České vysoké učení technické v Praze Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky Obor: Fyzikální inženýrství Zaměření: Fyzika a technika termojaderné fúze



Dekonvoluce dat z aktivační sondy jako metoda ke stanovení energií ionizujícího záření v tokamacích Unfolding of data from the activation probe as a method to determine energies of ionising radiation in tokamaks

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Ondřej Ficker Vedoucí práce: RNDr. Jan Mlynář, Ph.D. Rok: 2013 Před svázáním místo téhle stránky vložíte zadání práce s podpisem děkana (bude to jediný oboustranný list ve Vaší práci) !!!!

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

..... Ondřej Ficker

Poděkování

Děkuji RNDr. Janu Mlynářovi, Ph.D. za vedení mé bakalářské práce a za podnětné návrhy, které ji obohatily. Dále děkuji vědecké skupině z École royale militaire v Bruselu za poskytnutí naměřených dat a informací o měření.

Ondřej Ficker

Název práce:

Dekonvoluce dat z aktivační sondy jako metoda ke stanovení energií ionizujícího záření v tokamacích

Autor: Ondřej Ficker
Obor: Fyzikální inženýrství
Druh práce: Bakalářská práce
Vedoucí práce: RNDr. Jan Mlynář, Ph.D. Ústav fyziky plazmatu AV ČR

Abstrakt: Tato práce popisuje vlastnosti aktivační sondy, detektoru nově používaného pro měření nabitých fúzních produktů. V první části práce je stručně odvozen algoritmus založený na jedné z metod pro řešení nedostatečně určených inverzních úloh, Tichonovově regularizaci s minimem Fisherovy informace. Následuje popis trajektorií nabitých částic v tokamaku, iontových detektorů a metod měření záření gama. Aktivační sonda byla zatím použita na třech evropských tokamacích, po rešerši těchto experimentů následuje rekonstrukce spektra protonů z naměřených aktivit. Algoritmus je otestován i na modelových datech.

Klíčová slova: Tichonovova regularizace, minimum Fisherovy informace, aktivační sonda, nabité fúzní produkty

Title:

Unfolding of data from the activation probe as a method to determine energies of ionising radiation in tokamaks

Author: Ondřej Ficker

Abstract: This thesis describes properties of the activation probe, a new detector used for charged fusion product measurement. The algorithm based on a succesful method for solving ill-posed inverse problems, the Tikhonov regularization with minimum of the Fisher information, is derivated briefly in the first part of this thesis. In the next part a short introduction to ion measurement methods, charged particle orbits in tokamaks and gamma spectrometry is made. The description of experiments with the activation probe performed in three tokamaks is followed by attemp to unfold proton spectra from measured activity. The algorithm is also tested on synthetic data.

Key words: Tikhonov regularisation, minimum Fisher information, activation probe, charged fusion products

Obsah

Ú	vod		8
1	Ticl	honovova regularizace s minimem Fisherovy informace	11
	1.1	Inverzní úlohy	11
	1.2	Diskretizace	12
	1.3	Tichonovova regularizace	13
	1.4	Volba regularizačního parametru	14
		1.4.1 Volba parametru ze znalosti chyby měření	15
	1.5	Volba hodnotící funkce	15
		1.5.1 Lineární regularizace	16
		1.5.2 Minimalizace Fisherovy informace	16
	1.6	Implementace	17
		1.6.1 Implementace lineární regularizace	17
		1.6.2 Implementace MFR	18
2	Akt	civační sondy	19
	2.1	Detekce nabitých fúzních produktů	19
	2.2	Pohyb nabitých fúzních produktů	20
		2.2.1 Ztráty z okraje plazmatu	21
		2.2.2 Banánové trajektorie	21
		2.2.3 Význam detekce nabitých fúzních produktů	27
		2.2.4 Detektory iontů	27
	2.3	Princip aktivační sondy	28
	2.4	Měření velmi nízkých aktivit	29
		2.4.1 Vysoce citlivá gama spektrometrie	29

		2.4.2 Polovodičové detektory	29
		2.4.3 Scintilační detektory	31
		2.4.4 Další typy detektorů	32
	2.5	Přednosti a nedostatky aktivační sondy	32
	2.6	Formulace úlohy	33
3	Rea	lizace na tokamaku JET, TEXTOR a ASDEX-U	34
	3.1	Sonda použitá na tokamaku JET	34
		3.1.1 Umístění sondy	35
		3.1.2 Výsledky	36
		3.1.3 Detekce částic α	38
	3.2	Provedení experimentu na tokamaku TEXTOR	38
		3.2.1 Aparatura	39
		3.2.2 Výsledky	40
	3.3	Aktivační sonda na tokamaku ASDEX-U	41
4	Rel	onstrukce spekter	44
	4.1	Použité reakce	44
	4.2	Program	45
	4.3	Modelová spektra	46
	4.4	Rekonstrukce spektra z tokamaku JET	47
		4.4.1 Korekce pro naměřená data	47
		4.4.2 Rekonstrukce	48
Za	ávěr		54
Se	eznar	ı použitých zdrojů	56
\mathbf{P} i	ŕíloh		58
А	Obs	ah CD	59

Úvod

Před lidstvem zřejmě doposud nestála větší technologická výzva, než je realizace termojaderné fúze. Věda zažila ve dvacátém století mnoho velkých úspěchů, ať už se jednalo o lety na Měsíc, ovládnutí štěpné jaderné reakce k produkci energie, nebo přelomové objevy v medicíně a farmacii. Všech těchto úspěchů bylo, v případě skutečně cílených projektů, dosaženo v horizontu maximálně několika desítek let. Vyrábět na Zemi energii stejným způsobem, jako se to děje ve hvězdách, ale není úplně obyčejný úkol.

V 50. letech se člověku poprvé podařilo zrealizovat termojadernou reakci, bohužel nekontrolovaným a destruktivním způsobem - výbuchem vodíkové bomby. Přesto, že se jednalo o čistě vojenský projekt, i vědci usilující o mírové využití těchto energeticky velmi výnosných jaderných reakcí, mohli být potěšeni. Fúzi tedy můžeme na Zemi provést, jak to ale udělat, abychom průběh reakce mohli kontrolovat a zabránili jejím destruktivním účinkům? Jednu z nejzajímavějších odpovědí na tuto otázku přinesli ruští vědci z Kurčatova institutu pod vedením Lva Arcimoviče. Jejich návrh toroidální komory, ve které se plazma bude udržovat pomocí magnetického pole, byl zpočátku jen jedním z mnoha uspořádání, která měla vést k řízené fúzi. Toto zařízení získalo název tokamak (zkratka ruských slov, v překladu toroidální komora s magnetickými cívkami). Díky vynikajícím výsledkům, které přišly ve správnou dobu, se tokamaky staly dominantní větví fúzního výzkumu a získaly náskok nad jinými typy zařízení, přestože zdaleka nejsou ideální ve všech ohledech. Jejich konstrukce není jednoduchá (složitá geometrie magnetického pole), ale díky desítkám let výzkumu se už podařilo odstranit mnohé nedostatky. Charakteristickou vlastností zařízení s magnetickým udržením je to, že pracují při poměrně nízkých hustotách plazmatu, v tokamaku tedy nepanují tak extrémní podmínky jako například v ohnisku laserů zařízení NIF, které se pokouší dosáhnout fúze pomocí inerciálního udržení. Pro ziskový průběh termojaderné reakce je třeba splnění tzv. Lawsonova kritéria, které tvrdí, že pro danou reakci musí být součin hustoty a doby udržení energie plazmatu větší než určitá funkce teploty. Hlavní výhodou tokamaku je právě vysoká doba udržení, kterou je možno dále zvýšit zvětšením objemu udržovaného plazmatu.

Dosažení ziskové termojaderné reakce s pomocí tokamaku se stalo symbolem spolupráce v rámci celého světa a vedlo k návrhu jednoho z největších mezinárodních vědeckých projektů, termojaderného reaktoru ITER. Jeho význam tkví právě v testování různých pomocných systémů - chlazení, lithiové obálky pro výrobu tritia, systémů ohřevu, čerpání a nových odolných materiálů. Nové znalosti nabyté v rámci tohoto projektu pak najdou uplatnění nejen ve vysněné fúzní elektrárně, ale v celé škále dalších oborů od experimentální jaderné fyziky až po obráběcí průmysl. Velkou výzvou bude také globální koordinace výzkumu, k projektu ITER totiž patří také širší spolupráce v rámci celosvětového výzkumného programu, do kterého budou zapojena fúzní zařízení a vědecká pracoviště z celého světa.

Jedním z velkých problémů řízené fúze je nedostatečná schopnost popsat procesy, které v plazmatu probíhají a včas na ně zareagovat. To je překážka, kterou musíme překonat, pokud chceme fúzní reakce využívat k produkci energie. Vysokoteplotní plazma je velmi složité prostředí, ve kterém hrají velkou roli turbulence a různé jiné stochastické procesy. Pohyb částic v elektromagnetickém poli, které si zčásti tvoří plazma samotné a zčásti jej záměrně z nějakého důvodu vytváří vnějšími zásahy vědci, je extrémně složitý. Samotné jaderné reakce mají pravděpodobnostní charakter a jak se ukazuje v případě tzv. H-módu (náhlé zlepšení parametrů udržení díky vzniku transportní bariéry), občas se stane něco, co si při současné úrovni znalostí neumíme úplně přesně vysvětlit. Jedinou cestou k pochopení těchto procesů jsou stále přesnější a různorodější systémy diagnostiky plazmatu. Prostředí tokamaku je pro některé detektory používané jinde velmi omezující (magnetické pole, záření, vysoké neutronové toky, atd.), ale mnohé typy detektorů z jiných oblastí fyziky či různých technických aplikací se naopak ukazují jako velmi vhodné. Samozřejmě, že kromě fyzikálních omezení pro "hardware" je tu ještě jiné kritérium - bude možné data z určitého typu detektoru nějakým způsobem analyzovat a budou nést relevantní informace?

Jedním z diagnostických systémů, které našly v jaderné fyzice široké uplatnění, je aktivační sonda. Aktivační analýza byla nejprve používána k určení složení neznámého vzorku. Při tomto měření je vzorek ozářen neutrony ze zdroje se známým spektrem. V důsledku jaderných reakcí dochází ke vzniku radioaktivních izotopů, které můžeme identifikovat pomocí gama spektrometrie a díky znalosti uskutečnitelných jaderných reakcí je možné určit, jaké prvky či jejich izotopy byly ve vzorcích zastoupeny a v jakém množství. Naopak, když máme k dispozici několik fólií z různých prvků, jejichž jádra reagují známým způsobem, můžeme určit spektrum zdroje částic - neutronů, protonů nebo složitějších jader. Tato metoda se používá ve štěpných reaktorech k určení neutronových toků nebo k určení protonového toku v urychlovačích.

Aktivační sonda tedy v případě použití v tokamacích může přinést cenné informace o produkci neutronů a nabitých částic. Tyto informace by pak byly velmi důležité především pro vývoj nových odolných materiálů vnitřních stěn nebo lithiového blanketu pro produkci tritia (neutrony). Informace o nabitých částicích mohou nalézt uplatnění ve vývoji metody odebírání částic α nebo jiných produktů reakce, které už předaly svou kinetickou energii plazmatu.

Cílem této práce je shrnout přednosti a nedostatky použití aktivační sondy pro měření protonů a lehkých iontů v termojaderném výzkumu, tedy vysoce specializované oblasti, která klade na diagnostické systémy velké nároky. Aktivační sondy byly k měření nabitých produktů použity na tokamacích JET, Textor a ASDEX-U, uvažuje se o jejich instalaci i na největším tokamaku ITER. Kromě prostého měření toku částic může aktivační sonda přinést i informaci o jejich spektru. Zpětné určení spektra z měření aktivační sondou není jednoznačné a výsledek může být velmi citlivý na chyby měření. Musíme se tedy uchýlit k matematickým metodám, které tyto nevhodné vlastnosti potlačí. Jednou z takových metod je Tichonovova regularizace s minimem Fischerovy informace, která byla úspěšně použita například v tomografii plazmatu a její odvození je nastíněno v první části práce. Text dále pokračuje popisem principu sondy a rešerší experimentů a vrcholí pokusem o rekonstrukci reálného spektra z dat naměřených na tokamaku JET.

Kapitola 1

Tichonovova regularizace s minimem Fisherovy informace

Nejprve zavedeme pojmy související s řešením lineárních inverzních úloh. Tyto pojmy potom využijeme při odvození vhodné metody pro řešení naší konkrétní úlohy.

1.1 Inverzní úlohy

Definice 1. Lineární úlohou chápeme rovnici

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b},\tag{1.1}$$

kde A je obecně lineární operátor mezi Hilbertovými prostory a \mathbf{x} , \mathbf{b} jsou obecně vektory z těchto prostorů.

Inverzní úlohu nemůžeme obecně definovat. Řešením inverzní úlohy ale obvykle nazýváme snahu odvodit z nějakého nepřímého měření informace o objektu nebo systému, které nás zajímají. Ptáme se, jaká byla příčina toho, že výsledky našeho měření jsou právě takové. Jinými slovy postupujeme proti směru nějakého přírodního děje. Z toho plyne, že řešení inverzních problémů je obvykle náročnější, než řešení problémů přímých. Úspěšnost řešení inverzní lineární úlohy závisí především na tom, je-li tato úloha dobře určená (korektní) ve smyslu následující definice.[9]

Definice 2. Nechť úlohou je najít řešení $\mathbf{x} \in \mathbb{S}$ (S je množina možných řešení) pro zadaný vektor $\mathbf{b} \in \mathbb{T}$ (\mathbb{T} je množina vstupních dat), pak je úloha korektní právě tehdy, jsou-li zároveň splněny následující podmínky

- 1. $\exists právě jedno řešení \mathbf{x} pro \forall \mathbf{b} \in \mathbb{R}$
- 2. Rešení spojitě závisí na vstupních datech, tj. jestliže pro $\forall n \in \mathbb{N}$ je \mathbf{x}_n řešení pro vstupní data \mathbf{b}_n , a jestliže \mathbf{x} je řešení pro vstupní data \mathbf{b} , nechť dále ρ je norma v množině vstupních dat a σ je norma v množině možných řešení, pak platí

$$b_n \xrightarrow{\rho} b \Longrightarrow x_n \xrightarrow{\sigma} x.$$
 (1.2)

V praxi se často řeší i nekorektní úlohy, v takovém případě mohou být kladeny na řešení dodatečné podmínky. Druhá vlastnost z definice se nazývá podmíněnost úlohy. I jednoznačně zadaná úloha stále může být špatně podmíněná[13], pak splňuje následující definice.

Definice 3. Inverzní lineární úloha je **špatně podmíněná** tehdy, když inverzní operátor k operátoru přímé úlohy existuje, ale není spojitý.

Spatně podmíněnou úlohu můžeme pro diskrétní případ definovat také z hlediska numerické stability, pomocí zavedení čísla podmíněnosti.[9]

Definice 4. *Císlo podmíněnosti* κ *definujeme jako podíl relativní změny výsledku* y a relativní změny vstupních dat x, tedy

$$\kappa = \frac{\frac{\|\delta y\|}{\|y\|}}{\frac{\|\delta x\|}{\|x\|}} \tag{1.3}$$

Dobře podmíněnou nazýváme úlohu, pro kterou platí $\kappa \sim 1$. Špatně podmíněnou nazýváme úlohu, pro kterou je $\kappa \gg 1$.

Typickým příkladem špatně podmíněné inverzní úlohy, se kterým se často setkáváme při rekonstrukci dat z detektorové techniky, jsou integrální rovnice nebo konvoluce funkcí.

Definice 5. Fredholmovou integrální rovnicí 1. druhu nazýváme rovnici

$$\varphi(t) = \int_{a}^{b} K(t,s)\psi(s)\mathrm{d}s, \qquad (1.4)$$

kde K(t,s) je jádro integrálního operátoru, $\psi(s)$ neznámá funkce, $\varphi(t)$ známá funkce (naměřené hodnoty), a, b konstantní integrační meze.

Pro speciální volbu mezí a argumentu integrálního jádra se rovnice (1.4) redukuje na konvoluci funkcí.

Definice 6. Konvolucí funkcí f, g nazýváme operaci f * g, která má ve spojitém případě tvar

$$(f*g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x-s)f(s)\mathrm{d}s.$$
(1.5)

Jestliže známe tvar funkce g, můžeme funkci f zpětně určit pomocí Fourierovy transformace.

1.2 Diskretizace

Pro potřeby naší aplikace přejdeme od obecných lineárních prostorů a operátorů k vektorům reálných čísel a maticím, provedeme tedy disktretizaci operátoru a funkcí,

abychom byli schopni úlohu řešit numericky.

Odvodíme diskrétní formu integrální rovnice. Je-li neznámá funkce $\psi(s)$ z rovnice (1.4) definovaná na intervalu (a, b), pak můžeme na tomto intervalu zavést uzlové body sítě předpisem

$$s_i = a + (i-1)\frac{b-a}{M-1}$$
 $\forall i \in \{1, \dots, M\},$ (1.6)

kde M je zvolená přesnost. Podobně pro známou funkci $\varphi(r)$ definovanou na intervalu (c, d), můžeme zavést uzlové body

$$t_j = c + (j-1)\frac{d-c}{N-1}$$
 $\forall j \in \{1, \dots, N\},$ (1.7)

kde N je počet měření, detektorů, nebo jiný kvantitativní faktor.

Dále označme $\psi_i = \psi(s_i)$, resp. $\varphi_j = \varphi(t_j)$ hodnoty funkcí v uzlových bodech a $K_{ji} = K(t_j, s_i)$ hodnoty jádra integrálního operátoru v uzlových bodech. Po takto provedené diskretizaci přejde rovnice (1.4) do tvaru

$$\varphi_j = \sum_{i=1}^M K_{ji} \psi_i \qquad \forall j \in \{1, \dots, N\}$$
(1.8)

V tomto diskrétním případě pak nedostatečně určená úloha vypadá obvykle tak, že počet uzlových bodů M neznámé funkce (tedy přesnost s jakou chceme znát průběh této funkce) je výrazně vyšší než počet měření či detektorů N, tedy dimenze vektoru na pravé straně (1.1). V takovém případě není matice soustavy čtvercová, nejsme schopni provést jednoznačnou inverzi a soustava má (M - N) lineárně nezávislých řešení. Matice soustavy je tedy singulární. Pokud chceme nalézt jediné řešení, které nejlépe popisuje původní funkci, musíme klást na řešení dodatečné podmínky a pak zvolit to, které je nějakým způsobem význačné. Formálně tímto způsobem najdeme vhodnou regulární matici, která stále s dostatečnou přesností popisuje řešený problém, ale zároveň umožňuje nalézt stabilní a jednoznačné řešení.

1.3 Tichonovova regularizace

Nejlepší řešení špatně podmíněné lineární úlohy (1.1) je možné nalézt s pomocí vhodné hodnotící funkce.

Definice 7. Hodnotící funkcí nazýváme zobrazení z množiny přípustných řešení do množiny reálných čísel. Za nejlepší řešení potom považujeme takový vektor \mathbf{x} , na kterém nabývá hodnotící funkce extrému.

Nejjednodušším případem hodnotící funkce je samotná norma rezidua, hledání řešení lineární rovnice (1.1) je totiž ekvivalentní hledání minima normy rezidua

$$\|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2, \tag{1.9}$$

kde $\|\cdot\|^2$ je euklidovská norma, **A** je maticí soustavy (vhodně diskretizovaný lineární operátor) a **b** je reálný vektor (hodnoty funkce v uzlových bodech). Zřejmě se tedy jedná o řešení úlohy metodou nejmenších čtverců. Taková hodnotící funkce ale nepřinese pro řešení nedostatečně určené úlohy nic nového, v podstatě jen vymezuje množinu řešení - varietu o dimenzi (M - N), na které lze hledat extrém jiného vhodně zvoleného funkcionálu.

Pokud by naším úkolem bylo naopak řešit přeurčenou úlohu, tedy takovou, která nemá v klasickém smyslu řešení, hledání minima tohoto funkcionálu poskytne vektor, který je nejlepší aproximací řešení.

Vraťme se ale k naší, nedostatečně určené úloze. Vzhledem k chybám, kterými je při každém skutečném měření zatížena pravá strana, je nutné rozšířit množinu vhodných řešení i na taková, která splňují rovnici pouze s určitou přesností - tedy mají nenulové reziduum (1.9). V takovém případě ale není varieta, na které extrém hodnotící funkce hledáme, lineární. Lineární varietou bude pouze v případě, že po řešeních požadujeme konkrétní hodnotu velikosti rezidua.

Abychom našli konkrétní řešení špatně podmíněné úlohy, hledáme extrém hodnotící funkce (Tichonovova funkcionálu) na varietě přípustných řešení. Přejdeme tedy k Lagrangeově funkci

$$\Lambda = \|\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}\|^2 + \kappa \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2 = \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2 + \lambda \|\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}\|^2, \qquad (1.10)$$

kde $\lambda = \frac{1}{\kappa}$ je regularizační parametr (obvykle se uvádí před hodnotící funkcí), Γ je vhodně zvolenou Tichonovovou maticí a výraz $\|\Gamma \mathbf{x}\|^2$ nazýváme Tichonovovým funkcionálem. Místo lineárního funkcionálu lze použít také obecný funkcionál $\Phi(\mathbf{x})$. Řešení odpovídající parametru λ potom můžeme zapsat jako minimum funkce (1.10) na množině přípustných řešení S, tedy

$$\mathbf{x}_{\lambda} = \arg\min_{\mathbf{x}\in S} \{ \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2 + \lambda \|\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}\|^2 \}.$$
(1.11)

Velikost regularizovaného řešení v takovém případě udává norma Tichonovova funkcionálu $\|\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}\|^2$ a přesnost řešení je pak dána velikostí rezidua (1.9).[6] V případě, že zvolený regularizační parametr λ bude příliš velký, nalezené řešení nebude dost dobře odpovídat pravé straně (1.1) (overfitting). Naopak, pokud zvolíme parametr λ příliš malý, řešení sice bude poměrně rychle konvergovat, ale bude velmi nestabilní - tedy citlivé na chyby v datech.

1.4 Volba regularizačního parametru

Nalezení nejvhodnější hodnoty parametru λ zásadně ovlivňuje úspěšnost řešení úlohy. Existuje několik metod jak zvolit nejvhodnější hodnotu pro konkrétní pravou stranu, některé z nich ale nelze pro naši nedostatečně určenou úlohu použít. Velmi výhodná je metoda určení hodnoty regularizačního parametru z chyby měření. Tato metoda využívá statistického testu dobré shody s normálním rozdělením. Toto kritérium zajistí velmi dobrý odhad náhodných chyb v datech a umožní vhodně rozšířit množinu přípustných řešení.

1.4.1 Volba parametru ze znalosti chyby měření

Definice 8. Řekneme, že náhodná veličina Y má Pearsonovo χ^2 rozdělení s n stupni volnosti, $n \in \mathbb{N}$, jestliže její hustota pravděpodobnosti má tvar

$$f_Y = \begin{cases} \frac{1}{2\Gamma(\frac{1}{2})} \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}} & \text{pro } y > 0, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$
(1.12)

Značíme $Y \sim \chi^2$.

Je-li náhodná veličina Y součtem druhých mocnin n nezávislých náhodných veličin X_i se standardním normálním rozdělením $X_i \sim N(0, 1)$, pak $Y \sim \chi^2$.[7]

Pravá strana odpovídající regularizovanému řešení vykazuje nenulové reziduum vůči původní pravé straně, toto reziduum dále roste s rostoucí hodnotou parametru λ . Normy rozdílů jednotlivých složek vektorů $\mathbf{A}\mathbf{x}_{\lambda}$ a **b** můžeme vydělit středními kvadratickými odchylkami jednotlivých detektorů nebo měření. Hodnoty složek vektoru **b** navíc v ideálním případě odpovídají středním hodnotám složek vektoru $\mathbf{A}\mathbf{x}_{\lambda}$. Hustota součtu takto transformovaných složek (náhodných veličin) bude mít Pearsonovo rozdělení. V ideálním případě budou rezidua přibližně odpovídat středním kvadratickým odchylkám měření, což můžeme vyjádřit vztahem

$$\chi_{red}^2(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\left(b_i - \sum_{j=1}^M T_{ij} x_j\right)^2}{\sigma_i^2} \approx 1$$
(1.13)

Tento vztah je v podstatě testem dobré shody normovaným na počet stupňů volnosti. Pokud se hodnota statistiky χ^2_{red} blíží jedné, rezidua jsou v dobré shodě s očekávanými chybami. Množina přípustných řešení, na které hledáme extrém hodnotící funkce se tedy z (1.9) změnila na $\chi^2_{red} = 1$. Tento vztah můžeme využít k numerickému hledání ideální hodnoty parametru λ . Nejvhodnější hodnotu parametru λ můžeme hledat jako kořen rovnice $\zeta(\lambda) = 0$, pro konkrétní výraz (1.13) můžeme rovnici tohoto tvaru získat logaritmováním

$$\log\left(\chi_{red}^2(\lambda)\right) = \log\left(\frac{1}{N}\sum_{1}^{N}\frac{\left(b_i - \sum_{j=1}^{M}T_{ij}x_j(\lambda)\right)^2}{\sigma_i^2}\right) = 0, \quad (1.14)$$

kde x_j závisí na λ vztahem (1.11), jehož explicitní nebo iterativní tvar odvodíme v dalším textu. Tuto rovnici můžeme řešit jednou ze standardních metod, například nejjednodušší metodou Regula falsi (metoda sečen), případně pak pomocí složitější metody s vyšším řádem konvergence (Newtonova metoda tečen, Čebyševova metoda).

1.5 Volba hodnotící funkce

Hodnotící funkci volíme s ohledem na požadovanou hladkost, preferenci menších řešení, případně jinak významných řešení.

1.5.1 Lineární regularizace

Nejjednodušším typem hodnotící funkce H je norma k-té derivace řešení, tedy

$$H = \|\mathbf{\Gamma}\mathbf{g}\|^2 = \|\mathbf{g}^{(k)}\|^2 \qquad k \in \{0, 1, 2, ...\}.$$
(1.15)

Zvolenou Tichonovovou maticí je zřejmě v případě k = 0 jednotková matice, v případě vyšších derivací příslušná diferenční matice. Zde je třeba uvážit, že v diskrétním případě se zvyšujícím se řádem derivace roste i počet složek vektoru **g**, které vystupují ve výpočtu konečné diference, ztrácíme tak informaci o lokálním chování funkce. Případ k = 0 upřednostňuje menší (ve smyslu normy) řešení, silně potlačuje píky. Pro k = 1 dochází k minimalizaci první derivace

$$H = \|\mathbf{g}'\|^2 = (\mathbf{g}')^T \mathbf{g}' = (\mathbf{g})^T D_1^T D_1 \mathbf{g}, \qquad (1.16)$$

kde **g** je neznámý vektor, **g'** jeho derivace a D_1 diferenční matice pro první derivaci. Rekonstruovaná funkce bude tedy maximálně hladká, což se opět negativně projeví na výšce píků.

Minimalizace 2. derivace stále ovlivňuje výšku píků, ale také minimalizuje křivost grafu výsledné funkce

$$\kappa = \frac{g''(x)}{(1+g'(x))^{\frac{3}{2}}} \approx g''(x), \tag{1.17}$$

kde přiblížení na pravé straně platí v případě, že $g'(x) \ll 1$. Ze vztahu je zřejmé, že kdybychom minimalizovali přímo křivost, efekt minimalizace druhé derivace by byl vážen velikostí růstu funkce v daném bodě. V plochých oblastech by tedy docházelo k potlačení šumu, zatímco v oblasti velkého růstu může být křivost stále velká. Podobný efekt pro první derivaci nastane, když bude hodnota derivace vážena hodnotou funkce v daném bodě. Tento typ hodnotící funkce zřejmě bude pro popis energetického spektra výhodnější.

1.5.2 Minimalizace Fisherovy informace

Fisherova informace I_f je jednou z důležitých charakteristik náhodné veličiny, určuje míru informace, kterou nese pozorovatelná náhodná veličina o nějakém neznámém parametru θ . Jedná se vlastně o druhý moment derivace logaritmu na parametru závislé hustoty náhodné veličiny $f(x, \theta)$, tedy o logaritmus věrohodnostní funkce. Věrohodnostní funkce se používá při hledání maximálně věrohodných odhadů (MLE), tedy při hledání takových hodnot parametru θ , které nastanou s největší pravděpodobností. Platí:

$$I_f = E\left(\left(\frac{\partial \ln(f(x,\theta))}{\partial \theta}\right)^2\right) = \int \frac{(\partial f(x,\theta)/\partial \theta)^2}{f^2(x,\theta)} f(x,\theta) dx = \int \frac{(\partial f(x,\theta)/\partial \theta)^2}{f(x,\theta)} dx.$$
(1.18)

V případě, že je parametr θ pouze posunutím v argumentu funkce, tedy $f(x, \theta) = f(u)$, kde jsme zavedli novou proměnnou $u = x - \theta$, nebo pokud má parametr normalizační charakter $(u = x/\theta)$, změní se vztah (1.18) na

$$I_f = E\left(\left(\frac{\partial \ln(f(u))}{\partial u}\right)^2\right) = \int \frac{(f'(u))^2}{f(u)} du.$$
(1.19)

Podobně platí pro Fisherovu informaci diskrétní náhodné veličiny v proměnné \boldsymbol{x}

$$I_F = \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{\mathrm{d}g_i}{\mathrm{d}x}\right)^2}{g_i} = (\mathbf{g}')^T \mathbf{W} \mathbf{g}', \qquad (1.20)$$

kde **W** je váhová matice ve tvaru $W_{ij} = \delta_{ij}/g_i$, δ_{ij} je Kroneckerův symbol. Všechny výše zmíněné vztahy je samozřejmě možné zavést i pro náhodné veličiny ve více proměnných (parametrech), Fisherova informace má pak tvar matice. Pokud je hledanou funkcí např. spektrum fúzních protonů, použijí se pouze vztahy pro funkci jedné proměnné (konkrétně se jedná o funkci energie). Nyní můžeme Fisherovu informační míru použít jako hodnotící funkci s nelineární maticí ve vztahu (1.10). Minimalizujeme-li tedy Fisherovu informaci, hledáme minimum první derivace vážené hodnotami hledané funkce v daných bodech. Díky tomu lze eliminovat šum v oblasti nižších hodnot a zároveň se vyhnout deformaci případných píků. Nevýhodou je zřejmě to, že tento regularizační funkcionál není kvůli vážení lineární (bilineární). Řešení tedy musíme hledat iterativně. Tichonovovu regularizaci s použitím hledání minima Fisherovy informace budeme dále značit MFR (Minimum Fisher Regularisation). Takto nalezené řešení bude zároveň nejpravděpodobnější možné řešení.[12]

1.6 Implementace

1.6.1 Implementace lineární regularizace

Nyní je možné najít konkrétní vyjádření pro extrém Lagrangeovy funkce (1.10) pro lineární matici regularizace. Protože budeme hledat extrém na varietě $\chi^2_{red} = 1$, upravíme Lagrangeovu funkci na tvar

$$\Lambda = \|\mathbf{Tg} - \mathbf{f}\|^2 + \lambda \|\mathbf{\Gamma g}\|^2, \qquad (1.21)$$

kde $T_{ij} = A_{ij}/\sigma_i$ je matice soustavy normovaná odchylkami měření a $f_i = b_i/\sigma_i$ je stejně normovaný vektor pravé strany, g je neznámá funkce a Γ je libovolná lineární regularizace. Po provedení příslušných maticových operací má rovnice tvar

$$\Lambda = (\mathbf{Tg} - \mathbf{f})^T (\mathbf{Tg} - \mathbf{f}) + \lambda (\Gamma \mathbf{g})^T \Gamma \mathbf{g}$$

= $\mathbf{g}^T \mathbf{T}^T \mathbf{Tg} - \mathbf{g}^T \mathbf{T}^T \mathbf{f} - \mathbf{f}^T \mathbf{g} \mathbf{T} + \mathbf{f}^T \mathbf{f} + \lambda \mathbf{g}^T \Gamma^T \Gamma \mathbf{g}$ (1.22)
= $\mathbf{g}^T \mathbf{T}^T \mathbf{Tg} - 2\mathbf{g}^T \mathbf{T}^T \mathbf{f} + \mathbf{f}^T \mathbf{f} + \lambda \mathbf{g}^T \Gamma^T \Gamma \mathbf{g}$.

Třetí rovnost platí, protože $\mathbf{g}^T \mathbf{T}^T \mathbf{f} = (\mathbf{f}^T \mathbf{g} \mathbf{T})^T \in \mathbb{R}$. Nyní chceme najít extrém tohoto výrazu, je tedy nutné jej zderivovat za předpokladu, že se jedná o funkci v proměnné \mathbf{g} , a požadovat nulovost této derivace

$$\nabla_{\mathbf{g}}\Lambda = 2\mathbf{T}^T\mathbf{T}\mathbf{g} - 2\mathbf{T}^T\mathbf{f} + 2\lambda\mathbf{\Gamma}^T\mathbf{\Gamma}\mathbf{g} = 0.$$
(1.23)

Tuto rovnici můžeme snadno upravit na regularizovanou lineární úlohu tvaru

$$\left(\mathbf{T}^{T}\mathbf{T} + \lambda \mathbf{\Gamma}^{T}\mathbf{\Gamma}\right)\mathbf{g} = \mathbf{T}^{T}\mathbf{f}.$$
(1.24)

Takto zadanou úlohu můžeme řešit jakoukoliv metodou pro řešení soustav lineárních rovnic s regulární maticí. Pro větší rozměr matice upřednostňujeme iterativní metody.[8]

1.6.2 Implementace MFR

Tichonovovu regularizaci s minimem Fisherovy informace nemůžeme řešit přímo, ale pouze numericky po nalezení vhodného iteračního schématu. Minimalizovaný výraz má nyní konkrétní tvar

$$\Lambda = \|\mathbf{T}\mathbf{g}_j - \mathbf{f}\|^2 + \lambda (\mathbf{D}\mathbf{g}_k)^T \mathbf{W}(\mathbf{g}_{k-1}) \mathbf{D}\mathbf{g}_k, \qquad (1.25)$$

kde D je diferenční matice, W je výše zmíněná váhová matice. Pro odvození iteračního předpisu nyní hledejme extrém Lagrangeovy funkce (1.25) za předpokladu, že závisí pouze na g_k , opět provedeme příslušné maticové operace

$$\Lambda = (\mathbf{T}\mathbf{g}_{k} - \mathbf{f})^{T} (\mathbf{T}\mathbf{g}_{k} - \mathbf{f}) + \lambda \mathbf{g}_{k}^{T} \mathbf{D}^{T} \mathbf{W}(\mathbf{g}_{k-1}) \mathbf{D}\mathbf{g}_{k}$$

$$= \mathbf{g}_{k}^{T} \mathbf{T}^{T} \mathbf{T}\mathbf{g}_{k} - \mathbf{g}_{k}^{T} \mathbf{T}^{T} \mathbf{f} - \mathbf{f}^{T} \mathbf{g}_{k} \mathbf{T} + \mathbf{f}^{T} \mathbf{f} + \lambda \mathbf{g}_{k}^{T} \mathbf{D}^{T} \mathbf{W}(\mathbf{g}_{k-1}) \mathbf{D}\mathbf{g}_{k}$$
(1.26)
$$= \mathbf{g}_{k}^{T} \mathbf{T}^{T} \mathbf{T}\mathbf{g} - 2\mathbf{g}_{k}^{T} \mathbf{T}^{T} \mathbf{f} + \mathbf{f}^{T} \mathbf{f} + \lambda \mathbf{g}_{k}^{T} \mathbf{D}^{T} \mathbf{W}(\mathbf{g}_{k-1}) \mathbf{D}\mathbf{g}_{k}.$$

Podobně jako v případě lineární regularizace nyní položme derivaci Λ podle proměnné g_k rovnu nule

$$\nabla_{\mathbf{g}_k} \Lambda = 2\mathbf{T}^T \mathbf{T} \mathbf{g}_k - 2\mathbf{T}^T \mathbf{f} + 2\lambda \mathbf{D}^T \mathbf{W}(\mathbf{g}_{k-1}) \mathbf{D} \mathbf{g}_k = 0.$$
(1.27)

Rekurentní výraz pro k-tý krok má tedy tvar

$$\mathbf{g}_{k} = \left(\mathbf{T}^{T}\mathbf{T} + \lambda\mathbf{D}^{T}\mathbf{W}(\mathbf{g}_{k-1})\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{T}^{T}\mathbf{f}.$$
 (1.28)

Pomocí tohoto iteračního předpisu tedy můžeme najít poměrně přesnou aproximaci řešení \mathbf{g} , základní kritérium konvergence této metody je zřejmě výraz

$$\|\mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1}\| < \epsilon, \tag{1.29}$$

kde $\epsilon > 0$ je libovolně zvolená přesnost. Počáteční vektor může mít například tvar $\mathbf{g}_0 = (1, 1, \dots, 1)$, v takovém případě v první iteraci minimalizujeme jen první derivaci a až od druhé iterace přidáváme váhovou matici v odpovídajícím tvaru.

Program na řešení Tichonovovy regularizace s minimem Fisherovy informace tedy můžeme zapsat ve dvou vnořených cyklech:

- 1. Vnější cyklus hledá pomocí iteračního procesu (1.28) regularizované řešení s použitím váhové matice \mathbf{W} .
- 2. Vnitřní cyklus hledá pro aktuální přiblížení vektoru $\mathbf{g}_k(\lambda)$ nejvhodnější regularizační parametr, tedy kořen nelineární rovnice $\chi^2_{red}(\lambda) = 1$, kde neznámou je regularizační parametr λ .

Kapitola 2

Aktivační sondy

2.1 Detekce nabitých fúzních produktů

Mezi metodami diagnostiky plazmatu hrají velmi zásadní roli měření vlastností fúzních produktů. Emise fúzních produktů je totiž jednoznačným ukazatelem toho, že fúze probíhá. Proto se v každém experimentu, u kterého se očekává dosažení podmínek pro fúzní reakci, provádí detekce rychlých neutronů, případně nabitých fúzních produktů a měření energetického spektra těchto částic. V základních fúzních reakcích jsou produkovány neutrony a různé lehké ionty s energií danou energií reakce, při které vznikly. Pro jaderné reakce se dvěma produkty a s energií v nerelativistické oblasti platí, že energie reakce se rozdělí ve formě kinetické energie mezi oba produkty v poměru opačném k poměru hmotností těchto produktů. K fúzním reakcím, o kterých se v rámci vize fúzní energetiky uvažuje [10], patří tyto:

$$D + D \longrightarrow p(3.0 MeV) + T(1.0 MeV)$$
 (2.1)

$$D + D \longrightarrow n(2.5 MeV) + {}^{3}He(0.8 MeV)$$
 (2.2)

$$D + T \longrightarrow n(14.1 MeV) + \alpha(3.6 MeV)$$
 (2.3)

$$D + {}^{3}He \longrightarrow p(14.7MeV) + \alpha(3.7MeV)$$
 (2.4)

Na rozdíl od měření energií fúzních neutronů je detekce nabitých fúzních produktů v tokamacích z hlediska techniky měření náročná. Většina takových částic totiž zůstává vzhledem ke konfiguraci magnetického pole ve vakuové nádobě daleko od stěn, postupně se zpomalí a předají tak svou energii plazmatu. Tento mechanismus je velmi důležitý z hlediska vlastního ohřevu plazmatu, tedy potažmo z hlediska zapálení fúze - stavu, kdy je plazma energeticky autonomní a tepelná energie se udržuje jen díky probíhajícím fúzním reakcím. Většina nabitých fúzních produktů, které dospějí k detektoru, vznikla na okraji plazmatu, nebo jsou to ty částice, které jsou zachyceny na speciálních trajektoriích.

2.2 Pohyb nabitých fúzních produktů

Pohyb nabitých fúzních produktů v tokamaku se řídí vnějším magnetickým polem a srážkami. Vliv srážek je díky nepříliš velké hustotě částic menší. V magnetickém poli se pohyb částice odehrává v podstatě pouze ve dvou směrech - podél silokřivky pole s rychlostí v_{\parallel} a kolmo k této silokřivce s rychlostí v_{\perp} . Díky srážkám a různým driftům ale existuje i difúze napříč polem, tedy přeskakování z jedné silokřivky na jinou. Ve směru kolmém k magnetickému poli o indukci **B** je pohyb částice s nábojem q o hmotnosti m charakterizován dvěma veličinami - cyklotronovou frekvencí ω_c a Larmorovým poloměrem r_L

$$\omega_c = \frac{q\mathbf{B}}{m} \qquad \qquad r_L = \frac{mv_\perp}{|q|||\mathbf{B}||} = \frac{v_\perp}{||\omega_c||}, \qquad (2.5)$$

kde v_{\perp} je složka rychlosti částice kolmá k magnetickému poli. V tokamaku existují dva význačné směry - toroidální a poloidální směr (viz obr. 2.1). V obou působí magnetické pole a výsledné silokřivky probíhají po obvodu toru s určitou mírou stočení v poloidálním směru. Částice se tedy pohybují po šroubovici, která má Larmorův poloměr, okolo silokřivky dané toroidálním a poloidálním magnetickým polem. Navíc, vzhledem k tomu že magnetické pole je silně nehomogenní (na vniřní straně toroidu vyšší), dochází k driftu a vznikají specifické tvary trajektorií. Larmorův poloměr pro nabitou částici je tedy jedním z faktorů, který ovlivňuje možnost, že se tato částice dostane až k detektoru umístěnému u stěny vakuové komory. V tab. 2.1 jsou uvedeny Larmorovy poloměry pro nabité fúzní produkty v magnetickém poli tokamaku JET.



Obrázek 2.1: Význačné směry v tokamaku

	Max. L. poloměr	Max. L. poloměr
Fúzní produkt	při B=2,2 T [cm]	při B=3,4 T [cm]
Helium 3 $(0,82 \text{ MeV})$	5,0	3,3
Tritium (1.01 MeV)	11,0	7,4
Protony (3,03 MeV)	11,0	7,4
Částice α (3,67 MeV)	12,0	8,0
Proton (14,7 MeV)	25,0	16,7

Tabulka 2.1: Larmorovy poloměry pro fúzní produkty a dvě hodnoty indukce

Z tabulky je zřejmé, že tyto hodnoty opravdu nejsou zanedbatelné a částice z okraje plazmatu mohou díky šroubovicovému pohybu překonat vzdálenost mezi silokřivkou, podél které se pohybují, a detektorem.

2.2.1 Ztráty z okraje plazmatu

K počtu částic zachycených detektorem významně přispívají také ty, které vznikly na okraji plazmatu na silokřivce, která protíná stěnu. Tyto částice opustí plazma už při svém prvním poloidálním oběhu. Čas mezi vznikem a nárazem částice do stěny je velmi malý (<10 ms), mnohem menší než relaxační čas (doba zpomalení vlivem srážek) pro hustoty a teploty běžné v tokamacích (stovky milisekund). Z tohoto důvodu tyto částice mají energii odpovídající fúzní reakci, při které vznikly. Počet částic, které takto zaniknou, se snižuje se zvyšujícím se proudem v plazmatu, protože v takovém případě klesá šířka banánových trajektorií (viz dále) a po neuzavřených silokřivkách se pohybuje stále méně částic.

2.2.2 Banánové trajektorie

Pokud zanedbáme srážky, můžeme částice v tokamaku z hlediska pohybu jejich gyračního středu (tedy bodu, kolem kterého konají kruhový Larmorův pohyb) rozdělit na dvě kategorie. Důvodem tohoto dělení je vlastnost toroidální geometrie magnetického pole. Cívky generující toroidální pole jsou na vnitřní straně toroidu blíž sebe a pole, které generují, je zde silnější. Lze ukázat, že magnetické pole klesá se vzdáleností od hlavní osy $(B \propto 1/R)$.

První skupina částic má složku rychlosti pohybu podél silokřivky dostatečně velkou na to, aby byly schopny vykonat celý oběh v poloidálním směru. Částice ve druhé skupině dostatečnou rychlost nemají, a jsou uvězněny na vnější straně toru, kde je pole slabší. Částice je tedy zachycena v magnetickém zrcadle, odráží se v oblasti, kde je toroidální magnetické pole už příliš velké. Tento periodický pohyb se ještě skládá ve vertikálním směru s rychlostí ∇B driftu, který je způsoben změnou intenzity magnetického pole, a s driftem zakřivení. Součet těchto pohybů vytváří trajektorii, která má v poloidálním řezu tvar banánu, přitisknutého k vnější straně toroidální dutiny. V následující části textu odvodíme, jak široké mohou tyto trajektorie být. [18]

Drift zakřivení je způsoben pohybem částice podél magnetické silokřivky s nenulovou křivostí. V takovém případě částice driftuje ve směru kolmém k rovině pohybu. Abychom odvodili rychlost tohoto driftu, přejděme do soustavy rotující s rychlostí v_{\parallel}/R , kde v_{\parallel} je složka rychlosti částice rovnoběžná se směrem magnetického pole aR je poloměr křivosti magnetické silokřivky. Na částici v této soustavě působí zdánlivá odstředivá síla mv_{\parallel}^2/R a magnetická složka Lorentzovy síly

$$m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{mv_{\parallel}^2}{R}\mathbf{i} + q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \qquad (2.6)$$

kde i je jednotkový vektor směřující ven paralelně s poloměrem křivosti. Nechť platí v = $(v_x, v_y, v_{\parallel})$ a B = (0, 0, B), pak můžeme zapsat pohyb částice ve směru kolmém k magnetickému poli rovnicemi

$$m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{mv_{\parallel}^2}{R} + qv_y B$$

$$m\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -qv_x B.$$
(2.7)

Použijeme-li cyklotronovou frekvenci zavedenou v(2.5),můžeme řešení těchto rovnic zapsat

$$v_x = v_{\perp} \sin(\omega_c t)$$

$$v_y = v_{\perp} \sin(\omega_c t) + \frac{v_{\parallel}^2}{\omega_c R}.$$
(2.8)

Kromě obyčejného kruhového pohybu se tedy částice odchyluje rychlostí

$$v_d = \frac{v_{\parallel}^2}{\omega_c R} \tag{2.9}$$

od silokřivky magnetického pole. Protože znaménko cyklotronové frekvence závisí na náboji částice, drift působí opačným směrem na elektrony a ionty. Pro ionty je to směr vektorového součinu $\mathbf{i} \times \mathbf{B}$.

Drift ∇B si můžeme jednoduše představit. V oblasti se silnějším polem se částice pohybuje po trajektorii s menším Larmorovým poloměrem než v oblasti se slabším polem. V důsledku tohoto rozdílu se částice posunuje směrem kolmým ke směru magnetického pole i jeho gradientu. Pro potřeby odvození zvolme magnetické pole ve směru osy z a jeho gradient ve směru osy x. Účinek tohoto driftu určíme středováním pohybové rovnice pro souřadnici y přes periodu. Předpokládejme, že změna magnetického pole je na vzdálenosti Larmorova poloměru malá, platí lineární přiblížení $B = B_0 + B'x$, kde x = 0 odpovídá poloze gyračního středu. Pro složku pohybové rovnice potom můžeme psát

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{q}{m} v_y B_z = \frac{q}{m} v_y (B_0 + B'x).$$
(2.10)

Dále platí pro kruhový pohyb po Larmorově kružnici

$$v_{y0} = v_{\perp} \sin(\omega_c t)$$

$$x = r_L \sin(\omega_c t).$$
(2.11)

Dosadíme-li tyto vztahy do pohybové rovnice, dostaneme

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{q}{m} v_y B_z = \frac{q}{m} v_\perp B_0 \sin(\omega_c t) + \frac{q}{m} r_L B' \sin^2(\omega_c t).$$
(2.12)

Středováním této rovnice přes periodu kruhového pohybu dostaneme

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2} \frac{q}{m} r_L B'. \tag{2.13}$$

To ale není možné, protože by došlo k urychlování částice ve směru osy x a nebyl by splněn zákon zachování energie. Místo zrychlení tedy nastává drift ve směru osy y, který kompenzuje pravou stranu této rovnice. V pohybové rovnici tedy měl vystupovat ještě člen

$$\frac{q}{m}v_{d_y}B_0 = -\frac{1}{2}\frac{q}{m}r_L B',$$
(2.14)

odtud máme pro driftovou rychlost při dané volbě orientace magnetického pole a jeho gradientu

$$v_d = -\frac{1}{2}\frac{q}{m}r_L\frac{B'}{B},\tag{2.15}$$

respektive při obecném směru těchto vektorů

$$v_{d\nabla B} = \frac{m v_{\perp}^2}{2qB} \frac{\mathbf{B} \times \nabla B}{B^2}.$$
 (2.16)

Směr driftu tedy opět závisí na náboji částice.

Oba drifty můžeme pro potřeby odvození banánových trajektorií popsat jedním vztahem, protože míří stejným směrem. V tomto konkrétním případě platí $\nabla B = -\mathbf{i}\frac{B}{R}$, kde **i** je jednotkový vektor v radiálním směru od hlavní osy. Velikost celkové driftové rychlosti tedy je

$$v_d = \frac{v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2}v_{\perp}^2}{\omega_c R}.$$
 (2.17)

Tento kombinovaný drift působí na všechny částice v tokamaku. Částice s dostatečnou podélnou rychlostí vykonají celý oběh v poloidálním směru, jejich trajektorie bude kruhová, ale v poloidálním řezu posunutá vůči křivce konstantního magnetického pole.

Na částice, které nemají dostatečnou podélnou složku rychlosti působí stejná magnetická síla, jaká drží částice v objemu lineárních magnetických zrcadel

$$F = -\mu \nabla_{\parallel} B \qquad \qquad \mu = \frac{\frac{1}{2}mv_{\perp}^2}{B}, \qquad (2.18)$$

kde magnetický moment μ je adiabatický invariant, pro tuto veličinu tedy platí, že se při malých časových a prostorových změnách zachovává. Konkrétně v tomto případě je velikost Larmorova poloměru mnohem menší než délka gradientu pole. Nyní můžeme vypočítat tloušťku banánové trajektorie. Při vhodném umístění aktivační sondy se jedná o jeden z hlavních parametrů, které rozhodují o počtu částic, které sonda zachytí. Budeme používat závislost hlavního poloměru R na poloidálním úhlu

 θ ve tvaru $R=R_0+rcos\theta.$ Potom velikost toroidálního magnetického pole v dané vzdálenosti od hlavní osy tokamaku můžeme zapsat vztahem

$$B = B_0 \frac{R_0}{R} = \frac{B_0}{1 + (r/R_0)\cos\theta}$$
(2.19)

Přijmeme poměrně silné předpoklady $\theta \ll 1$ (silně zachycené částice, s malou podélnou složkou rychlosti) a r/R_0 také dostatečně malé, můžeme vztah pro magnetické pole přibližně přepsat

$$B \approx B_0(1 - (r/R_0)(1 - \frac{\theta^2}{2})).$$
 (2.20)

Abychom dostali gradient magnetického pole potřebný do vztahu pro sílu (2.18), budeme tento přibližný vztah derivovat podle elementu magnetické silokřivky ds. Vzhledem k tomu, že stáčení silokřivky je dáno poměrem poloidálního a toroidálního pole, platí

$$\frac{r\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s} = \frac{B_{\theta}}{B} \qquad \qquad \theta = \frac{B_{\theta}}{rB}s. \tag{2.21}$$

Derivujme tedy výraz pro magnetické pole a upravme jej podle těchto vztahů, předpokládejme dále $B\approx B_0$

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}s} = \frac{B_0 r\theta}{R_0} \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s} = \frac{B_\theta^2}{rB_0} s. \tag{2.22}$$

Tento vztah už můžeme dosadit do vzorce pro sílu (2.18), a zapsat pohybovou rovnici pro zachycenou částici

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{1}{2} \frac{B_{\theta}^2 v_{\perp}^2}{r R_0 B_0^2} s = -\omega_b^2 s.$$
(2.23)

Podél silokřivky tedy zachycená částice koná harmonický pohyb s frekvencí ω_b . Díky lineárnímu vztahu mezi poloidálním úhlem θ a délkou silokřivky s můžeme napsat řešení této rovnice pro poloidální úhel

$$\theta = \theta_b \sin(\omega_b t), \tag{2.24}$$

kde θ_b je amplituda poloidálního úhlu, kterou určíme z podmínky pro odraz částice. Ze zákona zachování energie plyne pro zachycené částice vztah

$$v_{\perp}^2 = v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2, \tag{2.25}$$

kde složky rychlosti na pravé straně odpovídají poloze v minimálním magnetickém poli B_{min} v centrální rovině a na levé straně v okamžiku odrazu, v poli B_b , kde je podélná složka rychlosti nulová. Díky tomu, že magnetický moment je adiabatický invariant (viz výše), můžeme psát

$$\frac{v_{\perp}^2}{B_b} = \frac{v_{\perp 0}^2}{B_{min}}.$$
 (2.26)

Po dosazení do (2.25)dostaneme vztah mezi kritickou hodnotou magnetického pole a složkami rychlosti

$$\frac{B_b}{B_{min}} = 1 + \frac{v_{\parallel 0}^2}{v_{\perp 0}^2}.$$
(2.27)

Přepíšeme-li nyní závislost magnetického pole na poloidálním úhlu (2.19) pomocí vztahu mezi polem na ose plazmatu a minimálním polem na vnější straně $B_{min}(R_0 + r) = B_0$ a pokud opět přijmeme předpoklady na velikost úhlu θ a poměru $\frac{r}{R_0}$ dostaneme pro tuto závislost výraz

$$B(\theta) = B_{min}(1 + \frac{r\theta^2}{2R_0}).$$
 (2.28)

Po dosazení θ_b a úpravě dostaneme rovnici

$$\frac{B_b}{B_{min}} = 1 + \frac{r\theta_b^2}{2R_0} = 1 + \frac{v_{\parallel 0}^2}{v_{\perp 0}^2},\tag{2.29}$$

ze které vyjádříme mezní úhel

$$\theta_b = \frac{v_{\parallel 0}}{v_{\perp 0}} \sqrt{\frac{2R_0}{r}}.$$
(2.30)

Nyní můžeme konečně přistoupit k výpočtu šířky banánové trajektorie. Driftová rychlost se projeví v radiální souřadnici malého poloměru r. V bodech obratu, kde je vliv driftu největší, můžeme zanedbat drift zakřivení, tedy složku driftu úměrnou podélné rychlosti. Naopak ∇B drift můžeme podél celé trajektorie považovat za konstantní. Za těchto předpokladů dostaneme pro radiální souřadnici a malé úhly θ rovnici

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = v_d \sin \theta \approx v_d \theta. \tag{2.31}$$

Zderivujeme-li závislost pro poloidální složku banánové trajektorie (2.24) podle času, dostaneme závislost

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \theta_b \omega_b \cos(\omega_b t). \tag{2.32}$$

Za účelem nalezení trajektorie částice z této rovnice vyloučíme čas pomocí (2.24) a vztahu mezi goniometrickými funkcemi, kombinací obou rovnic potom dostaneme

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta} = \frac{v_d}{\theta_b \omega_b} \frac{\theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_b}\right)^2}}.$$
(2.33)

Po integraci a umocnění máme rovnici pro trajektorii

$$(r - r_0)^2 = \left(\frac{v_d \theta_b}{\omega_b}\right)^2 \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_b}\right)^2}\right), \qquad (2.34)$$

ve které hledanou pološířku reprezentuje rozdíl mezi radiální souřadnicí uprostřed a v bodě obratu, tedy

$$\Delta_b = \frac{v_d \theta_b}{\omega_b} = \frac{m v_{\parallel 0}}{q B_{\theta}}.$$
(2.35)

Po dosazení všech dříve odvozených veličin je zřejmé, že vypočtená pološířka je analogií Larmorova poloměru, ale pro podélnou složku rychlosti a pouze poloidální

složku magnetického pole. Při běžných hodnotách těchto veličin v tokamacích (poloidální pole je na okraji plazmatu asi desetkrát menší než toroidální a podélná rychlost tvoří jen část celkové velikosti rychlosti) se pološířka pohybuje v podobných mezích jako obyčejný Larmorův poloměr. Navíc při čelní srážce přeskakuje částice na jinou silokřivku vzdálenou o celou šířku banánové trajektorie od původní. Při srážce se totiž otáčí směr periodického pohybu, avšak směr driftu je stále stejný. Tyto jevy jsou součástí tzv. neoklasické difuze. Protože je šířka banánové trajektorie úměrná rychlosti, dosahuje pro fúzní produkty velkých hodnot v řádu až desítek centimetrů. Tyto rychlé částice tak může detektor umístěný na vhodném místě i v poměrně velké vzdálenosti od okraje plazmatu zachytit. Velikost Larmorova poloměru a pološířky banánové trajektorie a směr driftu iontů je třeba brát v úvahu při výběru optimální pozice pro aktivační sondu. Na obr.2.2 je znázorněna banánová trajektorie a vyznačena její pološířka. Právě v místě maximální šířky banánových trajektorií může být detektorem zachyceno nejvíce částic.



Obrázek 2.2: Poloidální řez tokamakem s vyznačeným hlavním poloměrem R a vedlejším poloměrem a, schéma banánové trajektorie přimykající se ke stěně s vyznačenou pološířkou Δ_b

Modelování trajektorií částic v tokamaku je velmi výpočetně náročné a pro aplikace související s aktivační sodnou se zpravidla provádí pomocí metod Monte Carlo. [2] Vzhledem k tomu, že z tisíců částic dospěje do prostoru detektoru pouze několik, musí modely počítat s velkým množstvím částic i za cenu neúplného popisu trajektorie každé z nich. Obvykle se postupuje tak, že se numericky integrují pohybové rovnice částic pouze podél osy jejich pohybu (neuvažuje šroubovitý pohyb s Larmorovým poloměrem) a jakmile tato trajektorie protne nějakou součást stěny tokamaku, zpětně se pro náhodně zvolenou gyrofázi (aktuální poloha na Larmorově kružnici) dopočítá místo, kde protla stěnu úplná trajektorie skutečné částice s daným Larmorovým poloměrem.

2.2.3 Význam detekce nabitých fúzních produktů

Detekce nabitých fúzních produktů je důležitá nejen z hlediska měření fúzního výkonu, ale především z hlediska výzkumu materiálů použitelných pro stěny vakuové komory a také pro výzkum udržení rychlých částic, které zajišťují vnitřní ohřev plazmatu. Jakmile se produkty termalizují, je naopak třeba je z reaktoru odvádět, aby neředily palivo. Do budoucna se v této souvislosti hovoří o odebírání "heliového popela"z fúzního reaktoru.

Vraťme se ale k bezprostřední detekci fúzních produktů. Aby byla detekce co nejefektivnější, je nutné, aby byl detektor umístěn co nejblíže okraji plazmatu. Na detektor určený k měření těchto nabitých částic jsou tedy kladeny poměrně náročné podmínky:

- 1. Musí být možné umístit jej do vakuové komory.
- 2. Měl by měřit hustoty toku iontů v širokém rozsahu až do $10^{18} \,\mathrm{m^2 s^{-1}}$.
- 3. Musí být odolný vůči teplu, magnetickému poli, elektromagnetickému záření a vysokým tokům elektronů.

2.2.4 Detektory iontů

Přímá detekce nabitých fúzních produktů může probíhat s pomocí dvou fyzikálních procesů:

- 1. Nepružný rozptyl na elektronech atomů na tomto principu fungují různé typy polovodičových a scintilačních detektorů nebo plynové ionizační detektory.
- 2. Jaderné reakce různé typy aktivačních detektorů (viz kapitola 2.3).

Použití detektorů založených na prvním procesu v tokamaku není vhodné především kvůli velkému elektromagnetickému záření - u zařízení ITER se očekává zářivý výkon plazmatu 500 kWm⁻². Signál způsobený detekcí nabitých částic se ztrácí v obrovském množství signálů způsobených Comptonovým rozptylem rentgenovských nebo gama fotonů. Masivní stínění není možné, protože detektor musí být blízko okraje plazmatu, aby vůbec nějaké nabité částice zaznamenal.

Kromě výše zmíněných procesů vhodných pro přímé měření nabitých produktů je možné použít i některé procesy nepřímé, například kalorimetrická měření nebo tzv. "Faraday Cups" (Faradayovy komůrky).

Faradayova komůrka představuje jednoduchý detektor intenzity svazku nabitých částic. Pro ionty funguje tak, že jejich působení je vystavena vakuová komora z kovu, při nárazu dojde k neutralizaci dopadajícího iontu a díky tomu se lokálně objeví kladný náboj ve stěně komory, je-li tato stěna připojena k zápornému pólu zdroje, bude možné na ampérmetru měřit proud úměrný počtu dopadajících iontů. Jedná se tedy o jednoduchý neuzavřený obvod, který uzavírají až dopadající ionty jako nosiče náboje.

2.3 Princip aktivační sondy

Jedním z detektorů, které můžeme použít i v náročných podmínkách termojaderného zařízení, jsou aktivační sondy. Jsou to jednoduché diagnostické prvky, které jsou založeny na poznatcích z jaderné fyziky, konkrétně na závislosti mezi intenzitou ozařování a počtem nových jader vzniklých v důsledku jaderných reakcí v ozařovaném vzorku. Nejprve je třeba připomenout některé pojmy a vztahy.

Definice 9. Účinným průřezem σ rozumíme podíl reaktivity R a součinu toku dopadajících částic $\Gamma = nv$ (n je objemová hustota částic, v je rychlost) a počtu terčových jader N_t

$$\sigma = \frac{R}{\Gamma N_t} \tag{2.36}$$

Účinný průřez je funkcí energie dopadající částice, průběh této závislosti záleží na druhu částice a povaze interakce.

Definice 10. Počet radioaktivních rozpadů za jednotku času nazýváme aktivitou A. Poločasem rozpadu rozumíme dobu $T_{\frac{1}{2}}$, za kterou aktivita vzorku klesne na polovinu.

Často se setkáváme s případem, kdy je vzorek s obsahem stabilních izotopů vystaven toku částic, což způsobí, že se stane radioaktivním. Časový vývoj počtu radioaktivních jader s rozpadovou konstantou λ v ozařovaném vzorku se řídí diferenciální rovnicí

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N + R,\tag{2.37}$$

kdeRje rychlost vzniku radioaktivních jader (reaktivita) v důsledku ozařování. Z této rovnice dostaneme pro časový vývoj aktivity vztah

$$\lambda N(t) = A(t) = R \left(1 - e^{-\lambda t} \right). \tag{2.38}$$

Pod aktivační sondou rozumíme obvykle soubor izotopů různých prvků ve formě destiček, fólií nebo drátků, který je vystaven působení záření, jehož charakteristiky chceme určit.

Produkty fúzních reakcí, tedy neutrony nebo nabité částice - protony, částice alfa či jiné ionty, dopadají na fólie aktivační sondy a reagují s jádry prvků. Mohou probíhat různé jaderné reakce podle příslušné závislosti účinného průřezu $\sigma(E)$.

Samotná aktivace je potom důsledkem jaderných reakcí, při kterých vznikne nestabilní (radioaktivní) produkt. Pro aktivaci volíme takové prvky, aby produkty reakcí měly rozumný poločas rozpadu. Ten nesmí být příliš malý, aby bylo možné analyzovat aktivované vzorky i ve vzdálených laboratořích, ani příliš velký, aby byly získané aktivity vůbec měřitelné. Množství jednotlivých izotopů závisí na energetickém spektru dopadajících částic. Abychom toto spektrum mohli určit, musíme změřit aktivitu produktů jednotlivých reakcí. Dále musíme znát matici odezvy (přístrojovou funkci) použité aktivační sondy. To znamená, že musíme co nejlépe znát účinné průřezy možných reakcí v závislosti na energii dopadajících částic. Vzhledem k tomu, že výstupem měření je aktivita fólií po ozáření, je nutné z účinných průřezů odvodit matici odezvy ve formě závislosti aktivity produktů na energii iniciačních částic pro všechny možné reakce. Vzhledem k poměrně nízkému toku iniciačních částic (protonů) je nutné použít velmi citlivé metody měření aktivity ve specializované laboratoři. Tento úkon je nedílnou součástí měření pomocí této techniky.

2.4 Měření velmi nízkých aktivit

Měření velmi nízkých aktivit musejí z důvodu potlačení přirozeného pozadí probíhat v dobře stíněných podzemních laboratořích, navíc musí být zbytkové přirozené pozadí těchto laboratoří dobře určeno a odečteno od výsledků měření. Vzhledem k povaze předmětů měření požadujeme velkou absolutní účinnost detekce, ale zároveň i velké rozlišení. K dispozici máme v podstatě tři různé techniky - gama spektrometrii, alfa spektrometrii a měření produktů spontánního štěpení. Nejvýhodnější z těchto tří je, především u malých vzorků typu aktivačních fólií, gama spektrometrie.

2.4.1 Vysoce citlivá gama spektrometrie

Záření gama vzniká při přechodu jádra z vyšších energetických hladin na nižší. To se děje mimo jiné jako doprovodný jev při přeměně α nebo β , kdy dceřiné jádro vzniká v excitovaném stavu. Takové vyzáření následuje téměř okamžitě po rozpadu a vzniklý gama foton má energii odpovídající přechodu mezi energetickými hladinami jádra. Na základě této charakteristické energie můžeme určit, z jakého rozpadu foton pochází a stanovit tak, který izotop byl ve vzorku obsažen. Gama spektrometrie využívá nejčastěji scintilační a polovodičové detektory. [19]

2.4.2 Polovodičové detektory

Polovodičové detektory fungují na principu tvorby párů elektron-díra (dále e-h) energie pro tvorbu takového páru se pohybuje v jednotkách elektronvoltů. Jeden gama foton tedy vytvoří desetitisíce párů, mnohem více než u jiných typů detektorů. Interakce gama záření s materiálem probíhá prostřednictvím tří známých procesů: fotoelektrického jevu (účinný průřez úměrný Z^5 , roste s poklesem energie fotonu), Comptonova rozptylu (účinný průřez úměrný Z, menší závislost na energii fotonu) a tvorby párů elektron-pozitron (prahový proces, který nastává pro fotony s energií vyšší než dvojnásobek klidové energie elektronu (1022 keV), účinný průřez úměrný Z^2). Při následné anihilaci těchto částic se vyzáří dva gama fotony o energii 511 keV, ovšem jedna nebo obě částice mohou opustit prostor detektoru.[5]

Polovodičové detektory bývají obvykle složeny z křemíkových nebo germaniových

monokrystalů. Použití germania je výhodnější, protože má vyšší atomové číslo a reakce s gama zářením je tedy pravděpodobnější, germanium také může být připraveno ve velmi čisté formě, případně mohou být nečistoty obsažené v germaniovém krystalu kompenzovány driftem lithiových iontů do krystalové mřížky. Taková intersticiální forma germania ale musí být chlazena tekutým dusíkem, aby ionty lithia krystalovou mřížku neopustily.[19]

Polovodičové detektory mohou být buď planární nebo koaxiální, ty se mohou dále lišit tvarem potenciálu elektrického pole. Typické spektrum pulzů gama detektoru obsahuje několik význačných píků a hran. Nejvýraznějším z nich je pík plného pohlcení, poloha jeho maxima odpovídá celé energii zachyceného kvanta gama o energii E_{γ} . Tento pík vzniká součtem všech fotoelektrických událostí, úplně absorbované energie při několikanásobném Comptonově rozptylu a úplně absorbovaných párů částic. Dále je ve spektru obvykle patrný pík pro jednoduchý únik ($E_{\gamma} - 511 \text{ keV}$), při kterém jedno anihilační kvantum z vygenerovaného páru opustí aktivní zónu detektoru, pík dvojího úniku ($E_{\gamma} - 1022 \text{ keV}$), obě kvanta páru opustí aktivní zónu. Ve spektru je také jasně patrná Comptonova hrana (elektron získá při rozptylu maximální energii, nový foton je vyzářen ve směru letu původního), v nižších energiích potom široký pík zpětného rozptylu, který je způsoben Comptonovskou interakcí záření gama s neaktivní částí detektoru. Poloha význačných píků je patrná ze spektra na obrázku 2.3.

Existují tři hlavní parametry, podle kterých můžeme posuzovat kvalitu polovodičových gama detektorů[19]:

 Energetické rozlišení - závisí na fluktuacích počtu vzniklých nosičů náboje, šumu v detektoru, výskytu zpětného proudu a kvalitě použité elektroniky. Zpětný proud je částečně způsoben tepelnou generací párů e-h, které se dá předejít chlazením polovodiče na teplotu tekutého dusíku. Energetické rozlišení gama detektoru je obvykle měřeno jako pološířka píku (FWHM - full width at half maximum) plného pohlcení pro záření izotopu ⁶⁰Co, které má energii 1332 keV, zářič je umístěn 25 cm od detektoru. Obvyklé energetické rozlišení germaniových detektorů je 1,5 až 2 keV. Kvalita detektoru se také často určuje pomocí poměru šířky píku v desetině či patnáctině maximální hodnoty a pološířky tohoto píku. Energetické rozlišení se přibližně řídí vztahem

$$FWHM = 2.35(\omega \Phi E)^{1/2}, \qquad (2.39)$$

kde ω je průměrná energie vyžadovaná pro produkci páru e-h, Φ je Fanův faktor (materiálová konstanta, která určuje statistickou věrohodnost detekce) a E je energie fotonu předaná v detekčním objemu. Skutečná pološířka je ale větší kvůli příspěvku šumu.

Detekční účinnost - závisí především na aktivním objemu detektoru a určuje se opět pro pík plného pohlcení záření ze zdroje ⁶⁰Co známé aktivity, který je umístěn do vzdálenosti 25 cm od detektoru. Absolutní účinnost v tomto uspořádání se pohybuje kolem 1, 2 · 10⁻³. Často se určuje relativní účinnost detektoru vzhledem k scintilačnímu krystalu NaI(Tl) čtvercového průřezu o straně 7,6 cm. Menší polovodičové detektory dosahují relativní účinnosti 30%, největší dosahují 100%.

Poměr "peak-to-Compton"- měří se pro kobaltový zářič opět ve vzdálenosti 25 cm, je to poměr mezi výškou maxima píku plného pohlcení a průměrnou výškou Comptonovského kontinua v oblasti mezi 1040 a 1096 keV. Tato charakteristika závisí na velikosti a typu detektoru a obvykle se pohybuje mezi 20 a 90. Nízká hodnota poměru implikuje nekvalitní nebo poškozený detektor, nízká kvalita měření je obvykle způsobena záchytnými a rekombinačními procesy.



Obrázek 2.3: Spektrum zářiče ²⁸Al $E_{\gamma} = 1777 \text{ keV}$ změřené pomocí polovodičového detektoru Ge(Li), DEP značí pík dvojího úniku, SEP pík jednoduchého úniku, CE je Comptonovská hrana a FEP je pík plného pohlcení; převzato z [19]

2.4.3 Scintilační detektory

Další typ detektoru záření gama je složen ze dvou částí - scintilátoru a fotonásobiče. Ve scintilátoru probíhá luminiscence, po dopadu záření v něm tedy vznikají fotony z viditelné oblasti spektra. Luminiscence nastává při deexcitaci atomů a molekul excitovaných ionizací, která v případě gama záření nastala při Comptonově rozptylu a fotoelektrickém jevu. Fotony dopadají na fotokatodu, ze které vyrážejí elektrony. Po průchodu mezi fokusačními elektrodami se počet elektronů násobí na dynodách - elektrodách, na které je přiveden poměrně velký záporný potenciál, aby elektrony nakonec dospěly na anodu a způsobily elektrický signál. Fotonásobiče dnes dosahují vynikajícího zesílení (až 10⁸) a mohou být konstruovány s velice malou mrtvou dobou. Kvalitu scintilačního detektoru ovlivňují tyto vlastnosti[16]:

 konverzní účinnost - část energie, kterou gama foton ztratí v objemu scintilátoru a je přeměněna světlo,

- akceptance (geometrická účinnost) scintilační fotony jsou vyzářeny do všech směrů, ale fotokatoda je obvykle jen na jedné stěně scintilačního objemu, řešením je použití reflektoru z leštěného kovu,
- průhlednost vůči vlastnímu záření absorpční a emisní spektra musí být odlišná, pro konkrétní scintilátory se obvykle uvádí vlnová délka emisního maxima,
- časový průběh vysvícení scintilačního fotonu,
- kvantová účinnost fotokatody pravděpodobnost vzniku elektronu ve fotokatodě po absorbování fotonu ze scintilátoru.

Scintilační látky dělíme do tří kategorií - anorganické, organické a plynné. Anorganické scintilátory mají formu iontových krystalů obohacených aktivátorem, bez tohoto aktivátoru by měl krystal stejné absorbční a emisní spektrum, takže by z něj nemohly uniknout žádné fotony. Aktivátor vytvoří nové dovolené hladiny mezi valenčním a vodivostním pásem v původním krystalu, takže luminiscenční fotony mají jiné vlnové délky a nemohou být opětovně pohlceny. Nejčastěji používaným krystalem tohoto typu je NaI aktivovaný thaliem. Detekční účinnost scintilátoru se obvykle určuje pro pík plného pohlcení gama záření o energii 662 keV ze zářiče ¹³⁷Cs. Detekční účinnost klesá s rostoucí energií záření (klesá účinný průřez fotoelektrického jevu) a naopak roste s rostoucím objemem detektoru, protože tak se zvyšuje pravděpodobnost úplného pohlcení energie prostřednictvím několikanásobného Comptonova rozptylu.

2.4.4 Další typy detektorů

Pro měření měkkého záření gama je možné použít také proporcionální počítače. Aktivované vzorky mohou být umístěny přímo do pracovního plynu. Počítače mají obvykle koaxiální uspořádání, s rostoucím tlakem plynové náplně roste hodnota měřitelných energií záření gama.

2.5 Přednosti a nedostatky aktivační sondy

Vlastnosti aktivační sondy můžeme shrnout do několika bodů:

- Přesnost a absolutní kalibrace při detekci počtu částic díky této vlastnosti může být sonda použita pro ověření matematických modelů pohybu a ztrát fúzních produktů a ke kalibraci jiných iontových detektorů.
- Dobré energetické rozlišení a schopnost identifikace částice druh zaznamenané částice může být určen z nalezeného radionuklidu, na druhou stranu může být jeden radionuklid vytvořen různými reakcemi, je tedy třeba volit vhodné složení vzorku, aby se taková neurčitost omezila. Energetické rozlišení závisí jen na přesnosti, s jakou je známa závislost účinného průřezu na energii.

- Velká odolnost vůči mechanickým vlivům, teplu i elektromagnetickému záření, nízké zatížení šumem - tyto vlastnosti zvýhodňují sondu v náročném prostředí tokamaku zvláště vůči elektronickým detektorům.
- Časově náročný proces měření aktivit ve specializovaných laboratořích sonda neposkytuje informace v reálném čase, ale až zpětně v řádu hodin nebo dní.
- Účinnost velmi závisí na umístění sondy v tokamaku, nejvhodnější vzhledem k trajektoriím částic je centrální rovina, nebo s ohledem na obvyklý směr dominantních driftů spodní část tokamaku.
- Aktivační sondu je vhodné použít pouze při jednom výboji, nebo při více výbojích s velmi podobnými parametry. Pokud sonda integruje měření s velmi odlišnými parametry, analýza energií částic je velmi složitá, není například možné modelovat trajektorie protonů.

2.6 Formulace úlohy

Nyní matematicky formulujeme úlohu hledání spektra protonů z naměřených aktivit. Aktivační sonda je vystavena toku protonů o energetickém spektru $\phi(E)$, který způsobuje vznik nových izotopů $Y_{1,...n}$ v aktivačních fóliích. Pokud odezvu aktivační sondy popisuje funkce $R_{1,...,n}(E)$, můžeme popsat měření pomocí aktivační sondy následující rovnicí

$$Y_j = \int R_j(E)\phi(E)dE$$
 $j = 1, ..., n.$ (2.40)

Provedeme-li diskretizaci energetické osy na Nintervalů, přejde hledání spektra z naměřených aktivit na hledání řešení soustavy lineárních algebraických rovnic

$$Y_j = \sum_{k=1}^{N+1} R_{jk} \phi_k \qquad j = 1, ..., n.$$
 (2.41)

Počet nových izotopů z aktivace je samozřejmě poměrně malý vzhledem k požadovanému energetickému rozlišení spektra. Jedná se tedy o nedostatečně určenou lineární úlohu podle definice 2, kterou se můžeme pokusit vyřešit s pomocí Tichonovovy regularizace.

Kapitola 3

Realizace na tokamaku JET, TEXTOR a ASDEX-U

Měření nabitých fúzních produktů pomocí aktivační sondy na fúzních experimentálních zařízeních provedla výzkumná skupina z École royale militaire (ERM) z Bruselu pod vedením Georgese Bonheure.

3.1 Sonda použitá na tokamaku JET

Tokamak JET je v současnosti největší experimentální zařízení, které využívá magnetické udržení (velký poloměr R=2,96 m a malý a=1,25 m), plazma má tvar písmene "D". JET dosáhl největší doby udržení i největší hodnoty fúzního výkonu. Mnoho technických řešení, která byla vyzkoušena na tomto tokamaku, je součástí projektu reaktoru ITER.

Sonda použitá na tomto tokamaku byla tvořena tělem z nitridu boritého (BN), opatřeným držáky pro aktivační vzorky.[2] Na každé ze šesti stěn sondy ve tvaru šestibokého hranolu mohlo být umístěno několik vzorků nad sebou. Některé vzorky měly také více vrstev. Celkem bylo při deseti plazmatických výbojích vyzkoušeno 45 různých aktivačních vzorků. Vrchní část sondy byla tvořena uhlíkovou trubicí, celá sonda byla připevněna na pohyblivém rameni v horní části tokamaku JET (viz obr. 3.2). Umístění a složení jednotlivých vzorků lze nalézt v tab.3.1 a tab. 3.2. Experimenty s aktivační sondou probíhaly s palivem D-³He, kde poměr $\frac{n(^{3}\text{He})}{n(D)}$ dosahoval hodnoty až 0,2, s výjimkou prvního referenčního výboje, kdy bylo použito pouze deuterium. Experimenty probíhaly s toroidálním magnetickým polem v rozsahu 2,2 až 3,5 T. Rozsah proudu v plazmatu pak byl 1,5 až 2,2 MA. Ohřev plazmatu probíhal pomocí neutrálních svazků deuteria při výkonu 19 MW a celkové délce trvání 100 s na zmíněných 10 pulsů.

Výtěžek D-D reakce byl stanoven na základě produkce neutronů ve druhé větvi (2.2). Celková produkce neutronů během experimentů změřená štěpnými komorami činila $3, 2 \cdot 10^{17}$ s chybou asi 10%. Vzhledem k rovnocennosti obou větví udává tato hodnota i produkci protonů o energii 3 MeV. Ve srovnání s předchozími experimenty zde byl použit menší rozsah parametrů a jednodušší schéma ohřevu (jako neutrální

svazky pouze atomy deuteria), což umožnilo zjednodušit analýzu.

Aktivita vzorků byla měřena ve třech různých specializovaných laboratořích. Vrstvené vzorky L,B,R a Y byly měřeny v zařízení v laboratoři HADES spadající pod institut IRMM, která leží 225 m po povrchem v Mol v Belgii. Aktivita vzorků B33 a L44 a všech Ti a TV vzorků byla vyhodnocena organizací PTB v laboratoři UDO, která je umístěna ve 490 m hlubokém solném dole v Braunsweig v Německu. Ostatní vzorky byly vyhodnoceny v Laboratori Nazionali del Gran Sasso (LNGS) pod nejvyšší horou Apenin v Itálii. [2]

Číslo řady			Pozie	ce		
(šířka [mm])	1	2	3	4	5	6
6 (44)	Ti(1,0)	Ti (1,0)	$\operatorname{Ti}(1,0)$	Ti(1,0)	Ti (1,0)	Ti(1,0)
5 (10)		$\operatorname{LiF}(1,0)$	$B_4C(1,0)$	W(1.0)		
4 (10)	Vr. Havar	$B_{4}C(1,0)$	$B_{4}C(1,0)$	W(1,0)	Vr Ph	Vr V
3(10)		Vr. LiF	$B_{4}C(1,0)$	$\operatorname{LiF}(1,0)$	VI. IUI	VI. 1
2(10)		Vr. B_4C	$B_4C(1,0)$	$B_{4}C(1,0)$		
1 (10)	TV(1,0)	TV(1,0)	TV(1,0)	TV(1,0)	TV(1,0)	TV(1,0)
Fólie (50)	V(0,02)	-	V(0,02)	V(0,02)	V(0,02)	-

Tabulka 3.1: Umístění jednotlivých vzorků v aktivační sondě, řada určuje vertikální polohu, pozice úhlovou orientaci vůči plazmatu podle obr. 3.1, číslo v závorce za značkou materiálu vzorku značí tloušťku vzorku; Havar je odolná slitina na bázi Co, Cr, Ni a Fe, TV značí slitinu titanu, vanadu a hliníku; složení vrstvených vzorků je v tab.3.2, k popisu vzorků je dále použito značení Mxyz podle této tabulky, kde M je první písmeno značky prvku (slitiny), x je číslo úhlové pozice, y je číslo řady, z pro vrstvené vzorky pořadí vzorku ve směru od plazmatu [2][15]

Vzorek		Vrstvy (tloušťka [mm])				
Havar	H121(0,2)	H122(0,2)	H123(0,2)	H124(0,2)	-	
LiF	L331(1,0)	L332(1,0)	L333(1,0)	-	-	
B ₄ C	B321(0,2)	B322(0,2)	B323(0,5)	-	-	
Rh	R521(0,1)	R522(0,1)	R523(0,1)	R524(0,1)	-	
Y	Y621(0,15)	Y622(0,15)	Y623(0,15)	Y624(0,15)	Y625(0,15)	

Tabulka 3.2: Složení vrstvených vzorků použitých v aktivační sondě na tokamaku JET [2]

3.1.1 Umístění sondy

Detekční účinnost sondy ϵ , tedy podíl detekovaných částic k celkovému počtu částic vyzářených zdrojem, byla vypočtena pro čtyřrozměrný fázový prostor (r, z, ϕ, β) ,



Obrázek 3.1: (a) Horizontální orientace sondy v tokamaku, R_{in} je směr k hlavní ose tokamaku, B_t směr toroidálního pole; (b) aktivační sonda s patrným vertikálním členěním vzorků; (c) schéma uložení vzorků, některé pozice byly pokryty vanadovou fólií, šedě jsou označeny vrstvené vzorky; převzato z [2]

kde (r, z, ϕ) jsou cylindrické souřadnice a

$$\beta = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{v}|| \mathbf{B}|} \tag{3.1}$$

je úhel, který svírá vektor rychlosti částice se směrem magnetického pole. Vzhledem k orientaci toroidálního pole působí v tokamaku drifty popsané v kapitole 2.2.2 pohyb iontů směrem dolů. Umístění sondy při vrcholu poloidálního řezu je tedy nevhodné a velmi snižuje detekční účinnost, sonda je prakticky schopna zaznamenat jen částice z okraje plazmatu. Vzdálenost mezi vrcholem hlavice sondy a plazmatem činila asi 15 cm.

3.1.2 Výsledky

V aktivovaných vzorcích bylo nalezeno několik radionuklidů, které vznikly interakcí s neutrony z reakce (2.2) a také působením neutronů o energii 14 MeV z reakce deuteria a tritia (2.3), které vznikly díky produkci tritia ve větvi (2.1). Budeme se ale zabývat pouze radionuklidy, které vznikly díky reakcím s protony.

Ve vzorcích bylo identifikováno sedm různých radioizotopů, které vznikly reakcí s



Obrázek 3.2: Poloidální řez tokamakem JET s vyznačeným umístěním tří typů detektorů: (1) scintilátor (umístění v souřadném systému znázorněném napravo z = -0, 28 m, R=3,80 m), (2) pole FC detektorů (z=-0,22 m do z=-0,80 m), (3) aktivační sonda (R=3,28 m, z=1,77 m); převzato z [2]

fúzními protony. Protonům bylo vystaveno 28 vzorků, tedy mnohem více než v předchozích experimentech. Vzhledem k tomu, že celková doba ozařování (doba mezi prvním a posledním výbojem) činila 6,5 h a poločas rozpadu nejméně stabilního produktu činil 78 h, mohly být zanedbány změny aktivity mezi jednotlivými pulzy.

Data z faradayových komor bohužel nebyla k dispozici kvůli šumu neznámého původu. Data ze scintilátoru ale potvrzují ztráty částic α z reakce (2.2) z objemu plazmatu. Podle měření Larmorových poloměrů navíc odpovídá modelům i pravděpodobnostní rozdělení úhlu β . Také bylo prokázáno, že spektrum protonů lze skutečně považovat za monoenergetické, rozšíření spektra vlivem přímé interakce deuteria ze svazku s deuteriem z plazmatu je zanedbatelné.[2] V souladu s očekáváním vzhledem k umístění sondy byla indukovaná aktivita vzorků z různých pozic různá (tedy úhlové rozdělení toku protonů vzhledem k sondě). Největšímu počtu částic byly vystaveny pozice namířené ve směru k hlavní ose toroidu, tedy 1,2 a 6, zatímco vzorky na pozicích 3,4 a 5, které směřovaly na druhou stranu, k vnější stěně toroidu, téměř nebyly aktivovány - viz obr. 3.3. Další nesymetrie mezi vzorky na pozicích 2 a 6 je způsobena proudem v plazmatu (viz obr. 3.1). Díky tomu do vzorků na pozici 2 (vystaveny protonům přicházejícím ve směru proudu) naráží asi o 50% více protonů než do vzorku 6, který je obrácen na druhou stranu. V grafu je také patrná dobrá shoda mezi simulací a naměřenými daty. Podobně se tok částic v tokamaku mění i se vzdáleností od osy plazmatu r. Pro měření sondy to znamená, že nižší řady, které jsou blíže plazmatu, jsou vystaveny několikrát většímu toku protonů, než řady výše, dál od plazmatu. Úbytek protonů lze pozorovat na obrázku 3.4. V radiálním profilu se model ztrát příliš neshodoval s experimentem, především vzorky ve 4. a 5. řadě byly vystaveny daleko menšímu toku než předpokládal model. Tyto vzorky tedy byly již příliš daleko a možnost jejich použití v analýze je velmi omezená. Největší protonový tok lze tedy odvodit z aktivity vzorku TV111, který

je radiálně nejblíž plazmatu. Ve srovnání s předchozím experimentem na tomto tokamaku došlo asi k trojnásobnému nárůstu počtu detekovaných fúzních protonů. K další analýze byly použity pouze vzorky z výše zmíněných pozic 1,2,6. V rheniovém vzorku na pozici 5 sice bylo nalezeno ¹⁰³Pa (gamaspektrometrií pozorovány píky na 20 a 22 keV), ale tento výsledek nebyl potvrzen, proto ho v další analýze neuvažujeme.[2] Celkový výtěžek reakce d(³He, p) α pro všechny pulsy byl s pomocí naměřených toků a modelované detekční účinnosti stanoven jako (2,5±0,5) · 10¹⁶.

3.1.3 Detekce částic α

Teoreticky by ve vzorcích měly být nalezeny i produkty odpovídající reakcím s částicí α o energii 3,7 MeV, tedy s druhým produktem reakce (2.4). Příkladem je reakce $Ti(\alpha, n)^{51}Cr$ ve vzorku TV, většina nalezeného ⁵¹Cr ale pochází z reakce V(p,n)⁵¹Cr, která má vyšší účinný průřez. Nejvhodnější reakcí pro detekci částic α použitou aktivační sondou je reakce $V(\alpha, n)^{54}$ Mn. Pozorování manganu by přímo implikovalo zachycení částic α . Výtěžek reakce je sice malý, ale v její prospěch hraje velmi velký podíl izotopu ⁵¹V v tomto kovu, vhodný poločas rozpadu produktu (312 dní) i pík plného pohlcení o vhodné energii (835 keV - oblast s malým šumem) a velké pravděpodobnosti přechodu. Bohužel při měření v laboratoři HADES nepřekročila aktivita zvolený práh, který odpovídal toku částic asi $3, 6 \cdot 10^9 \,\mathrm{cm}^{-2}$. Vypočtená detekční účinnost je pro částice α asi 19 krát menší než pro protony o energii 14,6 MeV, především kvůli nižšímu Larmorovu poloměru. Vezmeme-li v úvahu modely a hodnotu pro tok protonů ze stejné reakce, je i modelovaný tok částic α pod prahem detekce. Experiment a model byly tedy opět v souladu. Zvýšení detekční účinnosti by umožnilo umístění sondy v centrální rovině tokamaku, tedy v polovině výšky poloidálního řezu (tam, kde byl při experimentech scintilátor), kde jsou ztráty z plazmatu až o dva řády větší.

Pomalejší protony o energii 3 MeV z reakce (2.1) mohly být identifikovány především díky tenkým vrstveným vzorkům. Tyto protony způsobí totiž aktivaci jen v první vrstvě. V další ale stále působí protony o vyšší energii. Takto bylo dokázáno, že vzorky jsou aktivovány oběma druhy protonů. Detekční účinnost pro pomalejší protony je asi 39 krát nižší než pro protony o energii 14,7 MeV. Tok odvozený z aktivace činil $(0, 15 \pm 0, 4) \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$, což opět bylo ve shodě s modelováním.[2]

3.2 Provedení experimentu na tokamaku TEXTOR

TEXTOR je středně velký tokamak (velký poloměr R=1,75 m a malý a=0,46 m) s kruhovým poloidálním řezem, který pracuje ve výzkumném centru v Jülich, na experimentech se podílí vědci ze tří institutů, mimo jiné právě z ERM. Experimenty se zde zaměřují především na interakci plazmatu se stěnou tokamaku, což



Obrázek 3.3: Úhlové rozdělení toku protonů - zaznamenaný tok vzhledem k orientaci stěn šestihranu aktivační sondy; převzato z [2]

není v rozporu s přínosem, který může poskytnout měření pomoci aktivační sondy. Při experimentech na tomto tokamaku se používalo pouze deuterium, probíhaly tedy reakce (2.1) a (2.2). Cílem experimentu tedy bylo naměřit protony o energii 3 MeV pomocí aktivační sondy.

3.2.1 Aparatura

Aktivační vzorky byly pro potřeby detektoru uloženy do tzv. iontové kamery, tedy stíněné schránky s kolimátorem. Apertura kolimárotu měla průměr 8 mm, ve vzdálenosti 40 mm od této apertury byl umístěn aktivovaný vzorek. Tento iontový detektor byl připevněn k manipulátoru u dna vakuové nádoby (viz obr. 3.5), což znamená, že byl asi 490 mm od osy plazmatu a 45 mm od separatrix - posledního uzavřeného magnetického povrchu.[4] Během experimentu bylo záření v tokamaku vystaveno 5 vzorků. Byl použit jeden vzorek nitridu boritého, dva vzorky z germania a dva kusy tantalové fólie. Bor se může účastnit vhodné reakce indukované protonem $B(p,\alpha)$. Uspěšnost aktivační analýzy je možné zvýšit úpravou izotopického složení. Pro použití v tokamaku ITER bude vhodný izotop germania ⁷⁶Ge podléhající reakci 76 Ge $(\alpha, n)^{79m}$ Se. Vzniklé metastabilní jádro selenu má vhodný poločas rozpadu 3,42 minuty a s pravděpodobností 0,095 vyzáří při přechodu do základního stavu gama foton o energii 95,7 keV. S pomocí tohoto izotopu bude možné zkoumat udržení částic α i měřit fúzní výkon. Na tokamaku TEXTOR byl tento izotop vystaven působení fúzních protonů. Germanium bylo z tohoto důvodu obohaceno na 87% obsahu 76 Ge (obsah v přírodním germaniu činí jen asi 8%). Tenké tantalové fólie byly použity k

Úbytek zaznamenaných protonů v radiálním směru



Obrázek 3.4: Úbytek toku protonů v radiálním směru; převzato z [1]

současnému monitorování produkce neutronů z druhé větve D-D reakce (2.2).

Měření proběhlo při několika desítkách plazmatických výbojů, při kterých bylo použito deuterium s maximálním obsahem lehkého vodíku do 5%, toroidální pole $B_t = 1,9$ T a proud plazmatem $B_p = 300$ kA; elektronová teplota a elektronová hustota $T_e = 1,5$ keV, resp. $2 \cdot 10^{19}$ m⁻³. Ohřev plazmatu probíhal pomocí neutrálních svazků deuteria (průměrný výkon asi 1 MW) a také pomocí iontového cyklotronového ohřevu minoritního vodíku o výkonu až 0,8 MW.

Produkce neutronů o energii 2,45 MeV z reakce (2.2) byla kromě výše zmíněných tantalových fólií měřena také pomocí BF₃ scintilátoru a plastického scintilátoru, činila asi 10^{13} s⁻¹. Průběh výboje byl maximálně prodloužen (až na 4 s), aby byl celkový tok produktů fúzních reakcí co největší. Po každém experimentu byl detektor dálkově vyjmut z vakuové komory a chlazen dusíkem po dobu 30 minut, kdy teplota dosáhla asi 50°C a aktivita klesla na hodnoty umožňující další manipulaci. Základní analýza vzorku byla provedena v laboratoři přímo v komplexu v Jülich, díky čemuž byla doba mezi ozářením a měřením indukovaného záření gamma pouze asi 60 minut. Cílem těchto prvních měření bylo pouze identifikovat vzniklé radionuklidy a zajistit povinná měření umožňující bezpečný převoz do specializované laboratoře HADES v Belgii, kde byla provedena detailní gama spektrometrie.[4]

3.2.2 Výsledky

V tab. 3.3 je uveden seznam nalezených radionuklidů a jejich vlastností. Intenzita gama linky ⁷Be o energii 477,6 keV odpovídá toku uniklých D-D protonů v hodnotě

Radionuklid	$T_{\frac{1}{2}}$	Reakce	Maximální aktivita [mBq]	Vzorek
⁷ Be	$53,22\mathrm{d}$	$^{10}\mathrm{B}(\mathrm{p},\alpha)$	41 ± 5	BN
¹⁸² Ta	$115{,}00\mathrm{d}$	181 Ta (n, γ)	56 ± 3	Ta1, Ta2
⁷⁷ Ge	$11,\!30\mathrm{h}$	$^{76}{ m Ge}({ m n},\gamma)$	$1220 \cdot 10^3 \pm 50$	Ge1,Ge2
$^{75}\mathrm{Ge}$	82,80 min	$^{76}\mathrm{Ge}(\mathrm{n},2\mathrm{n})$ $^{74}\mathrm{Ge}(\mathrm{n},\gamma)$	$2439 \cdot 10^3 \pm 927$	Ge1, Ge2
⁷⁷ As	$1,\!62\mathrm{d}$	$^{76}\mathrm{Ge}(\mathrm{p},\gamma)$ $^{77}\mathrm{Ge}(eta)$	529±3	Ge1, Ge2

Tabulka 3.3: Izotopy naměřené v aktivačních vzorcích, jejich poločasy rozpadu $T_{\frac{1}{2}}$ a produkční reakce, maximální naměřená aktivita a číslo vzorku; pozn.: reakce ⁷⁶Ge(n,2n) má práh 9,6 MeV - neutrony musí pocházet i z D-T reakce [4]

 $(8, 6 \pm 1, 0) \cdot 10^9$. To je asi šestkrát více než při prvních experimentech na tokamaku JET. Tato skutečnost má dva důvody. Na JETu tvořily ztráty fúzních produktů při prvním poloidálním oběhu pouze malý zlomek z celkového počtu částic (šířka banánových trajektorií klesá s rostoucím proudem), na menším tokamaku TEXTOR protnou stěnu při prvním poloidálním oběhu trajektorie všech nabitých fúzních produktů. Druhým důvodem je výhodnější umístění v souladu s magnetickým driftem iontů směrem dolů.

Celkový počet vzniklých fúzních neutronů odvozený z aktivace tantalových fólií byl asi $(7, 8 \pm 0, 4) \cdot 10^{14}$. Simulace unikajících fúzních protonů a simulace detekční účinosti sondy byly provedeny pomocí kódu Gourdon. Pokud vezmeme v úvahu to, že účinné průřezy obou větví D-D reakce jsou stejné a vypočtená detekční účinnost je asi 10^{-5} , dostaneme z celkového počtu neutronů teoretický počet zachycených protonů $(7, 8 \pm 0, 4) \cdot 10^9$, což velmi dobře odpovídá výše uvedené hodnotě odvozené z aktivity berylia.

Dosah protonů o energií 3 MeV v nitridu boritém činí pouze několik mikrometrů, měření aktivity tedy mohlo probíhat pouze z přední strany vzorku. Tato skutečnost umožnila provést experimentální důkaz toho, že ⁷Be skutečně pochází z aktivace fúzními protony. Po dobu 10, resp. 11 dní byla měřena aktivita prášku seškrabaného z přední, resp. zadní strany BN vzorku. Výsledky potvrdily přítomnost ⁷Be pouze na přední straně vzorku.

3.3 Aktivační sonda na tokamaku ASDEX-U

Tokamak ASDEX Upgrade je v současnosti největší německé fúzní zařízení (R=1,65 m, a=0,5 m). Disponuje divertorovou konfigurací a wolframovou první stěnou, jeho hlavním úkolem je výzkum operačních módů pro ITER.

Na tomto tokamaku byla sonda umístěna ve výhodné oblasti na manipulátoru kousek nad centrální rovinou. Použitá aktivační sonda měla tvar podlouhlého válce,



Obrázek 3.5: Schéma umístění aktivačního detektoru na tokamaku TEXTOR, podoba tohoto detektoru; převzato z [4]

ve čtyřech symetricky rozmístěných držácích bylo po šesti vzorcích (viz obr. 3.6). Tělo sondy bylo z grafitu a navíc bylo přikryto otočným tubusem se štěrbinou (4 mm), díky které bylo možné vystavit přímému působení protonů pouze jednu řadu. Uspořádání vzorků bylo ve všech řadách stejné, lišily se pouze parametry výboje. Tři řady vzorků byly vystaveny vždy jednomu výboji, z toho dvě výboji v H-modu (mod s okrajovou transportní bariérou s lepším udržením energie) s vysokým výtěžkem reakce D-D, a poslední řada sloužila k měření pozadí, při žádném výboji nebyla odkryta. Aktivity vzorků byly tentokrát změřeny ve čtyřech specializovaných evropských laboratořích. Ve vzorcích byly detekované dva radionuklidy vzniklé reakcí s protony (⁷Be a ⁷⁹Zr) a čtyři radionuklidy z reakcí s neutrony. Přítomnost ⁷⁹Zr (produkční reakce má práh 3,7 MeV), ukazuje na původ protonů v sekundární fúzní reakci (2.4).[3]

Učelem tohoto experimentu je především otestovat kód ASCOT, který bude hlavním modelem pro výpočet pohybu částic α na ITERu. Velkou výhodou aktivační sondy pro tento úkol je její absolutní kalibrace. Umístění sondy při tomto experimentu bylo shodné s plánovaným umístěním na tokamaku ITER.



Obrázek 3.6: Aktivační sonda použitá na tokamaku ASDEX-U s vyznačenou šesticí vzorků, písmena označují následující sloučeniny: C - CaF₂, B - B₄C, Y - YVO₄; hlavice sondy směřovala k hlavní ose tokamaku [3]

Kapitola 4

Rekonstrukce spekter

Hlavním cílem práce je otestovat, bude-li možné použít algoritmus MFR popsaný v kapitole 1 k rekonstrukci energetického spektra fúzních protonů. Vědecká skupina, která provedla měření s aktivační sondou, nám poskytla matici závislostí indukovaných aktivit vzorků použitých na tokamaku JET na energii protonů, kterým byly vystaveny. Je tedy možné vynásobit touto maticí nějaké uměle vytvořené spektrum a získat tak modelovou aktivační stopu, kterou by vykazovala aktivační sonda vystavená tomuto spektru. Pomocí rekonstrukčního algoritmu je potom možné toto spektrum zpětně získat a ověřit tak vlastnosti metody. Algoritmus byl otestován také na reálných datech, konkrétně na měření na tokamaku JET.

4.1 Použité reakce

Nejprve popíšeme jaderné reakce, které byly vybrány jako vhodné k dekonvoluci spekter. Z původních 7 radionuklidů, které vznikly v důsledku reakce s protony, uvažujeme 6. Do matice bylo použito 23 řádků, závislost aktivity na energii iniciačního protonu totiž v případě vrstvených vzorků reflektuje i polohu ve vzorku. Tato skutečnost je pro nalezení spektra protonů velmi důležitá.

Matice odezvy byla zatím bohužel vypočtena pouze s velmi malým rozlišením v energii, k dispozici je pouze pro deset hodnot v rozmezí 2 MeV až 20 MeV. Pro účely rekonstrukce je tedy nutné matici interpolovat. Je ale nutné mít na paměti, že mezi řádky matice žádný vztah není (různé vzorky-reakce), interpoluje se tedy každý řádek zvlášť, a ne dvojrozměrná síťová funkce. Byla použita interpolace na 100 uzlů. Naše úloha má 23 rovnic pro 100 neznámých, na které je ovšem kladen požadavek minima Fisherovy informace.

V tabulce 4.1 jsou uvedeny charakteristiky reakcí. V grafu na obr. 4.1 jsou znázorněny některé řádky matice odezvy, tedy závislosti aktivity na energii protonu, pro konkrétní aktivační vzorek. V horním grafu je tato závislost vykreslena pro jednotlivé vrstvy yttriového vzorku. Je zřejmé, že tvar závislosti se příliš nemění, pouze se graf se zvětšující hloubkou posunuje doprava (protony ztrácí část energie). Na druhém grafu je tato závislost pro různé vzorky. S ohledem na velký rozsah hodnot je voleno logaritmické měřítko. Aktivita je v jednotkách megabecquerel na mikroam-

Číslo	Vzorek	Reakce	$T_{\frac{1}{2}}[\mathbf{d}]$	Práh reakce [MeV]	m[g]
1	V1	$^{51}V(p,n)^{51}Cr$	27,80	1,5	$0,7\cdot10^{-4}$
2	TV11	$^{48}{ m Ti}({ m p,n})^{48}{ m V}$	15,98	4,9	0,41
3	TV11	$^{51}V(p,n)^{51}Cr$	27,80	1,5	0,41
4	B221				0,05
5	B222	$10 R(p_{0})^{7} R_{0}$	52 1 2	0.0	$0,\!05$
6	B223	$D(p, \alpha)$ De	35,12	0,0	$0,\!05$
7	B241				0,26
8	L231				0,07
9	L232	$7\mathbf{I};(\mathbf{p},\mathbf{p})^{7}\mathbf{P}_{0}$	53,12	$1,\!9$	0,07
10	L233	LI(p, II) De			0,11
11	L251				$0,\!33$
12	TV21	$^{48}{ m Ti}({ m p,n})^{48}{ m V}$	15,98	4,9	0,41
13	TV21	$^{51}V(p,n)^{51}Cr$	27,80	1,5	0,41
14	TV61	${ m ^{48}Ti(p,n)^{48}V}$	15,98	4,9	0,41
15	Y621				0,27
16	Y622				0,27
17	Y623	89 Y(p,n) 89 Zr	$3,\!27$	3,7	0,27
18	Y624				0,27
19	Y625				0,27
20	H121	56 Fe(p,n) 52 Co	77,27	5,4	0,69
21	H122	$^{52}Cr(p,n)^{52}Mn$	5,59	$5,\!6$	0,69
22	H121	56 Fe(p,n) 56 Co	77,27	5,4	0.69
23	H122	$^{52}Cr(p,n)^{52}Mn$	5,59	5,6	0,69

pérhodinu (náboj odpovídá počtu protonů), kvůli optimálním hodnotám v matici odezvy.

Tabulka 4.1: Reakce použité při dekonvoluci protonových spekter: odpovídající číslo řádku v matici odezvy, označení vzorku, protonem indukovaná jaderná reakce, poločas rozpadu produktu v řádu dní $T_{\frac{1}{2}}$, energetický práh reakce a hmotnost vzorku m [2],[1]

4.2 Program

K rekonstrukci spekter byl upraven program v jazyce Python původně určený pro tomografii plazmatu.[14] V programu je implementován algoritmus podle kap. 1.6.2.



Obrázek 4.1: Vybrané řádky matice odezvy. Nahoře: závislost indukované aktivity na energii protonu pro vrstvy vzorku z yttria. Dole: závislost logaritmu aktivity na energii protonu pro několik vzorků, pozn.: T211 značí reakci č. 12 a H122 reakci č. 22 z tab.4.1

V diferenční matici je použita zpětná diference. Hledání parametru λ je urychleno paralelním řešením soustavy. Soustava s aktuální váhovou maticí se vyřeší pro více hodnot parametru λ současně a za nejlepší řešení se vybere to, pro které dosahuje funkce $|\log \chi^2(\lambda)|$ minima. V další iteraci se postupuje stejně, pro menší interval v okolí optimálního λ z minulé iterace. Tímto je v podstatě nahrazen vnitřní cyklus. Protože se jedná malou soustavu, výpočetní čas je zanedbatelný a mezi řešením ve druhém a třetím vnějším cyklu téměř neexistuje rozdíl. K řešení soustavy rovnic s regulární maticí je místo výpočtu matice inverzní (1.28) použita metoda Choleského dekompozice.[8] Je to možné díky tomu, že matice soustavy je symetrická (součet dvou matic tvořených součinem matice a její transpozice) a pozitivně definitní (právě možnost provedení Choleského dekompozice se často používá jako test definitnosti, pokud by matice nebyla pozitivně definitní, algoritmus by nemohl proběhnout).

4.3 Modelová spektra

Pomocí zpětné rekonstrukce modelových spekter můžeme otestovat, jestli je metoda MFR pro danou lineární úlohu vhodná, případně ověřit správnost algoritmu. Byla použita čtyři testovací spektra s určitou mírou šumu, která jsou v grafu na obr. 4.2. Samotný šum v původních spektrech ale nemá na výsledek vliv, neboť po průchodu integrálem (přenásobení maticí odezvy), je šum v důsledku středování vyhlazen. Tato spektra byla přenásobená maticí odezvy a zpětně rekonstruována pomocí MFR. Chyba "měření aktivit"byla u těchto testovacích spekter vždy obvykle volena jako patnáctina hodnoty. Gaussova křivka by měla být pro rekonstrukci nejjednodušší, neboť při odvození metody MFR se v podstatě použily právě vlastnosti normálního rozdělení. Rekonstrukce tohoto spektra je spolu s grafem aktivity na obrázku 4.3. Je zřejmé, že šum byl velmi dobře potlačen a zároveň zpětně dopočítané aktivity odpovídají původním. Na obr. 4.4 je potom srovnání rekonstrukce toho spektra pomocí dvou metod - MFR a vážené druhé derivace, která vznikne pouze záměnou diferenčních matic v MFR za matice pro diferenci druhého řádu. V obou případech velmi dobře funguje volba regularizačního parametru. Metoda MFR je ale zřejmě vhodnější, lépe zachovává tvar funkce.

Rekonstrukce spektra se skokem (hranou) je už méně přesná, požadavek minimalizace vážených derivací totiž hranu rozšiřuje, aby byl přechod co nejplynulejší. Pokud bychom ovšem netrvali na podmínce $\chi^2_{red} = 1$ a zvolili menší hodnotu regularizačního parametru, než připouští toto kritérium (nebo pokud bychom upravili chyby), můžeme dostat i ostřejší hranu. Rekonstrukce uniformního spektra se při dodržení této podmínky chová podobně jako hrana, při nižších hodnotách parametru je téměř konstantní.

V případě rekonstrukce posledního spektra se dvěma píky byl použit i šum ve vygenerovaných aktivitách. Náhodný šum byl nastaven do velikosti $\frac{1}{12}$ hodnoty aktivity daného vzorku. Velikost chyb byla nastavena na stejnou hodnotu, takže simulujeme situaci, kdy máme velmi dobré povědomí o možných chybách měření. V takovém případě kritérium $\chi^2_{red} = 1$ zafunguje dobře a dostaneme spektrum na obr. 4.5, které téměř přesně vystihuje spektrum původní.

4.4 Rekonstrukce spektra z tokamaku JET

K dispozici byla pouze data z měření na tokamaku JET, na tokamaku TEXTOR bylo aktivačních vzorků příliš málo a data z tokamaku ASDEX-U zatím nejsou dostupná. Naměřené měrné aktivity po deseti výbojích na tokamaku JET a chyby měření pro konkrétní vzorky jsou uvedeny v tab. 4.2. Měření nabitých fúzních produktů pomocí aktivační sondy závisí na velkém množství parametrů, které se nedají dost dobře odhadnou, rekonstrukce spektra tedy bude poměrně obtížná.

4.4.1 Korekce pro naměřená data

Vzhledem k tomu, že každý vzorek z aktivační sondy byl v tokamaku JET vystaven jinému toku protonů, je nutné provést korekci dat. Vzorky na pozici 2 a 6 jsou natočeny pod úhlem 60° ke směru toku většiny protonů (směr k hlavní ose), na pozice proto dopadá pouze příslušná část ($\cos 60^\circ = 0, 5$) toku protonů, který dopadá na pozici 1. Tento efekt kompenzujeme vynásobením příslušných hodnot (4 až 19) dvěma. Dále je patrná nerovnováha způsobená směrem proudu v tokamaku –



Obrázek 4.2: Testovací protonová spektra s náhodným šumem: uniformní rozdělení (červená), Gaussova křivka se střední hodnotou 11 MeV a rozptylem 1,8 MeV (modrá), hrana na pozici 11 keV (žlutá) a dvojice píků na energiích 3,1 MeV a 14,6 MeV, což odpovídá fúzním protonům (světle modrá)

vzorky na pozici 6 jsou od proudu odvráceny, ale podle grafu 3.3 můžeme tento efekt přibližně kompenzovat vynásobením hodnot 15 až 19 koeficientem 1,5. Změnu toku v radiálním profilu je nutné uvažovat pouze pro vzorky v řadě 3,4,5 (viz obr.3.4), vzorky v řadě 1 a 2 jsou vystaveny přibližně stejnému toku. Vzorky ve 3. řadě (8 až 10) vynásobíme přibližně faktorem 1,4, vzorek ze 4. řady (7) faktorem 4 a vzorek z 5. řady (11) faktorem 50.[1] Vzhledem k tomu, že některé vzorky přesahují přes všech pět řad, je nutné jejich aktivity vydělit součtem toků připadajících na všechny řady, tedy přibližně číslem 3. Toto se týká vzorků (1 a 15 až 23). Tyto korekce jsou bohužel zatím pouze přibližné, ale mají na rekonstrukci pozitivní vliv.

4.4.2 Rekonstrukce

Po započítání všech korekcí můžeme přistoupit k rekonstrukci reálných dat. Protože máme k dispozici data normovaná hmotností vzorků a v naší matici jsou aktivity (indukované určitým počtem protonů - nábojem), je samozřejmě nutné vynásobit data hmotností vzorku. Vzhledem k tomu, že hmotnost většiny vzorků se pohybuje v podobných mezích, je možné zkusit rekonstrukci provést nejprve pro měrné aktivity. Díky tomu zjistíme, jestli jsou výrazně lehčí vzorky pro rekonstrukci vůbec důležité.

Podmínka výběru regularizačního parametru bohužel pro původní data nefunguje, protože závislost $\chi^2_{red}(\lambda) = 1$ vůbec neprotne nulu. Nabízí se tedy možnost ručního výběru λ . Jako pomůcka k tomuto výběru může sloužit animace závislosti tvaru



Obrázek 4.3: Rekonstrukce spektra protonů tvaru Gaussovy křivky pomocí metody MFR a srovnání původních hodnot aktivity a hodnot aktivity pro rekonstrukci

rekonstrukce na hodnotě regularizačního parametru. Opticky lze poměrně dobře poznat, kdy už se jedná o overfitting a kdy je naopak hodnota parametru příliš malá a řešení je nesmyslné. Animace této závislosti je na přiloženém CD.

V rekonstrukci na obr. 4.6 (pro $\lambda = 1000$) je jasně patrný první pík, ovšem poněkud posunutý doprava. Druhý pík je velmi nízký, ale je na správné pozici. Problémem je zápornost některých částí rekonstrukce a s tím související zápornost retrofitu. Nahradíme-li záporné složky vektoru v průběhu řešení malými kladnými konstantami, kýžený efekt se bohužel nedostaví, protože v posledním cyklu se rekonstrukce opět dostane do záporných hodnot. Další možností je opravit zdrojová data o zápornou část aktivit z retrofitu, tato metoda ovšem způsobuje ztrátu velké části informace, kterou data nesla. Pro větší hodnoty parametru se v rekonstrukci objevují také jeden nebo dva menší píky uprostřed.

Další možností výběru regularizačního parametru je lepší odhad možných chyb měření tak, aby původní kritérium bylo úspěšné. Chyba uvedená v tab. 4.2 se totiž vztahuje pouze na měření aktivit. To ale není zdaleka jediný zdroj chyb, daleko větší chyby vznikají v důsledku nerovnoměrného toku částic a také kvůli výše zmíněné nepřesnosti provedených korekcí těchto vlivů. Samotná aktivace tedy závisí na velkém množství parametrů, které nejsme schopni určit. Vliv má také doba mezi aktivací a měřením aktivit, byť tato chyba není vzhledem k vhodným poločasům rozpadu indukovaných radionuklidů velká. Po přičtení konstantní chyby o hodnotě 120 mBq/g k původním hodnotám chyby a "homogenizaci chyb" (průměr přes několik okolních hodnot) se závislost $\chi^2_{red}(\lambda) = 1$ přesune do optimálních hodnot a rekonstrukce vypadá poměrně dobře (viz obr. 4.7)

V případě vynásobení dat hmotností vzorku podle tab. 4.1, zjistíme, že spektrum



Obrázek 4.4: Srovnání rekonstrukce Gaussovy křivky pro metodu MFR a regularizaci pomocí vážené druhé derivace (WSD)

se téměř nezměnilo, rekonstrukce je na obr. 4.8. Ze srovnání s rekonstrukcí, ve které jsme různou hmotnost vzorků neuvažovali, je jasné, že rekonstrukci ovlivňují především vzorky s velkou aktivitou a rozlišovací schopnost metody stojí především na vrstvených vzorcích, u kterých se závislost posunuje v energii s rostoucí hloubkou vrstvy ve vzorku (např. yttrium, viz horní graf na obr. 4.1). Zajímavé je, že retrofit se shoduje s aktivitami méně přesně, než v případě formálně chybného přístupu s měrnými aktivitami.

Pokud bychom tedy chtěli sondu optimalizovat pro rekonstrukci spektra, bylo by vhodné zvýšit počet vrstvených vzorků a volit takovou konstrukci sondy, aby byly všechny vzorky vystaveny alespoň přibližně stejným podmínkám a počet nutných korekcí byl co nejnižší.

Ze srovnání s modelovým spektrem dvou píků (očekávané spektrum) lze vyvodit ještě následující závěry:

- V obou případech je první pík posunutý doprava vzhledem ke správné poloze. Posun je způsoben tím, že v matici odezvy jsou v jeho okolí určené hodnoty pouze pro 2 MeV a 4 MeV, některé reakce (shodou okolností ty, které mají na rekonstrukci největší vliv) navíc mají práh právě v této oblasti. Zjemnění matice odezvy v této oblasti, případně její rozšíření do nižších energií a použití reakcí s vhodnou prahovou energií, by mělo tento problém vyřešit.
- Záporné hodnoty a přítomnost nečekaného píku souvisí zřejmě pouze s naměřenými daty, ze srovnání grafu aktivit pro tato data (obr. 4.8) a grafu aktivit pro dva píky (obr. 4.5) lze vypozorovat několik neshod, vzorky 1, 2 a 12 měly



Obrázek 4.5: Rekonstrukce spektra protonů, které odpovídá rovnoměrné produkci protonů v reakcích 2.1 a 2.4, aktivity záměrně poškozeny šumem, dole opět srovnání zpětného výpočtu aktivit a původních dat

daleko menší relativní aktivitu, než by se dalo podle syntetického spektra očekávat, také u yttriových vrstev (16 až 19) padá aktivita s jejich hloubkou ve vzorku rychleji, než se očekávalo. Poslední zmíněná neshoda je pravděpodobně způsobena menší produkcí protonů o energii 14,7 MeV (v modelu jsme očekávali rovnoměrnou produkci). Příčina ostatních neshod není známa, může se jednat o nějaký geometrický faktor, větší vliv stínění předchozích vzorků ve vrstvě. Vliv může mít také odlišnost parametrů každého z deseti výbojů, při kterých měření probíhalo.

Rekonstrukci lze tedy považovat v rámci možností za úspěšnou a její vlastnosti by se měly dále zlepšit díky zvýšení energetického rozlišení matice odezvy. Větší počet nezávislých měření by také přinesl lepší představu o možnostech rekonstrukce. Především by bylo možné zjistit, zda jsou neduhy tohoto spektra (zápornost, nečekané píky) obecným jevem, který souvisí s maticí odezvy, nebo jsou způsobeny spíš neznámými skutečnostmi či chybami měření při této konkrétní realizaci. Zvýšení počtu vzorků, které jsou vystaveny toku protonů, také významnou měrou přispěje ke zpřesnění rekonstrukce. Tyto vzorky je ale třeba volit s ohledem na velikost měřených aktivit, ideálně tak, aby aktivity všech vzorků byly po měření řádově stejné. Nejlepší z hlediska energetického rozlišení částic jsou vhodně vybrané vrstvené vzorky. Při vhodném umístění sondy, dobré znalosti matice odezvy a rozložení toku protonů zřejmě bude možné spektrum zrekonstruovat opravdu přesně.

Číslo	$a\left[\frac{\mathbf{mBq}}{\mathbf{g}}\right]$	$\sigma_a\left[\frac{\mathbf{mBq}}{\mathbf{g}}\right]$	Číslo	$a\left[\frac{\mathbf{mBq}}{\mathbf{g}}\right]$	$\sigma_a\left[\frac{\mathbf{mBq}}{\mathbf{g}}\right]$
1	$673,\!4$	47,5	13	$29,\!0$	17,0
2	626,0	48,5	14	263,0	31,0
3	50,4	25,4	15	2751,0	$184,\! 0$
4	91,4	13.7	16	2448,0	$111,\!0$
5	58,5	15.0	17	1245,0	117,0
6	78,9	12,0	18	428,0	$114,\! 0$
7	17,0	4,0	19	$81,\!0$	$90,\!0$
8	120,0	22,2	20	$31,\!5$	6,0
9	161,6	24,4	21	$97,\!0$	$12,\!0$
10	$138,\!0$	20,0	22	6,6	2,0
11	4,4	2,2	23	$41,\!0$	7,0
12	395,0	34,0	-	-	-

Tabulka 4.2: Naměřené hodnoty měrné aktivity a a chyba tohoto měření σ_a pro reakce uvedené v 4.1; vzorky byly vystaveny působení protonů při výbojích na tokamaku JET



Obrázek 4.6: Rekonstrukce reálných dat z tokamaku JET z měrných aktivit s vyznačenou polohou energií fúzních protonů s původní hodnotou chyby měření aktivit, retrofit aktivit



Obrázek 4.7: Rekonstrukce reálných dat z tokamaku JET z měrných aktivit s vyznačenou polohou energií fúzních protonů pro chybu měření zahrnující odhad všech zdrojů nepřesností, retrofit aktivit



Obrázek 4.8: Rekonstrukce reálných dat z tokamaku JET s vyznačenou polohou energií fúzních protonů pro skutečné naměřené aktivity, retrofit aktivit

Závěr

Cílem práce bylo zhodnotit možnosti použití aktivační sondy v termojaderném výzkumu jako detektoru nabitých fúzních produktů, především protonů. Tato sonda je založena na úplně jiném principu než většina diagnostik používaných k tomuto účelu v současnosti. Velkou roli při použití aktivační sondy hraje výběr vhodného umístění s ohledem na pohyb nabitých částic v magnetickém poli tokamaku. Hlavním cílem práce bylo pomocí algoritmu Tichonovovy regularizace ověřit možnost rekonstrukce spektra protonů z naměřených aktivit a provést rekonstrukci pro skutečné měření.

První část práce se zabývá popisem nedostatečně určených inverzních úloh a možnostmi jejich řešení. V kapitole jsou k tomuto účelu odvozeny metody lineární regularizace a regularizace s minimem Fisherovy informace. Druhá metoda našla díky svým vlastnostem uplatnění v široké škále inverzních úloh, rekonstrukce pomocí této metody preferuje maximálně hladké funkce, ale díky vážení nemá tendenci potlačovat píky.

Druhá část práce se věnuje problematice pohybu nabitých částic v zakřiveném magnetickém poli tokamaků a popisu detektorů určených k jejich detekci, především aktivační sondě. Právě charakteristické jevy spojené s toroidálním magnetickým polem způsobují, že částice opustí objem plazmatu a dospějí k detektoru. Aktivační sonda je jednoduchý detektor, který těží především z toho, že funguje na principu jaderných reakcí. To přináší výhody z hlediska identifikace iontu a absolutní kalibrace. Naopak nevýhodou tohoto detektoru je nutnost přesného dodatečného měření aktivity a analýzy radionuklidu ze spektra záření gama ve specializované laboratoři. Metody měření záření gama jsou v této části také popsány.

Třetí část práce obsahuje rešerši měření provedených s pomocí aktivační sondy na několika evropských tokamacích. Při každém experimentu byla aktivační sonda umístěna jinde. Na tokamaku TEXTOR byla použita pouze jednoduchá iontová kamera s pěti vzorky, umístěná v nejnižším bodě poloidálního řezu. Na tokamaku JET bylo použito mnohem více vzorků, ale měření negativně ovlivnila poloha sondy v horní části při směru iontového driftu dolů. Nejnovější měření provedené na tokamaku ASDEX-U bylo velmi variabilní, sonda byla vhodně umístěna v centrální rovině a otáčením krytu bylo možné vystavovat toku protonů různé vzorky.

V poslední kapitole je s pomocí programu v jazyce Python testována zpětná rekonstrukce spektra fúzních protonů z naměřených aktivit metodou z první kapitoly. Maticí soustavy je závislost indukovaných aktivit produktů na energii protonu. Rekonstrukce testovacích spekter funguje poměrně dobře. Při rekonstrukci ze skutečných dat naměřených v průběhu experimentů na tokamaku JET bylo nutné provést různé korekce na polohu vzorku v sondě vzhledem k tokamaku. V rekonstruovaném spektru se objevily dva očekávané píky pro protony z probíhajících fúzních reakcí, byť rekonstrukce samozřejmě způsobila jejich velké rozšíření. Problémem zůstává zápornost části rekonstrukce.

Příslibem pro zlepšení rekonstrukce je zjemnění matice odezvy v energiích, současných 10 hodnot je velmi málo a interpolace může způsobit velké chyby. Vhodná pozice sondy, v centrální rovině tokamaku, bude mít také velmi kladný vliv na výsledky. Bude ale nutné přesně odhadnout vliv vzdálenosti vzorku od plazmatu a orientace vůči směru toku částic. Aktivační sonda byla v termojaderném výzkumu k měření nabitých produktů fúze poprvé použita poměrně nedávno, ale vzhledem k jejím specifickým vlastnostem se jedná o velmi slibnou diagnostickou metodu.

Seznam použitých zdrojů

- BONHEURE, G. et al. Charged fusion product loss measurements using nuclear activation analysis - 18th Topical conference on High Temperature Plasmas Diagnostics - Wildwood - NJ, USA, 2010
- [2] BONHEURE, G. et al. Experimental investigation of $d({}^{3}He,p)\alpha$ and d(d,p)t fusion reaction products confinement in JET. Nuclear Fusion 52, 2012.
- BONHEURE, G. et al. First escaping fast ion measurements in ITER-like geometry using an activation probe - 40th EPS Conference on Plasma Physics, 2013. http://ocs.ciemat.es/EPS2013ABS/pdf/06.510.pdf (abstrakt) [cit. 16.6.2013]
- [4] BONHEURE, G. et al. First Fusion proton measurments in TEXTOR plasmas using activation technique. Review of scientific instruments 83, 2012
- [5] DOLEZAL, Z. Polovodičové detektory v jaderné a subjaderné fyzice. 2007 http://www-ucjf.troja.mff.cuni.cz/~dolezal/teach/semicon/semi_p. pdf [cit.24.4.2013]
- [6] HANSEN, P. C. The L-curve and its use in numerical treatment of ill-posed problems http://www.sintef.no/project/eVITAmeeting/2005/Lcurve.pdf [cit. 10.4.2013]
- [7] HOBZA, T. Matematická statistika. 2011.
 http://people.fjfi.cvut.cz/hobzatom/mast/ [cit. 12.4.2013]
- [8] HUMHAL, E. Numerická matematika. ČVUT v Praze, 2010.
- [9] LIMPOUCH, J. Úvod do numerické matematiky http://kfe.fjfi.cvut.cz/ ~limpouch/numet/foluvux/uvux.html [cit. 5.5.2013]
- [10] LIBRA, M.; MLYNÁŘ, J.; POULEK, V. Jaderná energie. ILZA Česká zemědělská univerzita, Praha, 2012.
- [11] LÖFFELMANN, V. Tomografie měkkého rentgenového záření pro řízení tokamaku v reálném čase. ČVUT v Praze, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, 2012, bakalářská práce.http://fttf.fjfi.cvut.cz/StPrace/ Bakalarky/2012/LoffelmanViktor.pdf, [cit. 7.5.2013]

- [12] MLYNAR, J. et al. Neutron Spectra Unfolding with Minimum Fisher Regularization - International Workshop on Fast Neutron Detectors University of Cape Town, South Africa, 2006. http://pos.sissa.it/archive/ conferences/025/063/FNDA2006_063.pdf [cit. 15.4.2013]
- [13] NGUYEN, N. C. A Note on Tikhonov Regularization of ill-posed problems. http://www.mit.edu/~cuongng/Site/Publication_files/Tikhonov06.pdf [cit. 12.3.2013]
- [14] ODSTRČIL, M. Tomografie plazmatu na tokamaku COMPASS. ČVUT v Praze, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, 2010, bakalářská práce. http://fttf.fjfi.cvut.cz/StPrace/Bakalarky/2010/OdstrcilMichal. pdf [cit. 3.4.2013]
- [15] ORDUNA, R. G. et al. Monitoring the Leakage of 3,0 MeV and 14,7 MeV Protons from a Fusion Plasma. Nuclear Instruments & Methods in Physics Research - Section A 632, 2011. http://www.iop.org/Jet/fulltext/ EFDP10028.pdf [cit. 15.6.2013]
- [16] RUMORE, M. R. The scintilletion light yield per MeV of deposited energy in CF₄ using photosensitive detector. 2011 http://www.wpi.edu/Pubs/E-project/Available/ E-project-011011-131416/unrestricted/Rumore_MQP.pdf [cit.24.4.2013]
- [17] ÚLEHLA, I.; SUK, M.; TRKA, Z. Atomy, jádra, částice. Academia, Praha, 1990.
- [18] WESSON, J. Tokamaks. Oxford University Press, New York, 2004.
- [19] ZVARA, I.; POVINEC, P.; SYKORA, I. Determination of very low level of radioactivity. 1994 http://pac.iupac.org/publications/pac/pdf/1994/pdf/ 6612x2537.pdf [cit. 3.5.2013]

Přílohy

Příloha A

Obsah CD

Na přiloženém nosiči CD se nachází elektronická verze této práce, použité zdrojové kódy programů a animace závislostí.

bak_prace.pdf		elektronická verze této práce
$\backslash \texttt{Python}$		složka se zdrojovými kódy v jazyce Python
	mfru.py	řídící soubor programu na rekonstrukci spekter
	umfrn.py	samotný algoritmus MFR
	solve.py	algoritmus pro řešení soustavy rovnic
	GUI.py	zdrojový kód grafického rozhraní
	multithread.py	paralelní řešič
	generator.py	generátor syntetických dat
$\$ data		matice odezvy s komentářem
$\$ animace		animace závislosti spektra na reg. parametru
\grafy		grafy použité i nepoužité v textu