

**České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra fyziky**

**Neinduktivní generace elektrického proudu
v tokamaku COMPASS
dolně hybridní vlnou**

Výzkumný úkol

Autor práce: **Bc. Michal Kazda**
Vedoucí úkolu: **Ing. František Žáček, CSc.**
Akademický rok: **2007/2008**

Název práce:

Neinduktivní generace elektrického proudu v tokamaku COMPASS dolně hybridní vlnou

Autor: Michal Kazda

Obor: Fyzikální inženýrství

Druh práce: Výzkumný úkol

Vedoucí práce: Ing. František Žáček, CSc., oddělení Tokamak, Ústav Fyziky Plazmatu, Akademie věd České Republiky, v.v.i.

Abstrakt: Předkládaná práce se zabývá problematikou neinduktivní generace proudu v tokamaku dolně hybridní vlnou. Uvádí se nezbytnost elektrického proudu v tokamaku a možnosti jeho generace. Poté je odvozena disperzní relace pro šíření dolně hybridních vln. Výsledek je diskutován v magnetickém poli a hustotách tokamaku Compass. Klíčové hodnoty podélné složky indexu lomu jsou odhadnuty ze známého prostorového spektra výkonu vlnovodného LH grilu.

Klíčová slova: plazma, elektromagnetická vlna, disperzní relace, index lomu

Title:

Noninductive lower hybrid current drive in tokamak COMPASS

Author: Michal Kazda

Supervisor: Ing. František Žáček, CSc., Tokamak department, IPP Prague, Czech Academy of Sciences, v.v.i.

Abstract: This work is dealing with the question of lower hybrid non-inductive current generation in tokamaks. At first, necessity of an electric current in tokamaks is mentioned. After it, dispersion relation of lower hybrid waves is derived. The results are then discussed for magnetic field and densities in Compass tokamak. The key values of parallel refractive index are estimated from known power spectrum of the LH grill.

Key words: plasma, electromagnetic wave, dispersion relation, refractive index

Poděkování

Na tomto místě chci poděkovat svému vedoucímu úkolu, Ing. Františku Žáčkovi, CSc. za ochotné vedení této práce, podnětné připomínky, za poskytnutí řady odborné literatury a v neposlední řadě za všechny čas, který se mnou strávil při mém studiu.

Obsah

Úvod	4
1. Elektrické proud v tokamaku	5
2. Odvození disperzní relace	6
3. Disperzní relace v geometrii tokamaku Compass	11
Závěr	24

Úvod

Vědci z celého světa se v následujících desetiletích pokusí ve francouzském Cadarache dosáhnout průlomového úspěchu ve výzkumu termojaderné fúze. V roce 2007 se totiž ve Francii začal stavět mezinárodní termojaderný experimentální reaktor ITER. Zařízení ITER je tokamak, což znamená, že k jeho úspěšnému provozu je zapotřebí generace a udržení elektrického proudu v plazmatu v toroidálním směru. Z hlediska udržení a stability plazmatu je existence takového elektrického proudu pro tokamak nutnou (ale ne postačující) podmínkou.

Pro vytvoření elektrického proudu se využívá transformátorového efektu, kdy samotné plazma tvoří jediný sekundární závit. Nevýhodou ale je, že pro takovou generaci je třeba časová změna magnetického toku v transformátoru, takže je tento způsob nepoužitelný pro delší, nebo dokonce kontinuální provoz. Dnes se tento způsob používá spíše jen při náběhu plazmatu, pro breakdown, protože pro pokročilé režimy provozu tokamaku je potřeba delší a hladší časový průběh proudu plazmatem. Proto se dnes pro tzv. neinduktivní vlečení proudu používají jak svazky vysoce energetických neutrálních částic paliva, tak výkonné elektromagnetické vlny s přesně danou polarizací, prostorovým spektrem a také frekvencí, zejména pak vlny s frekvencemi z oblastí dolnohybridních vln (tento způsob se označuje zkratkou LHCD, z anglického Lower Hybrid Current Drive). Takové vlny efektivně předávají svůj impulz, a tedy i energii, elektronům v plazmatu, což vede k elektrickému proudu v toroidálním směru. Vedle samotného faktu generace proudu se takto dá snáze řídit a regulovat radiální profil proudu.

V předkládané práci jsem se zabýval studiem posledně jmenovaného způsobu neinduktivně generovaného elektrického proudu v tokamacích, tedy generace dolně hybridní vlnou. Po úvodní části, která upřesňuje použitelnost tohoto způsobu a popisuje LHCD v obecnější rovině, odvodíme rovnici (disperzní relaci) pro šíření dolnohybridních vln v plazmatu. Z té plynou různé možnosti pro šíření v daném konkrétním plazmatu. Provedeme analýzu tohoto šíření v geometrii tokamaku COMPASS, který byl po převozu z anglického Culhamu do Prahy slavnostně odhalen v Ústavu fyziky plazmatu AV ČR, v. v. i. dne 1. 4. 2008. V další části práce popíšeme speciální zpomalovací anténu (tzv. vlnovodný gril), který se používal na COMPASSu pro LHCD. Ze známého prostorového spektra výkonu této antény budeme na závěr diskutovat její použitelnost z hlediska dostupnosti vlny a účinnosti buzení elektrického proudu v tokamaku.

1. Elektrický proud v tokamaku

Dlouholetý výzkum různých možností (viz historický přehled v [1]), jak dosáhnout Lawsonova kritéria pro energeticky výhodný termonukleární fúzní reaktor (viz [2]), ukazuje, že jako nejnadějnější a nejrychlejší se zdá zařízení Tokamak. Samotné toroidální magnetické pole v tokamaku by problém udržení plazmatu neřešilo, protože drift částic způsobený gradientem tohoto pole (ve směru od vnějšího okraje komory k hlavní ose tokamaku) a drift zakřivení pole by vedly k separaci náboje tak, že vzniklý $E \times B$ drift (např. [3], [4]) by vyvrhl všechny částice směrem ven z komory. Stabilní chování naopak vykazuje helikální pole [4], kterého lze dosáhnout dodatečným magnetickým polem v poloidálním směru. Mírou helicity je poté tzv. bezpečnostní faktor [8]

$$q = \frac{d\phi}{d\psi}, \quad \phi = \oint \vec{B}_T d\vec{S}, \quad \psi = \oint \vec{B}_P d\vec{S}$$

který udává počet oběhů magnetické siločáry v toroidálním směru nutný k tomu, aby siločára vykonala jeden oběh poloidální. Obecný zápis je ve tvaru změny toroidálního magnetického toku ϕ ku změně poloidálního magnetického toku ψ . Pro případ kruhového průřezu komory je bezpečnostní faktor jednoduše ve tvaru

$$q = \frac{B_T}{R} \frac{r}{B_P}$$

Bezpečnostní faktor může mít v různých operačních režimech různý profil podél radiálního průřezu [5], neměl by však přesáhnout hodnoty 3 na okraji plazmatu.

I když je pro tokamak charakteristické silné toroidální pole (ve srovnání k tomu poloidálnímu), hraje poloidální pole nezastupitelnou roli. Poloidální pole vzniká, jak už bylo naznačeno v úvodu, řadou způsobů. Vytváří se nejen vnějšími magnetickými cívkami, kterými teče proud v toroidálním směru, ale zejména pak vzniká jako důsledek elektrického proudu, který teče samotným plazmatem. Tento proud zároveň plazma ohřívá v důsledku Jouleova efektu. Jedná se o tzv. ohmický ohřev plazmatu (viz. např. [2], [6], [7]). Vedle proudu v důsledku transformátorového efektu je třeba vzít v úvahu i Bootstrap current (který by mohl v budoucnu nahradit podstatnou část induktivně generovaného proudu pro steady state operační režim) [2]. Radiální symetričnost potom narušuje i Pfirsch – Schlüterův proud, který je způsoben gradientem tlaku a způsobuje Shafranovův posuv magnetické osy [8]. Zvnějšku se poté dá ovlivnit profil proudu pomocí NBI (Neutral Beam Injection), nebo právě LHCD. Základní proud však vzniká zmiňovaným transformátorovým efektem, kdy jako tzv. napětí na závit, U_{LOOP} , se definuje napětí indukované podél jednoho oběhu v toroidálním směru:

$$U_{LOOP} = -\frac{d\psi}{dt}$$

kde Ψ tentokrát označuje magnetický tok tekoucí transformátorovým jádrem. Elektrické pole v toroidálním směru, které urychluje (v opačných směrech) elektricky nabitě částice tvořící plazma, je potom

$$E_T = \frac{U_{LOOP}}{2\pi R}$$

Pro úplnost dodejme, že známe-li celkový proud tekoucí plazmatem (buď ze znalosti magnetického pole v poloidálním směru použitím Ampérova zákona, či přímo určením z měření Rogowského cívky), lze rezistivitu plazmatu v kvazistacionárním režimu (časovou změnu indukčnosti plazmatu lze zanedbat) jednoduše určit jako

$$R_P = \frac{U_{LOOP}}{I_P}$$

A zároveň součinem

$$P_{OH} = U_{LOOP} \cdot I_P$$

lze určit výkon ohmického ohřevu. Při ohřevu plazmatu na vyšší teploty však rychle klesá elektrický odpor (je funkcí teploty, [3]) a tím se stává ohřev protékáním proudem postupně neúčinným. To implikuje nezbytnost dodatečného ohřevu plazmatu (např. [9]).

2. Odvození disperzní relace

Plazma je schopno na základě vnějších podnětů přenášet různé typy vlnění. Základem pro popis každého takového vlnění je disperzní relace, kterou je třeba na základě daného studovaného jevu znát. Situace je diametrálně odlišná v případě, že plazma není vystaveno působení vnějšího magnetického pole, a v případě, že tomu tak je. Bez magnetického pole je hybnou silou pole elektrické, platí $\text{rot}\vec{E} = 0$ a tedy $k \times \delta\vec{E} = 0$, což znamená, že $\delta\vec{E} \parallel k$ a tedy se jedná o oscilace podélné.

Při studiu podobných jevů je potřeba se rozhodnout, zda se bude realizovat aproximace vysokofrekvenční, kdy se nerovnost mezi hmotnostmi elektronu a iontu $m_e \ll m_i$ aproximuje tak, že $m_i \rightarrow \infty$. Ionty nestačí sledovat rychlé děje, považují se za nepohyblivé a lze aproximovat i $\omega_{pi}^2 \rightarrow 0$.

Nízkofrekvenční děje lze sledovat limitním přechodem $m_e \rightarrow 0$. Elektronů nyní tvoří jakési pozadí a lze psát $\omega_{pe}^2 \rightarrow \infty$. V přítomnosti vnějšího magnetického pole lze vysokofrekvenčním přístupem studovat anizotropní (jsme v magnetickém poli, viz [9]) elektromagnetické vlny (náš případ), nízkofrekvenčním přístupem by se odvodila disperzní relace pro anizotropní magnetoakustické vlny (Alfvénovy vlny). Pokud bychom při odvozování disperzní relace pro elektromagnetické vlny zcela zanedbali vliv iontů (na základě vysokofrekvenčního přístupu), dostali bychom pro nás (z hlediska LHCD) nedostatečnou rovnici, protože by z ní neplynula existence dolnohybridní rezonance. Tvar takové disperzní relace je uveden a přehledně diskutován např. v [4]. V případě vln šířících se podél vnějšího pole B_0 vycházejí levotočivě a pravotočivě polarizované vlny, jejichž periodická porucha je však kolmá na základní magnetické pole $\delta\vec{E} \perp \vec{B}_0$ a tudíž takové vlny nelze uvažovat z hlediska bezsrážkového útlumu a tedy z hlediska current drive. Pro vlny šířící se kolmo na B_0 pak z disperzní relace vyplývá existence tzv. řádné (rychlé) vlny. Vedle toho však ještě existuje řešení pro tzv. vlnu mimořádnou (pomalou), pro kterou však dostáváme výše naznačeným přístupem pouze horní hybridní rezonanci, která podle [4] nastává při úhlové frekvenci

$$\omega = \omega_h \equiv \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2}$$

Takové vlny se nemohou šířit ve všech oblastech plazmatu, ale na tomto místě se ještě nebudeme touto otázkou zabývat. Dodejme jen, že důležitá bude i otázka, v jakém směru vzhledem k magnetickému poli je kmitající porucha elektrického pole vlny. Požadavkem bude, aby $\delta\vec{E} \parallel \vec{B}_0$, nebo alespoň aby složka elektrického pole ve směru B byla nenulová. To je totiž podmínka nutná pro Landauův útlum v našem případě, kdy se elektrony nesoucí proud v tokamaku pohybují (v základním přiblížení) právě ve směru toroidálního magnetického pole.

Z disperzní relace, kterou budeme odvozovat zde, bude ale plynout i existence dolní hybridní rezonance, i když je třeba zdůraznit, že pro účely LHCD je samozřejmě potřeba se takové rezonanci vyhnout, protože by se na hustotách odpovídajících rezonanční frekvenci vlny pohlcovaly plazmatem a nemohly by svoji energii účinně předávat elektronům za účelem current drive. Při odvozování disperzní relace budeme postupovat tak, jak jsme uvedli v [9]. Vyjdeme tedy z toho, že disperzní relaci získáme jako řešení rovnice

$$\det \left| n^2 \delta_{ij} - n_i n_j - \varepsilon_{ij} \right| = 0 \quad (1)$$

Tato rovnice je podmínka na to, aby existovalo nenulové řešení pro vektor \vec{E} rovnice

$$\vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{E}) + \vec{\varepsilon} \cdot \vec{E} = 0$$

kde $\vec{\epsilon}$ značí tenzor permitivity a pro vlnový vektor platí $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$. Bude tedy třeba najít příslušný tenzor permitivity. Bude se jednat o tenzor pro případ chladného plazmatu s polem B_0 . Dalším předpokladem bude uvažování studeného plazmatu, tj. zanedbání tepelného pohybu částic. Oprávněnost takového přístupu vzhledem k požadovaným výsledkům lze najít v [10]. Při odvození budeme postupovat standartní lineární perturbací teorií [4]. Indukce elektrického pole (resp. jeho změna) bude

$$\delta \vec{D} = \epsilon_0 \delta \vec{E} + \delta \vec{P} = \epsilon_0 \delta \vec{E} - en_e \delta \vec{x}_e = \epsilon_0 \delta \vec{E} + \frac{en_e}{i\omega} \delta \vec{u}_e, \quad (2)$$

kde \vec{P} je vektor polarizace a platí $\delta \vec{u}_e = \frac{\partial \vec{x}_e}{\partial t} = -i\omega \delta \vec{x}_e$. Je třeba najít vztah mezi $\delta \vec{E}$ a $\delta \vec{u}_e$. Ten dostaneme z pohybové rovnice

$$m_e n_e \frac{\partial \vec{u}_e}{\partial t} + m_e n_e (\vec{u}_e \cdot \nabla) \vec{u}_e = -en_e \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} \quad (3)$$

a předpokladu, že $\vec{j} = -en_e \vec{u}_e$ a $\vec{u}_e = \delta \vec{u}_e$. Fourierova transformace převádí rovnici (3) na tvar

$$\delta \vec{u}_e = -i \frac{e}{m_e \omega} \delta \vec{E} - i \frac{e}{m_e \omega} \delta \vec{u}_e \times \vec{B}_0,$$

což lze napsat jako [4]

$$\mathbf{M} \cdot \delta \vec{u}_e = -i \frac{e}{m_e \omega} \delta \vec{E} \quad (4)$$

$$\mathbf{M} \equiv \begin{pmatrix} 1 & \omega_{ce}/\omega & 0 \\ -\omega_{ce}/\omega & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Rovnici (4) dosadíme do rovnice (2):

$$\delta \vec{D} = \epsilon_0 \left(\mathbf{1} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \mathbf{M}^{-1} \right) \delta \vec{E}.$$

Protože lze lehce spočítat inverzní matici \mathbf{M}

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{1-\omega_{ce}/\omega} + \frac{1}{1+\omega_{ce}/\omega} & \frac{i}{1+\omega_{ce}/\omega} - \frac{i}{1-\omega_{ce}/\omega} & 0 \\ \frac{i}{1-\omega_{ce}/\omega} - \frac{i}{1+\omega_{ce}/\omega} & \frac{1}{1-\omega_{ce}/\omega} + \frac{1}{1+\omega_{ce}/\omega} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

dostáváme jako výsledek tenzor permitivity ve tvaru

$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \varepsilon_0 \left(\mathbf{1} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \mathbf{M}^{-1} \right) = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix},$$

kde jsme v souladu s tzv. Stixovou notací [12] zavedli označení

$$P = 1 - \frac{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}{\omega^2}$$

$$S = \frac{1}{2}(R + L)$$

$$D = \frac{1}{2}(R - L).$$

$$R = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - \omega_{ce})} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega + \omega_{ci})}$$

$$L = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + \omega_{ce})} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega - \omega_{ci})}$$

Zaveďme ještě označení sférických souřadnic tak, aby bylo vnější magnetické pole B_0 v ose z :

$B_0 \parallel e_3$ a vlnový vektor \vec{k} tak, aby ležel v rovině e_1, e_3 : $\vec{k} = (k_1, 0, k_3)$. Dále buď $k_3 = k \cos \vartheta$ a $k_1 = k \sin \vartheta$, tzn., že úhel ϑ je úhel mezi vektory \vec{B}_0 a \vec{k} . Platí také, že $k^2 = k_1^2 + k_3^2$. Dosaďme nyní získaný tenzor do rovnice (1). máme tedy za úkol spočítat determinant matice

$$\begin{pmatrix} S - n^2 \cos^2 \vartheta & -iD & n^2 \cos \vartheta \sin \vartheta \\ iD & S - n^2 & 0 \\ n^2 \cos \vartheta \sin \vartheta & 0 & P - n^2 \sin^2 \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \quad (5)$$

To není těžké, dostáváme rovnici

$$An^4 - Bn^2 + C = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} A &= S \sin^2 \vartheta + P \cos^2 \vartheta \\ B &= RL \sin^2 \vartheta + PS (1 + \cos^2 \vartheta) \\ C &= PRL. \end{aligned}$$

což je tvar disperzní rovnice, s kterým se počítá např. v [11], [12], [13]. Vektor \vec{n} napíšeme jako součet vektoru kolmého na \vec{B}_0 a vektoru podélného s \vec{B}_0 :

$$\vec{n}_{\parallel} = \left(\vec{n} \cdot \frac{\vec{B}_0}{B_0} \right) \frac{\vec{B}_0}{B_0} \quad \vec{n}_{\perp} = \vec{n} - \vec{n}_{\parallel}$$

Pomocí výše definovaného úhlu ϑ můžeme také psát, že

$$n_{\parallel} = n \cos \vartheta \quad n_{\perp} = n \sin \vartheta \quad n^2 = n_{\parallel}^2 + n_{\perp}^2.$$

Použitím tohoto označení lze postupně upravit (6) na tvar (detailně v [9]):

$$\begin{aligned} n_{\perp}^2 &= \frac{1}{2S} \left[- [n_{\parallel}^2(P + S) - RL - PS]^2 \pm \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{[n_{\parallel}^2(P + S) - RL - PS]^2 - 4PS(n_{\parallel}^4 - 2Sn_{\parallel}^2 + RL)} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Tímto jsme odvodili obecnou rovnici pro n_{\perp} ve studeném plazmatu. Z rovnice (7) lze nyní odvodit rezonanční frekvence. Zkoumáním podmínky pro limitní přechod $n_{\perp}^2 \rightarrow \infty$ lze spočítat (detailně v [11])

$$(\omega_h^2)_{1,2} = \frac{1}{2} (-B \pm \sqrt{B^2 - 4C})$$

$$B = -(\omega_{ci}^2 + \omega_{ce}^2 + \omega_{pi}^2 + \omega_{pe}^2)$$

$$C = \omega_{pe}^2 \omega_{ci}^2 + \omega_{pi}^2 \omega_{ce}^2 + \omega_{ci}^2 \omega_{ce}^2,$$

kde znaménko + odpovídá horní hybridní rezonanční frekvenci a znaménko - přísluší dolní hybridní rezonanční frekvenci. Použitím Taylorova rozvoje lze ještě zjednodušit ω_{LH}^2 :

$$\omega_{LH}^2 = \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ci}^2 + \omega_{pi}^2 \omega_{ce}^2 + \omega_{ci}^2 \omega_{ce}^2}{\omega_{ci}^2 + \omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2} \quad (8)$$

V rovnici (7) se v podstatě vyskytují následující proměnné: hustota plazmatu (v podobě iontové a elektronové plazmové frekvence), velikost magnetického pole (v podobě iontové a elektronové cyklotronní frekvence) a frekvence vlny. Jako parametr v rovnici vystupuje podélná složka indexu lomu \vec{n}_{\parallel} . Jak budeme později rozebírat podrobněji, je tato složka (respektive celé spektrum \vec{n}_{\parallel}) určeno geometrií anténního systému. Rovnice (7) dává dvě možná řešení. Znaménko + značí vlnu, která se nazývá pomalá (či mimořádná). Znaménku – poté odpovídá vlna rychlá (či řádná). Terminologie “pomalá – rychlá” plyne z faktu, že podle rovnice $n \cdot v_f = c$ vyšší index lomu (znaménko + v (7)) implikuje menší fázovou rychlost a naopak.

3. Disperzní relace v geometrii tokamaku Compass

Tokamak Compass [14] patří svými rozměry mezi menší tokamaky, jeho význam však spočívá v tom, že divertorem vytvořený tvar plazmatu se schoduje s konfigurací pro tokamak ITER. Tokamak Compass velikostně odpovídá jedné desetině tokamaku ITER.

Základní charakteristické parametry jsou:

Hlavní poloměr R [m]	0.56
Vedlejší poloměr a [m]	0.18 – 0.23
Proud plazmatem (max) IP [kA]	350
Magnetické pole na geometrické ose B_T [T]	2.1
Elongace	1.8
Délka pulzu [s]	~1
Výkon LH P_{LH} [MW]	0.4
Výkon NBI P_{NBI} [MW]	2 x 0.3

Tabulka 1.: Předpokládané parametry tokamaku Compass v ÚFP AV ČR.

Hustotu plazmatu budeme pro tokamak Compass uvažovat v rozmezí $10^{19} - 10^{20} \text{ m}^{-3}$. Řešení rovnice (7) budeme diskutovat jako řešení funkce $n_{\perp}^2 = f(n_{\parallel}^2, \omega_{pe}^2, \omega_{pi}^2, \omega_{ci}, \omega_{ce})$, resp. $n_{\perp}^2 = f(N)$, kde N značí hustotu plazmatu (uvažujeme hustotu elektronu rovnou hustotě iontů). Vykreslíme a popíšeme situaci s důrazem na magnetické pole $B_0 = 2.1 \text{ T}$, což je podle Tab. 1 velikost magnetického pole na ose tokamaku. Jako frekvenci vlny budeme uvažovat hodnotu $f_{CD} = 1.3 \text{ GHz}$, což je frekvence, která se používala pro LHCD na Compassu ještě v Culhamu. Původní návrh na úplně novou anténu s šesti vlnovody ve dvou řadách nad sebou na

frekvenci $f_{CD} = 3.7 \text{ GHz}$ se nakonec nebude zatím realizovat, proto se v této práci omezím na popis šíření a vlastností vln na frekvenci $f_{CD} = 1.3 \text{ GHz}$, které budou vyzařovány do plazmatu vlnovodným grilem (obr. 1) dovezeným z Culhamu. Tato anténa (na rozdíl od LHCD antény používané na CASTORU [9]), nemá pevně konstrukčně dané fázování mezi jednotlivými vlnovody, ale každý vlnovod se fází zvlášť proměnnou délkou napájecího vlnovodu.



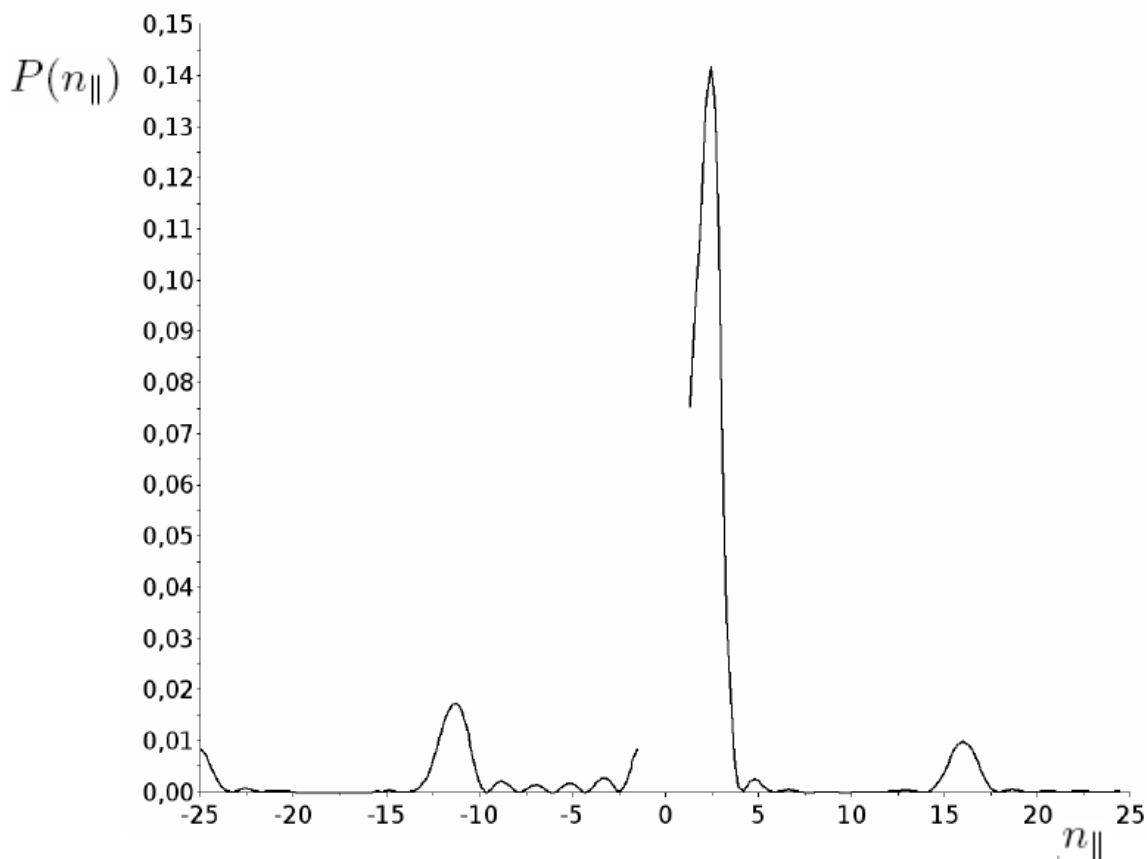
Obr.1: Vyzařovací vlnovodný gril pro LHCD na Compassu

Anténa se skládá z osmi vlnovodů. Důvodem, proč se pro vyzařování EM vln za účelem CD používá právě taková struktura několika vlnovodů s vzájemným konstrukčně daným fázovým posunem je fakt, že taková „anténa“ vyzařuje do prostoru spektrum vln, které vedle složky podélné na ústí grilu mají i složku kolmou, což je v uspořádání pro tokamak směr toroidálního magnetického pole, tedy přesně ta podmínka na vektor elektrického pole vlny, která je nutná pro Landauův bezsrážkový útlum vlny a tedy neinduktivní generaci proudu. Základní představu o tom, proč na ústí grilu vzniká i spektrum složek ve směru paralelním k B_0 lze najít např. v [9]. Pro výpočet prostorového spektra výkonu (míra zastoupení jednotlivých složek T_{\parallel} na celkovém vyzařovaném poli před grilem) dané antény je třeba znát EM pole, které se může vlnovody šířit, je třeba znát tvar pole ve vakuové mezeře mezi ústím grilu a samotným plazmatem. Jako vstupní parametry musí být přesně daná geometrie anténního systému. Na naší anténě lze, jak jsme již zmínili, měnit vzájemné fázování, příkladem je např. stejné fázování 60° , viz 2.

počet vlnovodů	$N = 8$
šířka vlnovodu	$b = 1,48cm$
výška vlnovodu	$h = 16,50cm$
tloušťka dělicí desky	$d = 0,20cm$
frekvence zdroje	$f = 1,30GHz$
fázování	$\Delta\varphi_p = \pi/3$
relativní amplituda	$A_{p,r} = 1$

Tab.2: Parametry anténního systému pro LHCD na tokamaku Compass.

Výpočtem spektra podle tab. 2 se zabýval kolega Michal Záruba v práci [11], od něhož tedy s jeho svolením můžeme rovnou převzít výsledek na obr. 2.



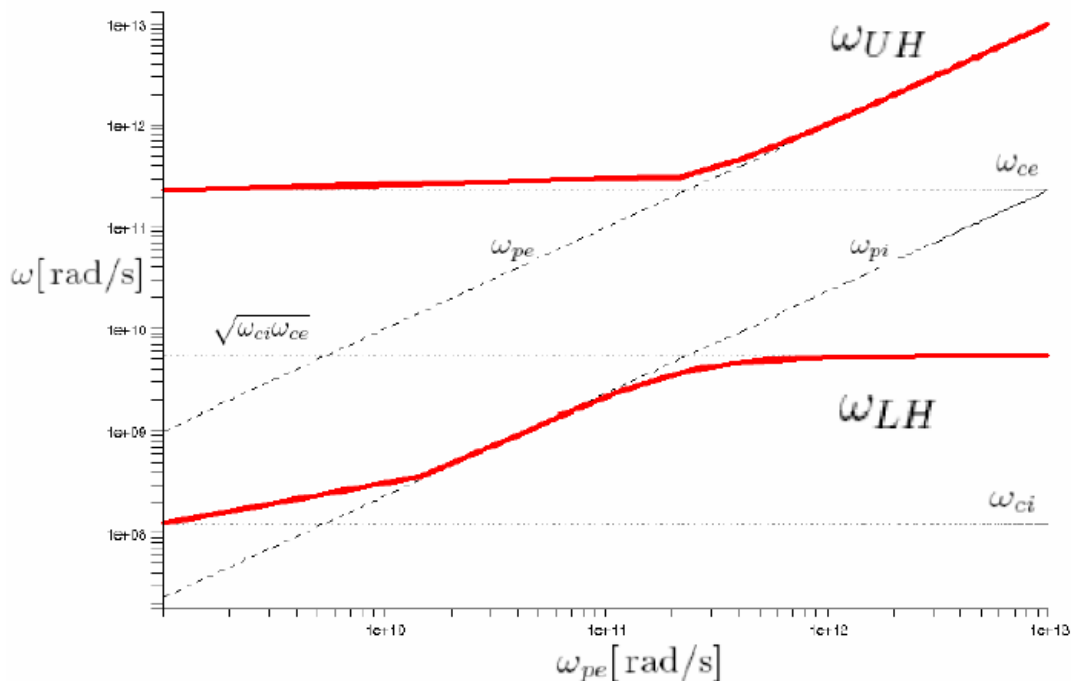
Obr. 2.: Prostorové spektrum výkonu LH grilu vypočtené v oblasti $N_{||} \in (-25, 25)$.

Hlavnímu peaku (na $n_{||} \doteq 2,5$) odpovídá přibližně 75% celkového výkonu grilu. Podle [11] je reflektivita, čili odražený výkon této antény 8,3% výkonu celkového. Směrnost (directivity) se vypočítá jako rozdíl integrace prostorového spektra přes kladné hodnoty (příznivé pro CD v uspořádání tokamaku) a integrace spektra přes záporné hodnoty $n_{||}$. Tak pro popisovaný gril je směrnost podle [11] rovna 81,9%, což indikuje použitelnost anténního systému s parametry tab.2 pro LHCD. Z obr. 2 vidíme, že nejvíce nás (ve vztahu k řešení rovnice (7)) budou zajímat složky podélného indexu lomu $n_{||}$ 2, 5 a 16. Ještě než budeme diskutovat řešení rovnice (7),

vyřešme otázku, zda nedojde (a případně na jaké hustotě) k dolnohybridní rezonanci (horních hybridních rezonančních frekvencí dosáhnout nelze, na to jsou gigahertzové frekvence nízké). Lehce lze spočítat limitu výrazu (8) pro hustotu jdoucí do nekonečna. Výsledkem je

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \omega_{LH} = \sqrt{\omega_{ci}\omega_{ce}}$$

Pro magnetické pole 2,1T (pole na hlavním poloměru Compassu) sice dostáváme konkrétní hodnotu 1,37 GHz, je však třeba zdůraznit, že se jedná o limitní případ vysokých hustot. Tak v tomto případě k rezonanci v poli 2,1T dojde až v hustotách vyšších než $1 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$, jak záhy uvidíme. Limitní hodnota frekvence je maximální možná pro rezonanci, což dokazuje i Obr. 3, na kterém je situace vykreslena pro magnetické pole $B_0 = 1,3\text{T}$.



Obr. 3.: Závislost hybridních rezonančních frekvencí na hustotě plazmatu. Cyklotronové frekvence jsou vypočteny pro magnetické pole $B_0 = 1,3\text{T}$

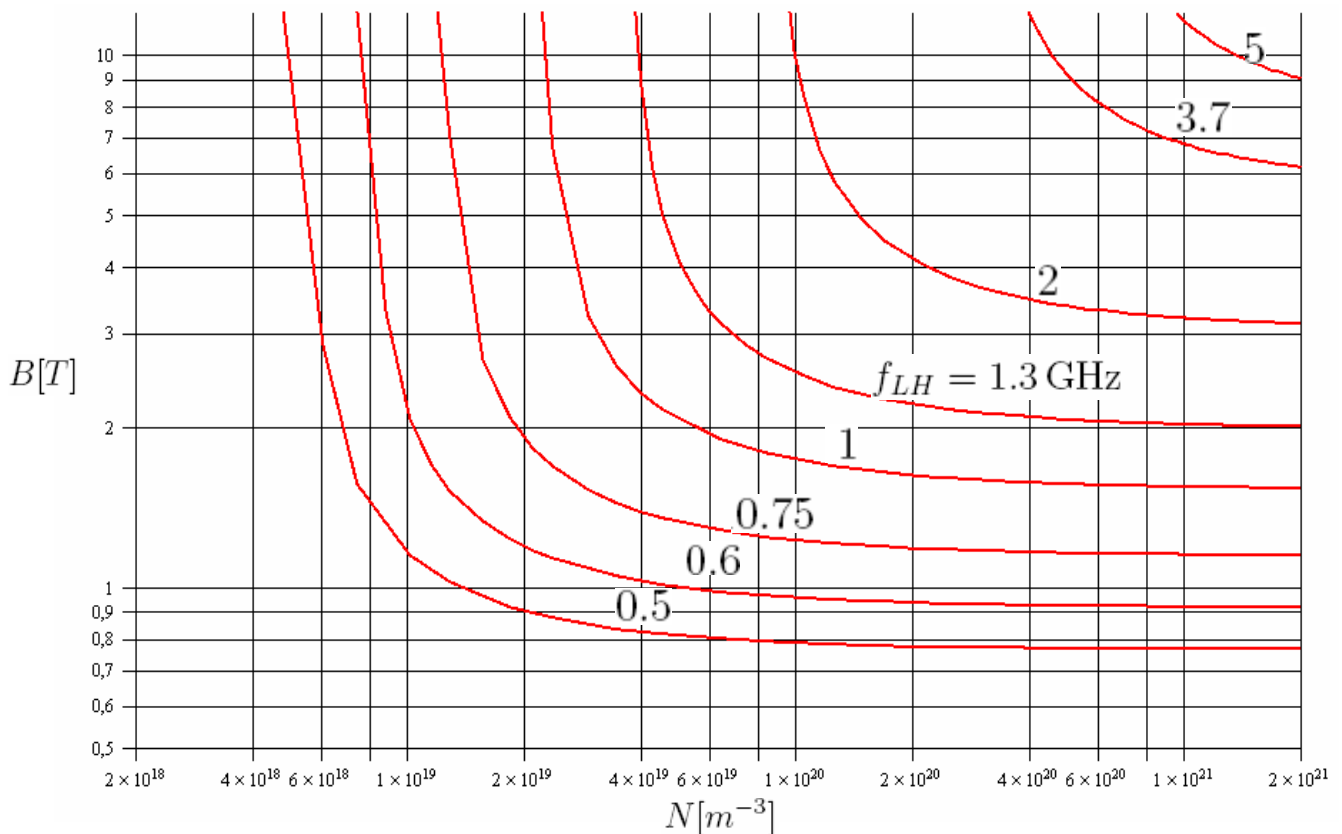
Očekáváme tedy, že by k rezonanci nemělo dojít pro žádné $n_{||}$ na hustotách, které pro tokamak Compass uvažujeme a v magnetickém poli od LHS do středu tokamaku. Závislost (8) na magnetickém poli a hustotě ukazuje obr. 4. Můžeme vidět, že pro frekvenci $f_{CD} = 1.3\text{GHz}$ nenastává rezonance při žádných hustotách v magnetickém poli do 2T. Na obr. 4 jde také vidět, že na vyšších frekvencích dochází k rezonanci až při vyšších hodnotách magnetického pole a vyšších hustotách. Tak na tokamaku ITER, kde je předpokládáno centrální toroidální magnetické pole 5,3T, byl pro LHCD navržen anténní systém na frekvenci $f_{LHCD-ITER} = 5\text{GHz}$. Při nižších frekvencích by totiž mohlo docházet k nežádoucím rezonancím, jak jde vidět na obr. 4.

U magnetického pole platí nepřímá úměrnost mezi velikostí B a radiální vzdáleností, tzn., že jako velikost magnetického pole na LHS lze brát hodnotu 1,5T, ve středu 2,1T a na HFS 3,459T. Otázka hustoty je daleko těžší, záleží na zvoleném operačním režimu i pozici transportní

bariéry. Srovnání různých operačních režimů tokamaku lze najít např. v [5]. Pro naše účely jsem vybral přibližné hodnoty, jedná se pouze o hrubý odhad, pro budoucí konkrétní profily hustot je samozřejmě potřeba upřesnit vybrané body. Můj výběr je shrnut v tab.3.

	Magnetické pole B[T]	Hustota N[m ⁻³]
3 cm od LFS	1,568	1 x 10 ¹⁹
7 cm od LFS	1,656	6,5 x 10 ¹⁹
Střed = 22 cm od LFS	2,1	8,5 x 10 ¹⁹

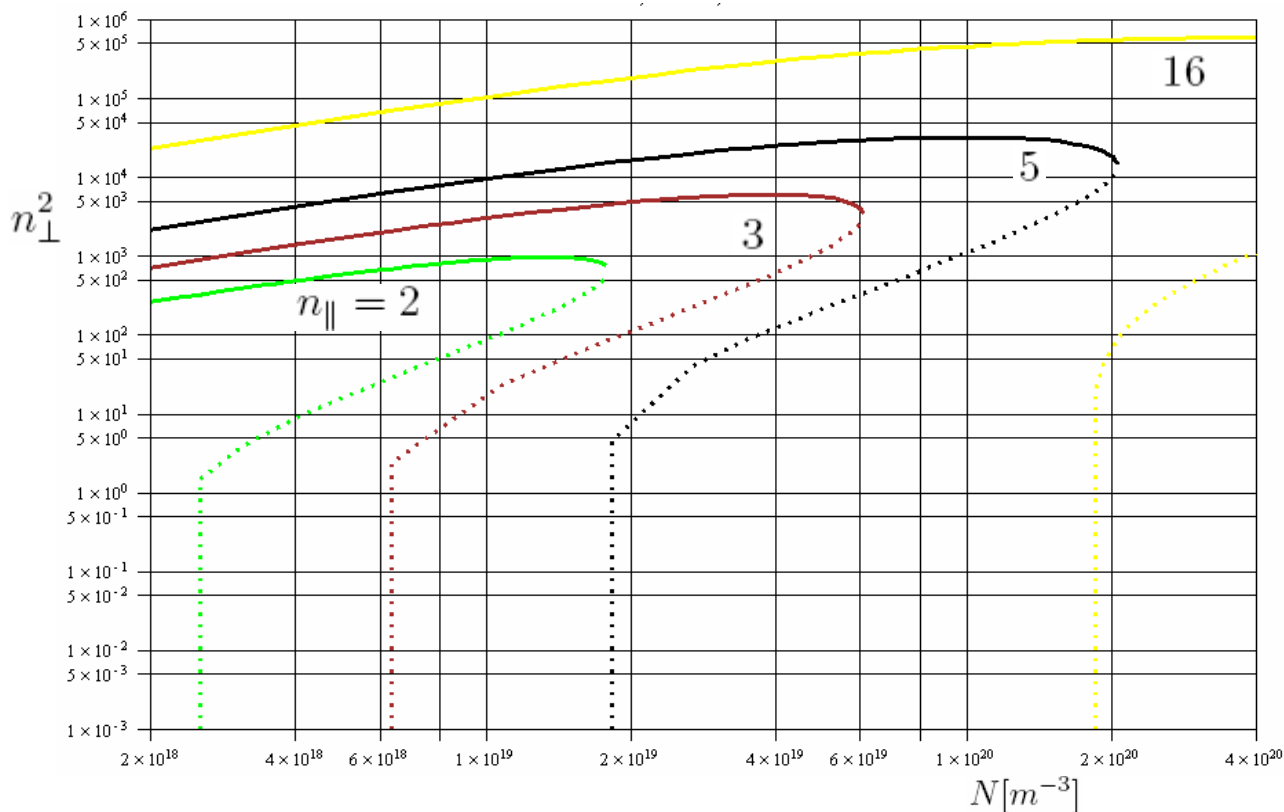
Tab. 3.: vybrané polohy na radiální ose tokamaku a jim příslušné hustoty a magnetické pole.



Obr. 4: Závislost dolnohybridní rezonanční frekvence na magnetickém poli a hustotě plazmatu. LH frekvence vystupuje jako parametr.

Pro všechny tři body z tab.3, stejně tak jako pro jakékoliv jiné hodnoty pole a hustoty (ze strany LFS ke středu) na Compassu je na obr. 4 vidět, že by při $f_{CD} = 1.3$ GHz k LH rezonanci dojít nemělo.

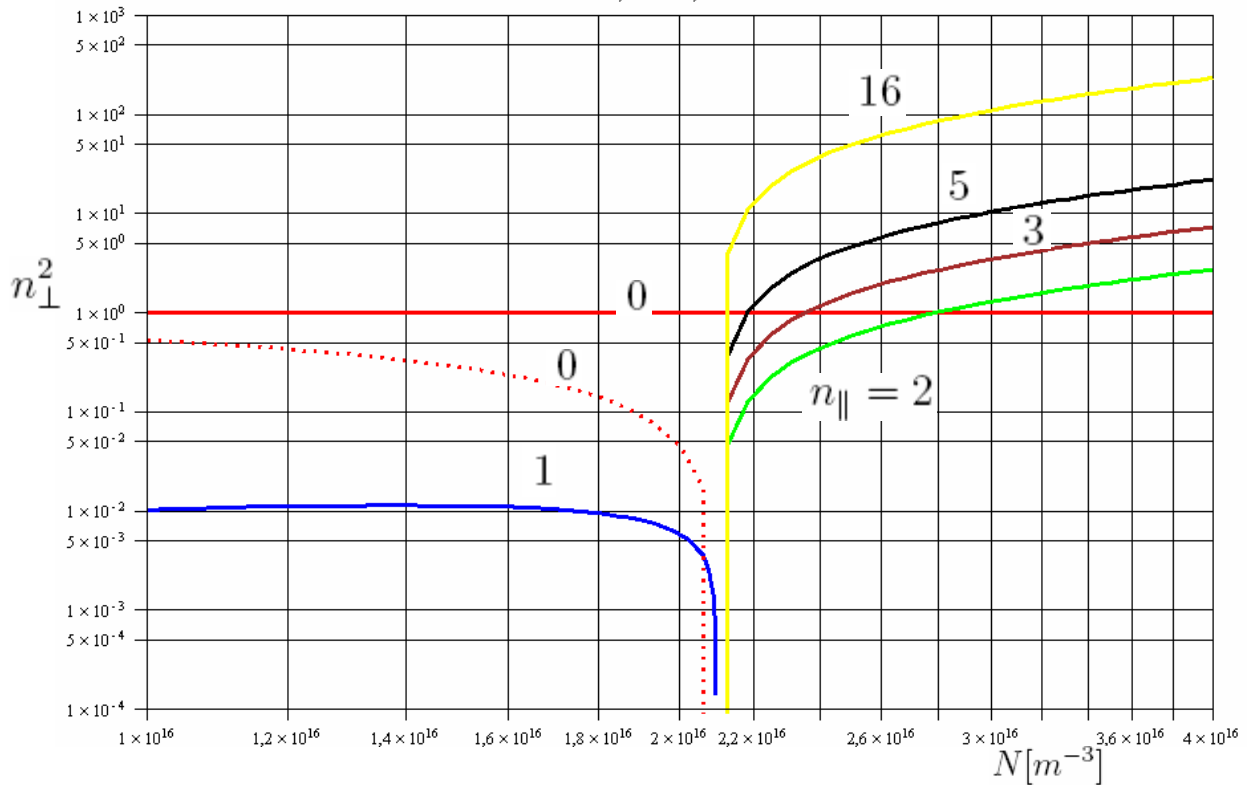
Nyní se konečně vraťme k rovnici (7) a diskutujme její řešení. Pro vykreslení rovnice (7) jako funkce $n_{\perp}^2 = f(N)$ dosadíme hodnoty: frekvence vlny $f_{CD} = 1.3$ GHz ($\omega_{CD} = 2\pi f_{CD}$), magnetické pole v hodnotách podle tab.3. Podle Obr. 2 budeme vykreslovat vždy $n_{\parallel} = 0,1,2,3,5,16$. Tak na obr. 5 vidíme závislost kvadrátu příčného indexu lomu na hustotě ve



Obr. 5.: Závislost kvadrátu příčného indexu lomu na hustotě ve vymezeném rozmezí hustot. Závislost je vykreslena podle vztahu (7). Plná čára odpovídá pomalé vlně, tečkovaná poté vlně rychlé. Vypočteno pro magnetické pole $B = 1,568\text{T}$.

vymezeném rozmezí hustot v magnetickém poli $B = 1,568\text{T}$ podle rovnice (7). Vidíme, že na určité hustotě dochází pro dané n_{\parallel} k přechodu vlny pomalé v rychlou a ta se poté šíří zpět. Například pro vlnu s $n_{\parallel} = 2$ to znamená, že v magnetickém poli $B = 1,568\text{T}$ se nemůže šířit do hustot větších než $1,8 \times 10^{19}\text{m}^{-3}$. To je však podle tab. 3 dostatečné. Neznamená to však, že by se tato vlna nedostala i do hustšího plazmatu v tokamaku, protože, jak uvidíme, s rostoucím magnetickým polem se bude maximální dosažitelná hustota zvyšovat. Problém, kterému se nelze vyhnout nikdy, naznačuje obr. 6, na kterém je vykreslený stejný případ, jen je vyobrazena situace pro nižší hustoty. Vidíme, že na hustotě cca. $2,1 \times 10^{16}\text{m}^{-3}$ se pomalé vlny sbíhají směrem k $n_{\perp}^2 \rightarrow 0$. To znamená cutoff. Pro pomalou vlnu cutoff nastává na hustotě odpovídající plazmové rezonanci na frekvenci vlny [4], což znamená pro vlnu s frekvencí $f_{CD} = 1.3\text{GHz}$ hodnotu $2,09 \times 10^{16}\text{m}^{-3}$ což je v souladu s hodnotou určenou z obr.6. Až do hodnoty $2,09 \times 10^{16}\text{m}^{-3}$ se tedy vlny šířit nemohou, jsou tlumeny. Tato oblast se nazývá evanescentní oblast. V této oblasti platí $n_{\perp}^2 < 0$, což implikuje, že k_{\perp} má nenulovou imaginární složku a tedy že dochází

k exponenciálnímu útlumu amplitudy vlny v prostoru. Z obr. 6 také plyne, že vlny s $n_{\parallel} < 1$ se do hustého plazmatu šířit vůbec nemohou. I pro složku $n_{\parallel} = 0$ nastává cutoff, a sice na hustotě $7,1 \times 10^{17}\text{m}^{-3}$, což však v obr. 6 zaneseno není. Pro pomalou vlnu je důležité, že hodnota cutoffu

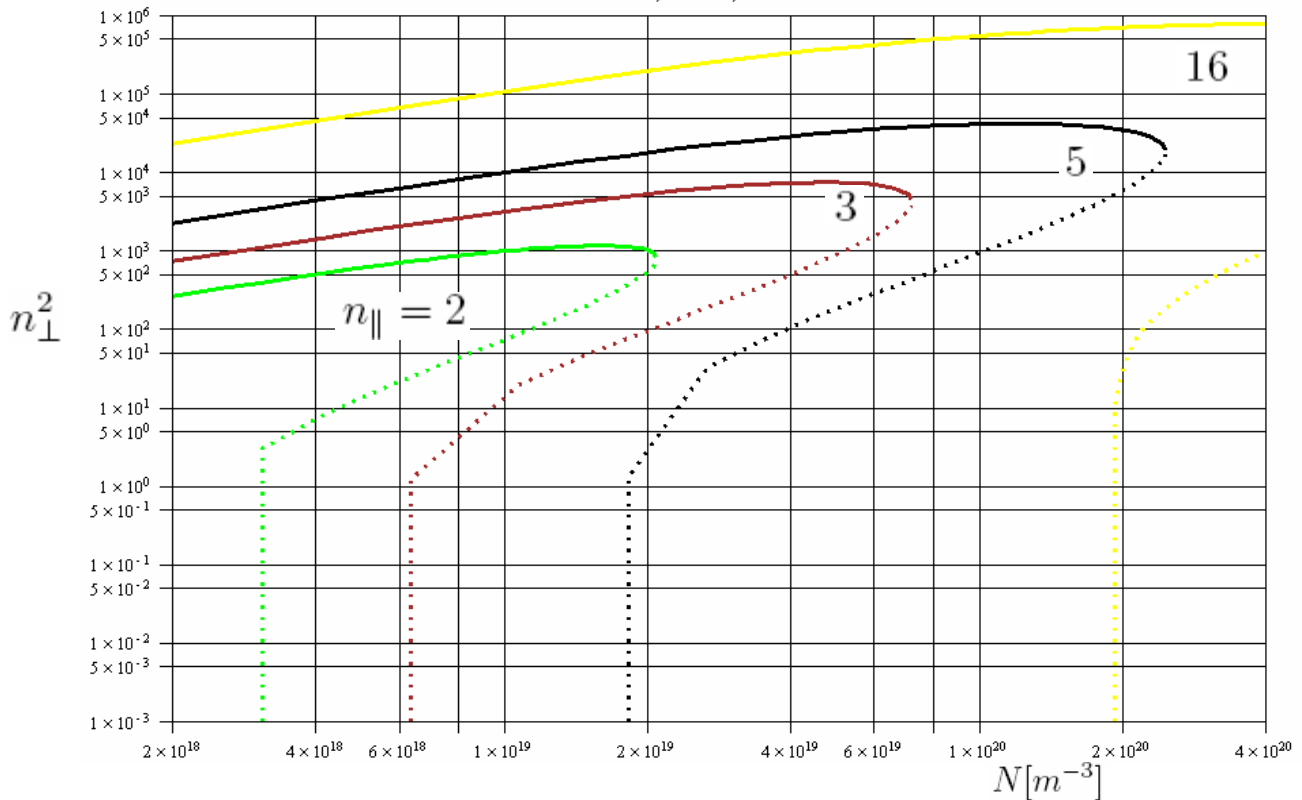


Obr. 6.: Závislost kvadrátu příčného indexu lomu na hustotě ve vymezeném rozmezí hustot. Závislost je vykreslena podle vztahu (7). Plná čára odpovídá pomalé vlně, tečkovaná poté vlně rychlé. Vypočteno pro magnetické pole $B = 1,568\text{T}$.

pro vlny $n_{\parallel} > 1$ nezávisí na n_{\parallel} , a proto pro používané frekvence a hustoty plazmatu představuje vrstva evanescence jen úzkou oblast periferie plazmatu. Naopak pro vlnu řádnou (rychlou) zabíhá podle [13] v přiblížení $f_{ci} \ll f \ll f_{ce}$ oblast evanescence až do hustoty odpovídající vztahu

$$\omega_{pe}^2 = \omega \omega_{ce} (n_{\parallel}^2 - 1), \quad (9)$$

což znamená, že šířka evanescence rychlých vln závisí na n_{\parallel} a může tak v některých případech zasahovat hluboko do plazmatu a tím silně omezovat možnost šíření těchto vln. Tak podle obr. 5 je pro $n_{\parallel} = 2$ cutoff rychlé vlny pro $B = 1,568\text{T}$ na hustotě $2,5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$. Výpočet podle (9) pak dává hodnotu $2,21 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$. Na obr. 7 je opět vykreslena závislost (7), tentokrát ale pro magnetické pole $B = 1,656\text{T}$. Na této hodnotě by se podle tab. 3 měla hustota pohybovat okolo hodnoty $6,5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$. Znamená to, že většina energie vlny (hlavní peak z obr. 2) by se měl do těchto hustot stále dostat, jak je očekáváno. Vykreslíme-li situaci pro magnetické pole na ose tokamaku, čili pro hodnotu $B = 2,1\text{T}$, vidíme na obr. 8, že situace je ve vysokých hustotách zcela odlišná. Podle Obr. 4 totiž má totiž na hustotě $3,7 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ dojít k LH rezonanci. Skutečně, na Obr. 7 vidíme, že na hustotě $3,7 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ dochází k sbíhání vln odpovídajících různým n_{\parallel}

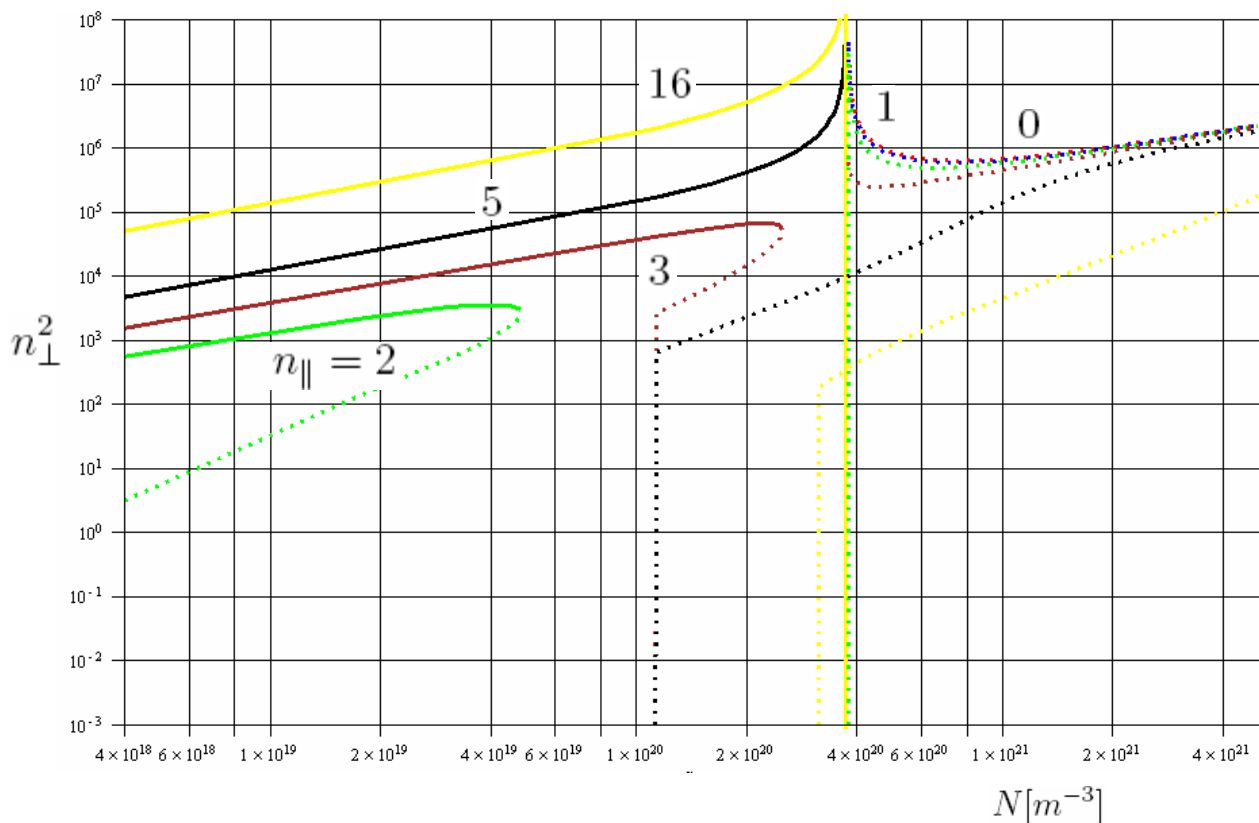


Obr. 7.: Závislost kvadrátu příčného indexu lomu na hostotě ve vymezeném rozmezí hustot.

Závislost je vykreslena podle vztahu (7). Plná čára odpovídá pomalé vlně, tečkovaná poté vlně rychlé. Vypočteno pro magnetické pole $B = 1,656\text{T}$.

směrem k nekonečnu, což je právě rezonance. Na obr. 8 si ještě povšimněme, že pro vlnu s $n_{\parallel} = 2$ nastává splynutí větví řádné a mimořádné vlny již na hustotě $4,8 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, což znamená, že by se taková vlna neměla do centrální oblasti plazmatu dostat (viz tab.3).

Zdá se, že klíčová otázka je, pro jakou hustotu nastává v daném magnetickém pole k přechodu vln řádné a mimořádné pro dané n_{\parallel} , nebo-li, kam až vlna s daným n_{\parallel} může plazmatem došířit, než bude její energie deponována zpět k okraji plazmatu (nesena rychlou vlnou), či dojde k rezonanci. Na tuto otázku odpovídá Obr. 9, kde je zachycena situace pro $f_{CD} = 1.3 \text{ GHz}$ v souřadnicích $B - N$. Plná čára v Obr. 9 s konkrétním n_{\parallel} ukazují maximální hustotu, do které se při daném magnetickém poli vlna s tímto n_{\parallel} může došířit. Tečkovaně je podle (9) označen cutoff rychlé vlny. Cutoff vln pomalých je na hustotě $2,09 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$, jak jsme ukázali výše. Na Obr. 9 např. vidíme, že vlna s $n_{\parallel} = 2$ se v magnetickém poli 2T může došířit do hustoty $3 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, avšak do hustot např. $4 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ už by se nedostala. Je zřejmé, že zvláště pro složku s $n_{\parallel} = 2$, která nás na základě obr. 2 zajímá nejvíce, je velice těžké určit, kam až se v tokamaku taková vlna došíří. Je jisté, že v magnetickém poli 2,1T to nebude do vyšších hustot, než $4,8 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$. Zřejmě ale záleží na konkrétním profilu hustoty, aby se dalo přesně říct, na jaké radiální poloze bude pro tuto složku v tokamaku docházet k přechodu vlny pomalé



Obr. 8.: Závislost kvadrátu příčného indexu lomu na hustotě ve vymezeném rozmezí hustot. Závislost je vykreslena podle vztahu (7). Plná čára odpovídá pomalé vlně, tečkovaná poté vlně rychlé. Vypočteno pro magnetické pole $B = 2,1\text{T}$.

v rychlou, čili, kam až se bude moci došírit. Závěr je tedy takový, že k tomu, abychom mohli říci do jakého místa se daná složka došírit, je třeba znát radiální profil hustoty. Protože vnější magnetické pole je na daném poloměru přesně určeno, znamená to, že můžeme vykreslit i Obr.10, na kterém je místo magnetické osy přímo horizontální průměr tokamaku. Hodnota 0 na horizontální ose značí střed tokamaku.

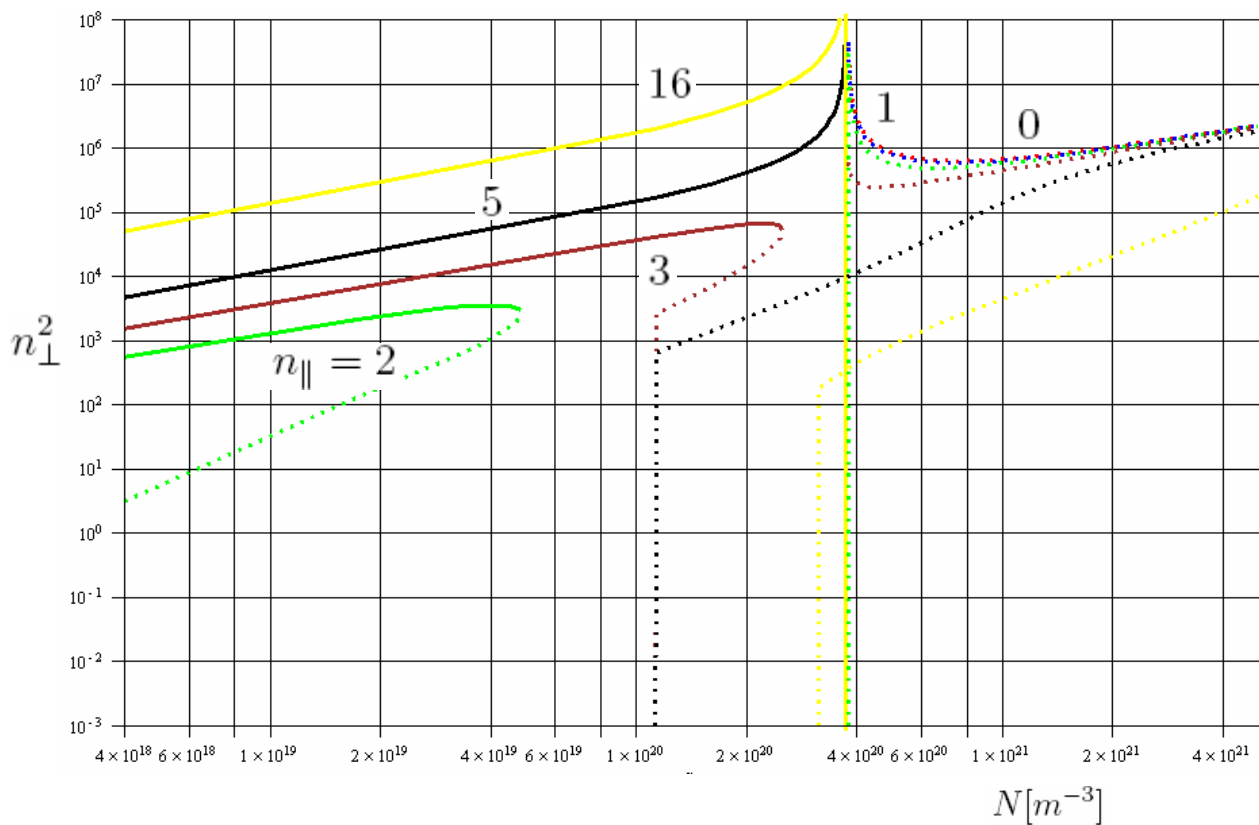
Zmiňme na tomto místě ještě krátce tzv. podmínku dostupnosti (accessibility condition) [12], [11]. Tato podmínka řeší otázku, jaké vlastnosti má vlna mít, aby v požadovaném místě plazmatu šlo dosáhnout LH rezonance. Protože pro náš účel máme pevně danou frekvenci vlny a navíc není úkolem LH rezonance dosáhnout, budeme se této otázce věnovat pouze okrajově. I v našem případě je ale podmínka na to, aby se daná vlna došířila do nějaké hustoty, daná tím, aby během jejího postupu oblastmi s nižší hustotou nikde nedošlo k odrazu (cutoff) či k přechodu v jiný typ vlny. To znamená, že je třeba, aby po celé dráze (kromě úzké periferní vrstvy pro pomalou vlnu) bylo splněno $n_{\perp}^2 > 0$, protože nulová hodnota znamená cutoff a záporné hodnoty odpovídají evanescentním (tlumeným) vlnám. V našem případě je již taková podmínka dostatečná, protože dosažitelné hustoty plazmatu lze pro vlnu s daným n_{\parallel} lehce určit z např. obr.7 pro magnetické pole 1,656T.

Pro to, aby mohla pomalá vlna oblasti rezonance dosáhnout, je v [13] uveden (a v [11],[12] odvozen) následující tvar podmínky na n_{\parallel} :

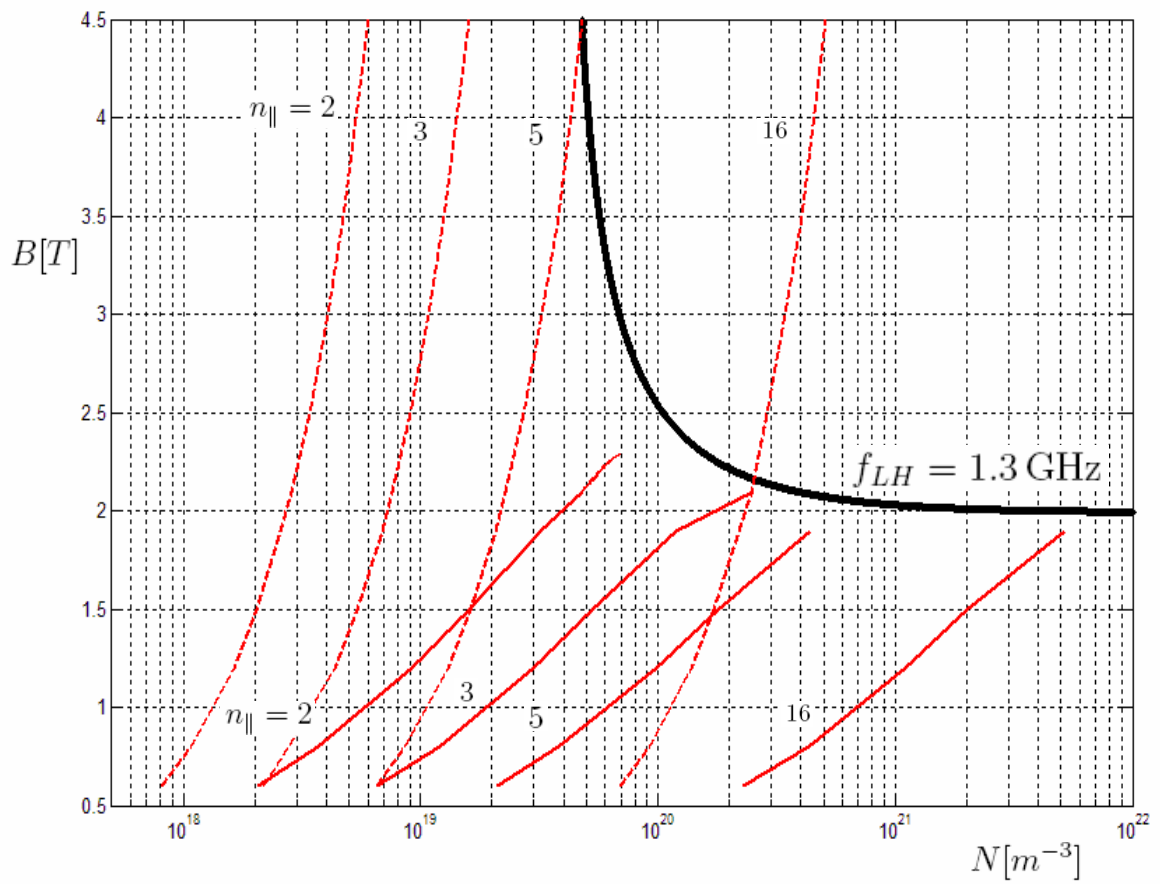
$$n_{\parallel}^2 > \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \right)_{LHR} \quad (10)$$

Pro danou frekvenci vlny je třeba určit rezonanční hustotu ve zvoleném magnetickém poli. Tyto hodnoty se dosazují do (10). Podmínka poté říká, že pouze vlny se složkou n_{\parallel} větší než je složka n_{\parallel} určená z (10) mohou rezonance dosáhnout. Podmínku můžeme ověřit na situaci z Obr. 8. Dosadíme do (10) hodnotu $B = 2,1$ a hodnotu hustoty $N = 3,76 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$. Podmínka (10) dává výsledek $n_{\parallel} > 3.12$, což potvrzuje Obr. 8, na kterém je vidět, že složka $n_{\parallel} = 3$ rezonance ještě nedosáhla.

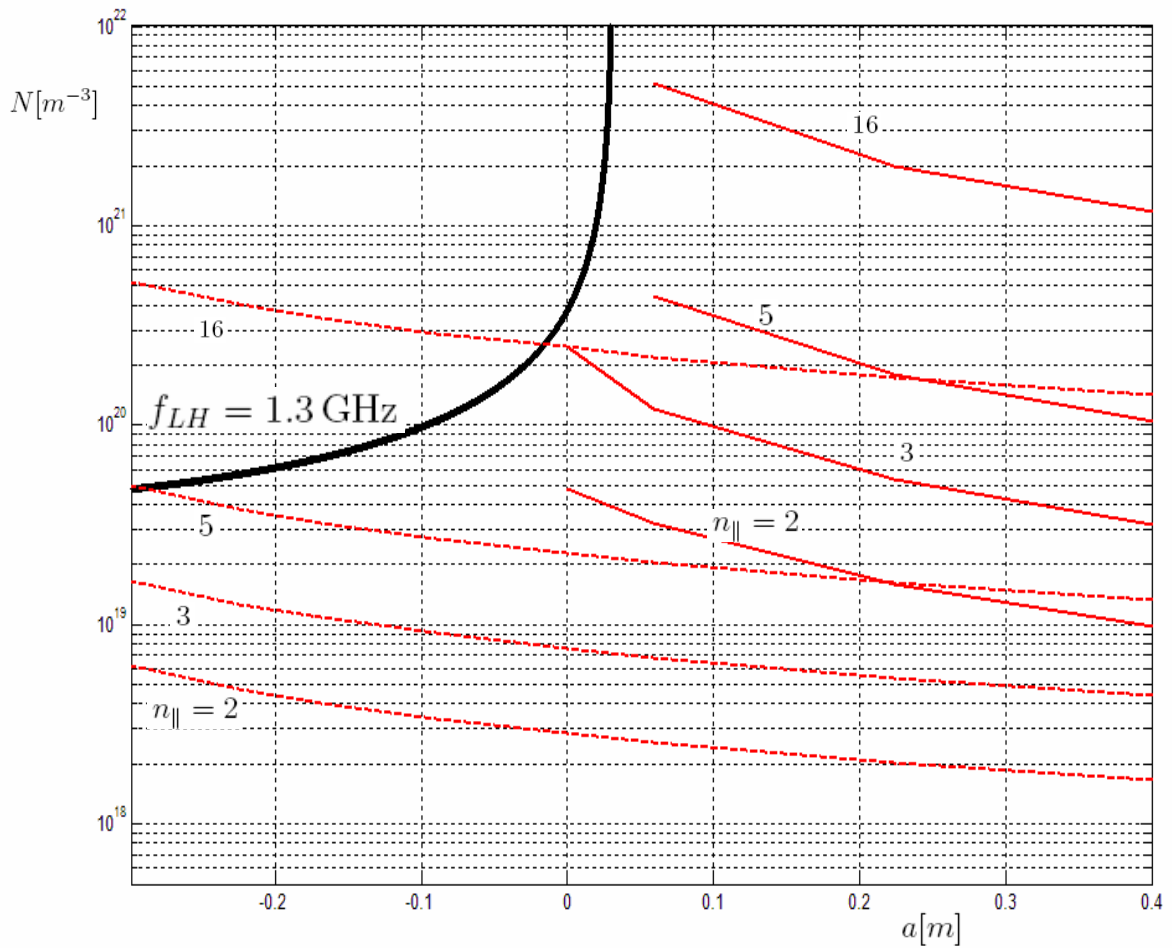
Vraťme se ještě jednou k disperzní relaci (7) a zabývejme se otázkou, jaké konkrétní hodnoty budou mít složky elektrického pole vlny v daném magnetickém poli a hustotě. Nejvíce důležitá je složka rovnoběžná s vnějším magnetickým polem, jak jsme již naznačili v kapitole 2. Postup popsany níže ukáže, jak spočítat velikost elektrického pole za předpokladu, že se v průběhu šíření vlny do zkoumaného místa žádná energie plazmatu nepředala. Pro konkrétní místo v tokamaku je třeba znát hodnotu magnetického pole a hustotu v daném místě. Poté lze vykreslit graf podobný obr. 5, 6, 7 či 8. Pro dané n_{\parallel} lze takto určit odpovídající složku indexu lomu v kolmém směru. Na základě toho lze již říci, jakou konkrétní hodnotu úhlu ϑ je třeba dosadit do rovnic (5), protože směry vektoru \vec{n} a \vec{k} jsou z definice schodné. V tom okamžiku již víme všechny proměnné v rovnicích (5) a můžeme tedy spočítat jednotlivé složky vektoru $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ v daném místě tokamaku. Tyto složky vlastně představují horní limit pro každou složku, pro znalost skutečné velikosti je pak potřeba určit celkovou energii, kterou vlna během šíření do studovaného místa předala plazmatu a podle toho tento horní limit upravit.



Obr. 8.: Závislost kvadrátu příčného indexu lomu na hustotě ve vymezeném rozmezí hustot. Závislost je vykreslena podle vztahu (7). Plná čára odpovídá pomalé vlně, tečkovaná poté vlně rychlé. Vypočteno pro magnetické pole $B = 2,1T$.



Obr. 9.: Maximální dosah vln s daným n_{\parallel} v závislosti na magnetickém poli a hustotě při frekvenci vlny $f_{CD} = 1.3 \text{ GHz}$.



Obr.10.: Maximální dosah vln s daným $n_{||}$ v závislosti na hustotě. Frekvence vlny $f_{CD} = 1.3 \text{ GHz}$. Horizontální osa je vedlejší osa tokamaku, hodnota $a=0$ odpovídá geometrickému středu tokamaku, záporné hodnoty poté HFS.

Závěr

Prvním úkolem práce bylo odvodit základní rovnice šíření dolně hybridních vln v plazmatu. K tomu je potřeba znát tenzor permitivity prostředí, pro které je situace popisována. V práci jsme odvodili tento tenzor pro studené bezsrážkové plazma a následně určili disperzní relaci pro šíření dolně hybridních vln. Disperzní relace je upravena do tvaru $n_{\perp}^2 = f(n_{\parallel})$. V další části práce se zabýváme touto relací pro konkrétní parametry tokamaku Compass a pro konkrétní prostorové spektrum výkonu vln. Na základě znalosti tohoto spektra jsme vykreslili a popsali řadu situací v plazmatu tokamaku Compass. Pro přesné určení toho, na jakém místě v horizontálním směru bude docházet k nejúčinnější generace proudu je však třeba znát konkrétní profil hustoty, protože ten silně ovlivňuje místo (určeno velikostí magnetického pole), kam až se vlna s daným n_{\parallel} může došířit. Závěrem práce je krátce diskutována podmínka dostupnosti vlny do oblasti dolnohybridní rezonance a také postup, kterým by lze určit velikost složky elektrického pole ve směru podél vnějšího magnetického pole v daném místě tokamaku.

Literatura

- [1] McCracken G., Stott P.: *Fúze – energie vesmíru*, Mladá fronta a.s, Praha 2006
- [2] J. Wesson: *Tokamaks*, Oxford University Press, Clarendon Press, Oxford, 2004
- [3] T. J. M. Boyd, J. J. Sanderson: *The physics of plasmas*, Cambridge University Press, 2003
- [4] P. Kulhánek: *Teorie plazmatu*, studijní text pro FJFI, CVUT, [online]. [cit. 2008-08-13] <<http://www.aldebaran.cz/studium/fpla.pdf>>
- [5] M. Kubič: Review of plasma parameters of the JET tokamak in various regimes of its operation, Bakalářská práce, FJFI ČVUT v Praze, 2007
- [6] T. J. Dolan: *Fusion research - Principles, Experiments and Technology*, Pergamon Press, 2000
- [7] H. W. Müller, M. Hirsch, H. W. Bartels, H. S. Bosch, R. Brakel, M. Drevlak, U. Frantz, H. J. Hartfuss, D. Hartmann, D. H. H. Hoffmann, R. Kleiber, A. Könies, K. Krieger, E. Poli, B. D. Scott, W. Suttrop, H. Zohm: *IPP Summer University for Plasma Physics*, Greifswald, 2007
- [8] J. Mlynář: *Fyzika tokamaků*, přednášky, FJFI ČVUT v Praze, <<http://fttf.fjfi.cvut.cz>>
- [9] M. Kazda: *Použití mikrovln v termojaderném výzkumu*, Bakalářská práce, FJFI ČVUT v Praze, 2007
- [10] M. Brambilla: *Lower hybrid waves propagation in a cold plasma*, Euroatom–C.E.A, 1978
- [11] M. Záruba: *Vyzařovací struktury pro dolně hybridní vlny – prostorové spektrum LH grilu pro tokamak COMPASS-D*, Bakalářská práce, FJFI ČVUT v Praze, 2007
- [12] T. H. Stix: *Waves in plasmas*, Springer – Verlag, New York, 1992
- [13] F. Žáček, J. Preinhaelter, R. Klíma, Š. Körbel: *Šíření a útlum mimořádné vlny o frekvenci $f \approx 2f_{LH}$ v bezsrážkovém plazmatu zařízení TM-1-MH*, Interní zpráva IPP Prague, AVČR, 1/80, Praha, 1980
- [14] <<http://www.ipp.cas.cz/Tokamak/>> [online]. [cit. 2008-09-04]