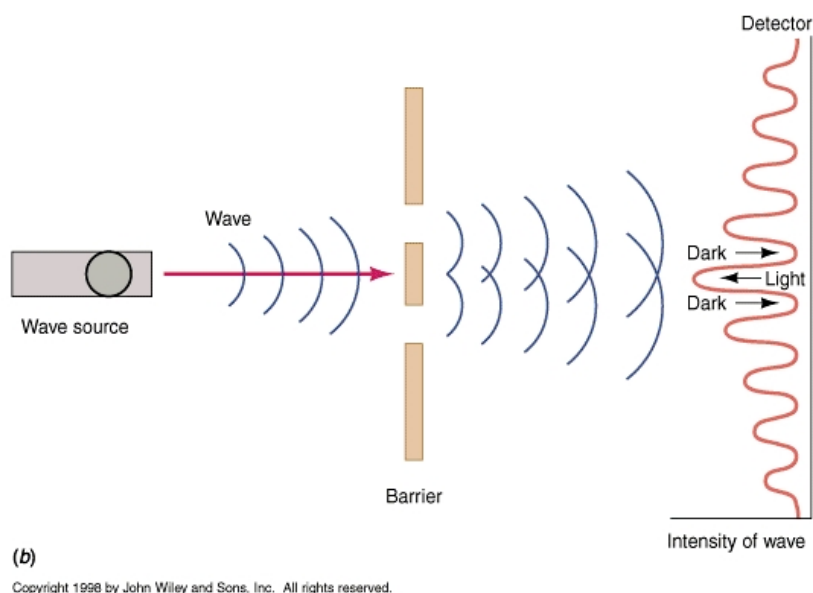
Velmi důležitým nástrojem pomáhajícím k potvrzení existence kvark-gluonového plazmatu je Bose-Einsteinova interferometrie (Korelační femtoskopie). Z detekce párů identických částic je touto metodou možné odhadnout rozměry oblasti, ve které částice vznikly. Ze známé teploty lze dopočítat hustotu energie a porovnat ji s kritickou hustotou nutnou pro vznik kvark-gluonového plazmatu. Přechod mezi normální hmotou a kvark-gluonovým plazmatem by měl nastat asi při hustotách energie okolo $1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$. Teplota odpovídající této hustotě energie je $T = 180 \text{ MeV}$ v energetických jednotkách, a tedy $T = 2,1 \cdot 10^{12} \text{ K}$.

Kapitola 2

Korelační femtoskopie

2.1 Historie Hanbury Brown – Twissova efektu

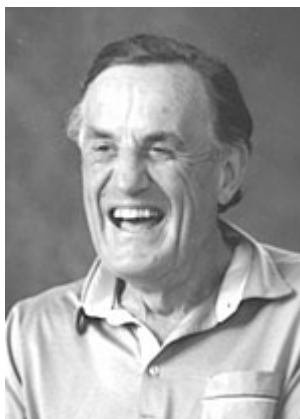
Interference je dobře známý jev spojovaný se skládáním dvou nebo více vln. Například, výskyt Youngova difrakčního obrazce v dvoušterbinovém experimentu je důsledkem interference amplitud dvou světelných vln. HBT efekt se liší od běžné amplitudové interferometrie tím, že neporovnává amplitudy, ale intenzity naměřené v různých bodech.



Obrázek 3: Youngův difrakční obrazec

Radarová technologie vyvinutá za druhé světové války vedla k rozvoji radioastronomie v poválečném období a k objevu radiových zdrojů ve Vesmíru. Nikdo netušil, jak jsou tyto zdroje veliké, a proto nastal problém jak změřit jejich rozměry. Standardním používaným postupem bylo užití Michaelsonovy interferometrie. Ze získaného difrakčního obrazce bylo možné určit úhlový rozměr zdroje vlnění. Touto metodou poprvé K. Schwarzschild změřil úhlový rozměr dvojhvězd roku 1895. Výsledky dané touto amplitudovou interferometrií jsou při dané vlnové délce omezeny vzdáleností, na které můžeme porovnávat amplitudy. Pokud zdroje radiových vln měly velký úhlový rozměr, pak byla potřeba malá vzdálenost mezi oběma detektory. Naproti tomu existovaly zdroje malých rozměrů, a proto by detektory musely být od sebe velmi vzdálené, tj. na opačných stranách Atlantiku nebo i dále, aby bylo dosaženo správných výsledků.

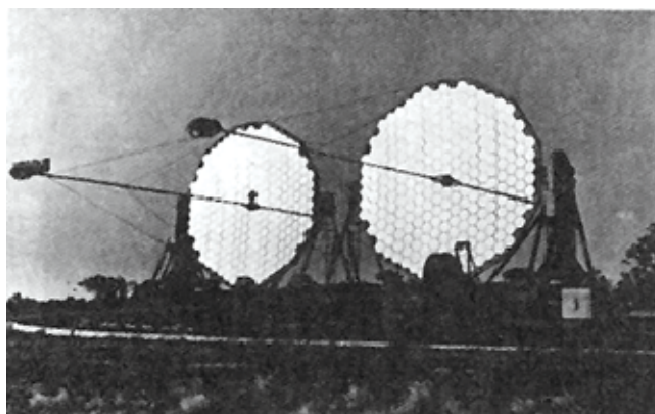
Tento problém vyřešil radioastronom Robert Hanbury Brown v Jodrell Banku roku 1949. Hanbury Brown pak společně s Richardem Q. Twissem, který měl lepší matematické vzdělání, provedli matematický rozbor své metody. První test interferometrie intenzit uskutečnili roku 1950 změřením průměru Slunce pouze jako ukázkou. V současnosti, především díky lepší technice se v astronomii opět používá Michaelsonova interferometrie na rozdíl od intenzitní. Později se zaměřili i na měření s viditelným světlem. S velmi velkou přesností změřili úhlový rozměr hvězdy Sirius. Robert Hanbury Brown a Richard Q. Twiss své výsledky publikovali v práci nazvané Test nového typu interferometru (A test of a new type of stellar interferometer on Sirius), kterou publikovali v roce 1956.



Obrázek 4: Robert Hanbury Brown

HBT efekt byl poté aplikován v subatomové fyzice použitím různých typů částic. Použití pionů k měření prostoročasových rozměrů při proton-antiproton anihilacích bylo navrženo a úspěšně aplikováno G. Goldhaberem, S. Goldhaberem, W.Y. Leem a A. Paisem v 60. letech minulého století v Bevatronu. Interference za použití protonových korelací, tedy poprvé i pro fermiony, byla navržena S. E. Kooninem. Podobně jako

v astronomii, navrhli Kopylov a Podgoretsky zkoumat intenzitní interferometrii pomocí korelační funkce. V řadě vydaných článků položili základy korelační femtoskopie. Tato metoda je v současnosti standardní technikou používanou v analýze experimentů fyziky relativistických srážek částic.



Obrázek 5: Radioteleskopy použité pro studium HBT efektu

Mezi použitím v astronomii a ve fyzice vysokoenergetických relativistických srážek je několik rozdílů. V astronomii měříme úhlový rozměr hvězdy měřením počtu detekovaných fotonů v koincidenci v závislosti na vzdálenosti mezi detektory. Druhým podstatným rozdílem je, že hvězdy považujeme za fixní, zatímco při srážce se systém vyvíjí na časové škále řádu $10^{-23} - 10^{-22}$ s, a proto musíme vzít v potaz měnící se geometrii systému, a také že v astronomii obvykle neznáme vzdálenost zdroje, tedy měříme pouze úhlový rozměr zdroje, ne jeho absolutní velikost.

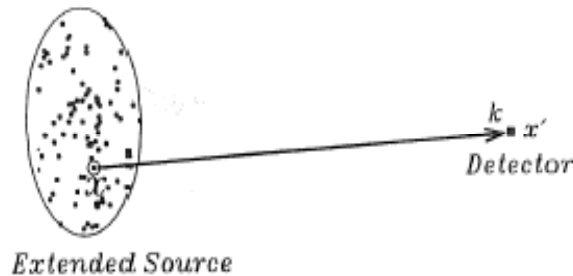
Korelace HBT typu se vyskytují u chaotických zdrojů a vůbec se nevyskytují u zdrojů koherentních. V následujícím textu se proto budeme zabývat převážně pionovými korelacemi z chaotických a částečně chaotických zdrojů.

2.2 Pionové korelace z chaotických zdrojů

Proč existují korelace hybnosti při detekci dvou identických pionů emitovaných z chaotického zdroje? K porozumění původu těchto korelací potřebujeme popis stavu pionů při jejich produkci a pohybu do detektoru. Jelikož dvoučásticové korelace hybnosti vyžadují detekci dvou shodných částic v koincidenci, musíme vzít v potaz symetrii systému vůči záměně částic. Tato symetrie pro identické částice je původcem korelací hybnosti.

2.2.1 Rozdělení hybnosti jednoho pionu

Uvažujme prostorově rozložený zdroj pionů a nejprve prozkoumejme detekci jednoho pionu se čtyřhybností $k = (\mathbf{k}, k^0)$ o prostorových souřadnicích $x' = (x', t')$, jak je vyobrazeno na obrázku č. 6. Bod uvnitř prostorově rozloženého zdroje označíme souřadnicemi $x = (x, t)$. Pro zjednodušení zavedeme těžišťovou soustavu. Je to přirozená soustava souřadnic používaná pro zkoumání srážek dvou stejných jader. V této soustavě je těžiště prostorově rozloženého zdroje v klidu. Avšak při vysokoenergetických srážkách s pevnými terči se detektory pohybují vzhledem ke zdroji. Těžišťová soustava se může zdát nešikovnou, ale ukáže se být nejvhodnější, protože veličiny, které nás zajímají jako například rozdělovací funkce hybnosti pro jednu částici $P(k)$, nezávisí na souřadnici detektoru x' , ale na souřadnici zdroje x , jak vyplyne z následujícího textu.



Obrázek 6: Pion s hybností k vylétl z bodu x v prostorově rozloženém zdroji a byl detekován v bodě x' . Rovná čára symbolizuje klasickou trajektorii pionu. Obrázek nezachovává skutečné měřítko. Ve skutečnosti je vzdálenost mezi x a x' o mnoho řádů větší než podélný rozměr zdroje.

Mějme pion se čtyřhybností k , který byl detekován v bodě x' . Pro měření k a x' nemáme dostatečné prostorové a časové rozlišení, abychom zjistili bod, odkud pion vyletěl. Pouze víme, že pion vyletěl odněkud z prostorově rozloženého zdroje. Ve zdroji je mnoho bodů, ze kterých pion mohl vyletět. Všechny splňují přibližný vzorec popisující klasickou trajektorii pionu:

$$\mathbf{x}' - \mathbf{x} \approx (\mathbf{k} / k^0)(t' - t) \quad (2.1)$$

, kde $\mathbf{k} / k^0 = d\mathbf{x}' / dt'$ je rychlost pionu.

Soustředíme svou pozornost na libovolný bod v prostorově rozloženém zdroji, jak je vidět na obrázku č. 6. Potřebovali bychom, alespoň přibližně, určit amplitudu pravděpodobnosti popisující pohyb pionu z x do x' . Pro tento účel použijeme metodu Feynmanova dráhového integrálu. Pohyb pionu ze zdroje do detektoru tedy vyjádříme

rovinnou vlnou, jak ukážeme dále. Amplitudu pravděpodobnosti vyjádříme sumací fázového faktoru e^{iS} přes všechny možné trajektorie:

$$\text{Amplituda } [(x, t) \rightarrow (x', t')] \equiv \Psi(k : x \rightarrow x') = \sum_{\substack{\text{všechny} \\ \text{trajektorie}}} e^{iS} \quad (2.2)$$

, kde S značí akci pionu, jejíž hodnota závisí na trajektorii. Všechny trajektorie začínají v bodě x a končí v bodě x' . Rozhodující příspěvek v sumě přes všechny trajektorie bude mít klasická trajektorie. Příspěvky od jiných trajektorií značně kolísají, mají opačná znaménka, a proto mají tendenci navzájem se vyrušit. Dále je rozumné aproximovat kvantově mechanickou amplitudu pravděpodobnosti jedním členem popisujícím akci pionu s hybností k podél klasické trajektorie:

$$\Psi(k : x \rightarrow x') \cong e^{iS(\text{klasická trajektorie}, k : x \rightarrow x')} \quad (2.3)$$

V předchozí rovnici jsme předpokládali, že pion nebyl na své cestě do detektoru nikde pohlcen ani zeslaben. To budeme předpokládat i v následujícím textu.

Akce pionu s hybností k pohybujícího se po přibližné klasické trajektorii z x do x' je:

$$S(\text{klasická trajektorie}, k : x \rightarrow x') \approx k \cdot (x - x') = k^0(t - t') - \mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}') \quad (2.4)$$

Po dosazení tohoto vztahu do rovnice (2.3) zjistíme, že amplituda pravděpodobnosti pro pion s hybností k , vylétávající z bodu x a detekovaný v bodě x' , se dá přibližně vyjádřit jako:

$$\Psi(k : x \rightarrow x') \approx e^{ik \cdot (x - x')} \quad (2.5)$$

Abychom zjednodušili značení, nebudeme v následujících rovnicích dále označovat přibližnou rovnost vyplývající z předchozí rovnice.

Vzorec (2.5) určuje amplitudu pravděpodobnosti pionu vzniklého v bodě x a detekovaného v bodě x' . To ale není pro naše účely dostačující. K tomu, abychom zahrnuli do svých úvah amplitudu pravděpodobnosti krece pionu v bodě x a jeho detekci v bodě x' , potřebujeme popsat stav pionu ve chvíli jeho produkce v místě vzniku x amplitudou pravděpodobnosti jeho krece. Označme amplitudu pravděpodobnosti krece pionu s hybností k v bodě krece x velikostí $A(k, x)$ a fází $\Phi(x)$. Bez újmy na obecnosti uvažujeme velikost $A(k, x)$ reálnou a nabývající pouze nezáporných hodnot. Ta závisí na povaze procesu produkce. $\Phi(x)$ nazýváme produkční fází. Chování této produkční fáze $\Phi(x)$ v různých bodech, kde může dojít k produkci pionu, charakterizuje stupeň koherence nebo chaotičnost procesu produkce pionu. Například chaotický zdroj může být popsán náhodnými produkčními fázemi v bodech produkce, zatímco koherentní zdroj může být popsán produkční fází $\Phi(x)$, která není náhodnou funkcí souřadnice x .

Nejprve vyšetřeme rozdělení hybnosti $P(k)$ pro jednu částici. Potom, co jsme zavedli dodatečnou amplitudu pravděpodobnosti kreace, abychom popsali stav pionu ve chvíli jeho produkce, bude úplná amplituda pravděpodobnosti $\Psi(k : x \rightarrow x')$ pro pion vzniklý v bodě x a detekovaný v bodě x' dána vztahem:

$$\Psi(k : x \rightarrow x') = A(k, x) e^{i\Phi(x)} \psi(k : x \rightarrow x') \quad (2.6)$$

Kromě toho pion může vzniknout nejenom v bodě x , ale kdekoliv jinde v prostorově rozloženém zdroji. Celková amplituda kreace pionu v bodě x je dána sumou amplitud pravděpodobnosti kreace všech možných bodů ve zdroji. Vezmeme-li tedy v potaz amplitudu pravděpodobnosti kreace $Ae^{i\Phi}$ ve všech možných bodech x , celková amplituda pravděpodobnosti pro pion s hybností k , který vzniknul ve zdroji a byl detekován v bodě x' , bude:

$$\Psi(k : \{všechny x\} \rightarrow x') = \sum_x A(k, x) e^{i\Phi(x)} \psi(k : x \rightarrow x') = \sum_x A(k, x) e^{i\Phi(x)} e^{ik \cdot (x-x')} \quad (2.7)$$

Suma přes všechny x vyžaduje bližší určení hustoty bodů $\rho(x)$ v prostoro-časové jednotce objemu. S tímto určením můžeme sumu přepsat jako integrál:

$$\sum_x \dots \rightarrow \int dx \rho(x) \quad (2.8)$$

Rozdělení hybnosti pro jednu částici, $P(k)$, určující pravděpodobnost, že pion s hybností k byl vytvořen v prostorově rozloženém zdroji a byl zaznamenán detektorem v bodě x' , je určena druhou mocninou absolutní hodnoty celkové amplitudy pravděpodobnosti. Tj.:

$$\begin{aligned} P(k) &= |\Psi(k : \{všechny x\} \rightarrow x')|^2 = \left| \sum_x A(k, x) e^{i\Phi(x)} e^{ik \cdot (x-x')} \right|^2 = \\ &= \left| \sum_x A(k, x) e^{i\Phi(x)} e^{ik \cdot x} \right|^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Předcházející vztah platí pro obecný zdroj. Tohoto vzorce využijeme k vyšetření rozdělení hybnosti pro jednu částici vylétávající z chaotického zdroje. Chaotický zdroj popisujeme jako zdroj, jehož produkční fáze $\Phi(x)$ přidružená k bodům kreace x je náhodnou funkcí souřadnice x . Abychom tuto náhodnost produkčních fází využili, tak rozložíme pravou stranu rovnice (2.9) na členy závislé a nezávislé na produkční fázi $\Phi(x)$. Získáme:

$$P(k) = \sum_x A^2(k, x) + \sum_{x, y; x \neq y} A(k, x) A(k, y) e^{i\Phi(x)} e^{-i\Phi(y)} e^{ik \cdot (x-y)} \quad (2.10)$$

Pokud do svých úvah zahrneme právě náhodnost produkčních fází $\Phi(x)$ v různých bodech, druhý člen v předcházející rovnosti je roven nule, protože kvůli velkému počtu členů s pomalu se měnícími velikostmi ale velmi rychle fluktuujícími náhodnými produkčními fázemi se vyruší. Proto můžeme psát:

$$P(k) = \sum_x A^2(k, x) \quad (2.11)$$

Použijeme-li přepis sumy na integrál (2.8), tak napíšeme:

$$P(k) = \int dx \rho(x) A^2(k, x) \quad (2.12)$$

Tuto rovnici můžeme porovnat s vlastností rozdělovací funkce $f(k, x)$ na fázovém prostoru, která je klasickým analogem kvantově mechanické Wignerovy funkce. Jak je dobře známo, integrací rozdělovací funkce přes prostorové souřadnice získáme rozdělení hybnosti:

$$P(k) = \int dx f(k, x) \quad (2.13)$$

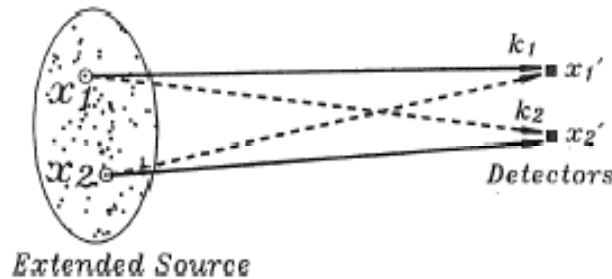
Proto pro chaotický zdroj je rozdělovací funkce $f(k, x)$ svázána s velikostí $A(k, x)$ pionového zdroje vzorcem:

$$f(k, x) = A^2(k, x) \rho(x) \quad (2.14)$$

Tento vztah nám dovoluje vyjádřit velikost $A(k, x)$ jako funkci rozdělovací funkce $f(k, x)$.

$$A(k, x) = \sqrt{\frac{f(k, x)}{\rho(x)}} \quad (2.15)$$

2.2.2 Korelace hybnosti dvou pionů



Obrázek 7: Pion s hybností k_1 byl detekován v bodě x_1' , jiný pion s hybností k_2 byl detekován v bodě x_2' . Piony vylétly z bodů x_1 a x_2 v prostorově rozloženém zdroji. Rovné čáry spojující x_1 s x_1' a x_2 s x_2' a přerušované čáry spojující x_1 s x_2' a x_2 s x_1' jsou možné trajektorie pionů.

Potom, co jsme dokončili rozbor rozdělení hybnosti $P(k)$ pro jednu částici, se zaměříme na korelace hybnosti při detekci dvou pionů v koincidenci. Uvažujme obecný zdroj pionů, pion se čtyřhybností k_1 detekovaný v bodě x_1' a druhý pion se čtyřhybností k_2 detekovaný v bodě x_2' , jak je znázorněno na obrázku č. 7. Tyto dva piony mohly vylézt z jakýchkoliv dvou bodů ve zdroji. Nejprve bychom rádi našli amplitudu

pravděpodobnosti popisující pohyb těchto dvou pionů ze zdroje do míst jejich detekce (detektoru).

Uvažujme případ, kdy pion s hybností k_1 vylétl z bodu x_1 a byl detekován v bodě x_1' a druhý pion s hybností k_2 vylétl z bodu x_2 a byl detekován v bodě x_2' . Na obrázku č. 7 je tento případ znázorněn plnými čarami. Amplituda pravděpodobnosti pro tento případ je součinem amplitudy pravděpodobnosti $\psi(k_1 : x_1 \rightarrow x_1')$ pro pion s hybností k_1 , který vylétl z bodu x_1 a byl detekován v bodě x_1' , a amplitudy pravděpodobnosti $\psi(k_2 : x_2 \rightarrow x_2')$ pro pion s hybností k_2 , který vylétl z bodu x_2 a byl detekován v bodě x_2' .

$$\psi(k_1 : x_1 \rightarrow x_1') \psi(k_2 : x_2 \rightarrow x_2') \quad (2.16)$$

Abychom získali amplitudu pravděpodobnosti $\psi(k : x_i \rightarrow x_i')$, použijeme opět metodu Feynmanova dráhového integrálu s přiblížením, že k amplitudě pravděpodobnosti nejvíce přispívá klasická trajektorie. Tedy každá amplituda pravděpodobnosti bude mimo jiné obsahovat pouze akce vypočtené podél klasické trajektorie, jak můžeme vyjádřit:

$$\psi(k : x_i \rightarrow x_i') \cong e^{iS_{cl}(k;x_i \rightarrow x_i')} \quad (2.17)$$

, kde $S_{cl}(k_i : x_i \rightarrow x_i')$ je akce pionu s hybností k_i pohybujícího se po klasické trajektorii z bodu x_i do bodu x_i' . Tato akce se dá přibližně vyjádřit vzorcem:

$$S_{cl}(k_i : x_i \rightarrow x_i') = k_i \cdot (x_i - x_i') \quad i = 1, 2 \quad (2.18)$$

Amplituda (2.16) přejde ve výraz:

$$\psi(k_1 : x_1 \rightarrow x_1') \psi(k_2 : x_2 \rightarrow x_2') = e^{iS_{cl}(k_1;x_1 \rightarrow x_1')} e^{iS_{cl}(k_2;x_2 \rightarrow x_2')} \quad (2.19)$$

Z tohoto důvodu amplituda pravděpodobnosti toho, že pion s hybností k_1 vylétl z bodu x_1 a byl detekován v bodě x_1' , a pion s hybností k_2 vylétl z bodu x_2 a byl detekován v bodě x_2' je popsána vzorcem:

$$\psi(k_1 : x_1 \rightarrow x_1') \psi(k_2 : x_2 \rightarrow x_2') = e^{ik_1(x_1-x_1')} e^{ik_2(x_2-x_2')} \quad (2.20)$$

Abychom vysvětlili amplitudu pravděpodobnosti pionu, který vznikl v prostorově rozloženém zdroji, vylétl odsud a byl detekován detektorem, potřebujeme vzít v úvahu amplitudu pravděpodobnosti kreace, která nám pomůže popsat stav pionů v bodech produkce ve zdroji. Amplituda pravděpodobnosti popisující pion vzniklý v bodě x_i a detekovaný v bodě x_i' je dána výrazem $A(k_i, x_i) e^{i\Phi(x_i)}$. Proto můžeme amplitudu pravděpodobnosti popisující dva piony vzniklé v bodech kreace a detekované v příslušných bodech napsat jako:

$$A(k_1, x_1) e^{i\Phi(x_1)} A(k_2, x_2) e^{i\Phi(x_2)} \psi(k_1 : x_1 \rightarrow x_1') \psi(k_2 : x_2 \rightarrow x_2') \quad (2.21)$$

a po úpravě takto:

$$A(k_1, x_1) e^{i\Phi(x_1)} A(k_2, x_2) e^{i\Phi(x_2)} e^{ik_1(x_1-x_1')} e^{ik_2(x_2-x_2')} \quad (2.22)$$

Avšak to není jediný příspěvek k amplitudě pravděpodobnosti pro dva piony vytvořené v bodech x_1 a x_2 a detekované v bodech x_1' a x_2' . Pion s hybností k_1 detekovaný v bodě x_1' mohl být totiž vytvořen v bodě x_2 a detekován v bodě x_1 . Totéž platí pro druhý pion s hybností k_2 , který byl detekován v bodě x_2' . Mohl totiž vylétnout z bodu x_1 . Na obrázku č. 7 je tato možnost znázorněna přerušovanými čarami. Proto pro tento případ napíšeme amplitudu pravděpodobnosti tímto způsobem:

$$A(k_1, x_2) e^{i\Phi(x_2)} A(k_2, x_1) e^{i\Phi(x_1)} \psi(k_1 : x_2 \rightarrow x_1') \psi(k_2 : x_1 \rightarrow x_2') \quad (2.23)$$

nebo

$$A(k_1, x_2) e^{i\Phi(x_2)} A(k_2, x_1) e^{i\Phi(x_1)} e^{ik_1(x_2-x_1')} e^{ik_2(x_1-x_2')} \quad (2.24)$$

Z důvodu nerozlišitelnosti pionů, a z toho plynoucí nutnosti použít Bose-Einsteinovu statistiku, musí být amplituda pravděpodobnosti symetrická vzhledem k záměně indexů částic. V tomto případě jediné co oba piony rozlišuje, jsou body kreace x_1 a x_2 , jelikož jsme předpokládali, že pion s hybností k_1 byl detekován v bodě x_1' a druhý pion s hybností k_2 byl detekován v bodě x_2' . Amplituda pravděpodobnosti musí být také symetrická vůči záměně x_1 a x_2 . Proto amplituda pravděpodobnosti splňující tuto symetrii je normalizovanou sumou (2.22) a (2.24).

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [A(k_1, x_1) e^{i\Phi(x_1)} A(k_2, x_2) e^{i\Phi(x_2)} e^{ik_1(x_1-x_1')} e^{ik_2(x_2-x_2')} + A(k_1, x_2) e^{i\Phi(x_2)} A(k_2, x_1) e^{i\Phi(x_1)} e^{ik_1(x_2-x_1')} e^{ik_2(x_1-x_2')}] \equiv e^{i\Phi(x_1)} e^{i\Phi(x_2)} \Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2') \quad (2.25)$$

, kde $\Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2')$ je ta část amplitudy pravděpodobnosti, která nezávisí na Φ . Definujeme ji vztahem:

$$\Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2') = \frac{1}{\sqrt{2}} [A(k_1, x_1) A(k_2, x_2) e^{ik_1(x_1-x_1')} e^{ik_2(x_2-x_2')} + A(k_1, x_2) A(k_2, x_1) e^{ik_1(x_2-x_1')} e^{ik_2(x_1-x_2')}] \quad (2.26)$$

Piony nemusí vylétnout pouze z bodů x_1 a x_2 , ale mohou vylétnout z kteréhokoliv bodu ve zdroji. Úplnou amplitudu vyjadřujeme sumou amplitud přes všechny možné kombinace dvou bodů produkce, jelikož uvažujeme korelace dvou pionů. Tedy úplná amplituda pravděpodobnosti toho, že detekujeme piony s hybnostmi k_1 a k_2 v bodech x_1' a x_2' , které vylétly z prostorově rozloženého zdroje, je dána vzorcem:

$$\Psi(k_1 k_2 : \{všechny kombinace x_1 x_2\} \rightarrow x_1' x_2') = \sum_{x_1, x_2} e^{i\Phi(x_1)} e^{i\Phi(x_2)} \Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2') \quad (2.27)$$

Rozdělení hybnosti pro dvě částice $P(k_1, k_2)$ definujeme jako rozdělení pravděpodobnosti pro dva piony s hybnostmi k_1 a k_2 , které vylétly ze zdroje a byly detekovány v bodech x_1' a x_2' . Z předchozího vzorce tedy dostáváme:

$$P(k_1, k_2) = \frac{1}{2} |\Psi(k_1 k_2 : \{v\text{šechny kombinace } x_1 x_2\} \rightarrow x_1' x_2')|^2 \quad (2.28)$$

Výsledky, které jsme získali z rovnic (2.26), (2.27) a (2.28) jsou velmi obecné a můžeme je aplikovat jak ke zkoumání korelací hybnosti pro chaotické zdroje, tak pro koherentní zdroje. V závislosti na vlastnostech produkčních fází $\Phi(x)$ přidružených k bodům kreace, rozlišujeme tři druhy zdrojů. Zdroj může být koherentní, částečně chaotický a chaotický. Korelační funkce dvou pionů závisí na druhu zdroje.

Výsledky, které jsme dosud získali, použijeme k analýze korelací hybnosti pro chaotické zdroje. Chaotický zdroj popisujeme jako zdroj, jehož produkční fáze $\Phi(x)$ přidružené k bodům kreace x jsou náhodné funkce souřadnice x .

Pro chaotický zdroj opět vezmeme v potaz náhodnost produkčních fází a dosadíme vzorec (2.27) do (2.28). Znovu rozdělíme sumu na členy závislé a nezávislé na produkční fázi $\Phi(x)$. Obdržíme:

$$P(k_1, k_2) = \frac{1}{2} \sum_{x_1, x_2} [\Gamma^*(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2') \Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2') + \Gamma^*(k_1 k_2 : x_2 x_1 \rightarrow x_1' x_2') \Gamma(k_1 k_2 : x_2 x_1 \rightarrow x_1' x_2')] + \frac{1}{2} \sum_{\substack{x_1, x_2, y_1, y_2 \\ \{x_1 x_2\} \neq \{y_1 y_2\}}} e^{i\Phi(x_1) + i\Phi(x_2)} e^{-i\Phi(y_1) - i\Phi(y_2)} [\Gamma^*(k_1 k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x_1' x_2') \Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2')] \quad (2.29)$$

Oba sčítanci v první sumě se sobě rovnají díky symetrii. Pro chaotické zdroje je druhá suma rovna nule, protože příspěvky velkého počtu členů s podobnou velikostí, ale náhodnými produkčními fázemi, se vyruší. Proto si můžeme dovolit předchozí vztah zjednodušit na:

$$P(k_1, k_2) = \sum_{x_1, x_2} |\Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2')|^2 \quad (2.30)$$

Dále použitím vztahu (2.8) převedeme úplnou pravděpodobnost na dvojitý integrál přes souřadnice x_1 a x_2 .

$$P(k_1, k_2) = \int \int dx_1 dx_2 \rho(x_1) \rho(x_2) |\Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2')|^2 \quad (2.31)$$

Použijeme vztah (2.26) a můžeme napsat:

$$P(k_1, k_2) = \int dx_1 \rho(x_1) A^2(k_1, x_1) \int dx_2 \rho(x_2) A^2(k_2, x_2) + \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1) A(k_2, x_1) e^{i(k_1 - k_2) \cdot x_1} \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2) A(k_1, x_2) e^{i(k_2 - k_1) \cdot x_2} \quad (2.32)$$

Dále užijeme vztah (2.12) a zjednodušíme předchozí vztah na:

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2) + \left| \int dx \rho(x) A(k_1, x) A(k_2, x) e^{i(k_1 - k_2) \cdot x} \right|^2 \quad (2.33)$$

V dalším textu bude velice výhodné zavést takzvanou funkci efektivní hustoty a přepsat předchozí rovnost na:

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2) (1 + |\int dx \rho_{eff}(x; k_1, k_2) e^{i(k_1 - k_2)x}|^2) \quad (2.34)$$

, kde tuto funkci definujeme takto:

$$\rho_{eff}(x; k_1, k_2) = \frac{\rho(x)A(k_1, x)A(k_2, x)}{\sqrt{P(k_1)P(k_2)}} \quad (2.35)$$

Na základě vyjádření rozdělovací funkce $f(k, x)$ v rovnicích (2.12) a (2.14) můžeme efektivní hustotu vyjádřit tímto způsobem:

$$\rho_{eff}(x; k_1, k_2) = \frac{\sqrt{f(k_1, x)f(k_2, x)}}{\sqrt{\int dx_1 f(k_1, x_1) \int dx_2 f(k_2, x_2)}} \quad (2.36)$$

Zavedeme Fourierovu transformaci veličiny $\rho_{eff}(x; k_1, k_2)$:

$$\tilde{\rho}_{eff}(q; k_1, k_2) = \int dx \rho_{eff}(x; k_1, k_2) e^{iqx} \quad (2.37)$$

, kde $q = k_1 - k_2$. Dvoučásticové rozdělení hybnosti bude proto funkcí Fourierovy transformace efektivní hustoty. Z rovnic (2.34) až (2.37) dostaneme výraz:

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2) (1 + |\tilde{\rho}_{eff}(q; k_1, k_2)|^2) \quad (2.38)$$

Korelační funkce $C_2(k_1, k_2)$ definujeme jako podíl pravděpodobnosti současné detekce pionů s hybnostmi k_1 a k_2 ku pravděpodobnosti detekce každého pionu zvlášť.

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P(k_1, k_2)}{P(k_1)P(k_2)} \quad (2.39)$$

Díky rovnici (2.38) získáme vztah:

$$C_2(k_1, k_2) = 1 + |\tilde{\rho}_{eff}(q; k_1, k_2)|^2 \quad (2.40)$$

Čili pro chaotický zdroj je korelační funkce $C_2(k_1, k_2)$ pro dva piony v přímém vztahu s Fourierovou transformací efektivní hustoty. Korelační funkci pro dva piony můžeme použít ke zkoumání prostorové charakteristiky prostorově rozloženého zdroje v době emise pionů.

Někdy se také zavádí jiná korelační funkce $R_2(k_1, k_2)$ vztahem:

$$R(k_1, k_2) = C_2(k_1, k_2) - 1 \quad (2.41)$$

Díky této definici je $R(k_1, k_2)$ ve vztahu s $\tilde{\rho}_{eff}(q; k_1, k_2)$ takto:

$$R(k_1, k_2) = |\tilde{\rho}_{eff}(q; k_1, k_2)|^2 \quad (2.42)$$

V mnoha aplikacích můžeme parametrizovat efektivní hustotu Gaussovým rozdělením

$$\rho_{eff}(x; k_1 k_2) = \frac{N}{4\pi^2 R_x R_y R_z \sigma_t} \exp\left(-\frac{x^2}{2R_x} - \frac{y^2}{2R_y} - \frac{z^2}{2R_z} - \frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (2.43)$$

, kde $N(k_1, k_2)$ je normalizační konstanta a standardní odchylky $R_x(k_1, k_2)$, $R_y(k_1, k_2)$, $R_z(k_1, k_2)$ a $\sigma_t(k_1, k_2)$ jsou funkce k_1 a k_2 . Konstantní členy volíme tak, aby efektivní hustota byla normalizována takto:

$$N(k_1, k_2) = \int dx \rho_{eff}(x; k_1, k_2) \quad (2.44)$$

Použijeme Schwartzovu nerovnost na výraz:

$$\int dx \sqrt{f(k_1, x) f(k_2, x)} \leq \sqrt{\int dx_1 f(k_1, x_1) \int dx_2 f(k_2, x_2)} \quad (2.45)$$

Použitím rovnic (2.36) a (2.45) obdržíme:

$$\int dx \rho_{eff}(x; k_1 k_2) = N(k_1, k_2) \leq 1 \quad (2.46)$$

a rovnost nastává právě když $k_1 = k_2$. Získáváme tedy $N(q = 0) = 1$.

Měli bychom připomenout, že jako výchozí souřadnou soustavu používáme těžišťovou soustavu, ve které měříme všechny hybnosti a souřadnice. Následně blíže určíme parametry efektivní hustoty v těžišťové soustavě. Osu, ve které dochází ke srážce, ztotožníme s osou z a těžiště prostorově rozloženého zdroje umístíme do počátku souřadnic. Parametr R_z určuje podélný poloměr zdroje podél směru pohybu dopadajících částic. Piony detekují dva různé detektory. Prostředkem spojnice mezi těmito dvěma detektory povedeme osu x . Takže parametr R_x určuje příčný poloměr zdroje ve směru spojnice obou detektorů. R_y určuje příčný poloměr zdroje kolmo na spojnici zdroje a detektorů. Provedeme-li Fourierovu transformaci efektivní hustoty zdroje (2.43), dostaneme:

$$\tilde{\rho}_{eff}(q; k_1, k_2) = N \exp\left(-\frac{R_x q_x^2}{2} - \frac{R_y q_y^2}{2} - \frac{R_z q_z^2}{2} - \frac{\sigma_t^2 q_t^2}{2}\right) \quad (2.47)$$

Díky této rovnici můžeme korelační funkci napsat takto:

$$C_2(k_1, k_2) = C_2(q; k_1, k_2) = 1 + N \exp(-R_x q_x^2 - R_y q_y^2 - R_z q_z^2 - \sigma_t^2 q_t^2) \quad (2.48)$$

nebo:

$$R(k_1, k_2) = R(q; k_1, k_2) = N \exp(-R_x q_x^2 - R_y q_y^2 - R_z q_z^2 - \sigma_t^2 q_t^2) \quad (2.49)$$

Tyto výsledky pro Gaussovu parametrizaci můžeme použít k analýze experimentálních dat získaných z korelací hybností. Všechny parametry použité k této parametrizaci jsou obecně funkcemi k_1 a k_2 . Pouze pokud uvažujeme nějaké speciální případy, tak tyto parametry budou nezávislé na k_1 a k_2 . Například pokud můžeme rozdělovací funkci $f(k, x)$ rozložit na součin členů závislých na k a na x , pak efektivní hustota a s ní

související parametry N a R_i nezávisí na k_1 nebo k_2 , a proto efektivní hustota je rovna prostorčasovému rozdělení hustoty bodů $\rho(x)$. Tento případ nastává tehdy, když rozdělení hybnosti vzniklých pionů nezávisí na místě produkce pionů. Proto Gaussova parametrizace s parametry nezávislými na hybnosti je dobrým popisem pouze pro statický zdroj. Bohužel je nedostačující pro zdroj, ve kterém dochází ke společné objemové expanzi částic.

V obecných případech, když spektrum hybností vzniklých částic závisí na souřadnicích ve zdroji, tak budou parametry popisující efektivní hustotu $\rho_{eff}(x; k_1 k_2)$ záviset na rozsahu hybností k_1 a k_2 naměřených při experimentu. Měli bychom si uvědomit, že v případě, kdy hybnosti k_1 a k_2 jsou od sebe velmi vzdáleny, potom efektivní hustota $\rho_{eff}(x; k_1 k_2)$ je rovna nule.

2.3 Koherentní a částečně chaotické zdroje

2.3.1 Koherentní zdroje

V minulé kapitole jsme zjistili, že pro chaotické zdroje je hybnost jednoho pionu korelována s hybností druhého pionu. Vyskytují se tyto korelace i pro koherentní zdroj? Koherentní zdroj popisujeme produkční fází $\Phi(x)$, která je nenáhodnou funkcí souřadnic prostorově rozloženého zdroje. Fáze $\Phi(x)$ a $\Phi(y)$ popisující dva různé body nejsou navzájem nezávislé. Nejjednodušším příkladem koherentního zdroje je zdroj, jehož produkční fáze $\Phi(x)$ nabývá konstantních hodnot všude ve zdroji. Jiným příkladem koherentního zdroje je zdroj, jehož produkční fázi $\Phi(x)$ popisuje funkce prvního řádu v čase, nezávislá na prostorových souřadnicích.

Nejprve prostudujme rozdělení hybnosti pro jeden pion. Vzhledem k výsledku pramenícího z rovnice (2.7), úplná amplituda pravděpodobnosti pro pion s hybností k , který vzniknul ve zdroji a byl detekován v bodě x' , bude:

$$\Psi(k : \{všechny x\} \rightarrow x') = \sum_x A(k, x) e^{i\Phi(x)} e^{ik \cdot (x-x')} \quad (2.50)$$

Pro rozšířený koherentní zdroj můžeme provést sumaci v předchozí rovnici, protože produkční fáze $\Phi(x)$ je nenáhodnou „dobře se chovající funkcí“. Nejdříve sumu přepíšeme jako integrál. Podle rovnice (2.8) přepíšeme amplitudu pravděpodobnosti jako:

$$\Psi(k : \{všechny x\} \rightarrow x') = \int dx \rho(x) A(k, x) e^{i\Phi(x)} e^{ik \cdot (x-x')} \quad (2.51)$$

Pravděpodobnost $P(k)$, že jeden pion s hybností k byl vytvořen v prostorově rozloženém zdroji a byl zaznamenán detektorem v bodě x' , je určena druhou mocninou absolutní hodnoty celkové amplitudy pravděpodobnosti:

$$P(k) = \left| \int dx \rho(x) A(k, x) e^{ik \cdot (x-x')} e^{i\Phi(x)} \right|^2 = \left| \int dx \rho(x) A(k, x) e^{ik \cdot x} e^{i\Phi(x)} \right|^2 \quad (2.52)$$

Proto pro koherentní zdroj je rozdělení hybnosti pro jednu částici absolutní hodnotou Fourierovy transformace funkce $\int dx \rho(x) A(k, x) e^{ik \cdot x} e^{i\Phi(x)}$ na druhou.

Obraťme teď svou pozornost na korelace hybnosti dvou pionů emitovaných z koherentního zdroje. Vzhledem k obecnému výsledku popsaného rovnicí (2.29) můžeme pravděpodobnost $P(k_1, k_2)$, že dva piony s hybnostmi k_1 a k_2 vylétly odkudkoliv ze zdroje a byly detekovány v bodech x_1' a x_2' , napsat takto:

$$P(k_1, k_2) = \frac{1}{2} \left| \Psi(k_1 k_2 : \{ \text{všechny kombinace } x_1 x_2 \} \rightarrow x_1' x_2') \right|^2 \quad (2.53)$$

, kde

$$\Psi(k_1 k_2 : \{ \text{všechny kombinace } x_1 x_2 \} \rightarrow x_1' x_2') = \sum_{x_1, x_2} e^{i\Phi(x_1)} e^{i\Phi(x_2)} \Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2') \quad (2.54)$$

a

$$\Gamma(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2') = \frac{1}{\sqrt{2}} [A(k_1, x_1) A(k_2, x_2) e^{ik_1(x_1-x_1')} e^{ik_2(x_2-x_2')} + A(k_1, x_2) A(k_2, x_1) e^{ik_1(x_2-x_1')} e^{ik_2(x_1-x_2')}] \quad (2.55)$$

Dosadíme rovnici (2.55) do rovnice (2.54) a získáme:

$$\Psi(k_1 k_2 : \{ \text{všechny kombinace } x_1 x_2 \} \rightarrow x_1' x_2') = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{x_1, x_2} e^{i\Phi(x_1)} e^{i\Phi(x_2)} [A(k_1, x_1) A(k_2, x_2) e^{ik_1(x_1-x_1')} e^{ik_2(x_2-x_2')} + A(k_1, x_2) A(k_2, x_1) e^{ik_1(x_2-x_1')} e^{ik_2(x_1-x_2')}] \quad (2.56)$$

Nenáhodnost produkční fáze $\Phi(x)$ pro koherentní zdroje je velmi důležitá vlastnost, kterou využijeme při výpočtu sumy v předcházející rovnici. Oproti chaotickému případu nyní nemá smysl rozdělit sumu na členy závislé a nezávislé na fázi $\Phi(x)$, neboť díky koherentnímu chování fázi druhý sčítanec obecně nevymizí.

Sumaci přes x_1 a x_2 v rovnici (2.56) můžeme provést nezávisle na sobě. Získáme:

$$\Psi(k_1 k_2 : \{ \text{všechny kombinace } x_1 x_2 \} \rightarrow x_1' x_2') = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{x_1} A(k_1, x_1) e^{i\Phi(x_1)} e^{ik_1(x_1-x_1')} \sum_{x_2} A(k_2, x_2) e^{i\Phi(x_2)} e^{ik_2(x_2-x_2')} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{x_2} A(k_1, x_2) e^{i\Phi(x_2)} e^{ik_1(x_2-x_1')} \sum_{x_1} A(k_2, x_1) e^{i\Phi(x_1)} e^{ik_2(x_1-x_2')} \quad (2.57)$$

Tuto rovnici můžeme zjednodušit na tvar:

$$\Psi(k_1 k_2 : \{v\text{šechny kombinace } x_1 x_2\} \rightarrow x_1' x_2') = \sqrt{2} \sum_{x_1} A(k_1, x_1) e^{i\Phi(x_1)} e^{ik_1(x_1 - x_1')} \sum_{x_2} e^{i\Phi(x_2)} A(k_2, x_2) e^{i\Phi(x_2)} e^{ik_2(x_2 - x_2')} = \sqrt{2} \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1) e^{i(x_1 - x_1')k_1} e^{i\Phi(x_1)} \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2) e^{i(x_2 - x_2')k_2} e^{i\Phi(x_2)} \quad (2.58)$$

Z rovnice (2.53) a předchozí rovnice můžeme vyjádřit pravděpodobnost $P(k_1, k_2)$ toho, že dva piony s hybnostmi k_1 a k_2 vylétly odkudkoliv z prostorově rozloženého zdroje a byly detekovány v bodech x_1' a x_2' , a vyjde nám:

$$P(k_1, k_2) = \left| \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1) e^{i(x_1 - x_1')k_1} e^{i\Phi(x_1)} \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2) e^{i(x_2 - x_2')k_2} e^{i\Phi(x_2)} \right|^2 = \left| \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1) e^{ix_1 k_1} e^{i\Phi(x_1)} \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2) e^{ix_2 k_2} e^{i\Phi(x_2)} \right|^2 \quad (2.59)$$

Pokud tento výsledek porovnáme s rovnicí (2.52), zjistíme, že:

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2) \quad (2.60)$$

Tudíž dvoučásticová korelační funkce pro koherentní zdroj je identicky rovna jedné.

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P(k_1, k_2)}{P(k_1)P(k_2)} = 1 \quad (2.61)$$

A dvoučásticová korelační funkce $R(k_1, k_2)$ je identicky rovna nule.

$$R(k_1, k_2) = 0 \quad (2.62)$$

Tedy pravděpodobnost detekce jednoho pionu není nijak svázána s pravděpodobností detekce druhého pionu. Pokud je zdroj koherentní, tak neexistují žádné korelace hybnosti pocházející z Bose – Einsteinovy statistiky ve dvoučásticovém rozdělení hybnosti.

Z podrobného odvození korelační funkce můžeme vysledovat původ korelací hybnosti ve zdroji. Zjistili jsme, že v případě koherentního zdroje rozložení na činitele amplitudy pravděpodobnosti zaručuje fakt, že dvoučásticová pravděpodobnost $P(k_1, k_2)$ se rovná součinu jednotlivých jednočásticových pravděpodobností (2.60). Pro koherentní zdroj tedy neexistují žádné korelace hybnosti. Uvažujeme-li chaotický zdroj, produkční fáze je náhodnou funkcí a sumaci potřebnou pro výpočet pravděpodobnosti můžeme vyjádřit pouze rozdělením na členy závislé a nezávislé na produkční fázi. Členy závislé na produkční fázi se navzájem vyruší právě díky náhodnosti produkčních fází. Člen, který se nevyruší, je důsledkem symetrie vůči záměně částic pro bosony a je úměrný Fourierově transformaci rozdělovací funkci $f(k, x)$. V případě koherentního zdroje sice můžeme pravděpodobnost $P(k_1, k_2)$ rozložit na součin jednotlivých jednočásticových pravděpodobností $P(k_1)$ a $P(k_2)$, ale nemůžeme do svých úvah zahrnout chaotičnost zdroje, a proto se členy závislé na produkční fázi nevyruší.

2.3.2 Částečně chaotické zdroje

V minulých odstavcích jsme odhalili souvislost mezi korelační funkcí hybnosti a vlastností zdroje, tj. koherencí nebo chaotičností. Proto, abychom byli schopni analyzovat výsledky experimentů, je výhodné zavést takzvaný parametr chaotičnosti λ a upravit korelační funkci v rovnosti (2.47) na tvar

$$C_2(q) = 1 + \lambda \exp(-R_x q_x^2 - R_y q_y^2 - R_z q_z^2 - \sigma_t^2 q_t^2) \quad (2.63)$$

Tato funkce mění hodnoty v závislosti na parametru chaotičnosti λ , který nabývá hodnoty $\lambda = 0$ pro koherentní zdroj a $\lambda = 1$ pro úplně chaotický zdroj. Musíme si uvědomit, že vzorec (2.63) je zjednodušeným popisem částečně chaotického zdroje. Protože koherence a chaotičnost jsou navzájem se doplňující veličiny, částečně koherentní zdroj je také částečně chaotickým zdrojem. Uvažujeme-li pro jednoduchost idealizovaný případ, ve kterém velikost $A(k, x)$ nezávisí na souřadnicích x , tedy uvažujeme velikost $A(k)$, potom po učinění podobných kroků, jaké jsme učinili při zkoumání koherentního a čistě chaotického zdroje, lze odvodit korelační funkce $R(k_1, k_2)$ ve tvaru:

$$R(k_1, k_2) = C_2(k_1, k_2) - 1 = \frac{[\lambda^2 |\tilde{\rho}(k_1 - k_2)|^2 + \lambda(1 - \lambda)^2 [\tilde{\rho}^*(k_1) \tilde{\rho}(k_2) \tilde{\rho}(k_1 - k_2) + \tilde{\rho}^*(k_2) \tilde{\rho}(k_1) \tilde{\rho}(k_2 - k_1)]]}{[\lambda + (1 - \lambda)^2 |\tilde{\rho}(k_1)|^2][\lambda + (1 - \lambda)^2 |\tilde{\rho}(k_2)|^2]} \quad (2.64)$$

Z tohoto výsledku pro zjednodušený model částečně chaotického zdroje vidíme, že korelační funkce je složitou funkcí parametru chaotičnosti λ . Korelační funkce je funkcí jak rozdílu hybnosti, tak funkcí hybností jednotlivých pionů. Analýza dat pro částečně chaotický zdroj není vůbec tak jednoduchá, jak by se mohlo zdát z rovnice (2.63).

2.4 Nejčastěji používané parametrizace korelační funkce

2.4.1 1D parametrizace korelační funkce

Nejjednodušší parametrizací je parametrizace ve tvaru:

$$C_2(q_{inv}) = (1 + \lambda e^{-R_{inv}^2 q_{inv}^2}) \quad (2.65)$$

, kde q_{inv}^2 je relativistický invariant definovaný vztahem:

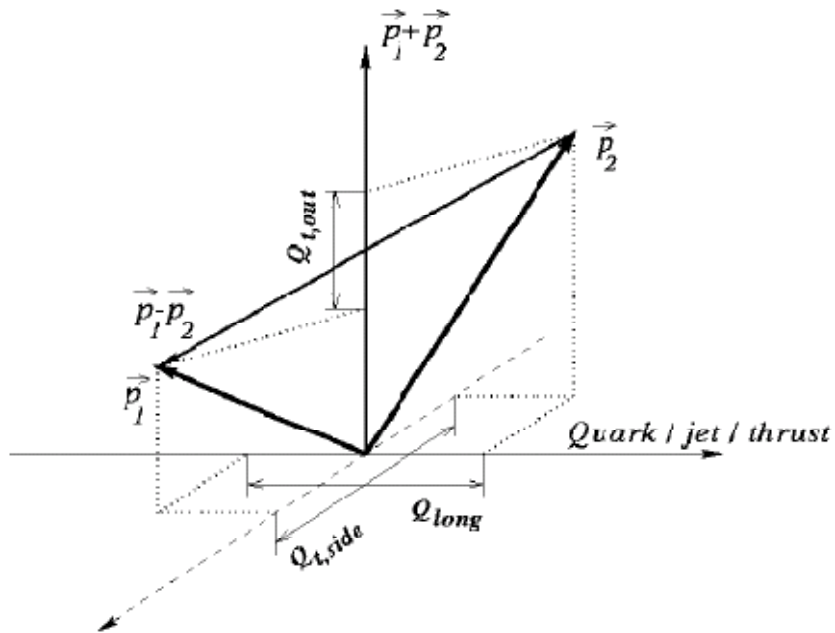
$$q_{inv}^2 = (k_1 - k_2)^2 = (k_1^0 - k_2^0)^2 - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 \quad (2.66)$$

Tato parametrizace předpokládá, že zdroj má kulový tvar. Parametr R není přímo poloměr zdroje, ale obsahuje také časovou složku. Neexistuje žádný způsob, jak z této parametrizace získat odděleně rozměrový a časový údaj, který je schován v proměnné R_{inv} . Je proto velmi obtížné vydedukovat z této parametrizace vlastnosti zdroje. Pokud

předpokládáme, že zdroj není kulového tvaru, není tato parametrizace vhodná. Výhodou této parametrizace je fakt, že korelační funkce je jednorozměrná. Potřebujeme proto málo dat, abychom nafitovali korelační funkci neznámými parametry. Tato parametrizace nám tedy poskytuje pouze informaci o typickém rozměru zdroje.

2.4.2 3D parametrizace korelační funkce

Abychom získali podrobnější informace o zdroji, je nutné zavést vhodnější soustavu, kterou definujeme pro každou dvojici identických bosonů, již navrhli Csörgö a Pratt. Tato souřadná soustava se nazývá podélná těžišťová soustava a je zobrazena na obrázku č. 8.



Obrázek 8: Podélná těžišťová soustava

Relativní hybnost q v této souřadné soustavě rozložíme na tři ortogonální složky: $q_{t,out}$, $q_{t,side}$, q_{long} . Osu out ztotožníme se součtem hybností obou částic, je kolmá na směr výtrysku částic, který určuje osu z neboli osu q_{long} . Třetí osa q_{side} je kolmá na obě předešlé osy. Tuto parametrizaci vyjádříme ve tvaru:

$$C_2(q) = (1 + \lambda e^{-R_{out}^2 q_x^2 - R_{side}^2 q_y^2 - R_{long}^2 q_z^2 - \sigma_i^2 q_i^2}) \quad (2.67)$$

V mnoha praktických případech nemáme dostatek experimentálních dat, abychom mohli s dostatečnou přesností tuto parametrizaci použít. Abychom snížili statistické chyby, využijeme možnosti snížit počet fitovaných parametrů. Definujme proto tedy

příčnou složku r_t , která se skládá z tzv. příčného poloměru určeném následující rovnicí tímto způsobem:

$$r_t^2 = r_{out}^2 + r_{side}^2 \quad (2.68)$$

Díky této definici už fitujeme o jeden parametr méně a korelační funkci můžeme napsat takto:

$$C_2(q) = (1 + \lambda e^{-R_t^2 q_t^2 - R_{long}^2 q_z^2 - \sigma_t^2 q_t^2}) \quad (2.69)$$

Dále jsou možné i jiné parametrizace, které nejsou ve tvaru Gaussiánu. Zahrnují toky hmoty a další jevy. Mají však mnohem složitější tvar, vyžadují přesnější data a svým rozsahem přesahují rámec této bakalářské práce.

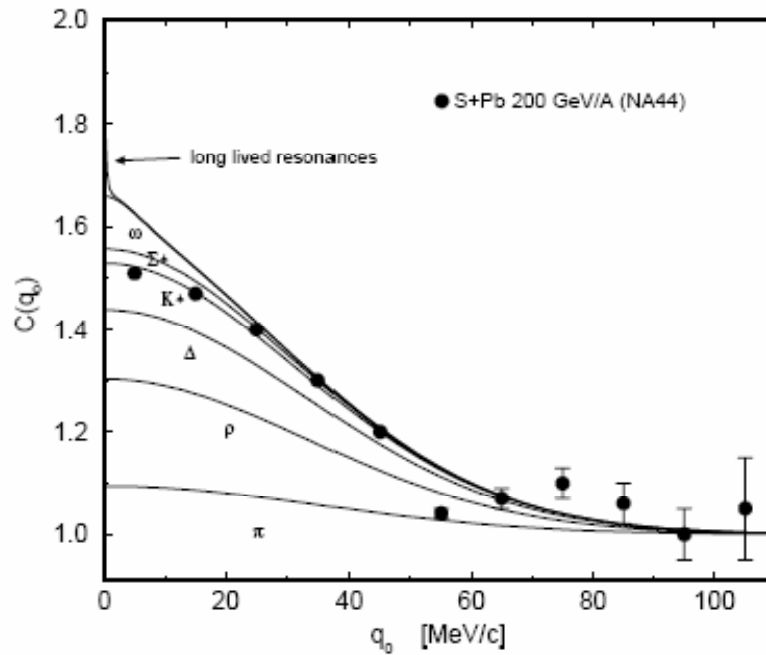
Kapitola 3

Analýza experimentálních dat

3.1 Korekce korelační funkce

V minulé kapitole jsme prošli základní představy o korelační funkci, v praxi však musíme do našich úvah zahrnout širokou řadu korekcí. Korelační funkce pro dvě částice je ovlivněna Coulombickými interakcemi, rozpadem rezonancí a silnými interakcemi v konečném stavu. Parametr chaotičnosti λ můžeme interpretovat mnohými způsoby. Pro částečně chaotické zdroje závisí korelační funkce na parametru chaotičnosti λ velmi složitým způsobem. Navíc parametr chaotičnosti λ nezávisí pouze na stupni koherence zdroje. Závisí i na výskytu vícenásobného rozptylu, expanzi zdroje, rozpadu rezonancí, účinném průřezu srážky a mnoha dalších parametrech. Parametr chaotičnosti λ byl experimentálně určen vždy jako menší než jedna. Dokonce, i když zdroj je úplně chaotický, měření nemusí nezbytně dát hodnotu rovnou jedné. Jedním z velmi zásadních důvodů je špatná identifikace částic detekovaných detektory. To znamená, že v našich naměřených datech se vyskytnou hodnoty pro dvojice neidentických částic. Dalším závažným důvodem snižujícím velikost parametru chaotičnosti λ může být kreace pionů z dlouho žijících rezonancí. Důsledkem je, že objem srážky se tímto zvětšuje.

Chaotický zdroj malých rozměrů poskytuje široký rozsah hybností pro určení korelační funkce, zatímco pro velmi velký chaotický zdroj můžeme použít korelační funkci pouze pro malý rozdíl hybností obou částic. Obrázek č. 9 ukazuje, jak piony vzniklé z různých rezonancí přispívají do korelační funkce použité v experimentu NA44 při srážkách S-Pb. Odhad byl založen na počítačových simulacích experimentu. Všimněme si vzrůstu korelační funkce pro malé relativní hybnosti.



Obrázek 9: Odhadované příspěvky k produkci pionů od jednotlivých rezonancí v porovnání s daty z experimentu NA44.

Dále jsme v předchozím textu uvažovali pouze šíření částic do detektoru vakuem. Ve skutečnosti částice procházejí řádově 1 mm terče a pak 15 metry vzduchu, jako ve zmiňovaném experimentu NA44. Tyto sekundární interakce způsobují mnohonásobný rozptyl částic a mají zkreslující vliv na korelační funkci. Dvě částice, mající na počátku jistou relativní hybnost, které projdou mnohonásobným rozptylem, neskončí se stejnou relativní hybností, jakou měly na počátku.

Musíme také vzít v úvahu, že částice se z prostorově rozloženého zdroje nepohybují navzájem nezávisle. Obvykle měříme zejména korelace mezi nabitými piony, proto musíme vzít v úvahu Coulombické interakce. Důležitý vliv na korelační funkci mají proto nejenom interakce mezi detekovanými nabitými piony, ale také interakce s jakoukoli nabitou částicí v systému. Zahrnutí těchto složitých Coulombických interakcí je velmi obtížnou záležitostí.

3.2 Korelace vyšších řádů

V korelační femtoskopii se nemusíme omezovat pouze na korelace dvou částic, ale můžeme ji aplikovat i na vyšší počet částic. Tento postup můžeme použít díky dostatečně vysokému počtu částic vytvořených při jednotlivých srážkách v urychlovači. Analogicky podle rovnice (2.39) můžeme napsat tříčásticovou korelační funkci jako:

$$C_3(k_1, k_2, k_3) = \frac{P(k_1, k_2, k_3)}{P(k_1)P(k_2)P(k_3)} \quad (3.1)$$

Musíme si uvědomit, že tříčasticová korelační funkce zahrnuje nejenom tříčasticové korelace R_3 , ale také trojici dvoučasticových korelací R_3' . Nejdůležitějším úkolem analýzy korelací tří částic je tedy od sebe oddělit tříčasticovou a dvoučasticovou složku korelací.

$$R_3 = C_3 - R_3' \quad (3.2)$$

Korelační funkci R_3 můžeme vyjádřit pomocí hustot pravděpodobnosti tímto způsobem:

$$R_3 = \frac{P(k_1, k_2, k_3) + 3P(k_1)P(k_2)P(k_3) - \sum_{i \neq j \neq k} P(k_i, k_j)P(k_k)}{P(k_1)P(k_2)P(k_3)} \quad (3.3)$$

Zavedeme-li celkový rozdíl čtyřhybností Q_3 , svazující dohromady relativní hybnosti jednotlivých dvojic částic z pozorované trojice, získáme:

$$Q_3 = \sqrt{Q_{12}^2 + Q_{23}^2 + Q_{31}^2} \quad (3.4)$$

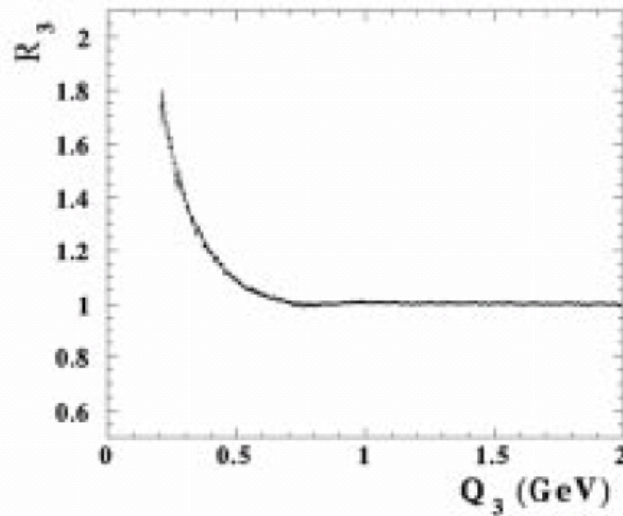
Korelační funkci R_3 opět parametrizujeme ve tvaru Gaussiánu, v podobném tvaru jako parametrizujeme korelační funkci dvou částic (2.65).

$$R_3(Q_3) = (1 + 2\lambda_3 e^{-R_3^2 Q_3^2}) \quad (3.5)$$

V experimentech OPAL a DELPHI byly pozorovány tříčasticové korelace. Výsledky těchto experimentů shrnuje tabulka č. 1 a obrázek č. 10.

| | DELPHI | OPAL |
|-------------|-----------------|-----------------|
| λ_3 | 0.28 ± 0.09 | 0.50 ± 0.04 |
| r_3, fm | 0.66 ± 0.07 | 0.58 ± 0.03 |

Tabulka 1: Výsledky experimentů DELPHI a OPAL, které se zabývaly korelacemi tří částic. Chyba ve stanovení parametrů zahrnuje jak statistickou tak systematickou chybu.



Obrázek 10 : Tříčásticová korelační funkce R_3 získaná analýzou dat z experimentu OPAL.

Korelace můžeme obecně rozšířit i do libovolných vyšších řádů, avšak tento postup není příliš šikovný, a navíc potřebujeme velice přesné naměřené hodnoty, abychom mohli provést uspokojivou statistickou analýzu experimentálních dat.

3.3 Konstrukce korelační funkce z experimentálních dat

Výsledky experimentů nejčastěji interpretujeme pomocí informací získaných z analýzy korelační funkce. Korelační funkci experimentálně zjišťujeme podle následujícího vztahu:

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P(k_1, k_2)}{P_0(k_1, k_2)} \quad (3.6)$$

, kde $P(k_1, k_2)$ je hustota pravděpodobnosti současné detekce pionů s hybnostmi k_1 a k_2 a $P_0(k_1, k_2)$ je obdobná hustota pravděpodobnosti, ale vytvořená z dat z různých jednotlivých srážek, tedy bez přítomnosti jakýchkoliv korelací. Přesně vzato by ve jmenovateli měl být součin pravděpodobnosti detekce každého pionu zvlášť $P(k_1)P(k_2)$. Avšak například v experimentech s pozitron-elektronovou anihilací není možné změřit tyto pravděpodobnosti $P(k_1)$ a $P(k_2)$, a proto je nahrazujeme vhodnější pozorovatelnou $P_0(k_1, k_2)$. Tuto pozorovatelnou určujeme z tzv. srovnávacího vzorku. Srovnávací vzorek je slabou stránkou korelační femtoskopie, jelikož jeho volba ovlivňuje výslednou korelační funkci.

3.4 Srovnávací vzorek

Bohužel ideální srovnávací vzorek neexistuje, ale existují dvě hlavní možnosti jak vytvořit vhodný vzorek a sestavit požadovanou korelační funkci. První možností je vytvořit srovnávací vzorek z naměřených hodnot. Jako druhou možnost, můžeme srovnávací vzorek vytvořit pomocí Monte Carlo simulací. Touto metodou simulujeme experiment včetně naší schopnosti detekovat jednotlivé částice.

3.4.1 Srovnávací vzorek odvozený z naměřených dat

Jak napovídá nadpis, jsou tyto srovnávací vzorky vytvořeny z naměřených dat. Srovnávací vzorky odvozené z naměřených dat můžeme vytvořit metodou tzv. „mixed event“. Postupujeme tak, že párujeme identické piony, každý z jiné srážky částic v urychlovači. Z těchto dat určíme pozorovatelnou $P_0(k_1, k_2)$. Tímto postupem se zbavíme nejen Bose – Einsteinových korelací ale bohužel i všech ostatních. Další metoda vytváří srovnávací vzorek za použití naměřených hodnot od opačně nabitých pionů ze stejné srážky. Tím odstraníme Bose – Einsteinovy korelace a zachováme ostatní. Bohužel nám ale vzniknou nové korelace, které pochází z rozpadu rezonancí.

3.4.2 Srovnávací vzorek vytvořený Monte Carlo simulacemi

Modelování vzniku hadronů hraje důležitou roli při analýze experimentálních dat ve fyzice vysokoenergetických srážek částic. Jeho cílem je hlavně vyhodnocení různých experimentálních nedostatků zapříčiněných nedokonalostí detekčního systému. Kromě toho tyto simulace slouží k porovnání teorie a experimentu. Často se používají při zkoumání korelací částic. Mezi nevýhody některých simulačních Monte Carlo programů patří absence Coulombických interakcí mezi částicemi, navíc všechny vygenerované částice nemají spin. V těchto programech musíme nastavovat volné parametry, jako například poměr mezi počtem vzniklých vektorových a skalárních rezonancí, které odpovídají prováděnému experimentu. Pokud porovnááme data z experimentu s Monte Carlo předpověďmi, musíme být tedy velice opatrní.

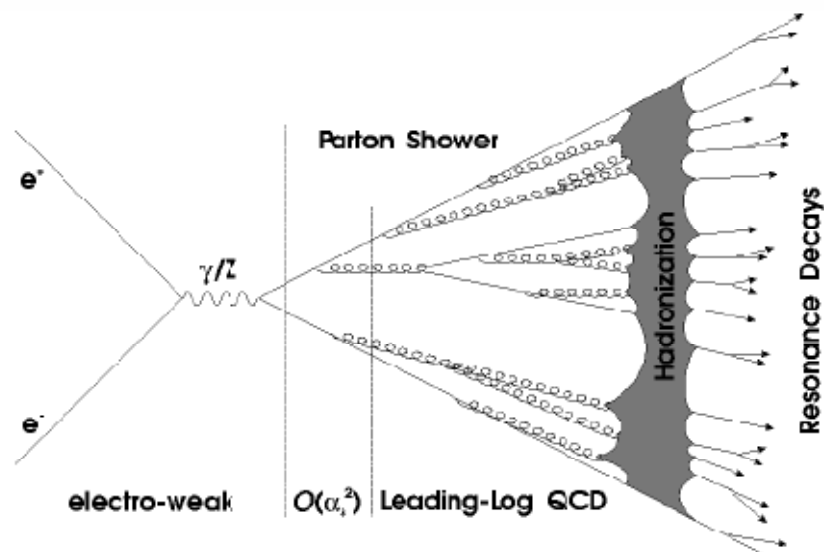
Kapitola 4

Výsledky experimentů

Ve většině analýz experimentálních dat byl brán zřetel jen na některé korekce. Ale i když neuvažujeme všechny možné korekce, stále můžeme získat kvalitní výsledky, které se velmi blíží skutečnosti. Většina experimentů se zabývala a zabývá korelacemi druhého řádu elektricky nabitých pionů. Korelace vyšších řádů jsou možné, ale pro náročnost analýzy se jimi většinou nezabýváme. Výsledky korelační femtoskopie získané ze studia jiných párů částic, například kaonů, jsou velmi skrovné. Důvodem je to, že kaony vznikají v mnohem menším počtu oproti počtu pionů. Dalším důvodem může být jejich náročnější identifikace.

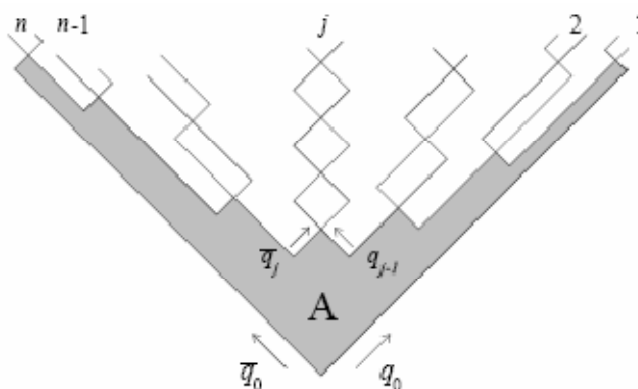
4.1 Experimenty s pozitron-elektronovou anihilací

Anihilace elektronu s pozitronem má tento průběh: $e^+e^- \rightarrow \text{boson } Z^0 / \text{virtuální } \gamma \rightarrow q \text{ anti } q$, jak je znázorněno na obrázku č. 11. Páry kvark antikvark, které přímo nedetekujeme, mají za následek poměrně vysoký počet vzniklých hadronů. Ty už můžeme následně detekovat. Tyto páry kvark antikvark mezi sebou vyměňují gluony, ze kterých můžou vzniknout další páry kvark antikvark. Poté následuje hadronizační proces, ze kterého vznikají spršky detekovatelných částic.



Obrázek 11: Schéma tvorby hadronů při pozitron-elektronové anihilaci

Hadronizační proces při pozitron-elektronové anihilaci v současnosti popisujeme tzv. Lundským modelem. Výhodou tohoto modelu je jeho iterativnost, a tudíž z toho plynoucí snadná programovatelnost a využitelnost v Monte Carlo simulacích. Navíc dokáže popsat většinu interakcí při vysokých energiích. Předpokládáme, že kvark a antikvark v páru jsou spojeny nehmotnou kmitající strunou, která nahrazuje barevné pole, jímž na sebe kvarky působí. Různé módy kmitání kvarků určují jednotlivé interagující gluony. Pokud má struna dostatek energie, může se roztrhnout a vytvořit nový pár kvark antikvark (obrázek č. 12). To se může opakovat, až do té doby dokud nezbydou pouze běžné hadrony.



Obrázek 12: Lundský model hadronizace v časoprostorové oblasti A

V mezích experimentální přesnosti můžeme zdroj vzniklý při pozitron-elektronové anihilaci popsat jako izotropní (kouli), ale také jako elipsoid, který má podélný poloměr dvakrát větší než příčný. Kvůli těmto nepřesnostem nemůžeme rozhodnout, jaký tvar

zdroj má. Většina analýz používá jednorozměrnou parametrizaci. V tabulce číslo 2 jsou zobrazeny výsledky získané z jednodimenzionální parametrizace korelační funkce z různých experimentů. Tyto experimenty sledovaly korelace pionů při pozitron-elektronové anihilaci v rozsahu energií od 29 do 91 GeV. Parametr r_2 značí dříve definovanou veličinu r_{inv} , která svazuje dohromady poloměr zdroje a časovou složku, λ_2 značí parametr chaotičnosti zdroje. Tabulka je rozdělena na dvě části. Hodnoty parametrů ve sloupci metoda 1 byly získány za použití srovnávacího vzorku, který vycházel z korelací opačně nabitých pionů. Naproti tomu sloupec metoda 2 označuje použití srovnávacího vzorku buď Monte Carlo simulacemi anebo tzv. „mixed event“.

| $\pi^\pm\pi^\pm$ BEC | | Method I | | Method II | |
|----------------------|-----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Experiment | $\sqrt{s_{ee}}$ [GeV] | r_2 [fm] | λ_2 | r_2 [fm] | λ_2 |
| MARK II [24] | 29 | 0.75 ± 0.05 | 0.28 ± 0.04 | 0.97 ± 0.11 | 0.27 ± 0.04 |
| TPC [57] | 29 | – | – | 0.65 ± 0.06 | 0.50 ± 0.04 |
| TASSO [58] | 34 | 0.82 ± 0.07 | 0.35 ± 0.03 | – | – |
| AMY [59] | 58 | 0.73 ± 0.21 | 0.47 ± 0.07 | 0.58 ± 0.06 | 0.39 ± 0.05 |
| ALEPH [60] | 91 | 0.82 ± 0.04 | 0.48 ± 0.03 | 0.52 ± 0.02 | 0.30 ± 0.01 |
| DELPHI [61] | 91 | 0.83 ± 0.03 | 0.31 ± 0.02 | 0.47 ± 0.03 | 0.24 ± 0.02 |
| L3 [62] | 91 | – | – | 0.46 ± 0.02 | 0.29 ± 0.03 |
| OPAL [22] | 91 | 0.96 ± 0.02 | 0.67 ± 0.03 | 0.79 ± 0.02 | 0.58 ± 0.01 |
| $\pi^0\pi^0$ BEC | | r_2 [fm] | λ_2 | r_2 [fm] | λ_2 |
| L3 [62, 63] | 91 | – | – | 0.31 ± 0.10 | 0.16 ± 0.09 |
| OPAL [64] | 91 | – | – | 0.59 ± 0.11 | 0.55 ± 0.15 |

Tabulka 2: Hodnoty parametrů r_2 a λ_2 vyvozené z různých experimentů při odlišných energiích.

Z hodnot parametrů v tabulce číslo 2 můžeme vypočítat tyto závěry. Velikosti parametru r_2 nabývají obecně větších hodnot, pokud použijeme analýzu metodou 1. Kdežto parametry chaotičnosti λ_2 jsou zhruba stejné, nezávisle na použité metodě. Za druhé není vůbec vidět závislost parametru r_2 na energii srážky. Velikost parametru r_2 nabývá hodnot menších než 1 fm. Průměrná hodnota r_2 leží pro metodu 1 v okolí hodnoty 0,8 fm, uvažujeme-li metodu 2, pak r_2 je méně stabilní a fluktuuje od experimentu k experimentu. Domníváme se, že tyto nesrovnalosti jsou důsledkem nejednotnosti metod použitých k sestavení srovnávacích vzorků. Výsledky experimentů s neutrálními piony jsou velmi skromné, protože je velice těžké identifikovat bosony bez elektrického náboje.

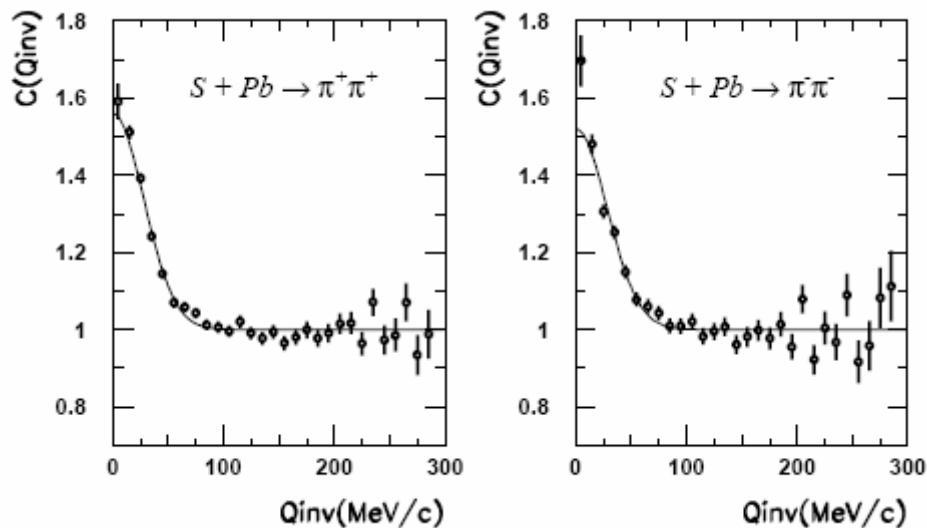
4.2 Experimenty se srážkami těžkých iontů

V tabulce č. 3 jsou uvedeny hodnoty parametrů R_{inv} a λ odvozené z různých experimentů, konkrétně NA44 a E802/E859.

| <i>Experiment</i> | <i>E (GeV)</i> | <i>R_{inv} (fm)</i> | <i>λ</i> |
|-------------------|----------------|-----------------------------|-------------|
| Si – Au | 14,5 | 4,45 ± 0,44 | 0,60 ± 0,08 |
| Si – Au | 14,5 | 4,19 ± 0,71 | 0,44 ± 0,10 |
| Si – Al | 14,5 | 3,44 ± 0,36 | 0,59 ± 0,08 |
| Si – Al | 14,5 | 4,03 ± 0,71 | 0,53 ± 0,15 |
| S – Pb | 200 | 4,50 ± 0,31 | 0,46 ± 0,04 |

Tabulka 3: Výsledné hodnoty parametrů R_{inv} a λ pro různé experimenty

Všimněme si poznatku, že parametry R_{inv} a λ se příliš neliší v závislosti na energii a typu srážených iontů. Na obrázku č. 13 vidíme sestrojenou jednodimenzionální korelační funkci pro poslední řádek tabulky. Korelace začnou hrát roli pouze při malých hodnotách Q_{inv} , tedy při malém relativním rozdílu čtyřhybnosti.



Obrázek 13: Dvoučásticová korelační funkce pro různé pionové páry při těžišťové energii 200 GeV

Závěr

Tato práce se věnovala problematice korelační femtoskopie. Jejím cílem bylo zmapovat tuto zajímavou oblast částicové fyziky. Tj. nastínit teorii, analýzu experimentálních dat a přiblížit výsledky vybraných experimentů. HBT efekt, který byl původně používán jako nástroj pro měření velikostí astronomických objektů o velikostech řádově 10^{15} m, se proměnil v cenný prostředek pro měření subatomických objektů o převrácené velikosti 10^{-15} m. Mnoho současných experimentů ukázalo užitečnost korelační femtoskopie při hledání kvark-gluonového plazmatu ale i při hledání odpovědí na jiné obtížné otázky. Základní teorie již byla vybudována, výzvou ale zůstává začlenění všech možných korekcí do korelační funkce. V dalších měřeních se do parametrizací korelační funkce zahrne tok hmoty ve zdroji, tedy jeho dynamický vývoj. Také se vyřeší otázka, jestli bylo v současných experimentech dosaženo jedinečného stavu hmoty, kvark – gluonového plazmatu.

Seznam použitých zdrojů

- [1] C.Y. Wong: Introduction to high-energy heavy-ion collisions, World Scientific, 1996
- [2] R.M. Weiner: Introduction to Bose-Einstein correlations and subatomic interferometry, John Wiley & Sons, LTD, 2000
- [3] U. Heinz: Hanbury-Brown/Twiss interferometry for relativistic heavy-ion collisions: theoretical aspects, arXiv:nucl-th/9609029v1 (1996)
- [4] G. Baym: The physics of Hanbury Brown–Twiss intensity interferometry: From stars to nuclear collisions, arXiv:nucl-th/9804026v2 (1998)
- [5] O. Smirnova: Bose–Einstein correlations at the Z^0 peak, (1999), www.hep.lu.se/staff/smirnova/papers/delphi/delphi.pdf,
- [6] M. Bysterský: Modelování a studium korelací identických částic v proton-protonových a jádro-jaderných srážkách měřených experimentem STAR na RHIC, diplomová práce ÚČJF MFF UK Praha, 2004
- [7] Hunting the quark gluon plasma: Results from the first 3 years at RHIC, Assessments by the experimental collaborations, formal report, 18.4. 2005, BNL-73847-2005,
- [8] Phil Schewe a Ben Stein: An ocean of quarks, The AIP Bulletin of Physics News, 20.4. 2005, <http://www.aip.org/pnu/2005/split/728-1.html>
- [9] Tisková zpráva BNL: RHIC scientists serve up perfect liquid, 12.4. 2005, http://www.bnl.gov/bnlweb/pubaf/pr/PR_display.asp?prID=05-38
- [10] B. Andersson: Bose-Einstein correlations in the Lund model, arXiv:hep-ph/9704383v1 (1997)
- [11] V. Wagner: Přednášky a popularizační články, <http://hp.ujf.cas.cz/~wagner>
- [12] NOMAD collaboration: Bose-Einstein correlation in charged current muon-neutrino interactions in the NOMAD experiment at CERN, arXiv:hep-ex/0404011 (2004)

- [13] R. Lednický: Correlation femtoscopy of multiparticle processes, arXiv:nucl-th/0305027v2 (2003)
- [14] R. Lednický: Femtoscopy with unlike particles, arXiv:nucl-th/0112011v1 (2001)
- [15] R. Lednický: Finite-size effects on two-particle production in continuous and discrete spectrum, arXiv:nucl-th/0501065v2 (2005)
- [16] D. Miśkowiec: Separation between sources of pions and protons in central Au+Au collisions at the AGS (E877), arXiv:nucl-ex/9808003v2 (1998)
- [17] T. Csörgö: Review of HBT or Bose-Einstein correlations in high energy heavy ion collisions, Journal of physics: Conference series 50 (2006) strany 259-270
- [18] L3 collaboration: Parametrization of Bose-Einstein correlations and reconstruction of the source function in hadronic Z-boson decays using the L3 detector, L3 note 2833, XXXIII International conference on high energy physics, Moscow 2006, Russia
- [19] M.Csanád: Measurement and analysis of two- and three-particle correlations, arXiv:nucl-ex/0509042v3 (2006)