

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky  
Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze



**Dekonvoluce dat z maticových  
kamer v diagnostice tokamaků**  
**Unfolding of data from matrix  
cameras in tokamak diagnostics**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Jakub Svoboda  
Vedoucí práce: doc. RNDr. Jan Mlynář, Ph.D.  
Rok: 2016



## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto školního díla ve smyslu §60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne .....

.....  
Jakub Svoboda

## **Poděkování**

Děkuji doc. RNDr. Janu Mlynářovi, Ph.D. za vedení mé bakalářské práce, tak i za ochotu, trpělivost, pochopení a v neposlední řadě i za podnětné návrhy, které ji obohatily.

Jakub Svoboda

*Název práce:*

**Dekonvoluce dat z maticových kamer v diagnostice tokamaků**

*Autor:* Jakub Svoboda

*Obor:* Fyzika a technika termojaderné fúze

*Druh práce:* Bakalářská práce

*Vedoucí práce:* doc. RNDr. Jan Mlynář, Ph.D.

Katedra fyziky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, České vysoké učení technické v Praze

*Abstrakt:* Tomografie poskytuje cenná data o vyzařování na průřezu plazmatu z měření jeho projekcí. Práce je zaměřena na vytvoření softwaru pro výpočet příspěvkové matice pro tomografii, který umožní kombinovat různá množství a typy kamer. Hlavní důraz je kladen na konfiguraci, ve které se kombinují dvě lineární kamery s jednou maticovou. Dále jsou v práci přestaveny výsledky pro tuto konfiguraci a návrhy pro další vývoj této metody.

*Klíčová slova:* COMPASS, tomografie, příspěvková matice

*Title:*

**Unfolding of data from matrix cameras in tokamak diagnostics**

*Author:* Jakub Svoboda

*Abstract:* Tomography provides valuable data about plasmatic radiation in cross section from its projections. This thesis is aimed at creating software for calculation of geometric matrix, which allows to combine different numbers and types of cameras. Combination of two linear cameras with one matrix camera is the most important configuration in this thesis. Results and suggestions for further development are also presented.

*Key words:* COMPASS, tomography, geometric matrix

# Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>7</b>
1.1 O lidstvu, energii a fúzi . . . . .	7
1.2 Tokamaky . . . . .	8
1.3 Tokamak COMPASS . . . . .	9
<b>2 Tomografie</b>	<b>10</b>
2.1 Model kamery . . . . .	10
2.2 Postup při rekonstrukci . . . . .	11
2.3 Typy pohledu kamer na plazma . . . . .	13
<b>3 Metoda výpočtu příspěvkové matice</b>	<b>15</b>
3.1 První úvaha o řešení pro maticovou kameru s tečným pohledem . . .	15
3.2 Metoda svislých rovin pro maticovou kameru . . . . .	16
3.3 Kolize pozorovací linie s vnitřním sloupkem tokamaku . . . . .	18
3.4 Vytvoření matice pro kombinovanou tomografii . . . . .	20
<b>4 Výsledky</b>	<b>21</b>
<b>5 Diskuze</b>	<b>24</b>
<b>Závěr</b>	<b>26</b>
<b>Seznam použitých zdrojů</b>	<b>27</b>
<b>Přílohy</b>	<b>28</b>
Obsah CD . . . . .	28

# Kapitola 1

## Úvod

### 1.1 O lidstvu, energii a fúzi

Člověk byl vždy více či méně závislý na energii. Z počátku jen nepatrně. Jediný zdroj, který potřeboval, byl oheň a teplo které produkoval. Postupně s vývojem technologií a s tím spojeným vývojem civilizace, se potřeba energie navyšovala. Stále však nešlo o nijak dramatické množství. Později se většina energie spotřebovala v zemědělství. Na pokrytí potřeb lidstva stačily tehdejší obnovitelné zdroje jako například zvířecí práce.

Toto se změnilo vynálezem parního stroje a nástupem tak zvané průmyslové revoluce, která někdy bývá také nazývána energetická. V této době totiž došlo k výrazné změně ve využívaných zdrojích. Začalo období dominance fosilních zdrojů. Pro potřeby kotlů parních strojů to prozatím bylo uhlí. Společnost se stala závislou na produktech vytvářených v továrnách využívajících parní stroje. Zdroje energie se tak staly otázkou udržení společenského pořádku. V případě nouze o topné látky pro parní stroje by došlo k prodražení výroby, které by mohlo vyústit v zavírání továren. To by způsobilo problémy ve společnosti jako nezaměstnanost.

Vývoj technologií se ovšem nezastavil u parního stroje. Lidstvo se naučilo využívat i jiné fosilní zdroje. V minulosti však došlo ještě k jednomu výraznému momentu, který výrazně ovlivnil spotřebu energie. Byl jím objev elektřiny a její zavedení do každodenního života lidí. Lidstvo se učilo využívat elektřinu stále ve větším množství odvětví svojí činnosti. Důsledek je, že v současnosti jsou dodávky elektřiny životně důležité pro udržení státu a pořádku. Bez dodávek by nezkolaboval jen průmysl a další služby, které na něj navazují, ale také i státem garantované služby. I úřednický aparát je v současnosti závislý na počítačích a informačních systémech, které bez dodávek elektřiny zkolabují.

Ukazuje se, že zhruba od doby zavedení elektřiny do domácností se zvyšuje spotřeba energie na člověka. Poptávka po energii roste rychleji než populace. Proto je potřeba hledat nové zdroje pro výrobu elektřiny, mohlo by se stát že ty stávající už nebudou dále udržitelné. Ať už kvůli nedostatku surovin, nebo zachování životního prostředí.

Rozvoj fyziky na začátku 20. století umožnil teoreticky popsat jaderné reakce a tím

otevřít cestu k využití této energie pro potřeby lidstva. Jde zatím o jediný výrazný pokrok ve využití nových zdrojů od průmyslové revoluce. Až do této doby jednoznačně dominovala fosilní paliva. V současnosti lidstvo dokázalo ovládnout jen štěpné reakce. I přesto, že se nejedná o zcela bezproblémový zdroj energie, potýkáme se především s vyhořelým štěpným materiálem, jde o důležitý přínos pro energetiku. Štěpné reaktory umožňují stabilně vyrábět velké množství energie na malé ploše bez emisí a šetří tak ovzduší, které by bylo znečištěné při výrobě energie s využitím fosilních paliv. Obnovitelné zdroje v současnosti nejsou schopny výkonově konkurovat klasickým elektrárnám s turbínou a kotlem, ať už na fosilní nebo jaderná paliva. Zároveň způsobují problémy při řízení rozvodné sítě. Pokud by podíl obnovitelných zdrojů v síti začal být velmi výrazný, přesáhl by přibližně 40%, pak by síť přestala být říditelná a zkolabovala by. [9]

Fúzní reakce a jejich realizace na Zemi je velmi obsáhlé téma, které je podrobně popsáno v [4].

## 1.2 Tokamaky

Tokamaky prošly dlouhým, systematickým vývojem a v současnosti se jedná o typ fúzního zařízení nejbližší užitečné realizaci, protože mají nejdelší dobu udržení. Hlavní směr výzkumu se soustředí na projekt ITER. Jde o výstavbu a technologické zvládnutí fúzního reaktoru v dostatečně velkém měřítku a s dosažením teplotní rovnováhy mezi plazmatem a stěnou.

Tokamaky jsou uzavřené systémy charakteristické vysokým toroidálním polem, z toho plynou výhody jako dobré vlastnosti udržení a možnost dodatečného ohřevu plazmatu. Zároveň s tím ale souvisí i nevýhody, jako je například nízký poměr mezi magnetickým a plazmatickým hydrostatickým tlakem známým jako beta, nebo nutnost indukovat proud uvnitř plazmatu. Problém je ve způsobu, jakým se toho dosahuje. Pro vyvolání proudu v plazmatu je potřeba měnit proud v primárním okruhu. Silné toroidální pole a proud způsobují proudové nestability. Další problematickou částí jsou materiály. Především jejich odolnost, jak mechanická, tak i radiační zejména proti ozáření neutrony vznikajícími při D-T reakci. Radiace v komoře při probíhajících fúzních reakcích bude enormní, což klade velké nároky na odolnost krystalické mřížky použitého materiálu. Pokud by se po dostavění ITERu ukázalo, že elektrárna s tokamakem, který nahradí jiný zdroj tepla, není ekonomicky realizovatelná, stále přinese cenné fyzikální poznatky i pokrok použitých technologií.

V případě úspěchu by byla elektrárna velmi investičně náročná. Avšak po jejím postavení by provoz byl velice levný. Pro splacení nákladů stavby je za současných tržních podmínek nutná dlouhá životnost elektrárny, hlavně komponent uvnitř vakuové komory, u kterých se očekává nejkratší životnost. Ovšem ceny energií nejsou dlouhodobě dobře předvídatelné, protože je ovlivňuje mnoho faktorů, ať už ekonomických, nebo strategických a legislativních. Může nastat situace, že dříve nenávratný projekt tokamakové elektrárny se stane návratným.



## 1.3 Tokamak COMPASS

Tokamak COMPASS byl původně umístěn v Culhamu, kde byl nahrazen novějším a větším tokamakem MAST. V roce 2008 byl COMPASS darován Ústavu fyziky plazmatu AV ČR a převezen do Prahy. Byla pro něj vybudována nová hala a zázemí v Ládví, kde nahradil tokamak CASTOR. Ten byl přesunut na FJFI ČVUT, kde pod novým jménem GOLEM slouží ke vzdělávacím účelům.

I přesto, že v současnosti je hlavní pozornost upřena k velkým tokamakům a zejména na ITER, mohou být malé tokamaky přínosné. V rámci studia turbulencí v plazmatu, lze předpokládat, že je možné vlastnosti tokamaků škálovat. To dává možnost extrapolovat požadavky na konstrukci ITERu. Data z malých tokamaků jsou velice důležitá pro nalezení této závislosti, protože poskytují data pro malé parametry, které výrazněji ovlivňují její průběh po extrapolaci.

Jedním z těchto menších tokamaků je i COMPASS. Jeho komora je uzpůsobená pro H-mód, má divertor a průřez ve tvaru písmene D. Jde o geometricky podobné uspořádání jako bude mít mezinárodní tokamak ITER. Poměr velikostí plazmatu je přibližně 1:10. [10] Díky tomu jsou výsledky z COMPASSu relevantní pro škálování.

# Kapitola 2

## Tomografie

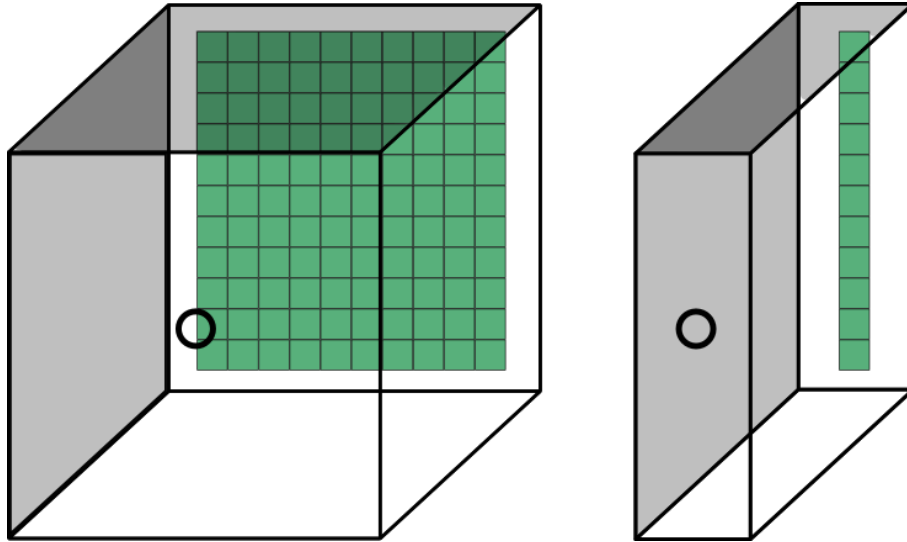
Název tomografie pochází ze složení řeckých slov tomos znamenající průřez, část a grafo psát, zapisovat. Z názvu je patrné, co znamená. Jde o rekonstrukci objektu, nebo jeho vlastností, z vnějších pozorování jeho částí, nebo průřezů. Tomografie je využívána v mnoha odvětvích lidské činnosti, především tam, kde nechceme, nebo nemůžeme zasáhnout do pozorovaného objektu, jako například v lékařství, geologii. Ze stejného důvodu je tomografie využívána i v tokamacích, nedochází k ovlivnění plazmatu ani zanášení nečistot.

Pro dokonalou rekonstrukci, analytické řešení, by bylo potřeba nekonečně mnoho pozorování ze všech úhlů a vzdáleností. Pochopitelně je to podmínka v praxi nedosažitelná. Proto nelze tomografickou úlohu řešit analyticky a je třeba ji řešit numericky. Navíc reálné tomografické rekonstrukce obsahují určitou míru nepřesností. Také jsou zatíženy náhodným šumem na detektorech a v důsledku využití numerického řešení i výpočetními chybami.

V tokamacích se k tomografickému studiu plazmatu využívá měkkého rentgenového záření (zkracováno SXR, z anglického soft x-ray) a viditelného záření. SXR v plazmatu vzniká jako brzdné záření a také ho vyzařují těžké nečistoty. Tomografie tohoto záření se proto často používá ke zkoumání vlastností nečistot, zejména jejich transportu. Na tokamaku WEST plánují zavést nové kamery uzpůsobené k zachytávání SXR vyzářeného wolframem, tento prvek byl vybrán proto, že je materiálem první stěny v oblasti tzv. divertoru [3]. Využití rentgenového i světelného záření pro studium plazmatu v tokamacích je možné díky řídkému plazmatu, které je pro něj propustné. Vzhledem k teplotě plazmatu se oblast viditelného záření hodí spíše ke zkoumání okrajových jevů v plazmatu.

### 2.1 Model kamery

Pro popis postupu rekonstrukce se hodí zavést zjednodušený model kamery. Na obr. 2.1 jsou znázorněny zjednodušující modely pro lineární a maticovou kameru. Objekt je nahrazen malou štěrbinou, tzv. pinhole. Tento model je inspirován prvními fotoaparáty, které ještě neměli objektiv, ale pouze úzký otvor.



Obr. 2.1: různé pohledy na model kamery s pinhole místo objektivu

## 2.2 Postup při rekonstrukci

Jak už bylo uvedeno výše, tomografickou úlohu je nutné řešit numericky. K tomu se používá následující postup.

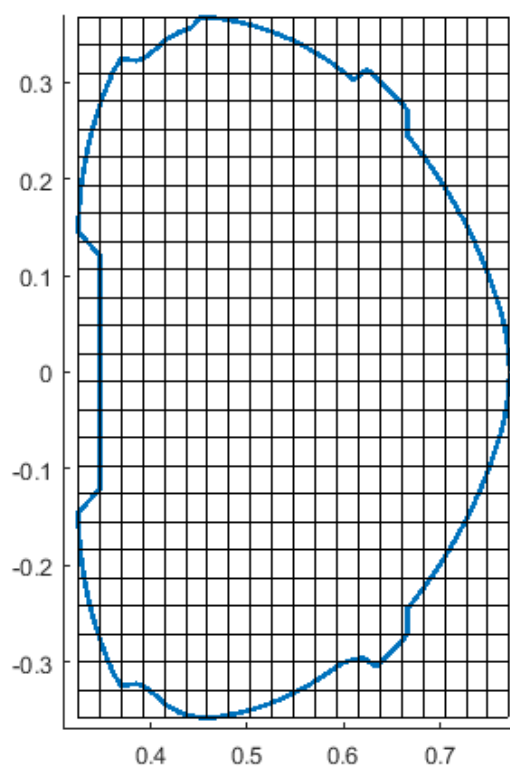
Nejprve je pozorovaná oblast rozdělena na části, takzvané pixely. Můžou mít různý tvar a velikost. Nejčastěji používaný tvar na COMPASSu jsou obdélníky, jako například na obr. 2.2, nebo čtverce. Byli zkoušeny i jiné tvary, jako například mezikruží se středem v ose plazmatu. Motivací k tomuto geometrickému uspořádání bylo využití poloidální symetrie. Ukazuje se však, že tato volba není příliš vhodná. Plazma nemá přesně kruhový tvar a zároveň je toto uspořádání velmi citlivé na vychýlení osy plazmatu od středu. V případě vychýlení dochází ke vzniku artefaktů [2]. Velikost se volí podle požadovaného výsledného prostorového rozlišení. Avšak s rostoucím prostorovým rozlišením klesá časové.

Dále je potřeba určit, jak který pixel přispívá k signálu na detektoru. K tomu se používá přiblížení pomocí pozorovací linie. Oblast, kterou zaznamenává příslušný detektor, se přiblíží přímkou, která vychází ze středu detektoru a prochází pinholí kamery, znázorněno na obr. 2.3. Pixely kterými projde tato přímka se vyzářováním podílí na intenzitě zaznamenané detektorem.

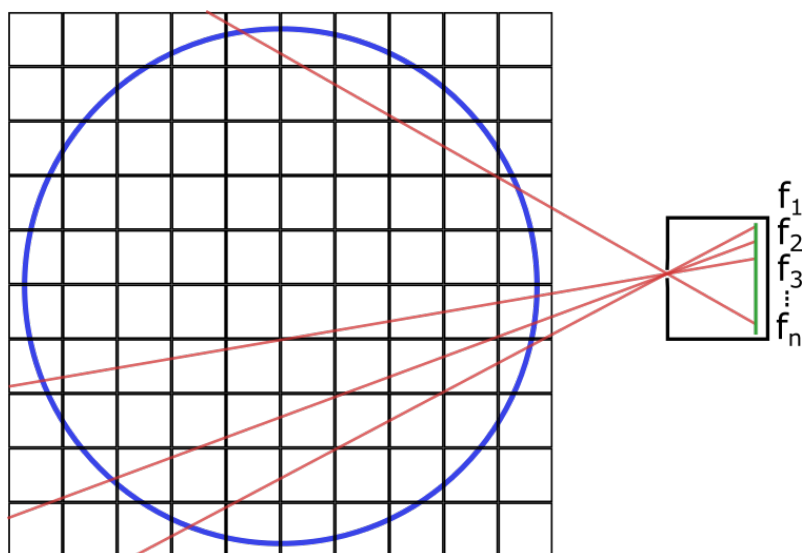
Poté se zkoumá jak moc každý z pixelů přispěje k signálu na detektoru, který je součtem všech pixelů na dané pozorovací linii. Pixely jsou očíslovány a je zavedena tzv. příspěvková matice definovaná vztahem

$$f_i = \sum_j T_{ij} g_j \quad (2.1)$$

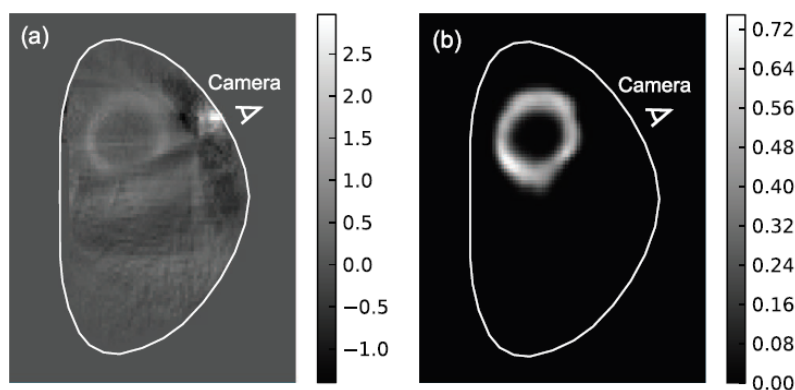
kde  $f_i$  je signál zaznamenaný  $i$ -tým detektorem,  $T_{ij}$  člen příspěvkové matice v  $j$ -tém pixelu  $g_j$  pro  $i$ -tou pozorovací linii. Člen příspěvkové matice se v prvním přiblížení určí jako délka pozorovací linie v daném pixelu. Počet sloupců příspěvkové matice odpovídá počtu pixelů na průřezu. Počet řádků celkovému počtu detektorů v pou-



Obr. 2.2: Pixelová síť 20x25 na průřezu komory tokamaku COMPASS



Obr. 2.3: Řez plazmatem s vyznačenou pixelovou sítí, pozorovacími liniemi a kamerou s detekčními jednotkami



Obr. 2.4: Porovnání rekonstrukce bez odečtení(a) a s odečtením(b) odrazů [8]

žitých kamerách. Protože pozorovací linie projde jen částí pixelů je většina členů příspěvkové matice nulová. Jedná se tedy o řídkou matici. Navíc v tokamaku je omezena možnost pozorovacích úhlů, což zhoršuje důsledky toho, že inverzní úloha je špatně podmíněná. Tomu je potřeba uzpůsobit její řešení.

Ověřený a na tokamacích využívaný způsob řešení této špatně podmíněné úlohy je Tichonovova regularizace využívající minimalizace Fisherovy informace. Pro zlepšení přesnosti řešení se využívají předpoklady spojitosti v celé oblasti a také nulovosti na okraji vakuové komory a mimo ní. [6]

## 2.3 Typy pohledu kamer na plazma

### Standardní

Pro tento typ se využívají lineární kamery, které sledují plazma kolmo. Detektory jsou v nich uspořádány do jedné řady. Aby bylo možné provést rekonstrukci vyzařování je potřeba umístit kamery minimálně do dvou různých směrů. Kamery jsou zpravidla umístěny v jedné poloidální rovině, takže sledují jeden řez. Obvykle jsou umístěny tak, že jejich osy jsou na sebe kolmé.

### Tečný pohled s využitím maticové kamery

Detektory v maticové kameře jsou rozloženy na ploše do řad a sloupců. Aby bylo možné provádět tečnou tomografii, je nutné předpokládat rotační symetrii plazmatu.

Při použití kamery zaznamenávající viditelné světlo se projeví vliv odrazů na stěně tokamaku, který má za následek nepoužitelnost tečné tomografie ve viditelném spektru bez korekce zohledňující odrazy, jak je názorně vidět z obr. 2.4 Při snaze zbavit se vlivu odrazů je potřeba brát v úvahu rozdílnost lesklých a matných ploch. Na tokamaku COMPASS byl vytvořen model použitý pro odečítání z příspěvkové matice. [8]

## Kombinovaná tomografie

Jde o zatím nerealizovaný způsob. Uvažuje se o jeho zavedení na tokamaku WEST. [5] Počítá s kombinací předchozích způsobů. Má využívat dvě lineární kamery a jednu maticovou. Příspěvková matice bude mít více řádku než předchozí metody, tím se zvýší její výpočetní náročnost. Použití lineárních kamer by mohlo potlačit vliv odrazů na stěnách komory, případně nedokonalostí odečítání.

# Kapitola 3

## Metoda výpočtu příspěvkové matice

### 3.1 První úvaha o řešení pro maticovou kameru s tečným pohledem

Bude-li provedena rotace pixelové sítě kolem osy symetrie tokamaku, mříž se promítne v soustavu prstenců. Nabízí se možnost hledat průsečíky pozorovací linie s vodorovnými (kolnými na osu  $z$ ) rovinami společnými pro více pixelových prstenců, a následně hledat body, kde pozorovací linie přechází z jednoho prstence do druhého. Podle toho lze určit příspěvek daného pixelu.

Analytické hledání průsečíku přímky s rovinou v prostoru omezuje především to, že přímku nelze zapsat v normálním tvaru podobném tomu v rovině:

$$ax + by + c = 0 \tag{3.1}$$

z kterého lze snadno nalézt souřadnice průsečíků. V prostoru je jediný možný analytický zápis pouze ve tvaru parametrickém:

$$x = x_0 + u_x t \tag{3.2}$$

$$y = y_0 + u_y t \tag{3.3}$$

$$z = z_0 + u_z t \tag{3.4}$$

$$\vec{u} \in \mathbb{R}^3, \vec{u} \neq \vec{0}, t \in \mathbb{R} \tag{3.5}$$

Tato komplikace není až tak zásadní, přibude jen nutnost vypočítat parametr a pomocí něho souřadnice. Následující krok, nalezení bodů, kde přechází pozorovací linie mezi pixelovými prstenci, by však vyžadoval poměrně robustní rozhodovací algoritmus, který by určoval, z a do kterého pixelu pozorovací linie přechází.

## 3.2 Metoda svislých rovin pro maticovou kameru

Jinou možností je úlohu převést do roviny. Hlavní myšlenka tohoto postupu je transformovat úlohu tak, aby byla podobná postupu při lineární tomografii. Zvolí se rovina, do které se převede úloha. Nalezne se průmět pixelových prstenců do této roviny a spočítá se délka pozorovací linie v obrazech vytvořených pixelovou mříží. Tím se dosáhne dvourozměrné konfigurace lišící se od kolmého pohledu jen tvarem pixelové mříže.

Jako ideální rovina se jeví ta, kterou lze určit pomocí pozorovací linie a prohlášením souřadnice  $z$  za volný parametr. Tato rovina bude svislá, rovnoběžná s osou  $z$ . Zvolit si tuto rovinu je výhodné především proto, že dovoluje maximálně využít symetrii úlohy.

Nejprve bude odvozen tvar průniků svislé roviny se svislou částí pixelové mříže. Rovinu v trojrozměrném prostoru lze zapsat v normálovém tvaru,

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (3.6)$$

kde  $x, y, z$  jsou souřadnice,  $a, b, c$  příslušné složky normálového vektoru a  $d$  konstanta posunutí. Je-li rovina rovnoběžná s osou  $z$ , je  $z$  složka normálového vektoru nulová. Z rovnice (3.6) vypadne člen se  $z$ . Formálně tedy rovnice vypadá jako normálová rovnice přímky ve vodorovné rovině  $xy$  (3.1). Níže je uveden tvar této rovnice závisící pouze na vzdálenosti pinhole  $R$  a úhlu  $\alpha$ , který svírá pozorovací rovina s rovinou  $xz$ . Tyto parametry jsou výhodné, protože na rozdíl od normálového vektoru jsou tyto údaje známé. Jsou určeny umístěním detektoru na tokamaku a rozložením detekčních jednotek uvnitř detektoru.

$$x \sin \alpha - y \cos \alpha - R_p \sin \alpha = 0 \quad (3.7)$$

Do této roviny lze zobrazit svislé hranice pixelové mříže. Budou to body ležící na přímce. Rotací mříže kolem osy  $z$  vzniknou v této rovině soustředné kružnice se společným středem v ose symetrie tokamaku, jak je znázorněno na obr. 3.2. Bude-li za počátek souřadnic zvolen střed symetrie, lze kružnice zapsat ve tvaru,

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (3.8)$$

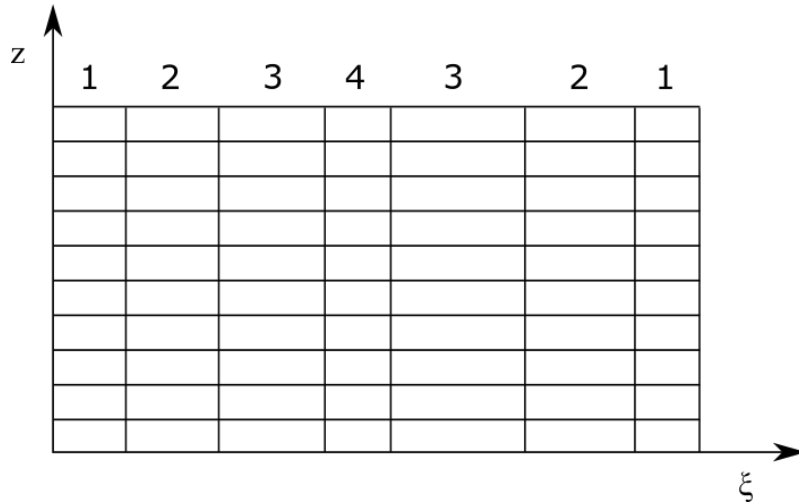
kde  $R$  je poloměr kružnice, který lze v tomto případě interpretovat jako vzdálenost pixelové hranice od osy symetrie. Vyjádření  $x$  (vztah (3.9)) z normálové rovnice přímky (3.1) lze dosadit do rovnice kružnice (3.8) a získat tak kvadratickou rovnici pro souřadnici  $y$ .

$$x = -(c + by) / a \quad (3.9)$$

$$\left(\frac{b^2}{a^2} + 1\right) y^2 + \left(\frac{2bc}{a^2} + 1\right) y + \left(\frac{c^2}{a^2} - R^2\right) = 0 \quad (3.10)$$

Zde  $a, b, c$  jsou konstanty určující rovinu a  $R$  poloměr. Řešení této rovnice dosadíme do (3.9) a získáme tak vodorovné souřadnice průsečíku. Tyto průsečíky se do svislé roviny zobrazí jako svislé čáry.





Obr. 3.1: Pohled z boku na průmět hranic pixelových prstenců do svislé roviny

Pro další řešení se hodí zavést souřadnici, která bude popisovat vodorovnou složku svislé roviny místo dvojice  $x, y$ . Hlavní požadavek na tuto souřadnici je, aby zachovávala vzdálenosti dvou bodů ve vodorovné rovině, tedy aby se transformací nezměnila délka pozorovací linie ve svislé rovině. Níže uvedená transformace převede souřadnice  $x, y$  na vodorovnou vzdálenost bodu od pinhole detektoru při volbě souřadnic tak, že počátek souřadnic leží v ose symetrie a pinhole leží v rovině  $xz$ .

$$\xi = \operatorname{sgn}(R_p - x) \sqrt{(R_p - x)^2 + y^2} \quad (3.11)$$

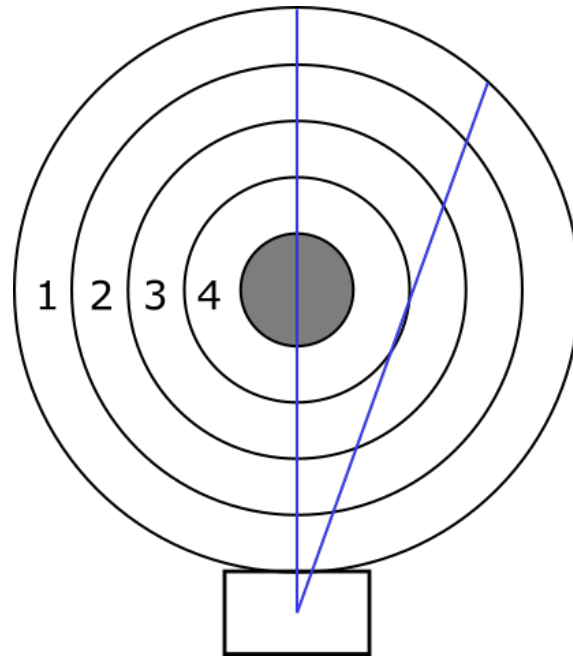
$R_p$  je vzdálenost pinhole od osy symetrie. Při použití transformace na body neležící ve svislé rovině se vodorovná vzdálenost nemusí zachovávat. Je zde využito toho, že transformované body leží v rovině procházející pinholí detektoru. Normálová rovnice pozorovací linie v proměnných  $\xi, z$  bude mít tvar,

$$\xi \cos \beta - z \sin \beta + Z_p \sin \beta = 0 \quad (3.12)$$

kde  $Z_p$  je  $z$  souřadnice pinhole a  $\beta$  úhel mezi osou  $x$  a pozorovací linií. Stejně jako pro pozorovací rovinu jsou oba parametry známé.

Dále budou naznačeny úvahy vedoucí k odvození tvaru průmětu vodorovných hranic. Rotací vodorovných hranic pixelové mříže vzniknou mezikruží, která jsou vodorovně orientovaná. Průnik těchto mezikruží se svislou rovinou jsou přímky, které jsou rovnoběžné s rovinou  $xy$ , tedy taktéž vodorovné. Tyto přímky mají konstantní  $z$  složku. Při zobrazení do svislé roviny se tato vlastnost zachová díky volbě roviny rovnoběžné s osou  $z$ . Pak není nutné zavádět novou souřadnici popisující svislou vzdálenost v pozorovací rovině.

Na obr. 3.1 je znázorněn možný tvar průmětu pixelové mříže do svislé roviny. Vzdálenosti mezi vodorovnými hranicemi zůstanou nezměněny. Oproti tomu vzdálenosti svislých hranic se mohou posunout, toto je způsobeno uvažovaným šikmým směrem pozorovací linie, jak je znázorněno pravou pozorovací linií na obr. 3.2. K tomuto jevu tedy nedojde, pokud pozorovací linie protne osu symetrie.

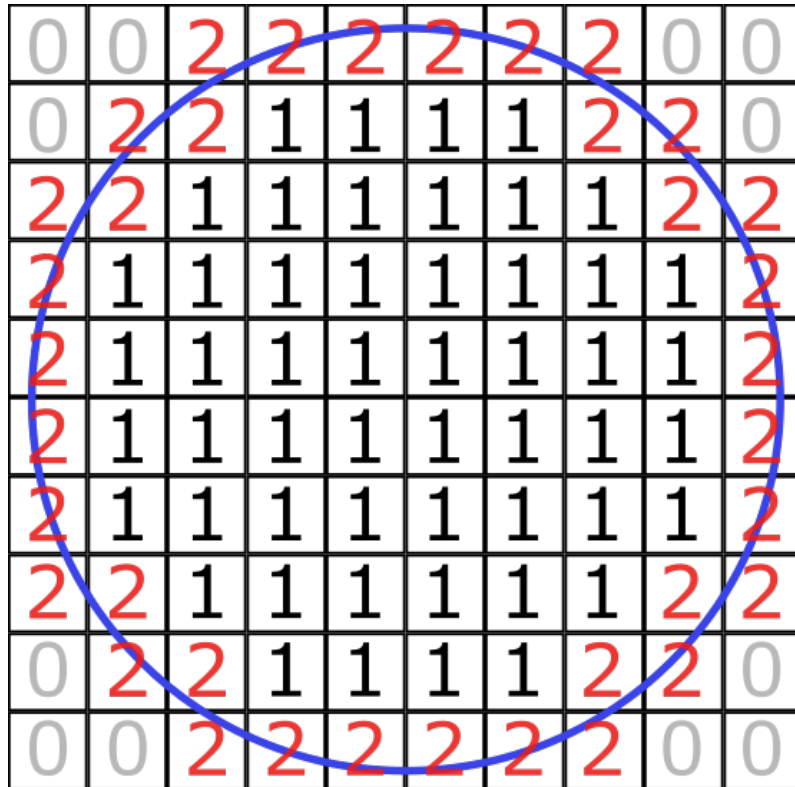


Obr. 3.2: Pohled shora na pozorovací linie a průmět svislých hranic pixelových prstenců

### 3.3 Kolize pozorovací linie s vnitřním sloupkem tokamaku

Jak je patrné z obr. 3.2 je nutné se zabývat kolizí pozorovací linie s vnitřním sloupkem tokamaku. Vnitřním sloupkem se rozumí část nádoby, která je ohraničená nejvyšším a nejnižším místem a je blíže k ose tokamaku. Tato detekce je nutná, proto že není možné pozorovat plazma zakryté vnitřní stěnou z důvodu, že záření, které zaznamenávají detektory, se nemůže šířit skrz stěnu tokamaku. Toto ovšem neplatí pro myšlenou pozorovací linii. Je tedy potřeba programově zajistit, aby při kolizi pozorovací linie se stěnou nedošlo k přičítání příspěvků pixelů, které následně protne.

Pro potřeby detekce kolize a určení jestli přičíst příspěvek z pixelu bude využita mapa pixelů. Aby bylo možné zavést pixelovou mapu, je nejprve potřeba popsat, jak byla vytvořena pixelová síť znázorněná na obr. 2.2. Postup vytvoření sítě je následující: průřezu tokamaku je opsán obdélník tak, že jeho svislá strana je rovnoběžná s osou. Tento obdélník je rozdělen na stejné menší obdélníky, tak aby bylo dosaženo požadovaného rozlišení. V síti tedy budou i pixely, které leží vně komory, ať už zcela, nebo částečně. Lze vytvořit matici, kde každý prvek bude odpovídat jednomu pixelu. Hodnoty členů matice budou určeny podle toho, jak je pixel umístěný v síti. Rozlišují se 3 typy pixelů: vnitřní, vnější, hraniční. Typ pixelu lze určit podle toho, kolik jeho rohů leží uvnitř průřezu nádoby, jak je znázorněno na obr. 3.3. Pokud všechny, jde o vnitřní pixel, pokud žádný, jde o vnější. Všechny zbývající jsou speciálně označeny jako hraniční. Toto označení bude využito později. Nejprve budou uvažovány dva speciální případy pozorovací roviny. První z nich je případ, kdy pozorovací rovina neprotne vnitřní sloupek. Druhý je kolize, kdy celá pozorovací rovina projde vnitřní stěnou. Tyto případy jsou snadné na detekci a proto je lze



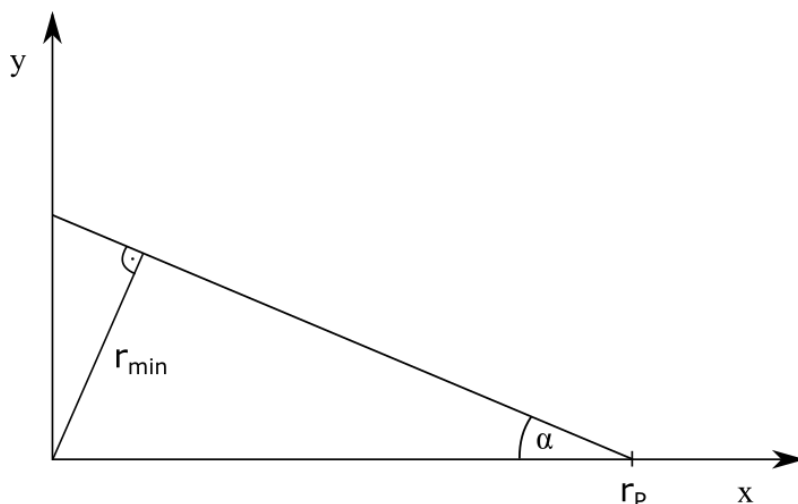
Obr. 3.3: Příklad pixelové mapy s kruhovou nádobou, 0 vnější pixel, 1 vnitřní pixel, 2 hraniční pixel

využít jako první rozhodovací podmínky pro určení kolize.

První speciální případ lze určit pomocí vzdálenosti  $r_{min}$  pozorovací roviny od osy tokamaku. Pokud bude tato vzdálenost větší, než vzdálenost nejvyššího a nejnižšího bodu nádoby, znamená to, že nemůže dojít ke kolizi s vnitřní stěnou v dané rovině. Lze tedy ukončit detekci kolize a dále se s ní pro tuto rovinu nezabývat a přičíst příspěvky v každém vnitřním pixelu, kterým projde pozorovací linie z této roviny. Vzdálenost  $r_{min}$  roviny od osy tokamaku v závislosti na úhlu  $\alpha$  sevřeného touto rovinou s rovinou  $xz$  (jde o stejný úhel jako v normálové rovnici této roviny) vychází z obr. 3.4.

$$r_{min} = R_p \sin \alpha \quad (3.13)$$

Druhý speciální případ kolize lze detekovat pomocí počtu průsečíků s nejmenší hraniční kružnicí. Tento způsob využívá toho, že pozorovací rovina se dostane mimo pixelovou mříž směrem do středu právě tehdy, když opustí nejmenší mezikružší. To znamená, že musí mít právě dva průsečíky s hraniční kružnicí o nejmenším poloměru. Výhodou tohoto způsobu je snadná zpětná aplikovatelnost, neboť z hlediska náročnosti úlohy není obtížné nalézt i druhé řešení kvadratické rovnice. Tedy i to, které odpovídá průsečíku v místě, které by bylo případně zastíněno vnitřním sloupkem a následně by při počítání členů příspěvkové matice nebylo využito. Proto se nejprve spočítají průsečíky pro všechny hraniční kružnice, a poté se jednoduše určí jestli byla nalezena řešení pro nejmenší kružnici, případně nejsou-li stejné. Pokud



Obr. 3.4: Pomocný obrázek pro odvození vzdálenosti pozorovací roviny od osy tokamaku

tento postup neodhalí kolizi, je nutné se zabývat složitějším případem částečné kolize. Algoritmus pro detekci částečné kolize je náročnější především proto, že během výpočtu příspěvků neustále kontroluje, jestli nedošlo ke kolizi. Algoritmus postupně prochází sloupce pixelů směrem od kamery a zastaví se, pokud nalezne nenulový příspěvek v hraničním pixelu.

### 3.4 Vytvoření matice pro kombinovanou tomografii

K matici pro kameru s tečným pohledem se přidají příspěvky lineárních kamer. Zpracovává se stále stejná pixelová síť, takže i příspěvkové matice budou mít stejný počet sloupců, proto je možné jednoduše k matici pro tečnou kameru přidat řádky do kterých se vloží matice od kolmých kamer.

Postup výpočtu příspěvku lineárních kamer bude o něco jednodušší, protože lineární kamera mívá jen jednu svislou rovinu, která navíc bývá kolmá [1]. Zřejmě tedy dojde k úplné kolizi pozorovací roviny se středovým sloupkem a zároveň k zachování souřadnic průsečíků. Pokud zadáme tyto speciální podmínky, lze pro určení příspěvků lineárních kamer využít již vytvořené procedury použité pro výpočet matice s tečným pohledem.

# Kapitola 4

## Výsledky

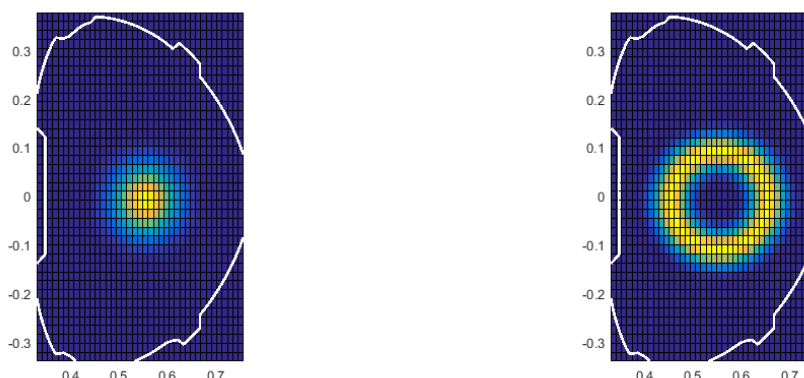
Pro generování dat byly použity funkce rotačně symetrické kolem osy tokamaku. Pro simulaci měkkého rentgenového záření byla použita funkce ve tvaru:

$$s(r, z) = \exp(-c_1(r - r_s)^2 - c_2(z - z_s)^2) \quad (4.1)$$

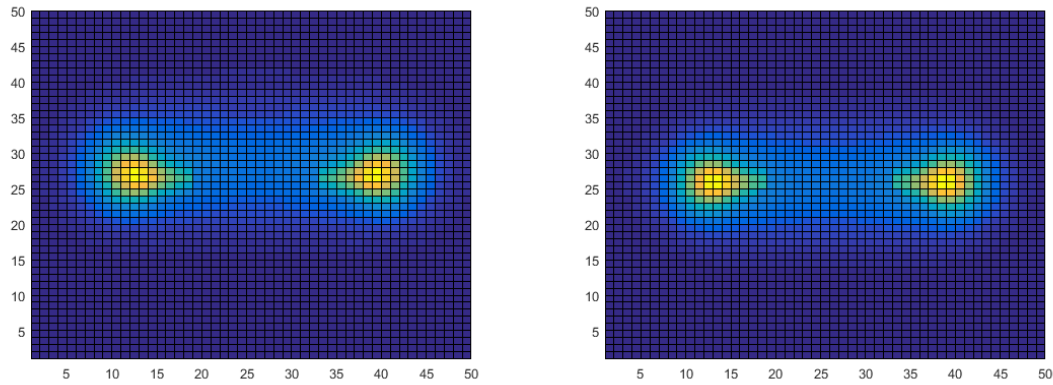
Pro simulaci viditelného záření byla použita funkce ve tvaru:

$$v(r, z) = \exp\left(-c_1\left(\sqrt{c_2(r - r_s)^2 + c_3(z - z_s)^2} - r_g\right)^2\right) \quad (4.2)$$

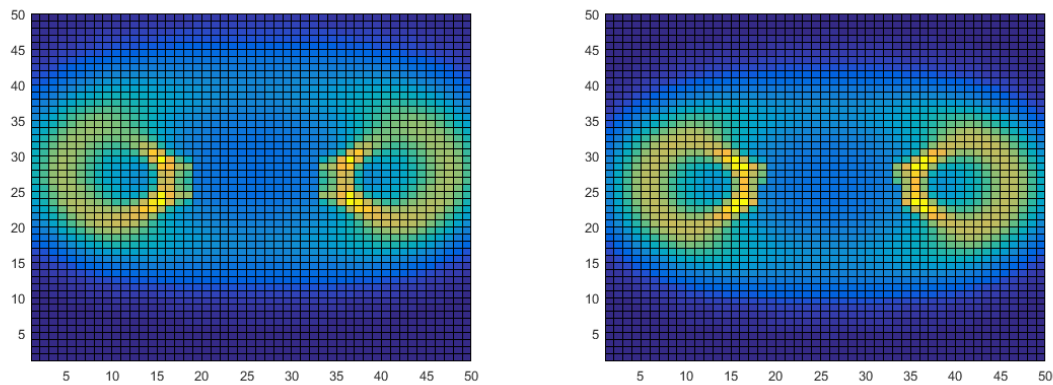
kde  $c_1$ ,  $c_2$  a  $r_g$  jsou konstanty a  $r_s = 0,5483$ ,  $z_s = 0$  souřadnice středu průřezu komory v cylindrických souřadnicích. Model pro SXR byl vytvořen pro volbu  $c_1 = 300$ ,  $c_2 = 250$  a model viditelného záření pro volbu  $c_1 = 1000$ ,  $c_2 = c_3 = 1$  a  $r_g = 0,1$ . Průřezy jsou zobrazeny na obr. 4.1. Pro vytvoření modelu byla tečná kamera umístěna tak, že její osa byla totožná s osou  $x$  a pinhole byla ve vzdálenosti odpovídající vnitřní stěně komory vzdálenější od osy tokamaku. Stejně byla umístěna jedna z lineárních kamer. Druhá lineární kamera byla umístěna do nejvyššího bodu s pohledem dolů rovnoběžně s osou  $z$ . Rozlišení bylo zvoleno 50 pixelů pro lineární kamery a 2500 pixelů (50x50) pro tečnou kameru. Jde o konfiguraci použitou pro ukázkou, polohy a rozlišení lze v programu snadno měnit.



Obr. 4.1: Modelové funkce spočítané pro souřadnice středů pixelů, vlevo SXR, vpravo viditelné



Obr. 4.2: Záběry simulovaného SXR záření. Vlevo obraz získaný vynásobením matice, vpravo numerickou integrací.

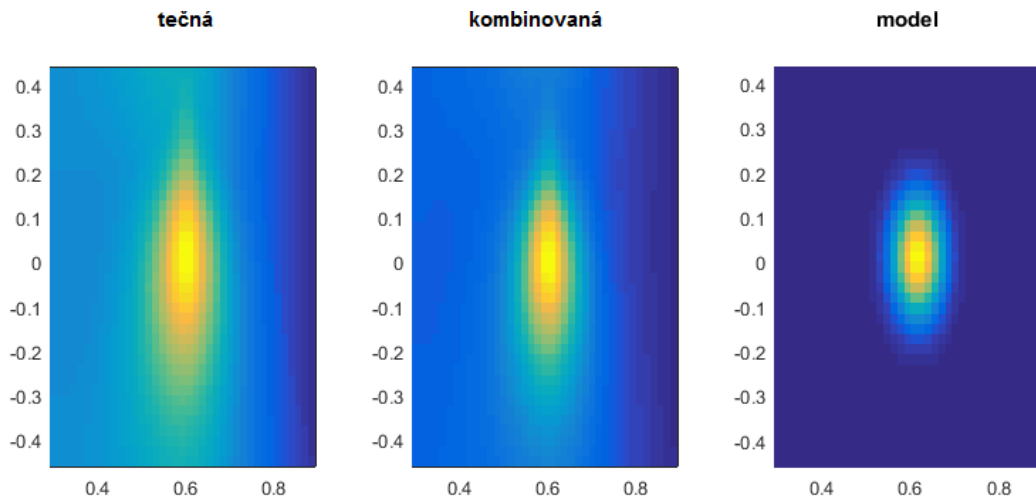


Obr. 4.3: Záběry simulovaného viditelného záření. Vlevo obraz získaný vynásobením matice, vpravo numerickou integrací.

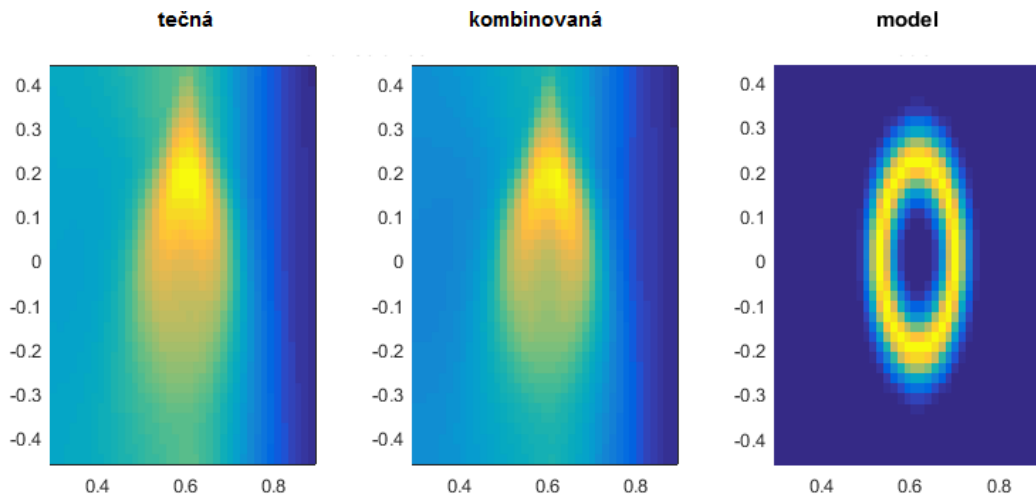
Přirozeným, názorným způsobem získání simulovaného obrazu je integrace modelové funkce podél pozorovacích linií. Integrovaní bylo provedeno podél přímků zapsaných parametricky ve tvaru (3.2)-(3.5). Pro integraci byl využita jednoduchá metoda sčítající hodnoty modelové funkce vynásobené velikostí kroku. Velikost kroku byla zvolena 0,01 metru.

Bude-li proveden maticový součin podle vzorce (2.1). Jednotlivé členy příspěvkové matice byli určeny pomocí metody svislých rovin. Hodnoty modelové funkce byly vypočítány pro souřadnice středů pixelů a poté seřazeny, tak aby odpovídali pořadí v příspěvkové matici. Výsledky z obou způsobů jsou zobrazeny pro viditelné spektrum na obr. 4.3 a pro SXR na obr. 4.2.

Dále byla provedena tomografická rekonstrukce k otestování kvality rekonstruovaného průřezu při použití tečné i kombinované matice. Tento krok je komplikovaný především tím, že jde o špatně podmíněnou úlohu. Některé aspekty aplikace na reálných datech lze jen velmi ztěžka otestovat na modelových. Například šum, který nelze spolehlivě předpovědět, případně systematické chyby vyplývající z geometrii a kalibrace detektorů [7]. Pro účely této práce byl jako vstup vybrán obraz získaný in-



Obr. 4.4: Tomografická rekonstrukce modelového SXR záření vlevo s použitím příspěvkové matice jen pro tečnou kameru, vpravo s kombinovanou maticí



Obr. 4.5: Tomografická rekonstrukce modelového viditelného záření vlevo s použitím příspěvkové matice jen pro tečnou kameru, vpravo s kombinovanou maticí

tegrací podél parametrických přímek, ke kterému byl přidán šum. Ten byl vytvořen z náhodných čísel s normálním rozdělením. Tato čísla byla vynásobena faktorem o velikosti 0,5% z maxima obrazu. Rekonstrukce byly provedeny softwarem z článku [7], který pro účel práce posloužil jen jako nástroj poskytnutý k získání výsledků. Získané rekonstrukce jsou zobrazeny na obr. 4.4 pro modelové SXR a pro simulaci viditelného záření na obr. 4.5.

# Kapitola 5

## Diskuze

Porovnání simulovaných obrazů, které by zachytila maticová kamera, vytvořených integrací s těmi, které vznikly vynásobením příspěvkové matice vektorem hodnot modelové funkce, lze využít jako klíčový způsob ověření správnosti výpočtu příspěvkové matice. Z obr. 4.2 a 4.3 je patrné, že se podařilo dosáhnout velmi dobré shody v obrazech. Z toho lze usuzovat, že metoda a algoritmus výpočtu matice je funkční a dává správné výsledky. Funkční příspěvková matice je zásadní výsledek této práce, který umožní pokročit k dalšímu kroku, kterým je spuštění tomografie. Tu je potřeba použít pro otestování schopnosti systému rekonstruovat naměřená data.

Tomografický algoritmus byl pro použitá data značně nestabilní (pro některá uspořádání regularizace nekonvergovala) a nepřesný, jak je vidět na obrázcích 4.4 a 4.5. Důsledkem je, že rekonstruovaný průřez neodpovídá uspokojivě modelové funkci. Rekonstrukce SXR vykazovala lepší výsledky. Střed je vizuálně na stejném místě, jako u modelové funkce, avšak celkově je průřez vertikálně roztažený a příliš vyhlazený. Rekonstrukce viditelného záření dopadla ještě hůře, ale i tak lze pozorovat náznak dutého profilu, zhruba v místě, kde ji má i modelová funkce. Také zde, stejně jako u rekonstrukce SXR, lze pozorovat vertikální protažení a přílišné vyhlazení. Pozitivním a pro tokamak WEST slibným výsledkem je, že rekonstrukce s použitím kombinované matice poskytují lepší výsledky, méně se projevují popsane nedostatky.

Kvalitu rekonstrukce a konvergenci numerické metody mohla zhoršit stávající optimalizace použitého tomografického algoritmu, který pracuje pouze v uspořádání s lineárními kamerami. Vyhlazovací matice, okrajové podmínky a dalších požadavky na řešení mohou mít špatný vliv na rekonstrukci z maticové kamery. Nevhodnost použití podmínek optimalizovaných pro lineární kamery by mohl dále způsobovat jednak podstatně větší počet pozorovacích linií a tím pádem i počet řádků v příspěvkové matici, tak i rozdíl v geometrii. Při použití dvou lineárních kamer s 50 detektory a pixelovou mříž 40x40 vznikne matice o rozměrech 100x1600, na tokamaku WEST se uvažuje o instalování dvou kamer s maximálním rozlišením 128 pixelů [3], to odpovídá 256 řádkům příspěvkové matice. Pokud by byla použita rychlá kamera instalovaná na tokamaku COMPASS v maximálním rozlišení 1280x1024 pixelů [10], příspěvková matice by měla 1 310 720 řádků. To by byl o 4 řády větší rozměr, než při použití dvou lineárních kamer. Geometrie se liší ve velikosti a množství příspěvků jednotlivých pixelů. Tím, že maticová kamera zabírá komoru i šikmo na průřez,



dojde k protažení pixelů vzhledem k pozorovací linii což způsobí větší příspěvek, který je počítaný jako délka linie v pixelu. Další geometrický rozdíl je způsoben liniemi, které prochází kolem středového sloupku až na protější stěnu. To umožní vznik většího množství nenulových prvků v řádcích příspěvkové matice, případně daleko větší hodnoty pokud by linie prošla stejnými pixelovými prstenci ve vzdálenější části komory. Optimalizování požadavků na řešení, tak aby zohledňovaly odlišnost maticové kamery, by vyžadovalo hlubší úpravy tomografického algoritmu, což přesahuje rámec této práce a může být dále vyvíjeno pouze po detailním seznámení s touto metodou.

Rozložení pozorovacích linií bylo vytvořeno tak, aby dopadaly na plochu kolmou na osu kamery ve stejných vzdálenostech. Tento model je vhodný proto, že zachová tvar řezu pozorovaných objektů v rovině kolmé na osu kamery a přibližně odpovídá standardním objektivům. Zároveň toto rozdělení umožňuje vizuální kontrolu simulovaného obrazu. Pro neobvyklé objektivy, jako například širokoúhlé nebo fisheye (tzv. rybí oko), by toto rozdělení nebylo vhodné. Dalším vylepšením algoritmu by proto mělo být zohlednění optických vlastností objektivu příslušné kamery.

Jak již bylo uvedeno v kapitole 2 a zpracováno v [8], tomografie využívající světelné spektrum v tokamacích je často ovlivněna záznamem odrazů, proto by se dále měl vyvinout způsob jejich odečítání.

Tomografické rekonstrukce s kombinovanou maticí, i přesto že byly poměrně nepřesné, ukazovaly zlepšení rekonstrukce. Dalším vývojovým krokem by mohlo být přidání více než dvou lineárních kamer. V případě, že by to umožnila i konfigurace tokamaku, by teoreticky bylo možné použít i více maticových kamer. Program pro výpočet příspěvkové matice je napsán tak, aby umožňoval přidávání více kamer i různých druhů s různým pohledem na plazma.

Také by bylo možné kódy aktualizovat přeepsáním do programovacího jazyka python, který se začíná ve větší míře používat na různých tokamacích [5]. Také by mohlo být prospěšné vytvořit objektové struktury, které by umožnily ještě snadněji vkládat do kódu nové kamery a počítat pro ně kombinovanou příspěvkovou matici.

Výše uvedené odstavce o dalším vývoji lze shrnout do následujících bodů.

- optimalizovat tomografie
- počítat se složitějšími optickými systémy, než je pinhole
- zahrnut odrazy, např dle [8]
- postupně odlaďovat na experimentálních datech, s podporou simulací na modelových datech včetně studia možného vlivu chyb a na výsledek tomografii [1]
- spojit více kamer do jedné matice
- přeepsat kódy do jazyka python a vytvořit objektové struktury

# Závěr

Práce se zabývá metodou vytvoření příspěvkové matice pro tomografii na tokamacích se zaměřením na nalezení způsobu kombinace různých typů kamery. V této práci je hlavní pozornost věnována ke kombinaci jedné maticové kamery s tečným pohledem na plazma s dvěma lineárními kamerami s kolmým pohledem.

V první kapitole byl rozebrán význam tokamaků z hlediska zvládnutí termojaderné fúze. Ta nabízí mimo jiné perspektivu výroby energie.

Ve druhé kapitole je stručně přiblížena tomografie a způsob provedení tomografické rekonstrukce. Také byli popsány již používané, nebo zatím jen uvažované konfigurace kamer podle rozmístění, množství, typu a způsobu jakým sledují plazma. Tím byl splněn první bod z osnovy práce.

Na tokamaku COMPASS došlo ke změně kamery a v rámci bakalářské práce se nepodařilo uspokojivě upravit a zprovoznit software dle [7]. Práce proto byla zaměřena na vývoj vlastního algoritmu dle bodu 3. Z těchto důvodů nebyl uzavřen druhý bod z osnovy a proto se mu nevěnujeme v této práci.

V třetí kapitole byl popsán navržený způsob výpočtu příspěvkové matice pro maticovou kameru a její rozšíření na matici pro kombinovanou tomografii. Čtvrtá kapitola se věnuje způsobu získání výsledku na modelových datech pro maticovou kameru a dále jejich porovnání s kombinovanou maticí. V páté kapitole jsou dále rozebírány a porovnávány výsledky pro tečnou a kombinovanou tomografii. Také jsou zde navrženy další způsoby vylepšení a vývoje tomografické rekonstrukce s kombinovanými kamerami. Podařilo se vytvořit software, který umožňuje výpočet příspěvkové matice pro kombinace různých kamer s různým typem pohledu na plazma a to včetně možností pootočení či sklopení. Těmito kapitolami byl splněn třetí bod z osnovy.

V rámci diskuze byl vyhodnocen další možný postup vývoje metod kombinované tomografie. V poslední době se na tokamacích začínají využívat maticové kamery, zejména jako rychlé kamery, které generují velké množství dat. Jejich zpracování vyžaduje rychlou tomografii. Těmto požadavkům vyhovuje Tichonovova regularizace s minimalizací Fisherovy informace, která je využita i v této práci. Při použití této metody je možné získat výsledky s velkým prostorovým i časovým rozlišením. Tato práce otevírá možnost kombinace tradičního přístupu k tomografii s novými rychlými maticovými kamerami.

# Seznam použitých zdrojů

- [1] M. IMRÍŠEK, *Tomografie měkkého rentgenového záření na tokamaku JET*, master's thesis, FJFI ČVUT, 2011.
- [2] V. LÖFFELMANN, *Vývoj a testování metod rychlé regularizace pomocí hradlových polí pro řízení experimentu v reálném čase*, master's thesis, FJFI ČVUT, 2016.
- [3] D. MAZON ET AL., *Design of softxray tomographic system in west using gem detectors*, Fusion Engineering and Design, 96 (2015), p. 856:860.
- [4] G. MCCracken AND P. STOTT, *Fúze - energie vesmíru*, no. ISBN: 80-204-1453-3, Mladá fronta, 2006.
- [5] J. MLYNÁŘ, *interní komunikace*.
- [6] J. MLYNÁŘ ET AL., *Introducing minimum Fisher regularisation tomography to AXUV and soft x-ray diagnostic systems of the COMPASS tokamaka*, Review of Scientific Instruments, 83 (2012), p. 10E531.
- [7] M. ODSTRČIL ET AL., *Modern numerical methods for plasma tomography optimisation*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 686 (2012), p. 156:161.
- [8] M. ODSTRČIL ET AL., *Plasma tomographic reconstruction from tangentially viewing camera with background subtraction*, Review of Scientific Instruments, 85 (2014), p. 013509.
- [9] F. WAGNER, *Considerations for an eu-wide use of renewable energies for electricity generation*, European Physical Journal Plus, (2014), p. 129:219.
- [10] V. WEINZETTL ET AL., *Overview of the compass diagnostics*, Fusion Engineering and Design, 86 (2011), p. 1227:1231.

# Přílohy

## Obsah CD

seznam a krátký popis souborů na přiloženém CD (podrobnější komentáře jsou ve-  
psány do kódů)

COMPASS_pol	obsahuje vnitřní geometrii vakuové nádoby
gen_map	procedura vytvářející mapu
init_angles	procedura vytvářející rozložení pozorovacích linií
init_param	procedura načítající potřebné parametry z COMPASS_pol
integrace_modelu	procedura integrující model SXR
integrace_modelu_visible	procedura integrující model viditelného spektra
integruj_los	funkce počítající integrál podél linie SXR modelu
integruj_los_visible	funkce počítající integrál podél linie modelu viditelného spektra
matice	procedura vytvářející matici pro tečnou kameru
matice2	procedura vytvářející matici pro tečnou kameru a dvě lineární
model_rekonstrukce_sxr	procedura provádějící maticový součin příspěvkové matice s vektorem modelových hodnot SXR
model_rekonstrukce_visible	procedura provádějící maticový součin příspěvkové matice s vektorem modelových hodnot viditelného spektra
model_sxr	modelová funkce SXR
model_visible	modelová funkce viditelného spektra
pruchod	funkce zpracovávající pozorovací linii ve svislé rovině
prvek	funkce počítající délku linie v pixelu
transformace	funkce převádějící dvojici (x, y) na $\xi$
zmapuj	funkce počítající mapu
zpracuj	funkce upravující vektor na matici pro zobrazení