

**České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská**

Katedra fyziky
Obor: Fyzikální inženýrství
Zaměření: Fyzika a technika termojaderné fúze



**Měření hustoty plazmatu metodami mikrovlnné
interferometrie**

**Measurement of plasma density using microwave
interferometry methods**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Michael Matějů
Vedoucí práce: Ing. František Žáček, Csc.
Školní rok: 2007/2008

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW, atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne.....

.....
podpis

Poděkování

Děkuji Ing. Františku Žáčku, Csc. za trpělivé a ochotné vedení mé bakalářské práce, za návrhy které ji obohatili i za čas strávený obecnými otázkami termojaderné fúze i experimentu.

Michael Matějů

Název práce:

Měření hustoty plazmatu metodami mikrovlnné interferometrie

Autor: Michael Matějů

Obor: Fyzika a technika termojaderná fúze

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Ing. František Žáček, CSc., oddělení Tokamak, Ústav Fyziky Plazmatu, Akademie věd České Republiky, v.v.i.

Abstrakt: Práce si vzala za cíl opět postavit a otestovat (kalibrovat) 4mm interferometr používaný na tokamaku CASTOR, aby mohl být používán jako školní interferometr na katedře fyziky fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské. Funkčnost interferometru jsme vyzkoušeli při měření indexu lomu plastového materiálu, ve tvaru pravítka (o předpokládaném indexu 1,6). Práce dále shrnuje základní poznatky o šíření vln a v úvodní kapitole práce shrnuje pokroky a důvody termojaderného výzkumu.

Klíčová slova: plazma, elektromagnetická vlna, úhlová frekvence, interferometr, diagnostika, index lomu, elektronová hustota, fáze, změna fáze, fázový posun, tokamak

Title:

Measurement of plasma density using microwave interferometry methods

Author: Michael Matějů

Abstract: The goal of this work was to complete and to test 4mm interferometer to use it as school interferometer in department of physics at faculty of nuclear sciences and physical engineering, which had been used on tokamak CASTOR. The functionality of the interferometer was tested by measuring of index of refraction of plastic material, in the shape of ruler (of presumptive index of refraction 1,6). The work summarizes basic knowledge of wave radiation. In the first chapter is summarized progresses and reasons thermonuclear research.

Key words: plasma, electromagnetic wave, angular frequency, interferometer, diagnostic, index of refraction, electronic density, phase, phase change, phase difference, tokamak

Obsah

Úvod	7
1. Úvod do Fúze, cíle a záměry	8
1.1. Historie a Ekologie	8
1.2. Energie Budoucnosti	8
1.3. Úvod do řízené termojaderné fúze	10
1.3.1. Různé přístupy	13
2. Elektromagnetické vlny	18
2.1. Šíření vln v disperzním prostředí	18
2.2. Šíření vln v anizotropních prostředích	19
2.3. Vlny v magnetoaktivní plazmatu	23
2.4. Vlny v plazmatu 2	24
2.5. Mezní frekvence a resonance	29
2.6. Polarizace vln	30
3. Interferometrie a vlastní experiment	31
3.1. Ohraničené homogenní plazma	32
3.1.1. Model jednovrstvého prostředí	32
3.1.2. Model třívrstvého prostředí	33
3.2. Nehomogenní plazma	33
3.2.1. Jednorozměrný případ	34
3.2.2. Měření střední hustoty v plazmatickém válci	35
3.3. Experiment a výsledky	36
Závěr	
Literatura	
Seznam často používaných zkratk	

Úvod

Z důvodů docházejících nerostných surovin (ropa, uhlí, uran) se lidstvo snaží najít jiné zdroje energie. Jedním z těchto „pokusů“ je i termojaderná elektrárna. Další pokusy o nalezení budoucího zdroje energie, popsané v kapitole 1.2, jsou více či méně reálné, či v blízké budoucnosti dostupné. Výzkum termojaderné fúze pokročil zatím nejdále a proto je to zdroj budoucnosti, ke kterému upíráme své naděje. Její princip je založen na syntéze lehkých jader. Přes technologickou náročnost a téměř „hvězdnou“ energii dodanou k vytvoření podmínek pro zážeh vlastního spalování se jedná o do budoucna nejpříjemnější řešení naší i světové energetiky. Kromě toho je fúzní elektrárna nejen bezpečná (ze samotného principu), ale i šetrná k životnímu prostředí.

Rozvoj vědy a vysoká úroveň výzkumu například kolektivních procesů plazmatu, plasmatických zařízení různých rozměrů, interakce svazků částic (ať už elektronů, iontů, či neutronů) s plazmatem, interakce elektromagnetických vln s plazmatem, vznik nestabilit, difúze částic a samozřejmě metody měření parametrů plazmatu, přispělo k rozšíření znalostí o vlastnostech plasmatického prostředí. Je třeba dobře znát plasma na základě měřitelných parametrů, zejména elektronové hustoty, teploty a srážkové frekvence částic plazmatu. Elektronová hustota se určuje ze změny fázového posuvu $\Delta\varphi$ rovinné elektromagnetické vlny při průchodu měřeným plazmatem. Cílem této práce je nastínit principy této metody. A demonstrovat tuto metodu na 4mm interferometru, který sloužil jako diagnostický prostředek na tokamaku CASTOR.

Kapitola 1

Úvod do fúze

1.1 Historie a ekologie ve fúzi

Začátky jaderného výzkumu vedou k Ernestu Rutherfordovy, který roku 1911 objevil atomové jádro. Později, roku 1919, ostřeloval jádro dusíku alfa částicemi za vzniku protonu a kyslíku. Dalšími pokusy se zabýval ruský fyzik George Gamow, který přispěl svojí teorií tunelového efektu. Roku 1932 Cockroft a Walton provedli první fúzní reakci Lithia a protonu za vzniku 2 α -částic dále lithia a protonu za vzniku α -částice a helia. Později, 1934, byla v Cavendishově laboratoři uskutečněna první fúzní reakce Oliphantem, Rutherfordem, Harteckem. Toto odvětví na chvíli upadlo, aby se roku 1958 na druhé Ženevské konferenci znovu otevřelo v rámci mírového použití jaderné energie. Tento výzkum se štěpí na odvětví inerciální fúze a stacionárního magnetického udržení. Roku 1973 byla uzavřena dohoda pro zahájení návrhu pro „velký“ tokamak JET. Stavba byla odhadnuta na 12 let, počínaje 1. červnem 1978 [9,11]. Roku 1985 Rusko nabízí USA spolupráci na projektu ITER. O tři roky později se přidalo Japonsko a Evropa. A roku 1998 vznikl „Final Design Report“, dle něhož měl mít ITER výkon 1500 MW. Po finančních problémech, po odstupu USA od projektu, vzniká roku 2001 menší projekt ITER-FEAT s výkonem 500MW. Dnes se ITER staví ve francouzském Cadarach.

Ze statistik energetického ústavu vyplývá, že z celkového počtu surovin, které má ČR k dispozici se na výrobě elektřiny podílí 1,1 % ropy, uhlí 55,5 %, plyn 4,7 % a JE 33,3 %. Tyto údaje jsou z dokumentu ministra obchodu a průmyslu [16]. Oproti 9 % jaderné energetiky z roku 2002 je to nárůst [9, 10, 11, 15]. Předpoklad do roku 2030 je pak nárůst na 38,6 %. I jaderné palivo v jaderných množivých reaktorech, které dokáží zužítkovat jaderné palivo přibližně 60x lépe je omezené. Co se týče obnovitelných zdrojů, ty v roce 2005 tvořily 5,6 %. Do roku 2030 se pak počítá s 15,7 % spotřeby primárních zdrojů tvořených z obnovitelných surovin. Co se týče českých podmínek [13,15], tak v Čechách podle dlouhodobého měření Českého Hydrometeorologického Ústavu na 300 stanicích je pouze u 6 stanic průměrná roční rychlost větru větší než 6 m/s. Komerčně využitelné větrné elektrárny o výkonu 300-500 kW jsou optimalizované na rychlost větru 8-12 m/s. Tedy lze počítat s lokálními větrnými elektrárnami mimo veřejnou elektrizační soustavu. U vodních zdrojů je situace podobná, v Čechách díky omezeným spádům a průtokům řek nelze stavět další velké vodní elektrárny. Je možné stavět menší lokální elektrárny, které slouží buď pro vlastní spotřebu provozovatele, či pomáhá lokálním sítím nízkého napětí.

Zatím se v blízké budoucnosti nepočítá s energií fúzní, která má před sebou podle některých odhadů ještě 50-60 let. Tě stačí velmi málo zdrojů k produkci velkého množství energie bez zatížení životního prostředí.

1.2 Energie budoucnosti

V několika řádcích bych chtěl zmínit jaké má lidstvo vyhlídky do budoucna, co se energie týče. Některé jsou méně či více proveditelné. V kapitole 1.3 se budu více rozepisovat o termojaderné fúzi jakožto zdroji energie, který je takřka na dosah. Výzkum

v této oblasti probíhá od 50. let a předposledním krokem před vlastní termojadernou elektrárnou se zdá být právě stavěný mezinárodní termojaderný reaktor ITER v Cadarashi.

V souvislosti s energetikou je často zmiňovaná energie zelená, konkrétně větrná. Je odhadováno, že největší, nejsilnější a nejsouvislejší proudy vzduchu vanou ve velmi vysokých výškách. Dokonce se tvrdí, že dvě třetiny větrné energie jsou v horní troposféře, tedy za hranici dosahu dnešních větrných elektráren. Ken Caldeira z Carnegiova institutu ve Washingtonu udělal měření výkonu větru v závislosti na zeměpisné poloze, výšce a ročním období. Tato měření probíhala v asi 10 kilometrech nad zemí na severní polokouli, v Evropě, Číně, USA a Japonsku. Z výsledků vyplývá, že vítr dosahuje výkonu mezi 5000 až 10 000 wattů na čtvereční metr. Na stolech několika společností leží návrhy na specializované větrné farmy.

Jednen z návrhů pochází z pera společnosti Magenn Power v Ottavě. Jedná se o rotační heliem naplněné generátory, které se za pomoci Magnusova jevu budou vznášet 122 metru nad zemí, kde by měly produkovat asi 4000 wattů, které se přes lana a kabeláž budou posílat na zem. Cena tohoto zařízení by měla být 10 000 dolarů. Do roku 2010 se plánuje výrobu takových letících jednotek o výkonu 1,6 megawattu. Dalším návrhem se zabývá firma Sky Wind Power v Kalifornii. Tato firma se zabývá výzkumem a tvorbou vrtulníků a proto její návrh je postaven na k sobě sešroubovaných čtyřech vrtulích o celkové rozloze fotbalového hřiště. Tento stroj, stejně jako předchozí, by měl vystoupat do výšky 10 kilometrů. Poslední návrh má na svědomí astronaut Wubboem Ockelsem se svými studenty v Delfské universitě v Nizozemí. Jedná se o projekt Laddermill, který k sobě poutá několik padákových či obyčejných křidel, které tak vytvářejí „žebřík“, který pohybuje generátorem. Simulace ukazují, že by tento projekt mohl generovat až 50 megawattů.

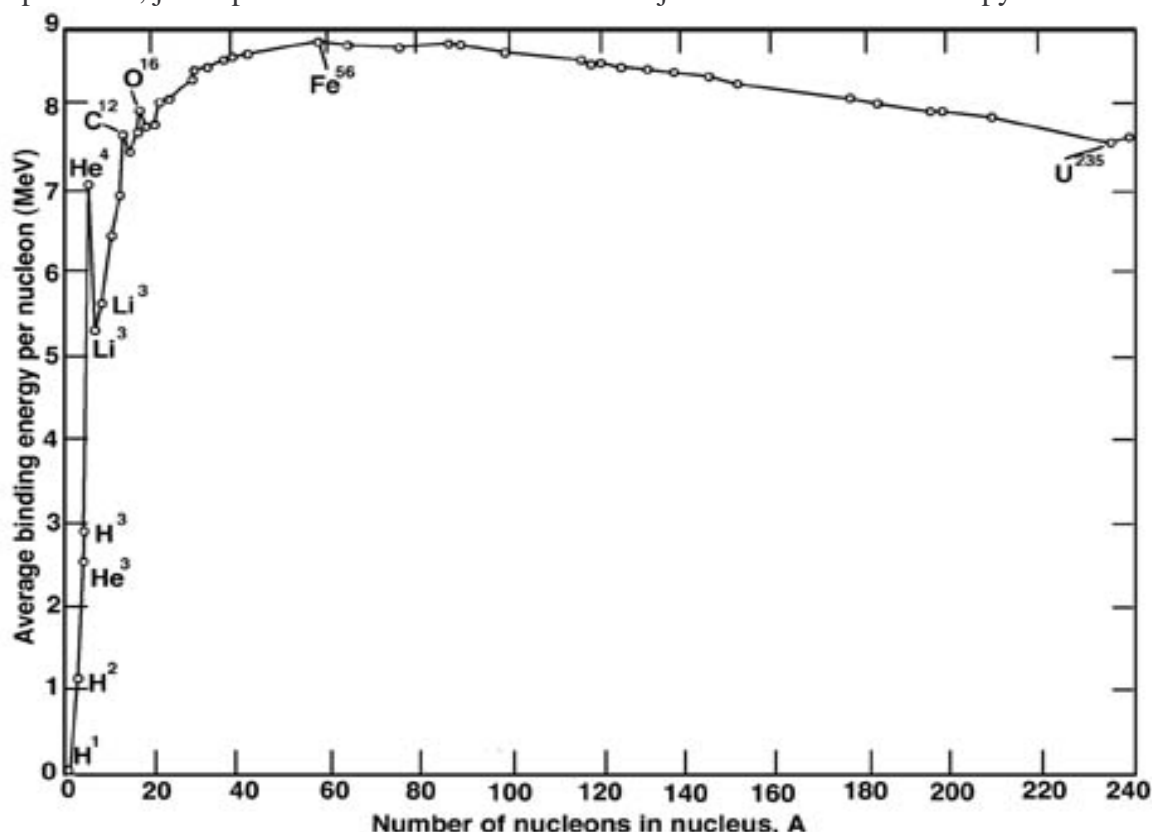
Mezi další zelené energie patří solární. Před lety vznikl návrh na vytvoření geostacionární družice, která by byla tvořena solárními panely, které by měly sbírat sluneční energii a pomocí laseru ji posílat na zem. Nevýhodou ovšem je, že poměr výkonu k užitečné zátěži zůstává při několika stech wattech na kilogram stále příliš nízký. Účinnost je také příliš malá, pohybuje se do 19 procent. Budoucí možná perspektiva tkví v tom, že se zlepší účinnost, či se zlevní cena za kilogram vynesení do vesmíru.

Zlepšení účinnosti by měly pomoci solární nanočlánky [12]. Bude se jednat o ultratenké filmy poseté kvantovými tečkami, jejichž výrobní cena je velmi nízká. Kvantová tečka dokáže až sedmkrát zlepšit účinnost. Zatím jen teoreticky. Další překážkou je, že jsou tvořeny z olova, selenu či kadmia, tedy materiálů škodlivými pro životní prostředí. Společnost Nanosolar staví v San Franciscu továrnu na solární články z kvantových teček. Jeho výzkum dotuje energetický gigant Shell. Kalifornskému technologickému institutu pak zase přispívá BP.

Mezi další budoucí zdroje zelené energie by měli být přílivové elektrárny. Několik jich již stojí, např. 240 MW elektrárna ve Francii [18], 20 MW elektrárna v Nova Scotia, 40 kW elektrárna v Číně... Velká Británie má před sebou nyní projekt, který má přehradit ústí Severnu, kde je největší příliv na světě a v době přílivu či odlivu by měla produkovat 8,6 GW, říká studie provedená v roce 2007 britskou vládou. Celý projekt tak zvané Severenské bariery by měl stát 25 miliard liber.

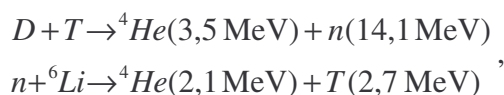
1.3 Úvod do řízené termojaderné fúze

Jak již bylo řečeno, zdrojem pro termojaderný reaktor bude deuterium, těžký vodík, izotop vodíku s jedním neutronem navíc. Dále tritium, izotop vodíku se dvěma neutrony navíc. Na následujícím obrázku je vidět, proč zrovna tyto prvky a ne jiné. Na ose X je počet nukleonů v jádře a na ose Y je pak vynesena průměrná vazebná energie. Tato křivka má dvě důležitá minima. Jedno, námi již dlouho využívané – v bodě 235, tedy v prvku U^{235} . Toto minimum nám slouží při štěpných reakcích. Druhé minimum je pak v bodě 1, tedy v prvku H^1 , jehož používáme ve fúzních reakcích s jeho dalšími dvěma izotopy.



Obr. 1 Průměrná vazebná energie na nukleon

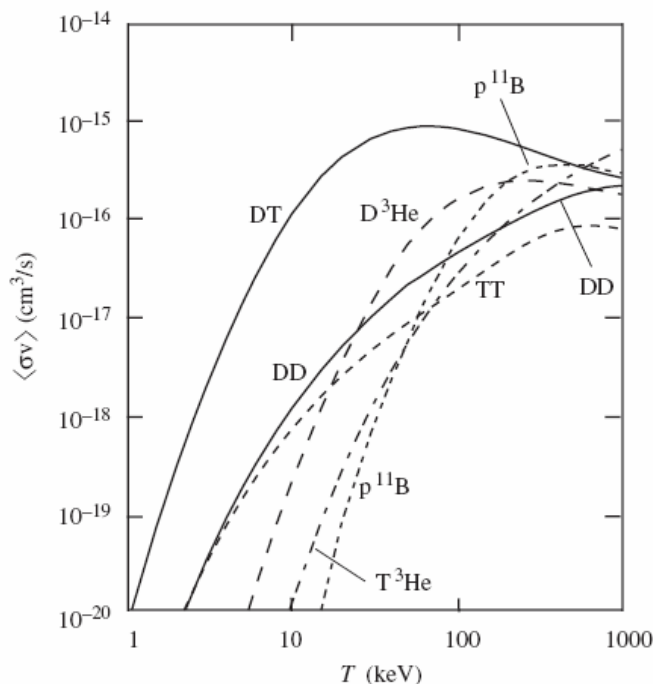
Reakce, která bude pohánět první generaci reaktorů je



kde D značí deuterium, T tritium. Ačkoli má tato reakce nejnižší požadavky na parametry plazmatu, valná část energie je odváděna neutrony z první reakce. Druhá reakce probíhá mimo plasma a zároveň s reakcí $n + {}^7\text{Li}$, která na rozdíl od uvedené reakce energii spotřebovává. ${}^7\text{Li}$ je asi 92,5 % a produkuje kromě tritia i další neutron. Touto reakcí si reaktor pro sebe vytváří dostatečné množství tritia. Ze zákona zachování hybnosti dostaneme, že energie, která je neutrony odnášena je asi 4/5 energie celkové. Tato energie je zachytávána tepelným okruhem. A přes Carnotův cyklus pak z ní získáváme energii elektrickou. Krom toho, tyto rychlé neutrony, ježto jsou nenabitě a tudíž magnetickým polem nezachytitelné, poškozují vlastní torus. Tyto jsou zachycovány v plášti obalujícím vlastní reaktor, který je tvořen lithiem. Poté z druhé uvedené reakce a z jí podobně reakce s

${}^7\text{Li}$ se reakcí rychlých neutronů s lithiem vytváří tritium, které je pak posíláno zpět do reaktoru jako palivo [11].

Na následujícím obrázku, kde na ose X je vynesena teplota a na ose Y je pak účinný průřez je vidět, že reakce, která by pro nás byla taktéž velmi zajímavá je DD. Tato reakce má však vyšší nároky na plazma při nižším účinném průřezu. Proto v nyní stavěném reaktoru ITER budou probíhat DT reakce, které při nižších teplotách mají velký účinný průřez – to značí, pravděpodobnost srážek.



Obr. 2 Závislost průměrného účinného průřezu na teplotě

Reakcí



kde jen asi 34 % energie obsahují rychlé neutrony, avšak požadavky na vlastní plazma jsou výrazně vyšší.

Všechny částice, které jsme uvedli jsou kladně nabitě, jsou to ionty. Vlastní fúzi částic brání Coulumbovská odpudivá síla. Tuto sílu je možno překonat vysokou rychlostí srážejících se částic. Zároveň je potřeba, aby plazma bylo dostatečně husté, aby pravděpodobnost srážek vedoucích k fúzi byla dostatečně vysoká. Zároveň je potřeba, aby čas udržení energie plazmatu v takto nastavených podmínkách byl dostatečně dlouhý, aby se statisticky stačilo provést dostatečné množství reakcí. Ty v ideálním případě uvolní dost energie, která pokryje výdaje na vlastní ohřev, na pokrytí.

Toto lze popsat následující energetickou rovnicí – podmínkou rovnováhy pro stacionární stav

$$P_L = P_I + P_H,$$

kde P_L je výkon ztrát, P_I je vlastní zdroj ohřevu uvnitř plazmatu a P_H je vnější ohřev.

Obecně pak platí

$$P_L + \frac{dW_P}{dt} = P_H + P_I,$$

kde W_P je celková tepelná energie plazmatu (za předpokladu úplné ionizace vodíku bez jakýchkoliv příměsí a stejné teploty iontů i elektronů)

$$W_P = 3n\overline{T}k_B V,$$

kde k_B je Boltzmanova konstanta, T je teplota, n je počet částic, V je objem. Vlastní zdroj plazmatu v případě DT reakce je energie unášená α -částicemi. Předpokládáme, že z nich energii dokážeme získat k ohřevu všechnu. Pak

$$P_I = P_\alpha \approx \frac{1}{5} P_f,$$

kde P_f je fúzní výkon. Hustotu fúzního výkonu je definována

$$p_f = n_D n_T \langle \sigma v \rangle E_{DT},$$

kde E_{DT} je energie v jedné reakci, $\langle \sigma v \rangle$ je účinný průřez, n_i je počet i -částic v reakci. Za předpokladu, že $n_D = n_T = n/2$, kde n je počet všech částic, zřejmě platí

$$P_f = \int_V p_f dV = \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma v \rangle E_{DT} V.$$

Dobu udržení pak definujeme jako

$$\tau_E = \frac{W_E}{P_L},$$

Pak po dosazení za P_L dostaneme následující rovnici

$$p_H + \frac{n^2}{4} E_\alpha \langle \sigma v \rangle = \frac{3nk_B T}{\tau_E} + 3 \frac{dnk_B T}{dt},$$

kde $p_H = \frac{P_H}{V}$, $E_\alpha = \frac{1}{5} E_{DT}$. Chceme, aby se plazma udržovalo samo, tedy chceme takzvané „zapálení“ (ignition), což pro nás znamená, že při $P_H = 0$

$$P_\alpha \geq \frac{W_P}{\tau_E},$$

odtud pak již snadno dostaneme

$$\frac{n^2}{4} \langle \sigma v \rangle E_\alpha \geq \frac{3nT}{\tau_E},$$

za předpokladu, že n a T jsou konstantní. Upravíme –li tuto rovnici, dostaneme již známe Lawsonovo kritérium pro DT reakci

$$n\tau_E \geq \frac{12}{\langle \sigma v \rangle} \frac{T}{E_\alpha}.$$

Pro představu uvádíme minimální hodnotu $n\tau$ potřebnou pro D-T reakci, $n\tau \geq 1,5 \cdot 10^{20} m^{-3} s$.

Kvalitativně lze plazma, resp. fúzní reakce v reaktoru probíhající, popsat faktorem Q , který se také nazývá faktorem zesílení výkonu (power amplification factor, ang.). Důvod je zřejmý z definice

$$Q = \frac{P_f}{P_H},$$

kde v čitateli je výkon plazmatu – fúzní výkon, a ve jmenovateli je výkon ohřívající plazma – vnější ohřev. Je zřejmé, že cílem je dosáhnout hodnoty $Q = \infty$. Znamená to, že jmenovatel jde k nule a plazma samo hoří a udržuje se. To je stav „zapálení“. Pro DT reakce je důležitý bod $Q = 5$, z důvodu, že ohřev α -částicemi se vyrovnává vnějšímu ohřevu. Pro ITER je naplánováno $Q = 10$ a předpokládaný provoz reaktorů bude s $Q = 80$. Problémy spojené s vývojem a výrobou termojaderného reaktoru jsou spojeny s

1. udržení plazmatu,
2. ohřevem plazmatu,
3. vlastní projekt reaktoru bez ohledu na plazma.

V prvním bodě se podle Lawsonova kritéria odlišují dva principy: stacionární magnetické udržení magnetickým polem s charakteristickými hodnotami $n \approx 10^{20} m^{-3}$ a $\tau \approx 5 s$, a inerciální udržení s $n \approx 10^{32} m^{-3}$ a $\tau \approx 10^{-11} s$. Zmínil bych se ještě o dvou oblastech, ve kterých vývoj pokročil velice velmi, a to v diagnostice plazmatu a v čistotě plazmatu. Co se diagnostiky týče, je této oblasti věnována tato práce. Jen diagnostice pomocí mikrovln. Na měření dalších vlastností plazmatu se dále používají plazmové vlny, vnitřní sondy nebo například částicové svazky. A protože atomy s vysokým atomovým číslem svým zářením způsobují velmi velké ztráty, je otázka čistoty plazmatu experimentální problém mimořádné důležitosti.

1.3.1 Různé přístupy

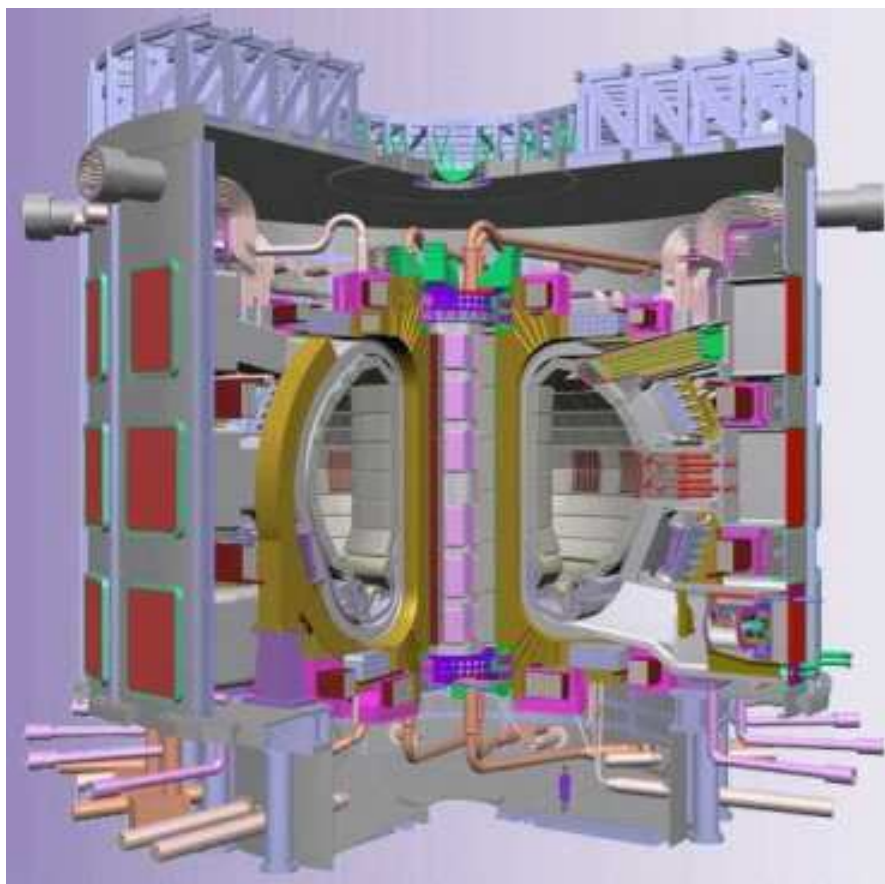
Od začátku, co se lidé snaží o termojadernou fúzi, bylo vyzkoušeno několik různých přístupů. Často i velice nestandardních, jako například studená fúze. Dnes vykrytalizovaly 4 hlavní směry, kterými se výzkum upírá. Jsou to uzavřené systémy (torusy), otevřené systémy (magnetická zrcadla), ϑ -pinč a lasery (inerciální udržení).

Zmíním se tu jen krátce o několika typech, jejich rozbor není cílem této práce a další informace o nich lze nalézt například v [3, 11].

Torusy

V uzavřených systémech jako jsou torusy, zůstávají magnetické siločáry uvnitř systému. Lze ukázat, že v jednoduchém torusu, ve kterém jsou siločáry kruhové a uzavřeny do sebe se magnetické pole mění nepřímo úměrně poloměru torusu [3]. Díky tomu mají částice nestejný Larmorův poloměr na protějších stranách svých orbitů. Ionty a elektrony driftují v tomto magnetickém poli důsledkem odstředivé síly každý na opačnou stranu a tím vzniká vertikální elektrické pole E . Díky tomuto elektrickému poli se všechny částice pohybují ve směru $E \times B$ ven z toroidu. To vede ke ztrátám. Tomu lze zabránit tím, že stočíme magnetické siločáry v torusu. Důsledkem toho pak je, že částice, která se v horní polovině toru pohybovala vzhůru přibližující se ke stěně torusu, se po projití podél siločar do dolní půlky toru bude stále pohybovat směrem vzhůru, ale bude se přibližovat ke středu. Bude – li tepelný pohyb rychlejší než pohyb driftový, ustředí se poloha částice po mnohém projití ve stejné poloze.

Podle toho, jakým způsobem se zkroutí siločáry v plazmatu se rozdělují toroidální systémy. Proudem uvnitř plazmatu se vyznačují Tokamaky¹.



¹ Z ruského TOK A MAgnytnyje Katušky – v překladu právě „proud a magnetické cívky“, ovšem setkal jsem se i s jiným výkladem akronymu – TOroidalna KAMERA s MAgnytnymi Katuškami

Obr. 3 Tokamak

Vnější deformací stěny (vlastního torusu) a cívek je charakteristický Stellerator².



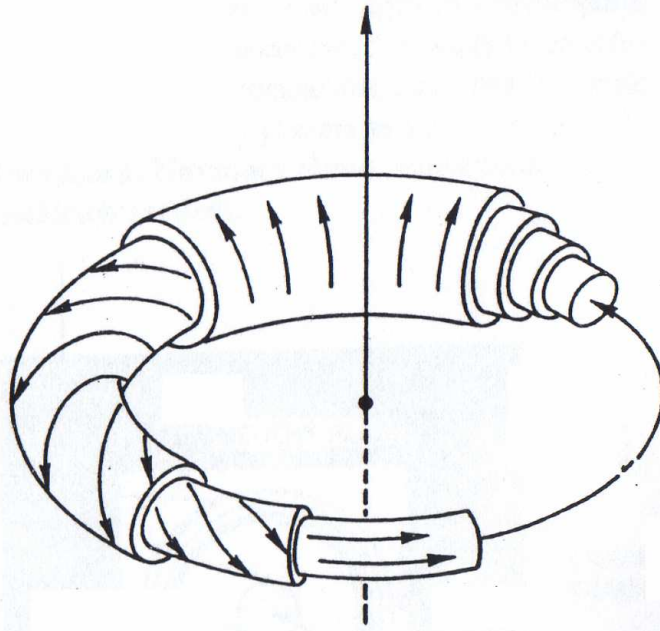
Obr. 4 Stellerator

Protože magnetické pole objímající torus je zakřivené, vzniká při pohybu částice podél siločar odstředivá síla. Tato odstředivá síla způsobuje nestabilitu systému.

Protože plazmatem protéká proud (ať už kvůli ohřátí plazmatu, nebo kvůli stočení siločar) může vzniknout elektrostatická a elektromagnetická nestabilita. Přičemž elektrostatická nestabilita má příčinu v posunutí středů v rozdělovacích funkcích iontů a elektronů. A elektromagnetická nestabilita je dána tím, že proud protékající plazmatem ve směru primárního magnetického pole si vytváří vlastní poloidální magnetické pole, které je v zakřivení na vnitřní straně více „nahuštěné“. Magnetický tlak pak způsobí, že tlačí plasma ke stěnám. A poslední možná nestabilita je dána rozdílností driftových rychlostí elektronů a iontů.

Nestabilitám lze samozřejmě předcházet. Stěžejní metoda pro stellerátory a tokamaky - metodu střížného magnetického pole. Znamená to, že úhel sklonu magnetických siločar se mění s poloměrem torusu.

² Z anglického Stella - hvězdný

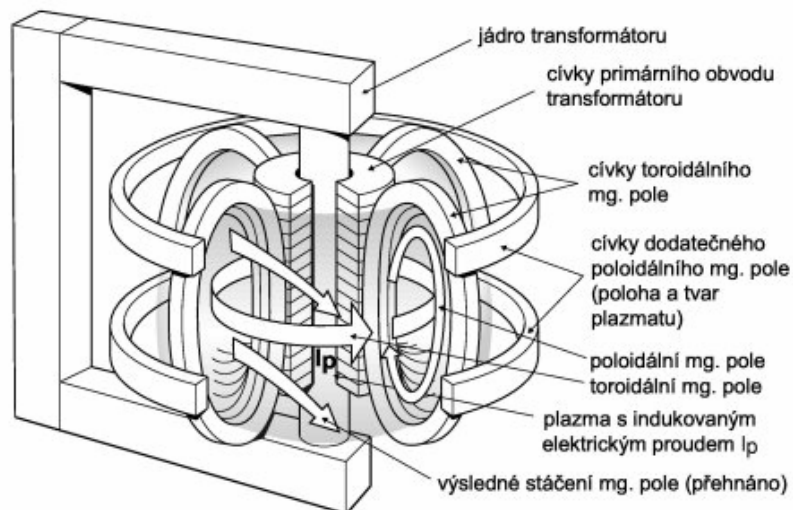


Obr. 5 Střížné magnetické pole

V ose je čistě toroidální a na okrajích čistě poloidální. Střížné pole je účinné proti uvedeným nestabilitám, protože porucha rostoucí z jednoho poloměru do druhého se setkává s magnetickými siločarami majícími jiný sklon. Pro tyto poruchy je pak nesnadné se šířit dále.

Jak již bylo řečeno, rotační transformace i střížné pole je v stellarátoru vytvářeno vnějším vinutím (tedy vlastní deformací cívek a pláště stellarátoru). Magnetické siločáry v stellarátoru vytvářejí magnetické povrchy do sebe zasunuté, tvořící „vrstvy“. Povrchem myslíme, že budeme –li dost dlouho sledovat nějakou siločáru, zjistíme, že částice jsou drženy na tomto povrchu. Teorie rovnovážného a stabilního stavu je pro takové uspořádání značně složitá. Určitých zjednodušení lze dosáhnout variačním počtem (podle variačního principu energie se energie systému plazma-magnetické pole u stabilní poruchy zvyšuje, u nestabilní snižuje). Složitost systému je tak velká, že se nedaří udržet plazma. Několik důvodů proč tomu tak je, je, že střížnost pole nedostačuje k tomu, aby zabránila poruchám; systém není symetrický vůči hlavní ose a může tak vzniknout nesymetrické elektrické pole, které způsobí přecházení částic z jednoho magnetického povrchu na jiný; malé závady magnetického pole, mohou porušit siločáry a spojit tak několik magnetických povrchů.

Naproti tomu tokamak, který je symetrický vůči hlavní ose se lépe konstruuje, analyzují výsledky. Jedná se o zařízení se silným toroidální magnetickým polem doplněným o poloidální složku, která vytváří silný magnetický proud v plazmatu samém.



Obr. 6 Popis torusu

Zmíním se ještě o úkolech, které je potřeba zvládnout, a které stojí mezi současností a stojící termojadernou elektrárnou. A to i když zvládneme plasma dobře udržovat, a ohřívat.

Zejména stojí za zmínku z jakého materiálu tvořit stěny reaktoru. Požadavky na stěny vakuové komory vyžadují snadno dostupný materiál, velkou odolnost vůči vysokým teplotám (kdy je udáváno přibližně 1300°C), odolnost vůči tokům neutronů s energiemi 14 MeV, a aby se stěny neměnily po dopadu neutronů na radioaktivní materiály s dlouhou dobou života³.

Mezi další překážky je třeba zařadit lithiový plášť. Jak jsem již zmínil výše, jedná se plášť který obaluje reaktor a zachytává z reaktoru unikající neutrony. A díky rychlým neutronům pak z reakce $n + Li$ vytvářet tritium, které je pak do plazmatu vstřikováno. Mezi další neocenitelné funkce patří dobré chladicí vlastnosti. Naopak problém nastává při čerpání tekutých kovů napříč magnetickým polem.

Samotné vstřikování tritia a deuteria do torusu není snadný úkol a taktéž si vyžaduje velkou pozornost.

Mezi další problémy, se kterými se potýká výzkum, je možný únik radioaktivního tritia a následné ohrožení životního prostředí. Obávaný je difúzní únik do vody nebo atmosféry.

³ Materiál, který nejvíce vyhovuje požadavkům je niob, jenž je však vysoce radioaktivní a nastávají problémy s uskladněním

Kapitola 2

Elektromagnetické vlny

V této kapitole nastíním šíření vln v disperzním a anizotropním prostředí, jejich zjednodušení na homogenní prostor a obecné řešení. Zároveň budeme v této i následujících kapitolách uvažovat vysokofrekvenční přiblížení, tzn. kdy je kmitočet pole mnohem větší než vlastní kmitočet iontů v magnetickém poli (cyklotronový iontový kmitočet). Bude –li tomu jinak, upozorním na to.

2.1 Šíření vln v disperzním prostředí

Vlastnosti prostředí jsou dány materiálovými relacemi

$$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}), \vec{B} = \vec{B}(\vec{H}), \vec{j} = \vec{j}(\vec{E}).$$

V obecném případě, kdy veličiny v bodě pozorování jsou ovlivněny poli v dřívějším čase a jiných místech prostoru – jsou tedy časově a prostorově disperzní, lze tyto závislosti vyjádřit integrálem

$$D_i(t, \vec{r}) = \int_{-\infty}^t dt' \int \epsilon_{ij}(t, t', \vec{r}, \vec{r}') E_j(t', \vec{r}') d\vec{r}'$$
$$B_i(t, \vec{r}) = \int_{-\infty}^t dt' \int \mu_{ij}(t, t', \vec{r}, \vec{r}') H_j(t', \vec{r}') d\vec{r}',$$
$$j_i(t, \vec{r}) = \int_{-\infty}^t dt' \int \sigma_{ij}(t, t', \vec{r}, \vec{r}') E_j(t', \vec{r}') d\vec{r}'$$

kde t' je čas předcházející času měření t , \vec{r}' je obecný bod v prostoru jehož pole zaznamenáváme v \vec{r} . Rovnice se nám zjednoduší, uvažujme -li homogenní prostředí. To nám umožní vyjádřit materiálové charakteristiky jako funkce rozdílu souřadnic (časových i prostorových). Zavedeme

$$R = r - r', \tau = t - t'$$
$$dR = -dr', d\tau = -dt'$$

a předchozí vztahy převedeme na konvoluci:

$$D_i(t, \vec{r}) = \epsilon_{ij}(t, \vec{r}) * E_j(t, \vec{r})$$
$$B_i(t, \vec{r}) = \mu_{ij}(t, \vec{r}) * H_j(t, \vec{r}).$$
$$j_i(t, \vec{r}) = \sigma_{ij}(t, \vec{r}) * E_j(t, \vec{r})$$

Lze ukázat [4], že za pomoci Fourierovy transformace můžeme tuto konvoluci vyjádřit jako součin dvou funkcí.

$$D_i(\omega, \vec{k}) = \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) E_j(\omega, \vec{k}).$$

Kde $\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$ je tenzor komplexní permitivity, který nám podává informace o prostředí, a který se budeme snažit zjistit z měření.

2.2 Šíření vln v anizotropních prostředích

Anizotropie prostředí je určena danými materiálovými maticemi charakterizovanými tenzorem permitivity a permeability, ε_{ij} a μ_{ij} . Anizotropie je dána strukturou prostředí, či vnějším polem přiloženým k prostředí. Prostředí může být izotropní vůči jedné fyzikální veličině, vůči jiné už ne. Samotná anizotropie, má –li stejné vlastnosti ve všech bodech objemu, je homogenní. V opačném případě je nehomogenní. Plasma se anizotropním stává vložení do magnetického pole \vec{B}_0 .

Takové prostředí pak nazýváme magnetoaktivním. Je –li tenzorem permitivity a permeability je skalár, pak takové prostředí budeme nazývat *gyroelektrické*. To je například případ plazmatu v stejnosměrném magnetickém poli – tedy náš případ.

Uvedu zde některé obecné vlastnosti gyroelektrického anizotropního plazmatu. Máme tedy

$$\vec{D} = \vec{\varepsilon} \cdot \vec{E}, \vec{B} = \mu \vec{H}.$$

Budou –li se prostředím šířit monochromatické vlny, lze Maxwellovy rovnice zapsat následovně

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= -i\omega \vec{D}, \nabla \cdot \vec{D} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= i\omega \mu \vec{B}, \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{aligned}$$

Vyloučením \vec{H} , dostaneme vlnovou rovnici pro anizotropním prostředí (tedy jediná změna oproti izotropnímu prostředí je, že ε je zde tenzorem)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - \omega^2 \mu \vec{\varepsilon} \cdot \vec{E} = 0.$$

Protože naše amplituda vlny je úměrná $e^{ik \cdot r}$, můžeme vlnovou rovnici upravit na tvar

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) + \omega^2 \mu \vec{\varepsilon} \cdot \vec{E} = 0. \quad (1^*)$$

Tedy, abychom byli přesní, upravíme nejdříve Maxwellovy rovnice na tvar

$$\begin{aligned} \vec{k} \times \vec{H} &= -\omega \vec{D}, \vec{k} \cdot \vec{D} = 0 \\ \vec{k} \times \vec{E} &= \omega \mu \vec{B}, \vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \end{aligned}$$

Z nichž poté vyloučením vektoru \mathbf{H} dostaneme hledanou vlnovou rovnici (1*). Na tento tvar se dostaneme, pokud si přepíšeme operátor nabla následovně

$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial \xi} \vec{n},$$

kde \mathbf{n} je jednotkový vektor ve směru šíření, a $\xi = \vec{r} \cdot \vec{n}$, kde \mathbf{r} je polohový vektor. Pak

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\partial}{\partial \xi} (\vec{n} \cdot \vec{E}) \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= \frac{\partial}{\partial \xi} (\vec{n} \times \vec{E}) \end{aligned}$$

Odtud pak již snadno dostaneme

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= \frac{\partial}{\partial \xi} (\vec{n} \times \vec{E}) = \vec{n} \times \frac{\partial}{\partial \xi} \vec{E} = \vec{n} \times \frac{\partial}{\partial \xi} (E \cdot \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)]) = \\ &= \vec{n} \times \frac{\partial}{\partial \xi} (E \cdot \exp[i(k \cdot \vec{n} \cdot \vec{r} - \omega t)]) = \vec{n} \times \frac{\partial}{\partial \xi} (E \cdot \exp[i(k \cdot \vec{\xi} - \omega t)]) = \\ &= \vec{n} \times (ik \vec{E}) = i(\vec{n} k \times \vec{E}) = i(\vec{k} \times \vec{E}) \end{aligned}$$

Pro divergenci dostaneme analogicky

$$\operatorname{div} \vec{E} = i\vec{k} \cdot \vec{E}.$$

Sestavení Maxwellových rovnic s vektorem \mathbf{k} je již snadné.

Za pomoci vlnové rovnice (1*) můžeme určit fázovou rychlost⁴ šíření elektromagnetických vln v anizotropním prostředí v závislosti na \vec{k} , resp. pro nás zajímavější je závislost na \vec{n} ⁵, kterou dostaneme upravením rovnice (1*) na tvar

$$\vec{n} \times \vec{n} \times \vec{E} + \vec{\epsilon}_r(\omega, \vec{k}) \cdot \vec{E} = 0. \quad (2^*)$$

a přepsáním vlnové rovnice (2*) do složkového tvaru

$$(n^2 \delta_{ij} - n_i n_j - \epsilon_{ij}) E_j = 0,$$

a položením determinantu této soustavy roven nule (chceme netriviální řešení soustavy)

$$\left| n^2 \delta_{ij} - n_i n_j - \epsilon_{ij} \right| = 0$$

⁴ která je definována následovně $v_f = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{k}$

⁵ dosazením $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$, a $\mu_r \approx 1$

Odtud už dostaneme hledanou závislost.

Z Maxwellových rovnic

$$\begin{aligned}\vec{k} \times \vec{H} &= -\omega \vec{D}, \vec{k} \cdot \vec{D} = 0 \\ \vec{k} \times \vec{E} &= \omega \mu \vec{B}, \vec{k} \cdot \vec{B} = 0\end{aligned}$$

vyplývá, že vektory $\vec{k}, \vec{D}, \vec{H}$ jsou vzájemně kolmé a zároveň $\vec{E} \perp \vec{H}$. Což znamená, že vektory \vec{k}, \vec{D} a \vec{E} leží v téže rovině. Zároveň vektory \vec{D} a \vec{E} nejsou kolineární, neboť $D_i = \epsilon_{ij} E_j$. Protože vektory \vec{H}, \vec{D} jsou kolmé na vektor \vec{k} , leží v rovině čela vlny. Ale vektor \vec{E} v ní neleží. Odtud pak už vyplývá, že směr šíření toku energie, definována Poyntingovým vektorem⁶, není stejný s vlnovým vektorem \vec{k} . Budou se tak různit směry šíření toku energie a vektoru \vec{k} . Znamená to, že se budou různit směry fázové a grupové rychlosti⁷.

Pod vlivem EM pole vznikne v plazmatu prostorové rozdělení náboje, které bude vyvolávat kmity hustoty náboje o kmitočtu

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0}, \quad (3^*)$$

kde N je elektronová hustota, e je náboj elektronu, m je elektronová hmotnost a ϵ_0 permitivita vakua. Pro kterou $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1}$. ω_p je elektronový plasmový kmitočet.

Tensor komplexní permitivity se započítáním srážek a tepelného pohybu lze získat po vyřešení Maxwellových makroskopických rovnic společně s linearizovanou kinetickou rovnicí. Vlastní tensor je i jeho dosažení je velmi složité a přesný tvar tohoto několikastránkového tenzoru lze nalézt v [1]. Určité zjednodušení nám přinese předpoklad nerelativističnosti plazmatu a předpoklad maxwellovské rozdělovací funkce. V případě slabé prostorové disperze lze tensor komplexní permitivity ještě zjednodušit. Bude se pak jednat o hermitovský tensor⁸, kde tlumící členy jsou zahrnuty v komplexní části prvků tenzoru – antihermitovské části tenzoru. Uvážení tepelného pohybu se projevilo v antihermitovské části. Srážky jsou tu jen Coulombovské, srážky s neutrály zanedbáváme (případ slabě disperze).

Položením teploty $T=0$, dostaneme tensor studeného bezesrážkového plazmatu (antihermitovské části vypadnou, jsou závislé na tepelném pohybu). Tensor studeného bezesrážkového plazmatu lze získat i z pohybové rovnice jedné částice. Nastíním toto odvození [3].

⁶ kde Poyntingův vektor $S = \vec{E} \times \vec{H}$

⁷ pro kterou $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

⁸ hermitovský tensor – čtvercová matice nad prostorem komplexních čísel, pro kterou $A^* = A$, kde A^* je matice sdružená. Více v [pytlíček skripta]

Lze ukázat, že za předpokladu $\omega \gg \nu$ je možno posuvný proud považovat za celkový proud v prostředí, ve kterém předpokládáme harmoničnost všech veličin, lze řešením příslušné pohybové rovnice

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m \nu \frac{d\vec{r}}{dt} = -q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

a dosazením do vztahu pro \vec{D} , získat tenzor

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix},$$

kde jednotlivé složky jsou:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} &= 1 - \frac{\omega_p^2 (\omega + i\nu)}{\omega [(\omega + i\nu)^2 - \omega_{ce}^2]} \\ \epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} &= i \frac{\omega_p^2 \omega_{ce}}{\omega (\omega + \omega_{ce} + i\nu) (\omega - \omega_{ce} + i\nu)} \\ \epsilon_{zz} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega (\omega + i\nu)} \end{aligned}$$

Protože předpokládáme plně ionizované plazma (nebo alespoň „téměř“), které je charakterizováno podmínkou

$$\omega_p \cdot \nu > 1,$$

kde ω_p jsou typické oscilace plazmatu a ν je střední doba mezi srážkami s neutrály. Tato podmínka nám pak umožní zanedbat srážkou frekvenci vůči frekvenci vln do plazmatu vysílaných. Pak dostáváme nejčastější tvar tenzoru, pro takzvané bezsrážkové „studené“ plazma⁹

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}, \quad (4^*)$$

kde tentokrát je

⁹ srážky jsme právě zanedbali a studené proto, že v odvození není zahrnut tepelný pohyb částic, ale stejný tvar tenzoru dostane, pokud v předcházejícím odvození [1] položíme teplotu rovnou 0

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \\ \varepsilon_{zz} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \\ \varepsilon_{xy} &= i \frac{\omega_p^2 \omega_{ce}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)}\end{aligned},$$

kde ω_{ce} je elektronová cyklotronová frekvence. Při tomto způsobu řešení nedostaneme imaginární části složek tenzoru, ve kterých je zahrnut mimo jiné tepelný pohyb částic, ale také vede k bezsrážkovému útlumu elektromagnetických vln v horkém magnetoaktivní plazmatu. Tento útlum je nazván Landauovým útlumem, pro vlastní diagnostiku však nepodstatný jev a nepojednávám o něm šířeji.

Při respektování pohybu iontů za předpokladu, že $\omega \gg \nu$, budou mít složky tenzoru permitivity další příspěvky, které dostaneme z pohybové rovnice pro obě „smíchané“ částice

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} + m_i \frac{d\vec{v}}{dt} = -q(\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}_0 + \vec{v}_i \times \vec{B}_0),$$

složky tenzoru permitivity se nám pak změní

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \\ \varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} &= i \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} + i \frac{\omega_{pi}^2 \omega_{ci}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ci}^2)}\end{aligned},$$

kde ω_{ce} , resp. ω_{ci} je elektronový, resp. iontový cyklotronový kmitočet. Pokud budu uvažovat vř přiblížení, dostaneme známý vztah

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \\ \varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} &= i \frac{\omega_p^2 \omega_{ce}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)}\end{aligned}.$$

2.3 Vlny v magnetoaktivní plazmatu

Nechť anizotropie v plazmatu vznikne vložením plazmatu do stacionárního magnetického pole, orientovaného ve směru osy z. A nechť vlnový vektor rovinné EM vlny leží v rovině XZ a svírá s s magnetickým polem \mathbf{B}_0 úhel θ . Za předpokladu vř přiblížení pro studené bezsrážkové plasma, a $\mu_r \approx 1$, použijeme rovnici (2*), kterou po rozepsání do složek a dosazení do nám již známého tenzoru permitivity studeného bezsrážkového plazmatu (4*),

budeme řešit jakožto soustavu tří rovnic pro neznámé n , tj. index lomu. Řešení soustavy lze převést na řešení kvadratické rovnice. Pro n^2 pak dostaneme dvě následující řešení [1,4]

$$n_{O,x}^2 = 1 - \frac{2p(1-p)}{2(1-p) - \omega_H^2 \sin^2 \theta \pm \sqrt{\omega_H^4 \sin^4 \theta + 4\omega_H^2 (1-p)^2 \cos^2 \theta}}, \quad (5^*)$$

kde $p = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ a $\omega_H = \frac{\omega_{ce}}{\omega}$ jsou bezrozměrné veličiny. Dostali jsme výraz pro index lomu řádné vlny n_O a mimořádné vlny n_x ¹⁰. Při úhlu $\theta = \frac{\pi}{2}$ (šíření kolmo k magnetickému poli) bude řešení

$$n_{O,x}^2 = 1 - \frac{2p(1-p)}{2(1-p) - \omega_H^2 \pm \omega_H^2},$$

a jedno řešení indexu lomu se bude chovat „rozumně“, jakoby magnetické pole neexistovalo a vlnu jsme proto označili jako vlnu řádnou (anglicky Ordinary wave), a další měření se značně zjednoduší. Konkrétně bude vypadat následovně

$$n_O^2 = 1 - p.$$

2.4 Vlny v plazmatu 2

Tato kapitola není stěžejní pro vlastní diagnostiku plazmatu, je však dobrá pro pochopení některých vztahů a některých parametru, např. plasmová frekvence, či vzniku mezní frekvence, resonance. Pokud je čtenář s danou tematikou obeznámen, nechť postoupí k další části.

Plazmovými oscilacemi nazýváme pohyb částic, který vznikne jsou –li elektrony nehomogenně posunuty vůči homogennímu iontovému pozadí (a došlo tak k separaci náboje), a následnou vzniknuvší elektrickou silou taženy zpět do původní polohy. Aby se obnovila kvazineutralita náboje. V důsledku setrvačnosti elektrony překmitnou do opačné polohy, opět se vytvoří elektrické pole ve směru vyrovnávajícím poruchu. Elektrony tak oscilují kolem své rovnovážné polohy s charakteristickou frekvencí – plasmovou frekvencí. Tento pohyb elektronů je velmi rychlý vůči iontům, v důsledku čehož ionty nestihnou zareagovat a můžeme je považovat za nepohyblivé.

Tato frekvence je jedním ze základních parametrů plazmatu a závisí pouze na hustotě elektronů N . Pro její odvození vyjdeme z rovnice kontinuity, pohybové rovnice pro elektrony a Poissonovy rovnice. Pak lze ukázat, že plasmová frekvence pro elektrony je [3]

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_e}.$$

¹⁰ Z anglického „Ordinary“ a „eXtraordinary“

Budeme –li chtít provést opravu na ionty, pak při započítání pohybu iontů by plazmové frekvence byla

$$\omega_p^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2,$$

kde ω_{pe}^2 , je plazmová frekvence pro elektrony a

$$\omega_{pi}^2 = \frac{Z^2 e^2 N_i}{\epsilon_0 m_i}$$

pro ionty, kde Z je protonové číslo¹¹ a N_i hustota iontů. Za předpokladu plné ionizace. Abychom vzali v úvahu neúplnou ionizaci, bylo by nutné pak hustotu plně ionizovaných iontů nahradit sumou přes všechny ionty v objemu; kde členy sumy jsou $z_i N_i$, kde N_i je počet z_i -krát ionizovaných iontů.

Ionty nebudou přispívat tak jako elektrony k plazmové frekvenci z důvodu, že rychlost oscilací závisí na hmotnosti, a ionty jsou mnohonásobně těžší než elektrony.

Plazmová frekvence závisí pouze na hustotě, nikoli na k , takže grupová rychlost je nula a rozruch se nebude šířit. A přesto se šíří. Je to dáno tepelným pohybem elektronů, který byl při odvození tohoto vztahu zanedbán. V důsledku tohoto pohybu elektrony proudící do přilehlých oblastí z oblastí oscilací, předávají informaci o oscilacích. Potom se plazmové oscilace šíří s frekvencí

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} k^2 v_i^2,$$

kde

$$v_i^2 = 2k_b T_e / m$$

je tepelná rychlost elektronů, k_b je Boltzmanova konstanta a k je vlnový vektor elektronových plazmových vln. Odtud je už vidět, že grupová rychlost elektronových plazmových vln je

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{3}{2} \frac{k}{\omega} v_i^2.$$

Bude –li v plazmatu přítomno ještě nenulové magnetické pole, může v plazmatu vznikat a šířit se mnohem více typů vln. Elektrostatické elektronové oscilace (opět za předpokladu, že ionty jsou příliš těžké na oscilace) kolmé na magnetické pole \mathbf{B} , se budou šířit s frekvencí

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2 = \omega_h^2,$$

¹¹ kde jsme do původní plazmové frekvence pro elektrony položily $q = Ze$

kteřou nazýváme *horní hybridní frekvence*. Elektrostatické vlny ve směru \mathbf{B} se budou šířit plazmovou frekvencí.

Bezkontaktní diagnostika hustoty plazmatu se nejčastěji provádí pomocí mikrovln. Plazma v torusu, tokamacích, je udržováno pomocí magnetického pole. Pro diagnostiku se tedy stává plazma obecně anizotropním. Jak bylo ukázáno, budou se v plazmatu šířit vlny řádná a mimořádná (kde samozřejmě předpokládáme, že vysíláme vlny do plazmatu kolmo na magnetické pole, jinak toto označení není přesné). Nejdříve ukážu, jak vypadá disperzní vztah vlnu řádnou, což je i případ plazmatu bez magnetického pole \mathbf{B} . Poté šíří –li se vlna plazmatem kolmo na magnetické pole \mathbf{B} , a nakonec šíří –li se rovnoběžně s magnetickým polem \mathbf{B} .

Je nutno předeslat, že vlny vysílané do plazmatu za účelem diagnostiky mají mít malé amplitudy. Je to proto, aby sondující vlna neovlivňovala měřený materiál – prostředí. Proto výkon použitý pro mikrovlnná měření musí být dostatečně malý. Aby nedocházelo při interakci EM pole se vzorkem ke změně vzorku, jako například ke zvýšení stupně ionizace, nebo třeba ke změně teploty. Díky tomu z měření dostáváme snadno interpretovatelné výsledky.

Veličiny, které budou ovlivňovány si proto rozepíšeme do dvou částí (aproximace malých výchylek) – rovnovážné a poruchové

$$N = N_0 + N_1, \vec{v}_e = \vec{v}_{e0} + \vec{v}_{e1}, \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1, \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1,$$

kde N je elektronová hustota, \mathbf{v}_e je rychlost elektronů, \mathbf{E} a \mathbf{B} jsou vektory elektrické intenzity a magnetické indukce.

Maxwellovy rovnice pro vlny s $\mathbf{B}_0=0$ potom jsou

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E}_1 &= -\dot{\vec{B}}_1 \\ \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B}_1 &= \epsilon_0 \dot{\vec{E}}_1 + \vec{j}_1 \end{aligned}$$

, kde \vec{j}_1 představuje člen odpovídající poruchový proudům, v důsledku pohybu nabitých částic. Upravíme –li tyto rovnice [3], za předpokladu harmonických rovinných vln (v závislosti $\exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)]$), zde \vec{k} je nyní vlnový vektor plazmatem se šířící vlny), a přičnosti vln, tj. $\vec{k} \cdot \vec{E}_1 = 0$, dostaneme

$$(\omega^2 - c^2 k^2) \vec{E}_1 = -\frac{i\omega}{\epsilon_0} \vec{j}_1.$$

Použité mikrovlny (ale platí tím více i pro světelné frekvence) mají vysokou frekvenci tak, že ionty lze považovat za pevné a proud \vec{j}_1 je potom výsledkem pohybu elektronů

$$\vec{j}_1 = -n_0 e \vec{v}_{e1}.$$

Použitím linearizované pohybové rovnice pro elektrony (při zanedbání tepelného pohybu) bude

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2. \quad (6^*)$$

Což je disperzní vztah pro EM vlny v plazmatu bez přítomnosti vnějšího stejnosměrného magnetického pole. Fázová rychlost je sice větší než rychlost světla,

$$v_f^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = c^2 + \frac{\omega_p^2}{k^2} > c^2,$$

ovšem, grupová nemůže

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c^2}{\sqrt{\omega_p^2 + c^2 k^2}} k = \frac{c^2}{v_f}.$$

Ze vztahu (6*) je zřejmé, že pro vlny šířící se plazmatem existuje tzn. mezní frekvence. Klesne-li totiž frekvence vlny na tuto mezní hodnotu, index lomu klesne k nule a vlna se tím přestává šířit. V našem případě vlny vysílané s konstantní frekvencí, pokud hustota plazmatu poroste, poroste také plasmová frekvence ω_p . Pro splnění vztahu (6*) musí vlnový vektor vlny k klesat až při jisté mezní hodnotě hustoty dosáhne velikost k nuly. Pro hustoty větší než tato mezní hodnota nemůže žádný reálný k vztah (6*) splňovat. To nás vede k tomu, že mezní případ nastane při kritické hustotě, při níž $\omega = \omega_p$. Ze vztahu pro plasmovou frekvenci (3*) pak plyne

$$N_C = \frac{\epsilon_0 m \omega^2}{e^2}. \quad (7^*)$$

Pro n příliš velké, nebo ω příliš malé se EM vlna nemůže šířit plazmatem, protože k bude imaginární. Předpokládali jsme harmonické rovinné vlny, v důsledku čehož dostaneme v tomto případě exponenciální útlum vln. Hloubka vrstvy do níž signál pronikne pak lze vypočítat takto

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{(\omega_p^2 - \omega^2)}}.$$

N_C je důležitá veličina zejména pro měření hustoty metodou reflektometrie.

V přítomnosti magnetického pole, kdy se vlny šíří kolmo na pole \mathbf{B}_0 , tedy bude platit $\vec{k} \perp \vec{B}_0$ a zároveň předpokládáme šíření příčných vln, tj. $\vec{k} \perp \vec{E}_1$, mohou nastat dva případy: buď je \mathbf{E}_1 kolmé na \mathbf{B}_0 , nebo rovnoběžné s \mathbf{B}_0 .

Budeme vysílat svazek mikrovln na torus, který můžeme v místě měření¹² považovat za válec a magnetické pole popsat

$$\vec{B}_0 = B_0 \vec{z}_0,$$

¹² Zakřivení magnetických siločar je vůči šířce paprsku zanedbatelné

kde \vec{z}_0 představuje jednotkový vektor v ose z. Necht¹³ dále mějme \mathbf{E}_1 rovnoběžné s \mathbf{B}_0 . A lze psát

$$\vec{E}_1 = E_1 \vec{z}_0, \quad \vec{k} = k \vec{x}_0,$$

kde obdobně jako předtím, \vec{x}_0 představuje jednotkový vektor v ose x. Vlnová rovnice, jak lze nahlédnout, bude opět

$$(\omega^2 - c^2 k^2) \vec{E}_1 = -\frac{i\omega}{\epsilon_0} \vec{j}_1 = i \frac{N_0}{\epsilon_0} e \omega v_{ez}$$

Je \mathbf{E}_1 je jen ve ose z, a proto i na pravé straně je jen z-tová složka rychlosti. Z pohybové rovnice

$$m \frac{\partial v_{ez}}{\partial t} = -e E_z$$

získáme v_{ez} , které po dosazení do rovnice výše a po úpravě dostaneme stejný disperzní vztah jako pro $\mathbf{B}_0=0$, tedy

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2.$$

Tuto vlnu budeme nazývat vlnou *řádnou*. V plazmatu bez magnetického pole je to případ jakékoliv vysokofrekvenční vlny. V plazmatu bez magnetického pole je to případ jakékoliv vysokofrekvenční vlny, existuje-li magnetické pole, nastává tento případ tehdy, šíří-li se plazmatem vlna pod úhlem $\frac{\pi}{2}$ k magnetickému poli a mající elektrické pole orientované ve směru magnetického pole.

Tento případ je v interferometrii důležitý, říká nám totiž to, že lze měřit vlastnosti plazmatu, aniž by vlny byly ovlivněny magnetickým polem, a značně to zjednodušuje práci.

O případu mimořádně vlny, tedy, když \mathbf{E}_1 je kolmé na \mathbf{B}_0 , se zmíním jen krátce. Lepší pojednání o nich lze nalézt například v [3,4]. Ukazuje se, že nelze jako v předchozím případě položit

$$\vec{E}_1 = E_1 \vec{y}_0, \quad \vec{k} = k \vec{x}_0,$$

protože vlna je v takovém případě elipticky polarizovaná, ve směru osy x, tedy ve směru šíření vlny /ve směru \mathbf{k} /. Elektrickou část je nutno pak považovat

$$\vec{E}_1 = E_x \vec{x} + E_y \vec{y}.$$

¹³ čehož lze dosáhnout natočením delší strany vlnovodu kolmo na \mathbf{B}_0 ,

Disperzní vztah pro tento případ, pro částečně příčnou, částečně podélnou EM vlnu, s $\vec{k} \perp \vec{B}_0, \vec{E}_1 \perp \vec{B}_0$ a při započítání x-ové složky \mathbf{E} , vypadá

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_h^2}, \quad (8^*)$$

kde ω_h^2 je horní hybridní frekvence definovaná $\omega_h^2 = \omega_c^2 + \omega_p^2$.

Ještě se krátce zmíním o vlnách rovnoběžných s \mathbf{B}_0 . Jak bude vidno, tak pokud do torusu bude vyslána vlna pod jiným úhlem než pod $\frac{\pi}{2}$, tak bude mít vlna příčné složky rozdělené na kolmou na magnetické pole, a rovnoběžnou s ním. V tu chvíli se kolmá část chová jak bylo popsáno výše, a jak to bude s vlnou ve směru \mathbf{B}_0 bude hned vidno. Jak řečeno, tato kapitola není stěžejní pro diagnostiku, tyto vlny jsou zbytečnou komplikací.

Položme tedy

$$\vec{k} = k\vec{z}, \quad \vec{E}_1 = E_x \vec{x} + E_y \vec{y}.$$

Postupem analogickým jako v případě vlny s $\vec{k} \perp \vec{B}_0$ bychom došli ke dvěma řešením, které se mohou šířit ve směru \mathbf{B}_0

$$\begin{aligned} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} &= 1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 - (\omega_c / \omega)} \text{ pro R vlnu} \\ \frac{c^2 k^2}{\omega^2} &= 1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 + (\omega_c / \omega)} \text{ pro L vlnu.} \end{aligned} \quad (9^*)$$

Ukazuje se, že R vlna /L vlna/ je pravotočivě (Right) /levotočivě (Left)/ polarizovaná, odtud odznačení R resp. L.

2.5 Mezní frekvence a resonance

Pro lepší pochopení, analýzu, nebo prostě představu disperzních vztahů se zavádí *mezní frekvence* a *resonance*. O *mezní frekvenci* jsem se již zmínil v kapitole 2.5, kdy jsme vyšli z rovnice (6*). A ukázali jsme si kritickou hustotu N_C . Tento případ nastává, když index lomu klesá k nule, a podle vztahu $n = ck/\omega$, vlnová délka roste do nekonečna. *Resonance* pak když index lomu roste nade všechny meze, a vlnová délka klesá k nule. Obecně lze říci, že při mezní frekvenci je vlna odrazena a při resonanci absorbována. (pro naši úlohu, tj. měření hustoty, se musíme oběma těmito situacím vyhnout)

2.6 Polarizace vln

Zmíním se krátce o polarizaci elektromagnetických vln.

Lze ukázat [4], že EM vlny ve vakuu, jsou vlny příčné, kdy vektory \vec{E} a \vec{H} leží v čelu vlny a jsou na sebe kolmé. Dle toho, jak se pohybuje koncový bod vektoru \vec{E} , klasifikujeme polarizaci. V naprosto obecném případě lze ukázat, že se jedná o eliptickou polarizaci.

Speciální případ nastává, když složky pole E_x a E_y mají fázi posunutou o $\pm \frac{\pi}{2}$, a jejich amplitudy si budou rovné, pak mluvíme o *kruhové* polarizaci.

Pokud je fázový posun $m\pi$, kde $m = 0,1,2,\dots$, pak mluvíme o *lineární* polarizaci. V takovém případě se vektor E mění jen na přímce jím vytyčené.

Kapitola 3

Interferometrie a vlastní experiment

Předpokládáme prozařování rovinnou elektromagnetickou vlnou

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 \exp(-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})),$$

kde k je její vlnový vektor. Vlny šířící se kolmo na magnetické pole, tedy pod úhlem $\theta = \frac{\pi}{2}$ - čistě příčné šíření, mají imaginární složky tenzoru permitivity nulové, a lze je s úspěchem použít k měření srážkové frekvence ν , a elektronové hustoty N . Konstantu šíření lze obecně zapsat také [4]

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\epsilon}_r} = \frac{\omega}{c} (n + i\kappa),$$

kde κ je koeficient absorpce, n je index lomu. To nám umožňuje zapsat vlnu, šířící se ve směru r , ve tvaru

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{-(\omega/c)\kappa \vec{r}} \cdot e^{-i(\omega t - (\omega/c)n \cdot \vec{r})},$$

Lze ukázat, že pokud použijeme tenzor se zahrnutím disperze, tepelného pohybu a útlumu, tak jak je vyjádřen v [1, str. 89], lze reálnou část indexu lomu vyjádřit ve tvaru

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left(1 - \frac{p}{1+s^2} \right) + \left[\left(1 - \frac{p}{1+s^2} \right)^2 + \left(\frac{ps}{1+s^2} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (10^*)$$

a pro koeficient absorpce pak platí

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ - \left(1 - \frac{p}{1+s^2} \right) + \left[\left(1 - \frac{p}{1+s^2} \right)^2 + \left(\frac{ps}{1+s^2} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (11^*)$$

kde $p = \omega_p^2 / \omega^2$ a $s = \nu / \omega$. Jak již bylo řečeno, hustota plazmatu se nejčastěji určuje z posuvu fáze vlny v měřeném plazmatu vůči referenční vlně. Z (10*) a (11*) je vidět, že určit hustotu pouhým měřením fáze vlny lze pouze v bezsrážkovém plazmatu ($s=0$). Pokud je plazma srážkové, závisí index lomu též na srážkové frekvenci, tj. na dalším parametru plazmatu. To nás vede k nutnosti měřit ještě koeficient útlumu vlny. Pak lze vyjádřit oba parametry plazmatu – N , ν . Pro výzkum řízené termojaderné fúze jsou však důležité pouze případy bezsrážkového ($s=0$) a slabě srážkového ($s \ll 1$) plazmatu a měření pouze fáze vlny z indexu lomu je pro určení hustoty postačující.

3.1 Ohraničené homogenní plazma

Vlastní uspořádání experimentu bývá nejčastěji dvojí, buď je anténa umístěna v trubici s plazmatem, a pak měříme podle modelu jednovrstvého deskového modelu, nebo jsou antény mimo trubici a pak máme model třívrstvého prostředí. Moje vlastní měření bude měření indexu lomu neznámého materiálu deskového tvaru (pravítka), tedy moje uspořádání bude jednovrstvý model, ohraničeného homogenního prostředí.

3.1.1 Model jednovrstvého prostředí

V tomto prostředí jak lze snadno zvědět z [4,17], se vysílaná vlna do prostředí bude odražená a nějaká její část jí bude procházet do prostředí. Vlna průchozí a vlna odražená je pak charakterizována koeficientem reflexe R_0 , a koeficientem transmise T_0 . V případě zanedbatelných odrazů na plazmatu bude platit

$$R_0 \cong 0$$
$$T_0 \cong \exp\left(-\frac{\omega}{c} \kappa d\right) \exp\left(i \frac{\omega}{c} n d\right),$$

Bude nás samozřejmě zajímat bezesrážkové plazma, tzn. $\nu/\omega = 0$. V tomto případě, jak již bylo řečeno, je koeficient útlumu nulový, a jedinou informaci o hustotě máme z posunu fáze vlny průchozí plazmatem vůči vlně která projde vakuem. Pak platí

$$\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi = \frac{\omega}{c} d(1-n),$$

kde φ_0 je fáze vlny prošlá vakuem, φ je fáze vlny prošlá plazmatem, d je tloušťka prostředí, a n je konstantní index lomu homogenního plazmatu. Uvážíme-li, že

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

což je index lomu pro řádnou vlnu, lze použít vzorec (5*). Uvědomíme si též, že mezní hustota znamená, že vlna se úplně odrazí. Pro index lomu to pak znamená, že $n=0$. Tento případ může nastat v případě, že poměr $\frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1$. Z kapitoly 2.4 „Vlny v plazmatu 2“ už víme, že to je v případě, pokud frekvence vysílaná do plazmatu se rovná plazmové frekvenci, kteráž se rovná frekvenci kritické. Pak

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} = 1.$$

Pak platí,

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2}$$

Poměr frekvencí pak můžeme vyjádřit pomocí elektronové hustoty N a elektronové kritické hustoty N_c .

$$\frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} = \frac{N}{N_c},$$

kde stačí za plasmatickou a kritickou frekvenci dosadit (3*) a (7*). V případě řídkého plazmatu, kde platí $\frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} \ll 1$, tedy i $\frac{N}{N_c} \ll 1$, můžeme n rozvinout do Taylorovi řady a pak

$$n = 1 - \frac{1}{2} \frac{N}{N_c}, \quad (12^*)$$

a výsledný vztah pro změnu fáze je

$$\Delta\varphi \cong \frac{\pi}{\lambda_0} d \frac{N}{N_c}.$$

3.1.2 Model třívrstvého prostředí

Podrobné odvození a měření tohoto modelu bylo provedeno v [1]. Měřením bylo zjištěno, že chování vln je nejvíce ovlivněno nádobou při tloušťce $d = \frac{\lambda_0}{4} \sqrt{\epsilon_{r1}}$, kde ϵ_{r1} je dielektrická konstanta materiálu. Z analýzy numerických výpočtů koeficientu transmise pro různé tloušťky vyplývá, že model: nádoba-vakuum-plasma-vakuum-nádoba má obdobný průběh jako model, kde plasma se přímo dotýká stěn nádoby. Zároveň se ovšem ukazuje, že i změna vakuové mezery má značný vliv na výkon přenášený do plazmatu. Z analýzy pak vyplývá, že je nutno uvážit odrazy na všech rozhraních a znalost vakuové mezery je stejně důležitá pro správnou interpretaci výsledků. Skla na rozhraních musí mít samozřejmě správnou tloušťku vzhledem k vlnové délce. Konkrétně, aby neovlivňovala sondující vlnu, musí mít tloušťku $\frac{1}{4}$ vlnové délky nebo tomu ekvivalentní k -násobek, tak aby změna fáze byla $\frac{\pi}{2}$.

3.2 Nehomogenní plasma

V tomto případě, kdy vlna procházející nehomogenním plasmatem, nám fázový posuv sondující vlny dává informaci toliko o střední hodnotě. Její velikost ovšem závisí na

rozložení hustoty podél dráhy sondující vlny. Ve většině případů, v mém měření rovněž, nás bude zajímat toliko střední hustota. Na případy, kdy nás zajímá rozložení hustoty se pak použije buď reflektometre, jejíž použití je omezeno na případy, kdy nárůst elektronové hustoty je velice velký na velice krátké vzdálenosti – hustota má v tom místě velký gradient. Touto metodou se do plazmatu vysílá vlna a po dosažení mezní hustoty, která je v různých místech plazmatu jiná, se vlna vrátí. Změnou frekvence si můžeme udělat obrázek o tom v jakém je rozložení naše plazma. Nebo použití vícekanálové interferometre. Touto metodou z jedné stranu torusu vysíláme do plazmatu vlny a na druhé straně je připravena řada detektorů, které pak průchozí signál detekují. Toto má samozřejmě několik úskalí, jako například ohýbání sondující vlny v plazmatickém disperzním prostředí. Proto také například je důležité jakou frekvenci zvolíme. Některé frekvence se v disperzním prostředí neohnou tolik a my je můžeme detekovat správným, k tomuto vysílači určeným, detektorem.

Nejprve rozebereme případ, kdy sondující vlna prochází prostředím rovinné desky nehomogenního plazmatu. Což bude koneckonců podobný problém, jaký já budu měřit, s rozdílem, že moje dielektrikum bude homogenní, podle předpokladu.

3.2.1 Jednorozměrný případ

Nechť máme desku o tloušťce d , v rovině XY, a ve směru osy z naň vysíláme rovinnou vlnu. Změna fáze, kterou naměříme na vlně, která prošla deskou vůči vlně, která prošla mimo plasma je podle geometrické optiky [1]

$$\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi = \frac{\omega}{c} \left[d - \int_0^d n(z) dz \right],$$

kde

$$n^2(z) = 1 - \frac{\omega_p^2(z)}{\omega^2}.$$

Kde index lomu je index lomu řádné vlny (5*). Za stejného předpokladu jako v jednovrstvém prostředí pro homogenní plasma, tj. v případě řídkého plazmatu, kde platí $\frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} \ll 1$, tedy i $\frac{N}{N_c} \ll 1$, můžeme výše uvedený vzorec přepsat na

$$n = 1 - \frac{1}{2} \frac{N(z)}{N_c}.$$

Změna fáze se poté dá upravit na tvar

$$\Delta\varphi \cong \frac{\omega}{c} \frac{1}{2} \int_0^d \frac{N(z)}{N_c} dz = \frac{\pi}{\lambda_0} \frac{1}{N_c} \int_0^d N(z) dz = \pi \frac{d}{\lambda_0} \frac{N_{stř}}{N_c},$$

kde λ_0 je vlnová délka ve vakuu, a $N_{stř}$ je definována

$$N_{stř} = \frac{1}{d} \int_0^d N(z) dz,$$

kde jako v předchozím jednovrstvém prostředí homogenního plazmatu je $N(z)$ elektronová hustota závislá na souřadnici z , N_c je elektronová kritická hustota (7*).

Jak vidno, právě jsme průchod sondující vlny deskou nehomogenního plazmatu nahradili průchod deskou homogenního plazmatu o střední hustotě $N_{stř}$.

Je třeba se ještě zmínit, že v praxi v torusu se plazma stěn nedotýká, ale je mezi nimi vakuová mezera. Proto je třeba tloušťku plazmatu d vhodně odhadnout. Její odhad samozřejmě má vliv na výsledek. Například při starém generátoru o frekvenci 71 GHz v Ústavu Fyziky Plazmatu a na 1V výstupním napětí interferometru změna d o 50 procent změnila naměřenou elektronovou hustotu o 25 procent.

3.2.2 Měření střední hustoty v plazmatickém válci

Jak se měření změní budeme –li měřit v plazmatickém válci? Pro měření indexu lomu z naměřené střední elektronové hustoty v plazmatickém válci ze změny fázového posuvu se používá desková aproximace. Je tím myšleno, že válec o průměru $D=2R$, nahradíme v příčném směru nekonečnou rovinnou deskou homogenního plazmatu o střední hustotě $N_{stř}$ ekvivalentní šířkou L_{eq} . A s předpokladem, že do plazmatu vysíláme rovinné harmonické vlny ($\sim \exp[-i(\omega t - k \cdot z)]$). Tím jsme převedli problém na předchozí případ. Toto přiblížení můžeme udělat za několika podmínek.

Pro průměr plazmatického válce D , vlnové délky λ_0 a příčný rozměr svazků $h=2r_0$, musí platit $D \gg h \gg \lambda_0$. Za této podmínky lze nahradit plazmatický válec nekonečnou rovinnou deskou o šířce $L=D$.

Pokud jsou splněny následující podmínky, pak lze najít funkci $f(r_0/R)$, tak že

$$\frac{L_{eq}}{D} = 1 + f(r_0/R).$$

Pokud je rozložení elektronové hustoty osově symetrické, rovnoběžný svazek mikrovln dopadá kolmo na plazmatický válec (dopadá tedy kolmo na rovinu XY), průřez svazku je kruhový a jeho intenzita klesá ve směru poloměru podle vztahu

$$I(x, y) = 1 - \frac{x^2 + y^2}{r_0^2},$$

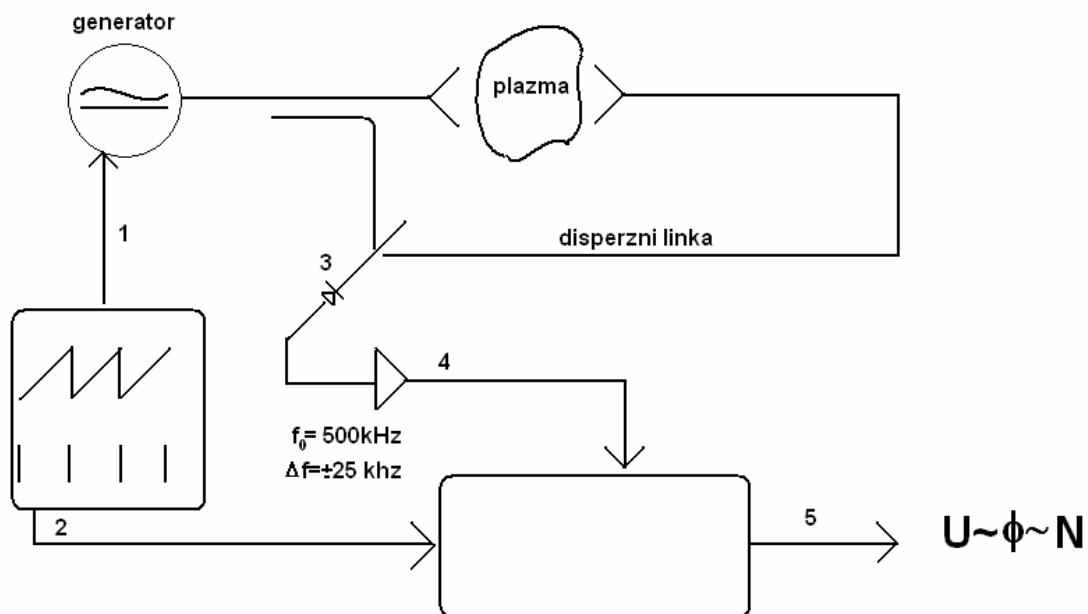
kde příčný svazku leží v rovině XY, r_0 je poloměr svazku. A pokud je plazma dostatečně řídké ($N/N_c \leq 10^{-1}$), abychom mohli předpokládat, že paprsky nebudou průchodem plazmatu měnit svůj směr.

A praxe pak ukazuje, že pokud $r_0 \leq \frac{1}{2}R$, a položíme –li $f(r_0/R) = 0$, dopustíme se při určování střední elektronové hustoty $N_{stř}$ chyby menší než 5 %. Minimální dosažitelná šířka mikrovlnného fokusovaného svazku je $h=2r_0=1,5\lambda_0$. A z podmínky

$r_0 \leq \frac{1}{2}R$ pak plyne pro průměr plazmatického válce $D \geq 3\lambda_0$. Pro praxi to znamená, že pokud bude $h = 2r_0 < \frac{1}{2}D$, lze brát v deskové aproximaci ekvivalentní šířku rovinné desky jako šířku plazmatického válce.

Stojí za zmínku, že difrakci vln lze zanedbávat pro $D \geq 3\lambda_0$, je tedy zřejmé, že pro menší D se začne projevovat silný vliv difrakce a měření naměřená za takových podmínek nelze vyhodnocovat deskovou aproximací.

3.3 Experiment a výsledky



Obr. 7 Schéma interferometru

Můj experiment bude probíhat na interferometru používaným na tokamaku CASTOR v ústavu fyziky plazmatu, ještě donedávna používaný v plném provozu. Touto dobou je tokamak CASTOR na fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské. Generátor, který používá je 75 GHz, a tvoří jej Gunnova Dioda. Z generátoru vedou dvě ramena, to měřicí – disperzní linka – je výrazně delší než krátká referenční větev. V našem případě je rozdíl délek něco málo přes 12 metru. Změníme-li frekvenci generátoru f_0 jeho frekvenčním rozmítáním o Δf (viz dále obrázek 8), pak pro změnu fáze vlny na konci disperzní linky platí

$$\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi_1 = 2\pi L \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 2\pi L \left(\frac{f_0}{c} - \frac{f_1}{c} \right) = \frac{2\pi L}{c} \Delta f ,$$

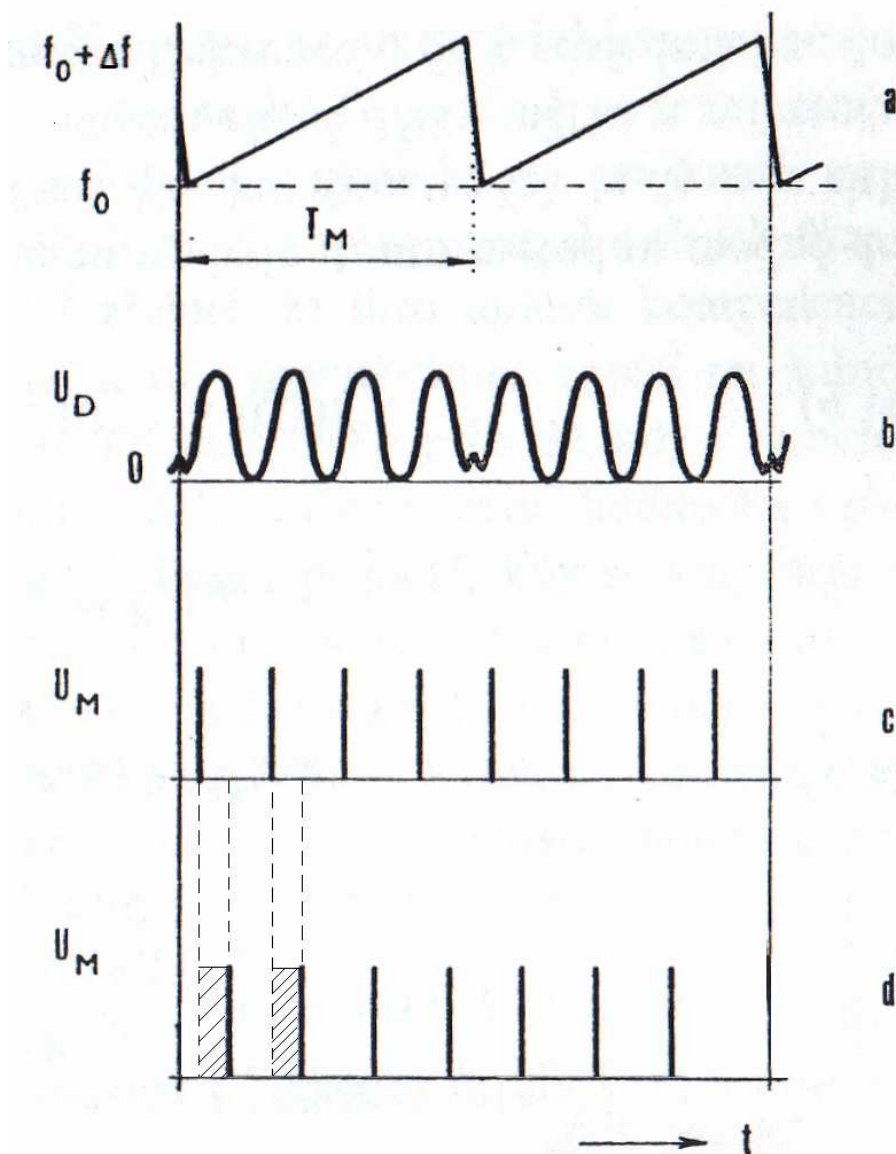
kde L je velikost disperzní linky, λ_0 a λ_1 jsou vlnové délky při frekvenci f_0 a $f_0 + \Delta f$. Dále chceme, aby změna fáze po projití disperzní linky bez plazmatu byla pro dané Δf přesně 2π . Interferencí této vlny s vlnou referenční na směšovači v bodě 3 obrázku 7 pak dostáváme nř zázněje o frekvenci rovné frekvenci rozmítání generátoru ($f=500 \text{ kHz}$ v našem případě, viz rovněž $f=1/T_M$ dále v obr. 8). Za těchto podmínek pak platí

$$\Delta\varphi = 2\pi \quad \Rightarrow \quad 2\pi = \frac{2\pi L}{c} \Delta f \quad \Rightarrow \quad \Delta f = \frac{c}{L},$$

z čehož vyplývá velikost potřebného rozmítání $\Delta f = 25\text{MHz}$.

Ve vyhodnocovacím obvodu 5 se pak porovná fáze nf záznějí, dojde-li ke vzniku plazmatu, s fází trvale pozorovaných záznějí bez plazmatu Na obrázku je před vyhodnocovacím obvodem zařazen ještě rezonanční zesilovač 4 a před ním ještě směšovací dioda 3. Na následujícím obrázku 8 je pak naznačen schematický výstup toho co se děje během průchodu vlny vlnovodem.

Pozor: Obrázek je staršího data a je převzat z [1] jen pro ilustraci. Pila je zde příliš velká, změnu fáze pak 4.2π . Takto velká změna fáze se používala v prehistorické době neexistence počítačů.



Obr. 8 Výstup interferometru

V důsledku modulace pilovým napětím bude docházet k opakované monotónní změně frekvence generátoru, jak je schematicky naznačeno v a). V důsledku nestejně dlouhých

ramen bude na směšovači 3 docházet ke vzniku série interferenčních maxim a minim napětí U_M . Vhodným zpracováním takového signálu dojde k vytvoření série špiček, jak naznačeno v d). Časová vzdálenost mezi špičkami udává dobu mezi okamžiky, v nichž se fáze změní o 2π v důsledku frekvenční modulace generátoru. Na osciloskopu (resp. na počítači) pak uvidíme posun těchto špiček v důsledku posunutí fáze průchodem vzniklého plazmatu, viz d).

Předpokládáme symetrický profil hustoty. Ve vyhodnocovacím obvodu je zařazena dělička 1:8, tzn. přeskok nenastává po změně fáze o 2π ale po změně $8 \cdot 2\pi$, tedy po 16π . Dále zesílení výstupního napětí nastaveno tak, že rozkmit napětí při změně od 0 do 16π je 8V. To znamená, že jeden volt odpovídá změně fáze o 2π , tzn.

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = U[V].$$

Dále víme, že platí

$$\Delta\varphi \equiv \frac{\omega}{c} \frac{1}{2} \int_0^d \frac{N(z)}{N_c} dz = \frac{\pi}{\lambda_0} \frac{1}{N_c} \int_0^d N(z) dz = \pi \frac{d}{\lambda_0} \frac{N_{stř.}}{N_c},$$

a to se rovna $2\pi \cdot U[V]$. Odtud je pak zřejmé

$$\frac{\lambda_0}{d} 2U[V] = \frac{N_{stř.}}{N_c}.$$

N_c pro náš generátor (75 GHz) s vlnovou délkou 4mm je

$$N_c = 6,9742 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}.$$

Vzorek, který budu měřit, který bude kalibrační, bude plexisklo ve tvaru destičky o tloušťce 2mm a se skosenými okraji. Jinými slovy pravítko. Cílem práce měření bude zjistit, zda interferometr měří tak jak by měl, tzn. plexisklo má index lomu $n=1,6$, kterou jsme našli ve středoškolských tabulkách. Změnu fáze pak bereme v absolutní hodnotě a po dosazení do

$$\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} d(1-n),$$

kde za tloušťku materiálu $d=2\text{mm}$, λ_0 je rovna vlnové délce ve vakuu, tzn. 4mm a za $n=1,6$, pak platí

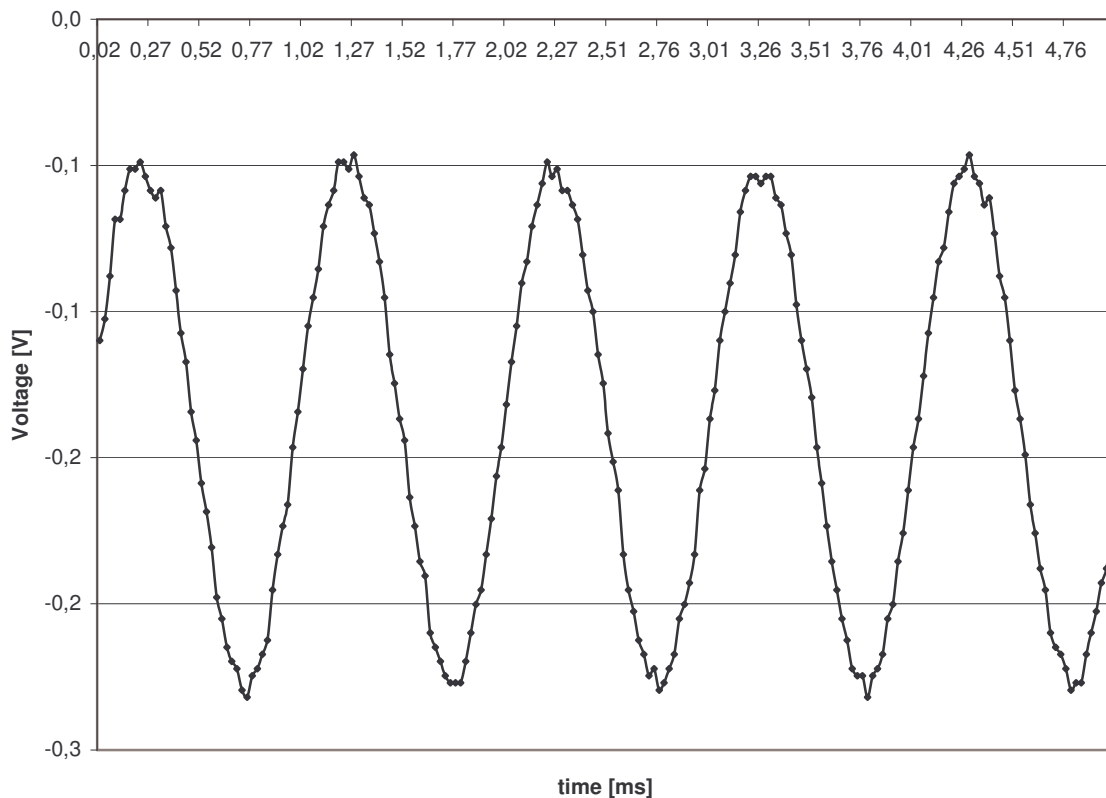
$$\Delta\varphi = 0,6\pi.$$

A protože, jak již výše řečeno, platí, že jeden volt odpovídá změně fáze o 2π , změna fáze o $0,6\pi$ by na osciloskopu měla ukázat napětí 0,33 voltu.

Protože náš materiál je na krajích zkosený mohly by být vidět pravidelné nárůsty a poklesy napětí pokaždé, když otáčející se pravítko bude křížovat sondující vlnu. Relativní

rychlost nárůstů i poklesů vzhledem délce měřené změny bude samozřejmě záviset i na rozměru sondujícího svazku vzhledem k rozměrům destičky.

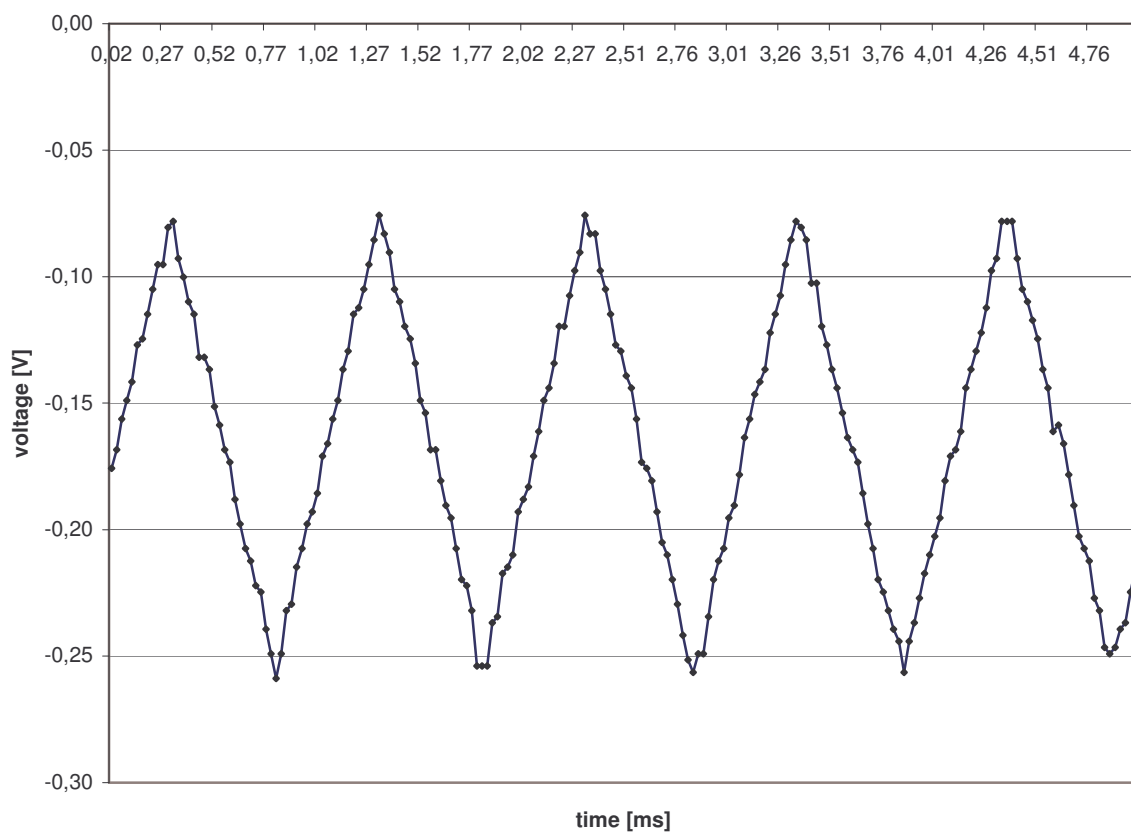
Na následujících obrázcích byla nejprve provedena kalibrační měření obvodu záznamu signálu (sběru experimentálních dat), při kterých jsme do obvodu vysílali nejprve sinovou vlnu, pak signál o tvaru obdélníku a trojúhelníku. Vše o frekvenci něco kolem 1kHz.



Obr. 9 Testová sinová vlna

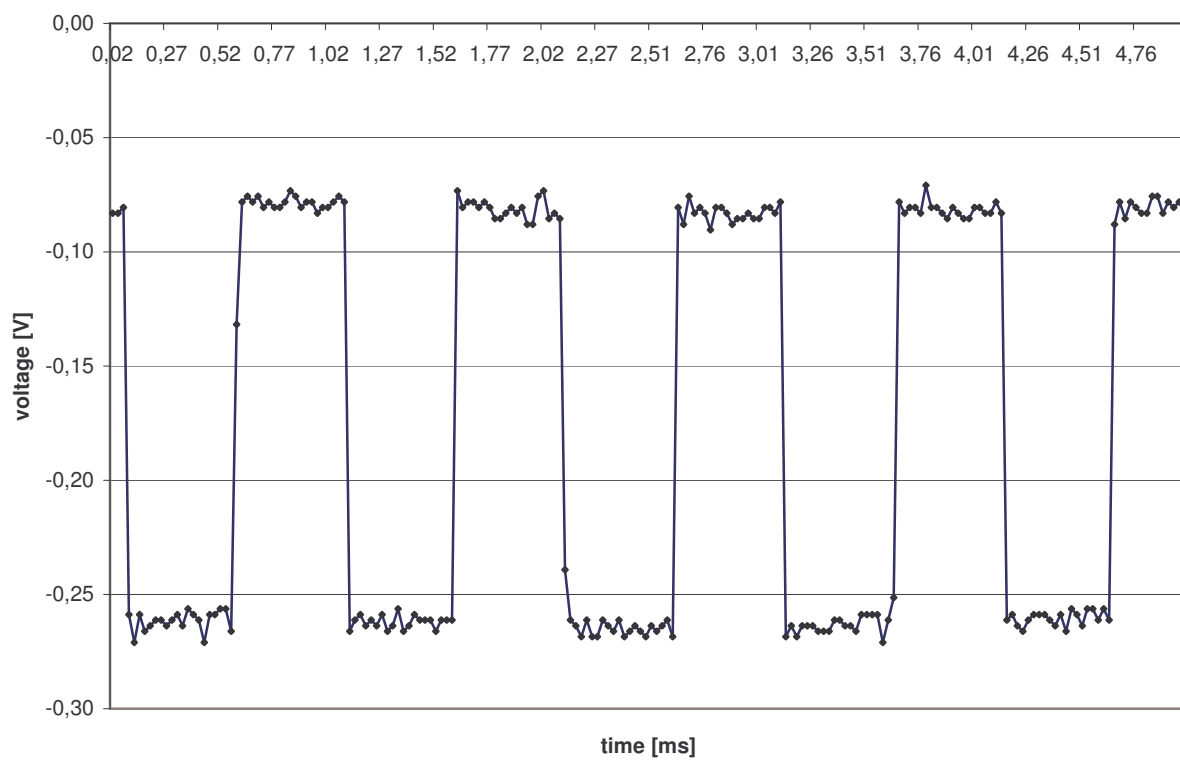
Sinová vlna, kterou jsme vysílali přímo do vyhodnocovacího obvodu má takovýto průběh. Za povšimnutí stojí, že okraje jsou „roztřepené“. To může být způsobeno chybou ve vyhodnocovacím obvodu [vzorkovací frekvence je cca 40 vzorků na jednu sinovou vlnu¹⁴]. Upozorňuji na tyto nerovnosti z toho důvodu, že při mém měření se objeví taktěž. Na následujícím obrázku bude podobný průběh trojúhelníkového napětí.

¹⁴ Podíváme-li se na graf, tak odhadem jedna vlna na jednu ms, to je vlna o frekvenci 1kHz, vzorkovací frekvence je 0,0249 ms \cong 25 μ s. To je 40 vzorků na jednu sinusovku.



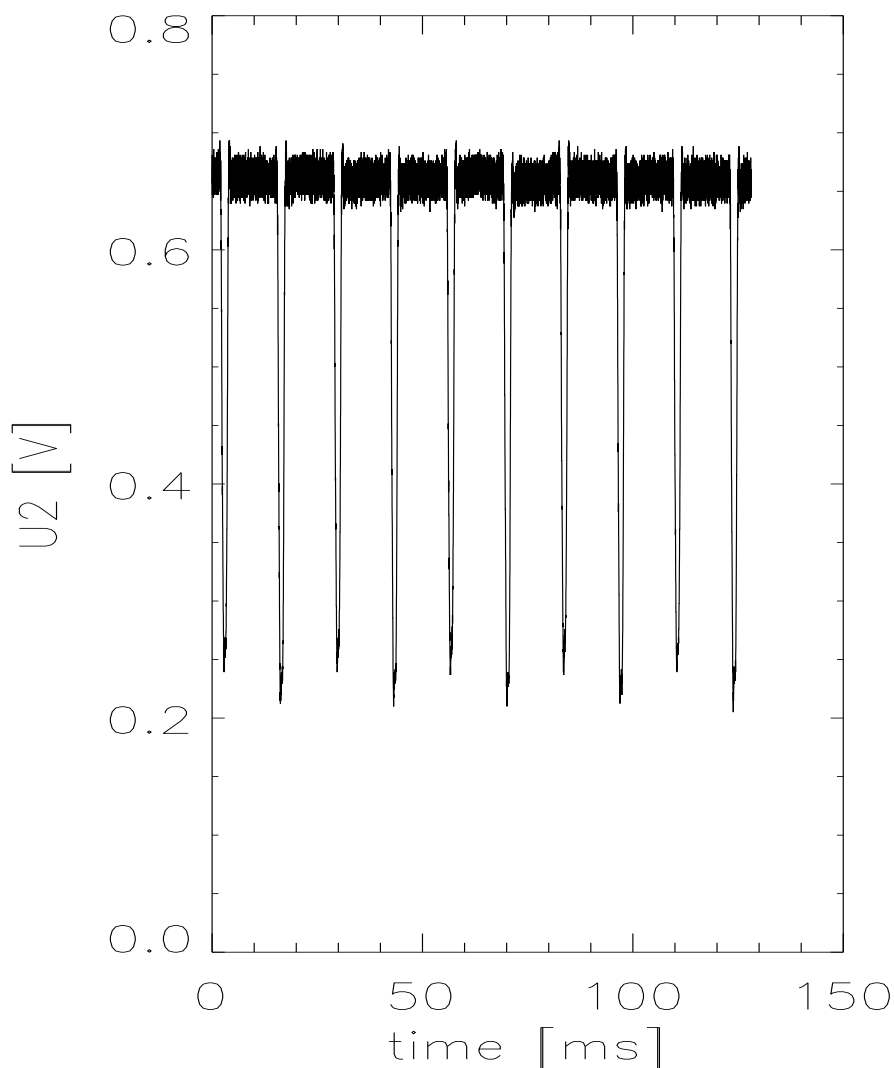
Obr. 10 Testová trojúhelníková vlna

Do třetice obrázek s obdélníkovým průběhem



Obr. 11 Testová obdélková vlna.

Nyní moje vlastní interferometrické měření dielektrického vzorku je pak na následujícím grafu. Zobrazení na obr. 12 je provedeno pomocí programu IDL.

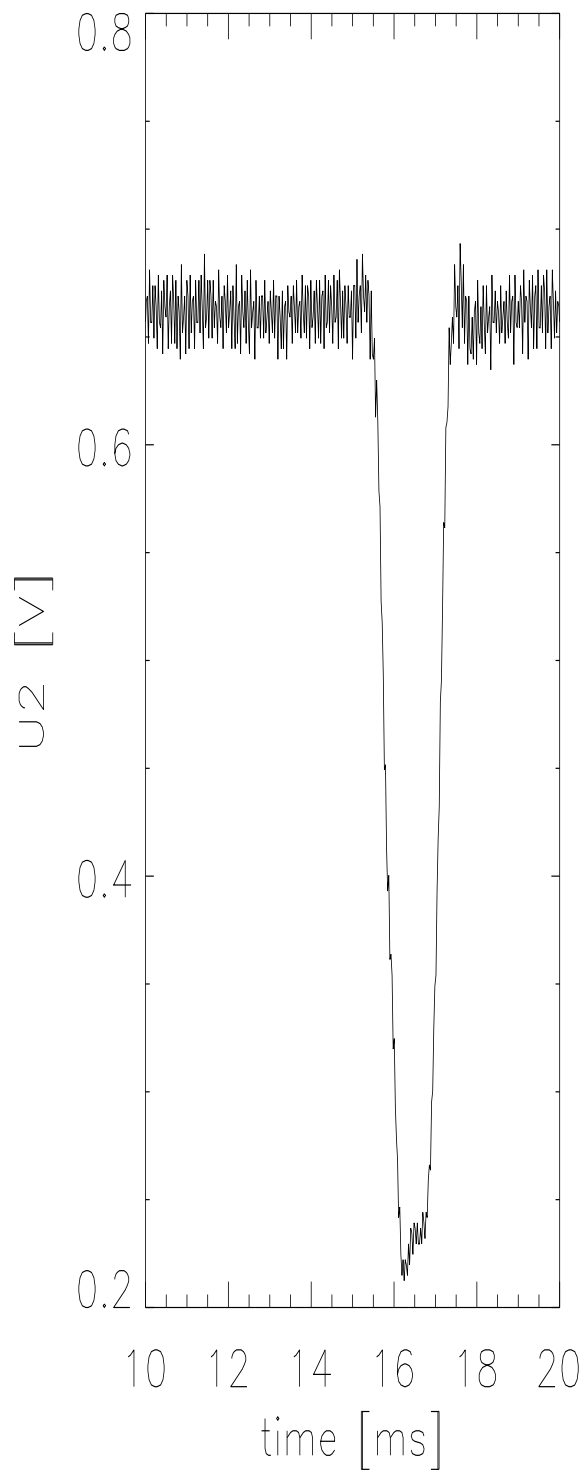
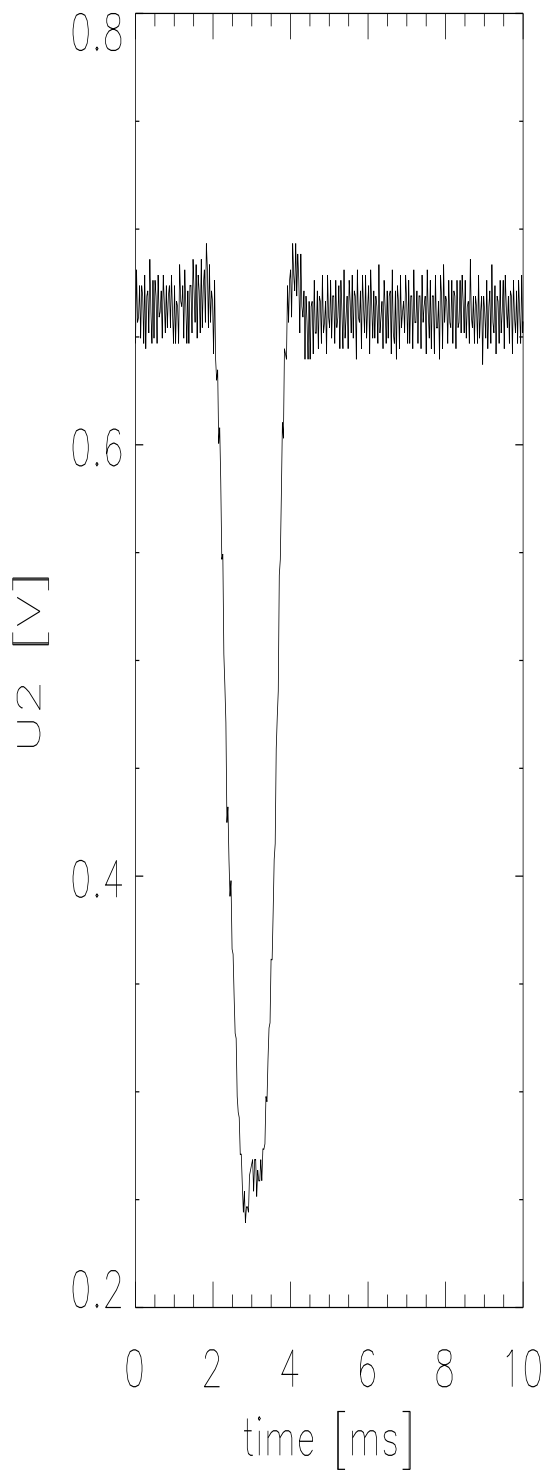


Obr. 12 Moje měření

Z dat, které jsme pomocí sběrnice uložili do počítače a vynesli do grafu je vidět, že píky mají v absolutní hodnotě velikost téměř 0,4V. Znamená to, buď je chyba v měření, nebo index lomu materiálu je jiný, než jsme předpokládali. Změna fáze závisí na tloušťce materiálu, vlnové délce sondujícího svazku a indexu lomu materiálu. My jsme předpokládali, že generátor je 75 Ghz, což znamená, že vlna je 4 mm. Generátor však nemá přesně 75 Ghz, takže tady by mohla být chyba. Generátor má přibližně 71 Ghz, čemuž odpovídá vlnová délka 4,2 mm. Index lomu při takovéto vlnové délce se změní až na druhém desetinném místě a to jen zanedbatelně. Můžeme tedy v klidu stále počítat s 4mm vlnou. Index lomu pro takto naměřený materiál je 1,8. Protože o materiálu víme jen,

že je ve tvaru pravítka a je plastový, je pravděpodobné, že to nebude přesně plexisklo, ale nějaký plastový materiál o indexu lomu 1,8. Indexu lomu plexiskla se to docela blíží, měření je tady vcelku věrohodné.

Na dalších obrázcích jsou zvětšené píky, další měření se periodicky opakuje, kdy jeden pík je kratší a druhý delší. Nesrovnalost „dvojpíku“ přikládám, jak řečeno výše, nepřesnosti měření. Ovšem za pozornost stojí, že při měření se periodicky opakuje dvojice „krátký pík-dlouhý pík“. Že by mělo pravítko dva různě indexy lomu je nepravděpodobné (bylo by zapotřebí provést jiná měření určující index lomu u tohoto materiálu). Ale je možné, že pravítko nemá homogenní rozložení indexu lomu a například vlivem namáhání má na jedné polovině jinou střední hodnotu indexu lomu. K získání a k uložení bylo použito programu IDL, který je nainstalován v ÚFP AVČR.



Závěr

Táto práce si vzala za cíl zprovoznit interferometr používaný v ÚFP na tokamaku CASTOR. V první kapitole je shrnuto proč je výzkum termojaderné fúze pro nás jako pro lidstvo důležitý a jaké krůčky nás dělí od pomyslného „kroku pro člověka, skoku pro lidstvo“. Zároveň je v první kapitole nastíněno několik alternativ k tomuto výzkumu, přičemž je třeba znovu zdůraznit, že výzkum fúze dosahuje skvělých výsledků a pokročil zatím nejdále.

V druhé kapitole jsou shrnuty základní poznatky o vlnách, ať už šíření v obecně anizotropních prostředích, či konkrétně v plazmatu. Jsou v ní zároveň nastíněné problémy, které se přímo netýkají naší diagnostiky, ale které „mají“ vlny v plazmatu. Jsou uvedeny pro lepší přehled a souvislostí.

Závěrečná kapitola si vzala za cíl v několika řádcích shrnout dosavadní poznatky a přinést výsledky vlastního měření. Další měření by měla následovat, a po transportu interferometru na katedru fyziky na FJFI bude na interferometru provedeno mnoho dalších „studentských“ měření v rámci praktik.

Literatura

- [1] ŽÁČEK, František, MUSIL, Jindřich. *Mikrovlňné měření komplexní permitivity ve volném prostoru*. Academia, Praha, 1980.
- [2] van LAMMEREN, André. *Electron and current density measurement on tokamak plasmas*. Utrecht, 1991, (disertační práce – nepublikováno)
- [3] CHEN, Francis F. *Úvod do fyziky plazmatu*. Academia, Praha, 1984
- [4] LONČAR, Gojko. *Elektrodynamika I*. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1987
- [5] BERG, Bernd. *Essential Graduate Electrodynamics*. Department of physics, Florida State University, USA (nepublikováno)
- [6] KULHÁNEK, Petr. *Teorie Plazmatu*. Praha, 2007, (skriptum – nepublikováno)
- [7] SILIN, V.P.. *Úvod do kinetické teorie plynů*. Academia, Praha, 1976
- [8] WESSON, John. *The science of JET, JET Joint Undertaking*, Publication Office, Oxon, 2006
- [9] FELLS, Ian. *Potřeba energie*. Československý časopis pro fyziku. Fyzikální Ústav Akademie Věd, 2/2002, strany 64-67
- [10] OTČENÁŠEK, Petr. *Očekávaná renesance jaderné energetiky*. Československý časopis pro fyziku. Fyzikální Ústav Akademie Věd, 2/2002, strany 68-81
- [11] BOSCH, Han-Stephan, BRADSHAW, Alexander. *Termojaderné reakce jako energetický zdroj budoucnosti*. Československý časopis pro fyziku. Fyzikální Ústav Akademie Věd, 2/2002, strany 82-88
- [12] GIBBS, Wayt. *Energetický plán B*. Scientific American, české vyd. Espero Publishing s.r.o., Leden-únor 2007, strany 78-87
- [13] VANĚČEK, Milan. *Přeměna sluneční energie v energii elektrickou*. Československý časopis pro fyziku. Fyzikální Ústav Akademie Věd, 2/2002, strany 92-98
- [14] TIMMERS, Geert. *Větrná energie přichází do měst*. Československý časopis pro fyziku. Fyzikální Ústav Akademie Věd, 2/2002, strany 99-102
- [15] FIEDLER, Jan. *Ekonomické možnosti obnovitelných zdrojů energie*. Československý časopis pro fyziku. Fyzikální Ústav Akademie Věd, 2/2002, strany 104-107
- [16] *Státní energetická koncepce České Republiky*. 2006. Dostupné na
<http://www.eurobb.cz/documents/060531_prezentace_mohelnik_selong.pdf>
- [17] TOLAR, Jiří. *Vlnění, optika a atomová fyzika*. (Skriptum – nepublikováno) Dostupné na: <<http://www.fjfi.cvut.cz/DesktopDefault.aspx?ModuleId=557&ItemId=413>>
- [18] *Alternativní zdroje*. Dostupné na
<<http://www.alternativni-zdroje.cz/energie-prilivu-priboje.htm>>

Seznam použitých zkratk

V první kapitole

n	počet všech částic, v jaderných reakcích neutrony
n_i	počet i-částic

V následujících kapitolách

n	index lomu
\mathbf{B}_0	stacionární magnetické pole
N	elektronová hustota
N_i	iontová hustota
\bar{v}	rychlost částice
ν	srážková frekvence
λ_0	vlnová délka ve vakuu