Bakalářská práce



České vysoké učení technické v Praze



Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská Katedra fyziky

Elektromagnetické vlastnosti měsíců a planet

Daniel Procházka

Školitel: Dr. Ing. Pavel Trávníček Červenec 2019

Poděkování

Děkuji Dr. Ing. Pavlu Trávníčkovi za poskytnutí simulančího kódu, simulační infrastruktury a převedším za ochotnou pomoc při konzultacích.

Prohlášení

Vloženo na následující straně.

Abstrakt

Interakce planet a měsíců se slunečním větrem je podmíněná (nejen) elektromagnetickými vlastnostmi interagujícího tělesa. Zaměřil jsem se na vliv elektromagnetických vlastností Měsíce jako například rezistivity na interakci. Byla použita třídimenzionální hybridní numerická simulace. Simulovaná data byla analyzována a hlavní rysy interakce byly srovnány s literaturou. Perturbace všech analyzovaných veličin byly ohraničeny Machovým kuželem s vrcholovým úhlem přibližně 10°. Absorpcí protonů Měsícem vzniká v závětří slunečního větru kavita, která je ze stran zaplňována ve směru magnetických silokřivek. Kolem středu závětří jsou dvě význačné oblasti ohraničené kužely – oblast zředění a oblast rekomprese. Magnetické pole je zesíleno ve středu závětří a zeslabeno v oblasti zředění. Teplotní anizotropie vykazuje asymetrii vůči středu závětří.

Klíčová slova: sluneční vítr, Měsíc, hybridní simulace

Školitel: Dr. Ing. Pavel Trávníček Astronomický ústav Akademie věd České republiky

Abstract

The interaction between the Solar wind and planets or moons is determined by the body's electromagnetic properties (among others). I have tried to investigate how electromagnetic properties of Moon such as its resistivity affect the interaction. Three-dimensional hybrid numerical simulation was used. Simulated data were analyzed and main features of the interaction were described and compared to literature. Perturbations of all analyzed quantities were bound by Mach cone with the angle of approximately 10° . As the Moon absorbs protons a cavity appears in its wake which is filled from the sides along the magnetic field lines. Around the wake center there are two regions bounded by cones – the rarefaction region and the recompression region. The magnetic field is enhanced in the center of the wake and weakened in the rarefaction region. Temperature anisotropy of the protons is not symmetric relative to the wake's center.

Keywords: solar wind, Moon, hybrid simulation

Title translation: Electromagnetic properties of moons and planets

Obsah

1 Úvod	1
2 Teoretický úvod	3
2.1 Hybridní model	3
2.2 Používané jednotky a převody	4
2.3 Magnetické pole planet	5
2.4 Ionosféra	6
3 Pozadí	7
3.1 Geologické složení Měsíce	7
3.2 Interakce Měsíce se slunečním	
větrem	9
3.2.1 První pohled na interakci	9
3.2.2 Magnetický dipól indukovaný v	r
Měsíci	10
3.2.3 Magnetická pole v kůře Měsíce	12
3.3 Galileovské měsíce	14
3.3.1 Ganymed	15
3.3.2 Europa	18
3.4 Ostatní planety a měsíce	19
4 Model	21
4.1 Stabilita	22
4.2 Profil rezistivity Měsíce	24
5 Výsledky	27
5.1 Stará simulace	27
5.2 Nová simulace	30
6 Závěr	41
Literatura	43

Obrázky

3.1 Vodivostní profil Měsíce. Zdroj: [6]	
(Pozn.: $mhos/m = Sm^{-1}$)	9
3.2 Graf hustoty plazmatu v hybridním	L
modelu interakce slunečního větru s	
Měsícem (nevodivým absorbujícím	
veškeré dopadající jonty) pro různé	
orientage IME Vuebrageny ison regu	
(a) is very m_{i} (b) very m_{i} (c)	•
(a) je tovina xy , (b) tovina xz , (c)	
resp. (d) roviny yz ve vzdalenosti	
x = -10000 km resp.	1.0
x = -30000 km. Zdroj: [17]	10
3.3 Schéma proudů v měsíčním závětři	ĺ
pro IMF rovnoběžné (a), resp. kolmé	
(b) na směr toku slunečního větru.	
$P\check{r}evzato z: [9] \dots \dots \dots \dots \dots$	11
3.4 Grafy magnetické indukce pro	
simulace bez indukovaného pole	
(#A1, #B1) a s magnetickým	
momentem 10^{16} Am^2 (#A2, #B2).	
Zdroj: [8]	12
3.5 Selenografická mapa toku	
odražených protonů. Zdroj: [48].	13
3 6 (a) 3D vyobrazení magnetických	10
silokřivek magnetosféry Canymeda	
(b) Mapa rychlosti plazmatu yo	
(b) Mapa Tychlosti plazmatu ve	
(undisturbed) telus. Openženž isou	
(undisturbed) toku. Oranzove jsou	
vykresieny alivenovy charakteristiky	
(primky se smernici $\pm 1/M_A$). Bile	
křivky jsou magnetické silokřivky.	
Zdroj: [27]	17
3.7 Graf B_x pro rychlost slunečního	
větru rovnou (zleva):	
$7v_A, 4v_A, 2v_A, v_A, v_A/2$. Zdroj: [57]	19
4.1 Profil vodivosti Měsíce z [6]	
srovnaný s profilem (červeně)	
popsaným funkcí (4.11)	25
4.2 Model profilu rezistivity Měsíce	
vytvořený podle [6]	25
5.1 Graf hustoty plazmatu v hybridní	
simulaci bez geologického modelu:	
řezy v rovinách $xy, yz. \ldots$	28
$5.2~{\rm Graf}$ hustoty plazmatu v hybridní	
simulaci bez geologického modelu:	
řezy v rovinách yz pro různá x	29

5.3 Graf průměrné rychlosti protonů v
hybridní simulaci bez geologického
modelu: řezy v rovinách xy, xz 32
5.4 Graf magnetické indukce v
hybridní simulaci bez geologického
modelu: řezy v rovinách xy, xz 33
5.5 Graf elektrického proudu v
hybridní simulaci bez geologického
modelu: řezv v rovinách xy , xz , 34
5.6 Graf teplotní anizotropie $(T_{\perp}/T_{\parallel})$
protonů v hybridní simulaci bez
reolorického modelu: řezy v rovinách
ru ur 35
57 Graf teplotní anizotropie $(T_{\rm e}/T_{\rm e})$
5.1 Grai teplotin anzotropie $(1 \perp / 1 \parallel)$
protonu v nybridin simulaci bez
geologickeno modelu: rezy v rovinach
yz pro ruzna x
5.8 Graf hustoty plazmatu v novejsi
hybridní simulaci bez geologického
modelu: řezy v rovinách xy, yz 36
5.9 Graf hustoty plazmatu v novější
hybridní simulaci bez geologického
modelu: řezy v rovinách yz pro různá
<i>x</i>
5.10 Graf průměrné rychlosti protonů
v novější hybridní simulaci bez
geologického modelu: řezy v rovinách
$xy, xz. \ldots 37$
5.11 Graf magnetické indukce v novější
hybridní simulaci bez geologického
modelu: řezv v rovinách xy, xz 38
5.12 Graf elektrického proudu v novější
hybridní simulaci bez geologického
modelu: řezy v rovinách $xy, xz, \dots 39$
5 13 Graf teplotní anizotropie $(T_{\perp}/T_{\parallel})$
protonů v hybridní simulaci bez
geologického modelu: řezy v rovinách
geologickeno moderu. rezy v rovinach
xy, yz
o.14 Grai tepiotini anizotropie $(I \perp / I \parallel)$
protonu v nybridni simulaci dez
geologickeno modelu: rezy v rovinach
yz pro různá x

Tabulky

3.1 Přehled modelů pro kůru z	[61]	8
5.1 Parametry simulace		27

Kapitola 1 Úvod

Interakce slunečního větru s planetami či měsíci je podmíněná nejen vlastnostmi slunečního větru (protonová hustota, rychlost, velikost magnetického pole), ale také vlastnostmi tělesa, s nímž interagují. Těmi jsou např. existence magnetického pole, složení planety, existence atmosféry nebo existence ionosféry.

Měření např. magnetického pole užitím magnetometrů však nestačí, protože se sonda pohybuje po křivce, takže nám nedává moc informací. Průletů kolem tělesa může být víc a v různých vzdálenostech od tělesa (např. sonda Galileo u Galileovských měsíců planety Jupitera), přesto však neposkytnou globální pohled na interakci.

Numerické simulace tento pohled poskytnou. Jelikož jde o nějaký model, jsou numerické simulace odkázány na porovnání s experimentem. Právě porovnáním s experimentem můžeme získat informace o složení planet či měsíců, čímž se zabývá tato bakalářská práce. U Jupiterova měsíce Europa pomáhají numerické simulace rozhodnout, zda se na Europě vyskytuje voda v kapalném skupenství. Existence oceánu na Europě totiž ovlivňuje její elektromagnetické vlastnosti, které zase ovlivňují interakci s plazmatem v magnetosféře Jupitera. V případě Měsíce se můžeme zajímat o velikost a vodivost jeho jádra nebo kůry.

V práci je provedena rešerše ohledně elektromagnetických vlastností Měsíce a Galileovských měsíců a jejich využití v numerických simulacích interakce se slunečním větrem, resp. s plazmatem v magnetosféře Jupitera. Elektromagnetické vlastnosti jsou pak přidány do hybridní numerické simulace interakce Měsíce se slunečním větrem. Závěrem jsou v práci srovnány výsledky pro simulaci s přidáním elektromagnetických vlastností a bez nich za účelem výzkumu jejich vlivu na interakci Měsíce se slunečním větrem.

Kapitola 2 Teoretický úvod

V této kapitole představím hybridní model plazmatu a jednotky používané v simulaci, které jsou odvozené od vlastností plazmatu a meziplanetárního magnetického pole (IMF). Dále představím teorii relevantní pro následující kapitoly týkající se magnetických moemtnů planet a vlivu ionosféry na interakci.

2.1 Hybridní model

Numerické modelování interakce slunečního větru s tělesy má různé přístupy. Hybridní model je určitým kompromisem mezi magnetohydrodynamickým popisem a výpočtem pohybu všech částic a jejich vlivu na pole. První přístup je pouze popisem vývoje centrálních momentů rozdělovací funkce částic a druhý přístup je příliš náročný na výpočet. Hybridní model popisuje elektrony jako kapalinu a protony shlukuje do makročástic, což sníží numerickou náročnost.

V hybridním modelu jsou elektrony modelovány hydrodynamicky a jsou považovány za nehmotné ($m_e = 0$). První momentová rovnice pro elektrony je

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u_e} \cdot \nabla\right) m_e n_e \vec{u_e} = \rho_e \vec{E} + \vec{j_e} \times \vec{B} - \nabla \cdot \bar{P}_e - \rho_e \eta \, \vec{j}. \tag{2.1}$$

Je třeba ze vztahu vylouči
t \vec{j}_e a proto použijeme $\vec{j}=\vec{j}_I+\vec{j}_e.$ Z limitního přechodu

$$\mu_0 \vec{j} = \nabla \times \vec{B},$$

Ampérova zákona pro $\omega \to 0$ dosadíme za \vec{j} . Dále vyloučíme ρ_e užitím $\rho_I + \rho_e = 0$. Pokud budeme navíc předpokládat izotropii tlaku a dosadíme do rovnice (2.1), dostaneme

$$0 = -\rho_I \vec{E} + \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B} - \vec{j}_I\right) \times \vec{B} - \nabla p_e - \frac{\rho_I \eta}{\mu_0} \nabla \times \vec{B},$$

odkud lze vyjádřit rovnici pro intenzitu elektrického pole:

$$\vec{E} = \frac{1}{\rho_I} \left(-\vec{j}_I \times \vec{B} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} - \nabla p_e \right) + \frac{\eta}{\mu_0} \nabla \times \vec{B}.$$
 (2.2)

2. Teoretický úvod 🔹 🔹

Pomocí \vec{E} vypočítáme časový posun poloh a hybností makročástic a magnetického pole

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right), \qquad (2.3)$$

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}, \tag{2.4}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}.$$
(2.5)

Kvůli numerické náročnosti výpočtů se rovnice (2.3), (2.4) nepočítají pro všechny ionty zvlášť. Jsou užity makročástice, které reprezentují velký počet iontů (řádově přibližně 10^{18}). Schéma vypadá tak, že se vypočte elektrické pole, poté se posunou v čase makročástice a magnetické pole. Často se pole počítá s menším časovým krokem než pohyby makročástic.

Rovnici (2.2) můžeme zjednodušit přidáním dalších předpokladů. Např. pokud popíšeme elektrony jako ideální plyn, který se chová adiabaticky, můžeme psát $p_e = p_{e,0}(n_e/n_{e,0})^{\kappa}$, kde κ je Poissonova konstanta [17].

2.2 Používané jednotky a převody

Často používané soustavy jednotek jsou SI a CGS (s Gaussovými jednotkami). Nyní popíšu jednotky, které budou používány v numerické simulaci a jejich souvislost s jednotkami SI.

K měření času použijeme pohyb $cyklotronovou frekvenci. V konstantním magnetickém poli s magnetickou indukcí <math display="inline">\vec{B}$ koná volná částice pohyb po šroubovici s cyklotronovou frekvencí

$$\omega_c = \frac{qB}{m},\tag{2.6}$$

kde q je její náboj
amhmotnost. Pro měření vzdálenosti se zavádí
 $protonová inerciální délka \Lambda$ vztahem

$$\Lambda = \frac{c}{\omega_{pi}},\tag{2.7}$$

kde index *i* značí, že se jedná o plazmovou frekvenci i
ontů. Rozměr délky budeme tedy měřit v Λ a čas v jednotc
e ω_{ci}^{-1} . V těchto jednotkách pak Alfvénova rychlost

$$v_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 n_i m_i}} \tag{2.8}$$

bude rovna jedné, protože

$$v_A = \Lambda \cdot \omega_{ci}.\tag{2.9}$$

Zmiňme ještě bezrozměrné parametry β a M_A . Druhý z nich se nazývá Machovo číslo, definované jako $M_A = v/v_A$, což tedy odpovídá rychlosti

🛛 🖷 🖷 🖷 🖷 🖷 🖷 🖷 2.3. Magnetické pole planet

ve výše zmíněných jednotkách. Pokud bude větší než jedna, indikuje to, že se informace nemůže šířit proti směru toku slunečního větru (či obecně dopadajícího plazmatu) [35]. Beta je definováno jako $\beta = p/p_{mg}$. Můžeme dosadit a rozepsat na

$$\beta = \frac{2\mu_0}{B^2} n k_B T = \frac{2}{\gamma} \left(\frac{c_s}{v_A}\right)^2, \qquad (2.10)$$

kde *B* je magnetická indukce, *n* hustota plazmatu, *T* jeho teplota. V druhé rovnici vystupuje c_s/v_A , tedy zvuková rychlost ve výše uvedených jednotkách; γ je Poissonova konstanta [35].

2.3 Magnetické pole planet

Pro magnetické pole planet využijeme multipólový rozvoj. Pokud bude magnetické pole dobře popsáno dipólem, máme z multipólového rozvoje vektorového potenciálu magnetického pole

$$\vec{A} = \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^2},$$

kde \vec{m} je magnetický dipólový moment. Pro magnetickou indukci dostaneme

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r^3} \left(\frac{3\vec{m} \cdot \vec{r}}{r^2} \vec{r} - \vec{m} \right).$$
(2.11)

V případě složitějšího pole můžeme nejdříve využít Helmholtzův rozklad magnetického pole

$$\vec{B} = \nabla V + \nabla \times \vec{A}.$$
 (2.12)

Protože $\nabla \times \nabla \equiv 0$ a $\nabla \cdot \nabla \times \equiv 0$, jde o rozklad na složku s nulovou rotací a na složku s nulovou divergencí. Abychom vyhověli Maxwellově rovnici $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, musí navíc V řešit Laplaceovu rovnici.

Řešení V lze zapsat jako $V = V^i + V^e$, kde

$$V^{i}(r,\vartheta,\varphi) = \operatorname{Re}\left\{R\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{r}{R}\right)^{-n-1}g_{n}^{m}Y_{n}^{m}(\vartheta,\varphi)\right\},$$
(2.13a)

$$V^{e}(r,\vartheta,\varphi) = \operatorname{Re}\left\{R\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{r}{R}\right)^{n}G_{n}^{m}Y_{n}^{m}(\vartheta,\varphi)\right\},$$
(2.13b)

kde Y_n^m jsou kulové funkce, R poloměr planety a ϑ, φ sférické souřadnice. V^i popisuje vnější příspěvek a V^e vnější. Koeficienty g_n^m, G_n^m jsou určeny empiricky [58]. 2. Teoretický úvod ÷. н. н. . .

Poloha magnetopauzy je dána magnetickým polem planety a slunečním větrem. Místo, kde se vyrovnají síly dané gradientem tlaku magnetosféry a tlaku slunečního větru.

$$p = \rho u^2 + nk_B T + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

2.4 lonosféra

Podívejme se na vodivost i
onosféry. Nechť magnetická indukce je ve směruz.Vodivost i
onosféry bude anizotropní s

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & 0 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{pmatrix},$$

kde

$$\sigma_0 = \left[\frac{1}{m_e \nu_{en}} + \frac{1}{m_i \nu_{in}}\right] n_e e^2, \qquad (2.14a)$$

$$\sigma_1 = \left[\frac{1}{m_e \nu_{en}} \left(\frac{\nu_{en}^2}{\nu_{en}^2 + \Omega_e^2}\right) + \frac{1}{m_i \nu_{in}} \left(\frac{\nu_{in}^2}{\nu_{in}^2 + \Omega_i^2}\right)\right] n_e e^2, \quad (2.14b)$$

$$\sigma_2 = \left[\frac{1}{m_e \nu_{en}} \left(\frac{\nu_{en}^2 \Omega_e}{\nu_{en}^2 + \Omega_e^2}\right) + \frac{1}{m_i \nu_{in}} \left(\frac{\nu_{in}^2 \Omega_i}{\nu_{in}^2 + \Omega_i^2}\right)\right] n_e e^2.$$
(2.14c)

Ohmův zákon pak má tvar $\vec{j} = \sigma \vec{E}$.

Kapitola 3 Pozadí

V této kapitole shrnu literaturu o interakci slunečního větru s planetami a Měsíci. O interakci máme dva zdroje informací. Prvním jsou naměřená data – buď in-situ (např. sonda osazená magnetometry), nebo elektromagnetické záření pozorované na Zemi. Problémem u in-situ pozorování je, že sonda nám nedá globální obraz o interakci, protože máme data pouze na křivce, po které sonda prolétne. Pro určení vlastností planet či měsíců je vhodné měřit při více průletech, jako tomu bylo např. u sondy Galileo. Druhou možností je využít numerické simulace, které nám můžou dát globální obraz o interakci, ale využívají zjednodušení kvůli numerické náročnosti. Správnost modelu lze usuzovat z porovnání s daty naměřenými in-situ.

3.1 Geologické složení Měsíce

Měsíc je tvořen převážně křemičitými minerály. Stejně jako Země má Měsíc 3 hlavní vrstvy: kůru, plášť a jádro. Studium Měsíční kůry nám umožňuje získat informace o historii Slunečního větru díky tomu, že Měsíc pohlcuje velkou část dopadajícího plazmatu (více o interakci viz kap. 3.2) [36].

Odrazivost oblastí na povrchu Měsíce nám říká něco o jejich složení. Více odrazivé plochy jsou tvořeny převážně anortozitickými horninami (anortozit je hlubinná vyvřelá hornina) a hořčíkatými horninami bohatými na plagioklasy (*plagioklase-rich Mg-suite rocks*). Tmavá místa jsou tvořena bazaltickými horninami a pyroklastiky [25].

Takovéto dělení je však velkým zjednodušením. Kůru lze dělit na terany – geologické jednotky lišící se složením a vlastnostmi [25]. Dva největší terany jsou *Procellarum KREEP Terrane* (PKT) a *Feldspathic Highlands Terrane* (FHT) [25]. FHT pokrývá přibližně 60 % měsíčního povrchu a je tvořen anortozitickými horninami a má nízké koncentrace thoria. PKT je tvořen KREEP (= draslík, vzácné zeminy a fosfor) bazalty a má vysoké koncentrace thoria [25]. Na základě měření gamma záření (z radioaktivního thoria a draslíku) pak lze PKT mapovat [29, např.]. Pojem KREEP bazalt označuje takové horniny, které vznikly krystalizací magmatického oceánu, nikoliv dopady meteorů [61]. Dalším významným teranem je pánev South Pole-Aitken, která má podobně jako PKT vyšší koncentrace oxidu železnathého než FHT, ale je chudší na thorium než PKT [25]. V měsíční kůře se také vyskytují zmagnetizované oblasti (více o vzniku a interakci se slunečním větrem v kap. 3.2).

Rozhraní mezi kůrou a pláštěm se nazývá Mohorovčićova diskontinuita a lze určit seismologicky na základě šíření podélných vln. K těmto měřením slouží seismometry umístěné při misích Apollo 12, 14, 15 a 16. Například poblíž míst přistání Apollo 12 a 14, pod Mare Cognitum, byla inverzí času šíření vln určena hloubka přibližně 58 km [45]. Různá měření také nasvědčovala nespojitosti v hloubce přibližně 20 km [61]. Tlouštka kůry byla také zkoumána skrze impedanci [3]. Na základě těchto dat navrhují [61] tři různé modely pro kůru. Jeden z nich navíc dělí kůru ještě na svrchní a spodní. Jejich přehled je v tab. 3.1.

	Model 1	Model 2	Model 3
Referenční tloušťka kůry [km]	$53,\!4$	43,4	52,0
Referenční tloušťka svrchní kůry [km]			26,9

Tabulka 3.1: Přehled modelů pro kůru z [61].

Měsíční zemětřesení neumožňují seismologicky zkoumat hloubky větší než 1200 km ($\approx 0.7R_M$, kde $R_M = 1737$ km je poloměr Měsíce) [25]. Byly však analyzovány dopady meteorů. Odtud plynou odhady na tloušťku kůry 50 – 60 km, svrchního pláště 250 km, a jádra 170 – 360 km [44]. Svrchní plášť je tvořen převážně ortopyroxenem a spodní olivínem. Plášť může být od hloubky 1000 km částečně roztavený [61].

Díky vodivosti jádra je možné určit jeho rozměry magnetometry měřením dipólu indukovaného změnami vnějšího magnetické hope – buď na orbitě Měsíce kolem Země (průchod magnetoocasem Země), nebo na orbitě kolem Slunce. Z dat sondy Lunar Prospector byl určen indukovaný magnetický moment o velikosti $(-2,4 \pm 1,6) \cdot 10^{23}$ A m² T⁻¹, což ukazuje na jádro o poloměru 340 ± 90 km (za předpokladu velmi vysoké vodivosti a proudů indukovaných na povrchu jádra) [21].

Z měření přechodových jevů magnetometry na Exploreru 35, Apollu 12, 15 a 16 byl určen profil rezistivity Měsíce. Kůra měsíce je izolantem [6]. Byla určena vodivost $\sigma(r) \approx 10^{-2}$ S m⁻¹ pro $0 < r < 0.6R_M$ a $\sigma(r) \approx 10^{-4}$ S m⁻¹ pro $0.6R_M < r < 0.95R_M$, kde r je vzdálenost od středu Měsíce a $R_M = 1737$ km je poloměr Měsíce [6]. Detailnější popis je v grafu na Obr. 3.1.

Z měření vodivosti lze odhadovat teplotní profil Měsíce. Většina minerálů jsou polovodiče, v nichž je vodivost dána počtem elektronů, které přejdou z valenčního pásu do vodivostního pásu. Při absolutní nule je vodivostní pás prázdný, ale s rostoucí teplotou dochází k zaplňování vodivostního pásu elektrony. Obecně lze psát

$$\sigma = \sum_{n} \sigma_{0,n} \exp\left(-\frac{E_n}{k_B T}\right),$$

kde $\sigma_{0,n}$ je člen daný pohyblivostí elektronů závisející na materiálu a málo se měnící s teplotou. Ač vodivost krystalů je zpravidla anizotropní, krystaly



LUNAR ELECTRICAL CONDUCTIVITY

Obrázek 3.1: Vodivostní profil Měsíce. Zdroj: [6]. (Pozn.: $mhos/m = Sm^{-1}$)

v hornině jako celku nemusí být orientovány stejně. Proto celková vodivost bude skalár, nikoliv matice [53].

3.2 Interakce Měsíce se slunečním větrem

Interakce slunečního větru s Měsícem je odlišná od interakce se Zemí. Jelikož Měsíc nemá silné magnetické pole ani atmosféru, většina dopadajícího plazmatu je absorbována měsíčním povrchem. Perturbace pole jsou ohraničeny magnetosonickým Machovým kuželem (*Mach cone*). Dále dochází k perturbacím pole v důsledku komprese plazmatu [11].

3.2.1 První pohled na interakci

Měsíc lze v prvním přiblížení považovat za nevodivou překážku pohlcující veškeré dopadající plazma [11]. V "závětří" Měsíce tak vzniká kavita – oblast bez plazmatu. Jeho tvar závisí na parametrech slunečního větru a IMF. Pokud rychlost slunečního větru převažuje nad tepelnou rychlostí, dosahuje kavita daleko. Čím větší je tepelná rychlost relativně vůči rychlosti toku, tím rychleji dochází k zaplňování kavity, a tím tedy bude kratší [43]. Pokud vezmeme v potaz IMF, bude situace o trochu složitější. Pokud je pole rovnoběžné s tokem, brání zaplňování plazmatické kavity. [43].

Na Obr. 3.2 je graf hustoty plazmatu v hybridním modelu [17] pro tři různé konfigurace směru slunečního větru a magnetické indukce IMF, přičemž v modelu jsou souřadnice zvoleny tak, že sluneční vítr se pohybuje ve směru -x a vektor \vec{B}_{IMF} leží v rovině xy, osa z pak doplňuje x, y na pravotočivou soustavu (x, y, z). Obr. 3.2(c) resp. 3.2(d) jsou řezy kolmé na osu x ve vzdálenosti x = -10000 km resp x = -30000 km. Dalším jevem, který stojí za povšimnutí,

3. Pozadí



je kužel zředěného plazmatu. Pro kolmé pole se rozšiřuje pouze ve směru z. V těchto oblastech dochází také k zeslabení magnetické indukce [17].

Obrázek 3.2: Graf hustoty plazmatu v hybridním modelu interakce slunečního větru s Měsícem (nevodivým, absorbujícím veškeré dopadající ionty) pro různé orientace IMF. Vyobrazeny jsou řezy: (a) je rovina xy, (b) rovina xz, (c) resp. (d) roviny yz ve vzdálenosti x = -10000 km resp. x = -30000 km. Zdroj: [17]

Proudy v měsíčním závětří byly zkoumány v hybridním modelu (Měsíc je v něm považován za nevodivý) [9]. Nutno však podotknout (jak již bylo zmíněno v kapitole kap. 2.1), že v hybridním modelu je zanedbán posuvný proud, tedy $\mu_0 \vec{j} = \nabla \times \vec{B}$. Proud tedy přímo souvisí s perturbacemi magnetického pole. V závětří nevodivého Měsíce jsou tři proudy: diamagnetický proud $\vec{j_1}$ kolem oblasti plazmatické kavity (*plasma void*), dále proudy kolem oblasti zředění $(\vec{j_2})$ a kolem oblasti rekomprese ($\vec{j_3}$). Schematicky jsou znázorněny na obr. 3.3 pro IMF rovnoběžné, resp. kolmé vůči toku slunečního větru. Pro určení toho, zda jsou proudy v případě IMF kolmého uzavřené, se autoři podívali na situaci po začátku simulace, než makročástice dorazily na okraj simulační domény. V této situaci jsou proudy uzavřený [9].

3.2.2 Magnetický dipól indukovaný v Měsíci

V předchozím odstavci jsme uvažovali Měsíc dokonale nevodivý. Do nevodivého tělesa difunduje magnetické pole rychle, a proto je takovou překážkou magnetické pole perturbováno zanedbatelně. Pokud vezmeme v potaz vodivé jádro, bude situace o trochu komplikovanější. V jádře se budou indukovat proudy, což má za následek indukovaný magnetický dipól v obráceném směru k okolnímu poli [43].

Jelikož jádro Měsíce není vodivé dokonale, bude v neměnném poli docházet k útlumu indukovaného dipólu. Magnetické pole bude difundovat s difúzním časem

$$\tau = R^2 \mu_0 \sigma, \tag{3.1}$$



Obrázek 3.3: Schéma proudů v měsíčním závětří pro IMF rovnoběžné (a), resp. kolmé (b) na směr toku slunečního větru. Převzato z: [9]

kde R je poloměr jádra, σ jeho vodivost a μ_0 magnetická permeabilita vakua. Pokud se magnetické pole mění rychleji než τ , bude platit předchozí úvaha. Pro pomalejší změny pole pronikne do jádra. Pro Měsíc je odhadováno $\tau = 1000$ let [43]. Jádro Měsíce tedy můžeme považovat za dokonale vodivé. V takovém jádře se bude indukovat pole

$$\vec{B}_{ind}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3\vec{M}(t) \cdot \vec{r}}{r^5} \vec{r} - \frac{1}{r^3} \vec{M}(t) \right),$$
(3.2)

kde

$$ec{M}(t) = -rac{2\pi}{\mu_0}ec{B}_0(t)r_0^3,$$

kde $\vec{B}_0(t)$ je magnetická indukce vnějšího pole a r_0 je poloměr nekonečně vodivého jádra [52].

Interakce indukovaného dipólu se slunečním větrem byla modelována hybridně [8]. Na základě dat o magnetické indukci IMF posbíraných sondami ARTEMIS vložili do počátku souřadnic několika simulací magnetické momenty $10^{15} - 10^{17}$ A m². Na Obr. 3.4 jsou grafy velikosti magnetické indukce pro imulace bez indukovaného pole (#A1, #B1) a s magnetickým momentem $||\vec{M}_{ind}|| = 10^{16}$ A m² (#A2, #B2). Došli k závěru, že ač na denní straně Měsíce dipól nezpůsobuje perturbace magnetického pole, v závětří k perturbacím

Run #A1 Run #A2 Run #A2 - #A1 10 $\Upsilon[R_L]$ 1.0 m 07 10 ñ /|B_IMF BIME 10 $Z[R_L]$ 1.0 m $X[R_L]$ $X [R_L]$ $X [R_L$ Run #B2 Run #B2 - #B1 Run #B1 $10^{(}$ 10^{-1} Ŕ $\gamma [R_L]$ ġ 10 Bw 1.0 m 10Ē 1.9 CI BINF 1.3 [B 10^{-1} $Z[R_L]$ $-B_{W}$ 10 1.0 m 'n $X^{-2}[R_L]$ $X^{-2}[R_L]$ $X [R_L]$

Obrázek 3.4: Grafy magnetické indukce pro simulace bez indukovaného pole (#A1, #B1) a s magnetickým momentem 10^{16} A m² (#A2, #B2). Zdroj: [8]

dochází (a nejsou ohraničeny Machovým kuželem) [8]. To lze vidět na Obr. 3.4(i,j,k,l), kde světlejší barvy značí větší perturbaci. Machův kužel je na obrázku vyznačen bílou přerušovanou čarou.

3.2.3 Magnetická pole v kůře Měsíce

3. Pozadí

V kůře Měsíce se vyskytují magnetické anomálie. Jsou tvořeny zmagnetizovanými horninami. K největším patří např. pánev South Pole/Aitken (SPA), Mare Marginis a Gerasimovičova anomálie [48].

V plazmatu nad magnetickými anomáliemi vznikají poruchy, oblast kam zasahuje pole vytvořené dipólem magnetizace je menší než protonová inerciální délka Λ [56]. Pokud budeme předpokládat \vec{M} kolmé na sluneční vítr, pak ze vztahu (3.2) dostaneme

$$x^3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M}{B}$$

Když nás nyní zajímá poloha magnetopauzy, vyjdeme z toho, že tlak magnetického pole vyrovná hydrodynamický tlak plazmatu, tedy

$$\rho v^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

3.2. Interakce Měsíce se slunečním větrem

a dosadíme do předchozího vztahu. Poté dostaneme

$$L = \sqrt[6]{\frac{\mu_0 M^2}{16\pi^2 m_i n_0 v^2}},\tag{3.3}$$

kde n_0 je hustota plazmatu v neporušeném toku, v jeho rychlost, M magnetický dipólový moment v anomálii.

Pro anomálie Měsíce odtud platí podle [56] $L < 100 \,\mathrm{km}$.

Anomálie pravděpodobně vznikly v důsledku dopadu meteorů na Měsíc. Vyskytují se na protější straně Měsíce než měsíční moře, která vznikla dopadem [39, 22]. Výjimkou je pánev South Pole/Aitken (SPA), na jejíž protilehlé straně se anomálie nevyskytují. To může být zapříčiněno pozdější formací Mare Imbrium [20]. Další výjimkou je anomálie poblíž Descartova kráteru [22]. Je pravděpodobně tvořena vyvrženinami z Mare Imbrium, o čemž svědčí např. stejné geologické stáří [22, 46].

Existují různé modely vzniku. Magnetické anomálie mohly vzniknout působením "planetárního" dynama nebo díky plazmatu vzniklému dopadem meteoritů na Měsíc [60]. Planetární dynamo pravděpodobně existovalo do doby před 3,2 miliardami let, jak plyne z paleomagnetických studií [55, 60].

Jako pravděpodobnější příčina se jeví srážky s meteory, protože Měsíc by nemohl při své velikosti jádra mít tak silné magnetické pole [20, 53]. Simulacemi par vyvrženin po dopadu meteorů bylo ukázáno, že přechodné magnetické pole jimi vytvořené mělo vliv na magnetizaci kůry a že nejsilnější bylo v místě protilehlém místu dopadu [20].



Obrázek 3.5: Selenografická mapa toku odražených protonů. Zdroj: [48].

Magnetické pole anomálií odráží část protonů od povrchu Měsíce [48]. Zajímá nás, jak tento odraz vypadá. Podle [18] s naměřenými daty dobře souhlasí odrazová funkce \cos^2 -specular (tj. úhel φ odrazu je náhodná veličina s hustotou $\cos^2 \varphi$), na druhou stranu globální chování není citlivé na volbu této funkce [11]. Z dat naměřených misí ARTEMIS (= Acceleration, Reconnection, Turbulence and Electrodynamics of the Moon's Interaction with the Sun) byla užitím Liouvilleova backtracingu určena hustota pravděpodobnosti rychlosti odražené částice $f^{(\phi,\vartheta)}(v,\chi,\psi)$, kde (ϕ,ϑ) jsou selenografické souřadnice [48].

Anomálie ovlivňují plazma v blízkosti. Některá z polí anomálií jsou nejspíše dostatečně silná na to, aby nad sebou vytvořily mini-magnetosféru, jak plyne z existence rázové vlny nad antipodem Mare Imbrium [39]. Nad anomáliemi také vznikají magnetohydrodynamické vlny [39].

Podle měření detektoru SWIM (Solar Wind Monitor) na sondě Chandrayaan-1 je nad anomáliemi odraženo průměrně 10 % protonů, lokálně až 50 % [42]. Mapa toku odražených protonů v závislosti na selenografických souřadnicích je na Obr. 3.5. Protony odražené Měsícem pak zaplňují závětří [11].

Přesný mechanismus odrazu není znám. Problémem je mimo jiné složitá struktura anomálií. Analýza iontů, elektronů a energetických neutrálních atomů (ENA) detekovaných sondou Kaguya ukázala, že ve výšce 25 km vzniká elektrostatický potenciál 150 V [51]. Je to dáno tím, že ionty penetrují hlouběji do pole než lehčí elektrony. Náboje se oddělují, čímž vzniká elektrické pole [12]. Spektrometrem ENA na palubě sondy Chanrayaan-1 byl nad Gerasimovičovou anomálií potvrzen elektrostatický potenciál přes +135 V [14]. Interakce s Gerasimovičovou anomálií byla detailně modelována hybridním kódem [12, 24], protože má jednoduchou strukturu (přesto je jedna z nejsilnějších co známe). Aproximací anomálie dipólem bylo ukázáno, že potenciál vzniká v důsledku Hallova jevu. Simulací vyšla hodnota < 300 V, v souladu s předchozími měřeními [24]. Přesnější struktura byla použita v [12]. Pro magnetické pole použili skalární magnetický potenciál vyjádřený jako lineární kombinaci (N = 170) kulových funkcí

$$V(r,\vartheta,\varphi) = R_M \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{R_M}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^{n} (g_n^m \cos(m\varphi) + h_n^m \sin(m\varphi)) P_n^m(\cos\vartheta),$$

dle vzorce (2.13a). Přičemž (r, ϑ, φ) jsou sférické souřadnice na Měsíci a P_n^m jsou přidružené Legendrovy polynomy. Koeficienty g_n^m, h_n^m byly převzaty z [49]. Ukázali, že pole je ovlivněno slunečním větrem, např. při velkém dynamickém tlaku dochází ke stlačení pole [12]. Co se mini-magnetosféry týče, závisí na dynamickém tlaku slunečního větru. Potenciál dostačující k odstínění plazmatu má velikost

$$\varphi_S = -\frac{B_m^2}{4e\mu_0 n_{SW}},$$

kde B_m je velikost magnetického pole anomálie a n_{SW} je hustota slunečního větru [12]. Pro velký dynamický tlak dochází k potlačení magnetických anomálií.

3.3 Galileovské měsíce

Velikost magnetosférické kavity je dle rovnice (3.3) přímo úměrná šesté odmocnině poměru čtverce magnetického momentu ku hydrodynamickému tlaku slunečního větru. Ten je nepřímo úměrný čtverci vzdálenosti od Slunce. To spolu s faktem, že magnetický moment Jupitera je větší, než ten zemský, znamená, že velikost magnetosféry Jupitera je skutečně velká. Všechny galileovské měsíce leží uvnitř ní, díky čemuž jsou odstíněny od slunečního větru a interagují s plazmatem, které se vyskytuje uvnitř magnetosféry Jupitera. Největším zdrojem plazmatu v magnetosféře Jupitera je měsíc Io, jehož atmosféra je udržována vulkanickou činností [50]. Toto magnetosférické plazma je svázáno s ionosférou Jupitera skrze proudy podél pole (FACs = field-aligned currents). V důsledku toho se otáčí s Jupiterem – tj. obíhá s periodou přibližně 10 h. Ve vzdálenějších částech magnetosféry se však plazma za Jupiterem opožďuje [35]. Rychlost plazmatu je ve vztažné soustavě každého Galileovského měsíce sub-alfvénovská, čímž se interakce měsíců s magnetosférickým plazmatem liší od interakcí planet a měsíců se slunečním větrem.

3.3.1 Ganymed

Ganymed se nachází ve vnitřní magnetosféře Jupitera, kde v hustotě energie plazmatu převládá příspěvek od magnetické energie [35]. Ganymed má pravděpodobně kovové jádro o poloměru 400 - 1300 km obalené křemičitanovým pláštěm, na povrchu je ledová kůra o tloušťce přibližně 800 km, což je odhadováno z gravitačních měření [2].

Pro Ganymed je charakteristické, že má vnitřní magnetické pole. Jde o jediný měsíc ve Sluneční soustavě, o kterém víme, že by měl tuto vlastnost. Jeho dipólový moment byl změřen sondou Galileo. Je dostatečně velký, aby vytvořil mini-magnetosféru vnořenou do magnetosféry Jupitera [32]. Magnetický dipólový moment Ganymeda je orientovaný opačně (o 176° vůči jeho ose otáčení) [34]. Dochází tedy k přepojování silokřivek. Jelikož jeho magnetosféra leží uvnitř magnetosféry Jupitera, umožňuje nám to studovat přepojování pod známými a stálými podmínkami [28].

Jak již bylo zmíněno, Ganymed interaguje s plazmatem uvnitř Jupiterovy magnetosféry. Toto plazma rotuje kolem Jupitera rychleji než Ganymed. Relativní rychlost korotujícího plazmatu vzhledem ke Ganymedu je menší i než Machova rychlost pro magnetosonické vlny, i než Alfvénova rychlost [27].

Magnetosféra Ganymeda má několik zvláštností, které souvisí právě s rychlostí nalétávajícího magnetosférického plazmatu a s tím, že je vnořena do magnetosféry Jupitera. Ganymed nemá bow shock [32]. Jeho Alfvénova křídla jsou téměř kolmá na tok plazmatu [32]. Při super-alfvénovském toku má magnetosféra tvar projektilu (*bullet*), protože je udržována (*confined*) hydrodynamickým tlakem slunečního větru $p \approx \rho v^2$. V případě Ganymeda ale na magnetosféru působí z vnějška tlak $p \approx p_{mg} = B^2/2\mu_0$, který udržuje magnetosféru kolmo na osu otáčení a jeho působení je kolem ní přibližně osově souměrné. Proto má magnetosféra spíše tvar válce. V případě $p \approx \rho v^2$ je však tlaková síla závislá na směru, což má za důsledek jiný tvar [35].

V důsledku naklonění magnetického dipólového momentu Jupitera přibližně o 10° vůči jeho ose otáčení je prostředí, ve kterém se nachází Ganymed, různé. Lze rozlišit dvě konfigurace. Když je v plasma sheetu, je hustota plazmatu velká a typicky $\beta > 1$, pokud v něm není, je hustota malá a $\beta < 1$

[35]. Periodická změna vnějšího magnetického pole umožňuje indukovat ve vodivých vrstvách v Ganymedu proudy (případně viz kap. 3.2.2 pro analogii s Měsícem).

Možnost indukovaného dipólového momentu byla zkoumána fitováním dvou teoretických modelů na data z magnetometrů sondy Galileo z průletů G1, G2, G7, G8, G28 a G29 [34]. Autoři zkoumali dvě možnosti:

- a) Ganymed má permanentní dipólový a kvadrupólový magnetický moment,
- b) Ganymed má permanentní dipólový moment a indukovaný dipólový moment.

Indukovaný dipól je dobrým předpokladem. Měsíce Europa a Callisto jej mají v důsledku změn magnetického pole na svých orbitách. Na rozdíl od Ganymeda však nemají permanentní magnetický moment [33]. Okrajové podmínce pro povrch Ganymeda dobře vyhovuje indukovaný dipól velikosti magnetické indukce na pólech B = 100 nT (a 50 nT na rovníku) orientovaný antiparalelně k poli, které se mění ve směru osy Jupiter-Ganymed. Je tedy přibližně kolmý na osu otáčení Ganymeda [34]. To by znamenalo, že Ganymed musí obsahovat vodivou vrstvu. Tou může být oceán (částečně roztavená ledová kůra) nebo horniny [34]. Data posbíraná in situ sondou Galileo jsou konzistentní s oběma možnostmi. Autoři však preferují možnost b) [34].

Protože magnetická indukce klesá s třetí mocninou vzdálenosti od magnetického dipólového momentu – rovnice (2.11), znamená to, že proudy indukované vnějším polem musí být vzhledem ke své velikosti blízko povrchu [35]. Ledová kůra ovšem není dostatečně vodivá (za předpokladu, že led má složení jako mořská voda na Zemi) při nízkých teplotách. Musí být roztavená, nebo blízko teploty tání [35]. Je tedy potřeba zvážit zdroj tepla. Tím můžou být například jaderné rozpady prvků v plášti a jádru Ganymeda [35].

V případě Ganymeda se vyskytují tři typy magnetických silokřivek. Otevřené, které jsou tvořeny silokřivkami vycházejícími z Ganymeda napojujícími se na silokřivky Jupitera; uzavřené, které vychází z Ganymeda a napojují se samy na sebe; a silokřivky Jupitera [34]. Na Obr. 3.6 je lze vidět v MHD modelu [27].

Interakce Ganymeda s korotujícím plazmatem byla modelována magnetohydrodynamicky [37, 23, 27, 28] i hybridně [10]. Fatemi *et al.* [10] studovali asymetrie v částic dopadajících na povrch Ganymeda. Uzavřené magnetické silokřivky povrch Ganymeda chrání. V zeměpisných šířkách $-30^{\circ} - 30^{\circ}$ je podle modelu tento tok řádově menší než mimo ně. [10] Model však zanedbává existenci ionosféry.

Ganymed má atmosféru a ionosféru, které interagují s korotujícím plazmatem. Atmosféra Ganymeda byla objevena v roce 1972 díky zákrytu hvězdy SAO 186800, přičemž byl stanoven spodní odhad na tlak nad povrchem na řádově 0,1 Pa [5]. Později však byl určen z UV měření zákrytu hvězdy κ Centauri horní limit o pět řádů nižší [4], s čímž jsou konzistentní pozdější měření z Hubbleova teleskopu [16]. Jím bylo také pozorováním spekter určeno, že je atmosféra Ganymeda tvořena převážně kyslíkem [16].



Obrázek 3.6: (a) 3D vyobrazení magnetických silokřivek magnetosféry Ganymeda (b) Mapa rychlosti plazmatu ve směru původního / nepřerušeného (undisturbed) toku. Oranžově jsou vykresleny alfvénovy charakteristiky (přímky se směrnicí $\pm 1/M_A$). Bílé křivky jsou magnetické silokřivky. Zdroj: [27].

Chování atmosféry a její vliv na ionosféru se liší v polárních a rovníkových oblastech. V oblastech *sputteringu* (tj. "vyprskávání" částic z povrchu dopadajícími ionty; jak již bylo zmíněno výše, jde o velké zeměpisné šířky) závisí produkty interakce na energii dopadajících iontů. Teploty v polárních oblastech však neumožňují sublimaci, a proto veškerá tímto procesem vyražená vodní pára a hydroxyl rekondenzují. Páry molekulárního kyslíku se při těchto teplotách udržet můžou, což jim umožňuje interagovat s plazmatem energetickými částicemi [7].

V rovníkových oblastech se vodní pára a hydroxyl můžou vyskytovat. Při disociaci bude mít vodík mnohem větší rychlost než kyslík, a proto unikne, zatímco atomární kyslík neunikne jako v polárních oblastech. Proto se v ionosféře nevyskytují protony, ale jen ionty kyslíku [7].

Kyslík v ionosféře interaguje s elektrony z magnetosférického plazmatu Jupitera prostřednictvím tří procesů: $O_2 + e \rightarrow O + O + e$, $O_2 + e \rightarrow O_2^+ + e + e$, $O_2^+ + e \rightarrow O + O$. V polárních oblastech se vyskytuje především kyslík molekulární, zatímco v rovníkových atomární. [7].

Interakce Ganymeda včetně ionosféry s plazmatem byla modelována magnetohydrodynamicky (ve sférických souřadnicích) [27, 28]. V prvním případě byla ionosféra ošetřena okrajovou podmínkou: tlak a hustota plazmatu mají v čase konstantní uniformní rozdělení. To je odůvodněno popisem ionosféry jakožto rezervoáru se studeným hustým plazmatem. Dále měl model okrajovou podmínku $\vec{v} = 0$. Nebyl však v dobré shodě s naměřenými daty [27], proto byl autory vylepšen v [28]. V druhém modelu autoři porovnali dvě možné okrajové podmínky. V dobré shodě s daty byla simulace s okrajovou podmínkou, že složka v kolmá na magnetické pole musí být na vnitřním okraji (1,05 R_G – to odpovídá místu, kde má ionosféra největší vodivost) spojitá [28]. Podle autorů v obou případech bylo pole uvnitř Ganymeda (0,5 $R_G < r < 1,05R_G$) vypočteno z difúzní rovnice pro magnetické pole [27, 28].

3.3.2 Europa

.

Před prvními průlety sondy Galileo se neočekávalo, že by Europa byla zdrojem zajímavých jevů v plazmatu. Ukázalo se však, že tomu tak je [35]. Europa nemá homogenní složení, jak plyne z gravitačních měření sondy Galileo. Moment setrvačnosti Europy je menší než pro homogenní kouli. To znamená, že hlubší vrstvy Europy jsou hustší než ty svrchní. Povrch Europy je tvořen ledem a odtud jsou jádro a plášť pravděpodobně tvořeny silikáty či sloučeninami železa [1]. Z těchto měření však nelze zjistit skupenství vnější vrstvy – tedy zda je celá tvořena ledem, nebo jestli je led někde roztavený. Podpovrchový oceán by umožňoval indukovaný proud, což může ovlivnit interakci Europy s okolním plazmatem.

Jak již bylo zmíněno výše, Europa obíhá Jupiter pomaleji než plazma, které rotuje spolu s Jupiterem. Plazma tedy nalétává na Europu zezadu (vzhledem ke směru oběhu).

Podobně jako u Ganymedu je vlivem naklonění dráhy Europy vůči rovníku dipólového magnetického pole Jupitera o 10° vnější magnetické pole u Europy harmonicky proměnné s periodou 11,1 h (synodická perioda rotace Jupitera). Dále se vlivem excentricity dráhy Europy ($\varepsilon = 0,009$) mění složka B_z vnějšího magnetického pole s periodou 85,2 h (perioda oběhu Europy) [31]. Europa se vyskytuje na vnějším okraji plazmatického toru měsíce Io, kde je *plasma sheet* tenký. Protože *plasma sheet* leží v rovníkové rovině dipólového pole, pohybuje se vůči Europě. Podmínky jsou tedy proměnlivé [31].

Čistá voda, led, horniny a ionosféra podobná té Zemské mají pro změny magnetického pole s periodou 10 h hloubku vniku větší než rozměry Europy. Proto tyto materiály nemůžou dát za vznik takovým indukovaným polím, jaká byla měřena sondou Galileo [31].

Na druhou stranu vysoce vodivé materiály jako magnetit, grafit nebo kovy jako měď či železo mají sice malou hloubku vniku, ale je nepravděpodobné, aby se v ledové/vodní vrstvě na Europě vyskytovaly v dostatečně velkých množstvích. Pravděpodobnou možností je slaný oceán s vodivostí podobnou tomu Zemskému o tloušťce řádově desítky kilometrů [31].

V Europě byl pozorován dipólový magnetický moment [30].

Interakce Europy s plazmatem byla pozorována in-situ sondou Galileo při průletech E4, E6, E11, E12, E14, E15, E19 a E26 [33]. Interakce má tyto rysy: Formace Alfvénových křídel a indukované magnetosféry, existence indukovaného dipólového magnetického pole, změny v magnetickém poli v závětří díky diamagnetickým proudům a mass loading plazmatického toru v důsledku interakce iontů s povrchem Europy a pick-up iontů. [40].

K modelování interakce Europy včetně atmosféry s plazmatem byla použita časově závislá Boltzmannova rovnice (metoda PIC) spolu s hybridním kódem (ionty kineticky, elektrony nehmotná tekutina) [40]. Přičemž Boltzmannovská simulace je použita k modelování interakce atmosféry s nalétávajícími ionty a pick-up ionty. Výsledek byl srovnán z daty z průletu E4 [33], ale lišil se v profilu magnetického pole. Podle autorů to může být způsobeno malým rozlišením a malým počtem makročástic (a tedy malé rozlišení hustoty pravděpodobnosti rychlosti) [40].

3.4 Ostatní planety a měsíce

Interakce slunečního resp. hvězdného větru s planetami záleží na několika parametrech. V tom druhém případě nám simulace znemožňuje to, že nemáme dostatečně přesná data např. o magnetickém poli exoplanet [41]. Jak již bylo zmíněno v kap. 2.2, pro interakci jsou významné především bezrozměrné parametry, např. $M_A, \beta_i, \beta_e, R/\Lambda, \ldots$, kde R je poloměr planety či měsíce, jehož interakci studujeme. Dále je samozřejmě podstatná existence ionosféry či permanentního magnetického pole.

Například interakce těles podobných Měsíci (tj. bez atmosféry a bez magnetického pole) byla studována hybridním kódem [57]. Do modelu byly zahrnuty různé profily rezistivity a především byla interakce porovnána pro různé rychlosti slunečního větru. Na obr. 3.7 lze např. vidět Alfévnova křídla (ohyb magnetických silokřivek) pro různé rychlosti slunečního větru (zleva: $7v_A, 4v_A, 2v_A, v_A, v_A/2$). S klesající rychlostí slunečního větru také klesá Reynoldsovo číslo, což má za důsledek to, že Měsícem prostupuje magnetické pole lépe (tedy chová se jako nevodič).



Obrázek 3.7: Graf B_x pro rychlost slunečního větru rovnou (zleva): $7v_A, 4v_A, 2v_A, v_A, v_A/2$. Zdroj: [57]

Interakce plynných obrů, kteří se vyskytují v blízkosti hvězdy (vzdálenost řádově nejvýše 0,1 ua) byla studována hybridním modelem [41]. Jde například o exoplanety HD 209458 b a OGLE-TR-56 b [54]. Používají dva modely, jejichž výsledky srovnávají: hybrid model a drift-kinetic model, který zanedbává gyraci. Drift-kinetic model dává delší kavitu v závětří než hybridní model. Hybridní model má navíc v závětří dvě rázové struktury (shock structures), které se u drift-kinetického modelu nevyskytují. Zkoumány byly tři případy: hybridní model s vodivou planetou, hybridní model s nevodivou planetou a drift-kinetický model s nevodivou planetou. Jelikož hvězdy, kolem nichž tyto planety obíhají, mají podobné vlastnosti jako Slunce, jsou parametry slunečního větru voleny jako u Merkuru. Využití driftkinetického modelu je možné díky parametrům slunečního větru, které splňují: $\rho_{i,e} << R_EP, \ \Omega_i >> \frac{\partial}{\partial t} \ln B, \ v_{th,i} << U << v_{th,e}, kde \ \rho_{i,e}$ je Larmorův poloměr elektronů, R_EP poloměr exoplanety, Ω_i je cyklotronová frekvence iontů, B je velikost magnetické indukce, $v_{th,i}$, resp. $v_{th,e}$ je tepelná rychlost iontů resp. elektronů a U je průměrná rychlost [41].

V případě sférické vodivé exoplanety vzniká v blízkosti rovníkové roviny asymetrický Machův kužel, zatímco v případě nevodivé exoplanety reprezentované diskem ani hybridní, ani drift-kinetický model neobsahuje Machův kužel.

3. Pozadí

Hybridní a drift-kinetický model mají rozdíl v rozdělení hustoty v závětří. V případě hybridního modelu se kavita zaplní rychleji v důsledku efektů konečného Larmorova poloměru [41]. Vzhledem ke vzdálenosti exoplanet je problematické pozorování. In-situ samozřejmě možné není, je tedy potřeba měřit elektromagnetické záření vzniklé zrychlením iontů. Aby bylo možné ho ze Země detekovat, je nutné, aby byly efekty velmi výrazné (tedy například když je exoplaneta ještě blíže hvězdě) a v hvězdné soustavě blízko Země [41].

Kapitola 4

Model

Měsíc lze ve zjednodušeném případě považovat za nevodivou překážku absorbující veškeré dopadající plazma [11, 48, 15, etc.]. Tato práce si klade za cíl vytvoření geologického modelu Měsíce a jeho implementaci do hybridního modelu. Když bereme v potaz vodivost, bude to ovlivňovat člen $\frac{\eta}{\mu_0} \nabla \times \vec{B}$ v rovnici (2.2).

Jsou dva přístupy výpočtu magnetického pole uvnitř Měsíce. Jedna možnost je nechat makročástice v modelu pokračovat skrz povrch Měsíce, ale snížit jejich hustotu na malou úroveň a vynechat je z výpočtů veličin. Díky tomu jsou pak v modelu magnetické silokřivky spojité. Kvůli tomu, že v rovnici (2.2) se dělí nábojovou hustotou, je nutno navíc hlídat, aby se hustota nedostala pod nějakou zvolenou úroveň [47]. Druhá možnost je počítat uvnitř Měsíce difúzní rovnici magnetického pole. To spolu ale nese další problém a tím je ošetření pole v měsíčním závětří. Buď lze částice vložit do něj vložit [59] na noční straně Měsíce (kvůli magnetickým silokřivkám), nebo je možné řešit za Měsícem také difúzní rovnici. To je opodstatněno argumentem, že Měsíc plazma pohlcuje a za Měsícem vzniká vakuum. Poté je nutno zvolit rezistivitu v těchto oblastech dostatečně vysokou (aby model mohl rozumně aproximovat vakuum) [19]. Tento přístup je použit také v článcích [11, 8]. Výpočet magnetického pole může přejít na difúzní rovnici i v MHD modelech při výpočtu pole uvnitř kosmického tělesa [26, 28, 27].

Argument pro použití difúzní rovnice v hybridním kódu je založen na tom, že rezistivita v oblastech s nízkou hustotou plazmatu je velká. V rovnici (2.2) tedy převládne rezistivní člen a výpočet elektrické indukce se zredukuje na

$$\vec{E} = \frac{\eta}{\mu_0} \nabla \times \vec{B},$$

kde η je rezistivita. Odtud za předpokladu $\eta=$ konst. dostaneme difúzní rovnici

$$\partial_t \vec{B} = \frac{\eta}{\mu_0} \Delta \vec{B}.$$

Pro odvození viz kapitolu níže. Problémem tohoto přístupu je však omezení pro velikost rezistivity. Na jednu stranu by měla být co nejvyšší, na druhou stranu vystupuje v podmínce numerické stability explicitního schématu pro

parabolickou diferenciální rovnici (4.1). Čím vyšší je zvolena vakuová rezistivita, tím menší musí být časový krok, což zvyšuje výpočetní složitost, nebo tím větší musí být krok sítě, což zhoršuje diferenční aproximaci derivací.

Další nevýhodou tohoto přístupu je, že neumožňuje zavést nehomogenní rezistivitu zkoumaného objektu. Předpokládá se konstantní. V kapitole 3 však uvádím několik příkladů objektů, které rezistivitu homogenní nemají a kde je užitečné zkoumat profil rezistivity (např. v případě Galileovských měsíců je možno zkoumat polohu a tloušťku podpovrchového oceánu).

4.1 Stabilita

Nyní se pokusím vést úvahy o stabilitě výpočtu elektrického resp. magnetického pole v případě nekonstantní rezistivity $\eta = \eta(x, y, z)$. Jak již bylo zmíněno, v případě konstantní rezistivity je podmínka pro stabilitu

$$(\Delta t) \le \frac{(\Delta x)^2}{2D},\tag{4.1}$$

kde v tomto případě je $D = \frac{\eta}{\mu_0}$.

To je dáno tím, že v hybřidním kódu se vždy napočítají pole v celém prostoru (a stavy makročástic ve fázových prostorech) a poté se posune v čase magnetické pole užitím Faradayova zákona (2.5). Tedy když se zredukuje výpočet magnetického pole na difúzní rovnici, řeší se explicitním schématem, které je podmíněně stabilní s podmínkou ...

Podívejme se nyní na odvození této podmínky pro parabolickou parciální diferenciální rovnici ve 2 rozměrech (tedy difúze v jednorozměrném případě). Odtud se pokusím udělat úvahy o tom, jak ovlivní stabilitu schématu nekonstantní rezistivita.

Rovnice, kterou budu zkoumat jako první, má tvar

$$\frac{\partial y}{\partial t} - D \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \qquad (4.2)$$

kdeDje konstanta. Po převedení problému na síťové funkce metodou konečných diferencí^1 mám rovnici

$$u_t - Du_{\overline{x}x} = 0, \tag{4.3}$$

kterou když si rozepíšu a vyjádřím $u_j^{k+1} = y((k+1)\tau, jh)$ dostanu explicitní schéma, což je pravděpodobně (vzhledem k tomu, jak se dělá výpočet polí a stavů makročástic v hybridním modelu) způsob, kterým Holmström řeší difúzi magnetického pole uvnitř Měsíce a v oblastech s nízkou hustotou plazmatu [19].

$$u_j^{k+1} = u_j^k + \frac{\tau}{h^2} D(u_{j+1}^k - 2u_j^k + u_{j-1}^k), \qquad (4.4)$$

¹Dopřednou diferenci funkce u podle x značím u_x , zpětnou $u_{\overline{x}}$ a centrální $u_{\dot{x}}$.

na což se můžeme dívat jako na násobení vektoru $u^k \in \mathbb{R}^{m-1}$ maticí $A \in \mathbb{R}^{m-1,m-1}$, kde *m* je počet (prostorových) kroků sítě. Opětovným vyjádřením můžeme dostat u^k přímo z počáteční podmínky u^0 následovně

$$u^k = Au^{k-1} = A^2 u^{k-2} = \dots = A^k u^0.$$

Pokud chceme, aby posloupnost $\{u^k\}$ konvergovala, musí být spektrum matice A splňovat $\sigma(A) \subset (-1, 1)$.

Zbývá najít vlastní čísla matice A. Využiji toho, že se jedná o tridiagonální Toeplitzovu matici. Její vlastní čísla jsou

$$\lambda_i = a - 2\sqrt{bc} \cos\left(\frac{i\pi}{m}\right), \ \forall i \in \{1, \dots, m-1\},$$
(4.5)

kde a jsou prvky na diagonále, b pod diagonálou a c nad ní [38]. Z rovnice (4.4) jsou a, b, c rovnou vidět a po drobných úpravách dostaneme vlastní čísla matice A ve tvaru

$$\lambda_i = 1 - 4\frac{\tau}{h^2} D \sin^2\left(\frac{i\pi}{2m}\right), \ \forall i \in \{1, \dots, m-1\},$$

$$(4.6)$$

což spolu s podmínkou $|\lambda_i|<1$ dává podmínku (4.1) pro stabilitu explicitního schematu pro difúzní rovnici.

Nyní se zkusíme podívat na případ, kdy rezistivita nebude konstantní a rovnice (4.3) bude tedy mít jiný tvar. Pokud v rovnici (2.2) budeme opět uvažovat jen rezistivní člen dostaneme "difúzní rovnici" ve tvaru

$$\partial_t \vec{B} = -\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times (\eta \nabla \times \vec{B}),$$

odtud užitím identity $\nabla \times (f\vec{a}) = f\nabla \times \vec{a} + \nabla f \times \vec{a}$ dostaneme

$$\partial_t \vec{B} = -\frac{\eta}{\mu_0} \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) - \frac{1}{\mu_0} \nabla \eta \times (\nabla \times \vec{B}).$$

Nyní využitím další identity a toho, že $\nabla\cdot\vec{B}=0$ dostaneme

$$\partial_t \vec{B} = + \frac{\eta}{\mu_0} \Delta \vec{B} - \frac{1}{\mu_0} \nabla \eta \times (\nabla \times \vec{B}),$$

což zapíšu po složkách jako soustavu 3 diferenciálních rovnic

$$\partial_t B_j = f(x, y, z) \partial_k^2 B_j - g_k(x, y, z) \left(\partial_k B_j - \partial_j B_k \right), \ j = 1, 2, 3,$$
(4.7)

kde f, g_k jsou funkce, jejichž tvar mě nyní nebude zajímat. Úvahy budu pokračovat jednorozměrným případem s funkcemi f, g_k konstantními. Jde mi o to, jak se ovlivní stabilita, když k difúzní rovnici přidám člen obsahující $\nabla \times \vec{B}$. V jazyce síťových funkcí budu mít

$$u_t - Du_{\overline{x}x} + \alpha u_{\dot{x}} = 0, \tag{4.8}$$

4. Model

kde D, α jsou konstanty. Dívám se na centrální diferenci, protože jde o aproximaci derivace s přesností druhého řádu. Pro zpětnou či dopřednou bych postupoval analogicky. Rozepsáním (4.8) dostanu

$$u_{j}^{k+1} = \left(D\frac{\tau}{h^{2}} - \alpha\frac{\tau}{2h}\right)u_{j+1}^{k} + \left(1 - 2D\frac{\tau}{h^{2}}\right)u_{j}^{k} + \left(D\frac{\tau}{h^{2}} - \alpha\frac{\tau}{2h}\right)u_{j-1}^{k},$$
(4.9)

odkud využitím vztahu (4.5) bude pro vlastní čísla platit

$$\lambda_i = 1 - 2D\frac{\tau}{h^2} - 2\left|D\frac{\tau}{h^2} - \alpha\frac{\tau}{2h}\right| \cos\left(\frac{i\pi}{m}\right), \ \forall i \in \{1, \dots, m-1\},$$

z čehož můžeme vyjádřit podmínku stability

$$\tau < \frac{2}{a - |a - b| \cos\left(\frac{i\pi}{m}\right)}, \ \forall i \in \{1, \dots, m - 1\},\tag{4.10}$$

kde $a=2D/h^2$ a $b=\alpha/h.$

4.2 Profil rezistivity Měsíce

Jak již bylo zmíněno v kap. 3.1 a 3.2, Měsíc má nehomogenní vodivost, kterou lze měřit například měřením přechodových jevů na signálu, který se jím šíří. Mám dvě možnosti v přístupu ke geologickému modelu. První je dívat se na Měsíc jako na kouli tvořenou vrstvami (kulovými slupkami), které mají každá konstantní rezistivitu [13]. Problematická je divergence gradientu rezistivity. To lze ošetřit tak, že mezi vrstvami budou nastaveny okrajové podmínky. To je využito při výpočtu difúzní rovnice magnetické indukce v Měsíci [13]. Pro účely výpočtu v hybridním kódu by mohlo být vhodné vyhladit skoky v tomto profilu rezistivity např. užitím funkce tanh(a(x + b) + c s vhodnými parametry a, b, c. Druhá možnost je podívat se na profil vodivosti Měsíce z [6] a převést ho na profil rezistivity v hybridních jednotkách.

V geologickém modelu budu uvažovat sférickou symetrii a tedy rezistivita bude

$$\eta(x,y,z) = \tilde{\eta}\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)$$

Tato funkce je v jednotkách Ω m pro rezistivitu a R_M pro r. Po převedení do jednotek hybridního kódu mám

$$\tilde{\eta}(r) = \frac{n_{sw}q}{B_{sw}} 10^{0.4+2.6\frac{\Lambda}{R_M}\frac{e}{\Lambda}+9\exp\left(20\left(\frac{\Lambda}{R_M}\frac{e}{\Lambda}-1\right)\right)} \mu_0 v_A^2/\Omega_i,$$
(4.11)

kde $q = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C a n_{sw} , resp. B_{sw} jsou parametry v jednotkách m⁻³, resp. T a R_M/Λ je bezrozměrný parametr.

Takto navolenou funkci však nebylo možné užít z důvodů konvergence výpočtu elektrického pole v simulaci. Bylo ji tedy nutno omezit. Nakonec



LUNAR ELECTRICAL CONDUCTIVITY

Obrázek 4.1: Profil vodivosti Měsíce z [6] srovnaný s profilem (červeně) popsaným funkcí (4.11).

jsem zvolil omezení $\eta < 0.01 \mu_0 v_A^2 / \Omega_i$, což pro dané parametry simulace (viz kap. 5) odpovídá v jednotkách SI hodnotě přibližně 63 Ω m. Takto upravený profill rezistivity tedy nepostihuje velkou rezistivitu Měsíční kůry. Zachová se v něm však velká vodivost slunečního jádra. A přesto, že je rezistivita v kůře v modelu o několik řádů menší, než naměřená, simulace poskytne informace o tom, jak vypadá interakce s rezistivní vrstvou na povrchu planety. V simulaci bez geologického modelu je totiž v celé simulační doméně kvůli stabilizaci výpočtu elektrického pole zachován rezistivní člen v rovnici (2.2) s $\eta = 0.005 \mu_0 v_A^2 / \Omega_i$. Použití profil rezistivity je v grafu na Obr. 4.2.



Obrázek 4.2: Model profilu rezistivity Měsíce vytvořený podle [6].

Kapitola 5 Výsledky

V této kapitole jsou prezentovány výsledky ze dvou hybridních simulací. Z technických důvodů ani jedna neobsahuje model rezistivity. V sekci 5.2 jsou prezentována data ze simulace s novějším kódem. Parametry zvolené v simulaci jsou v Tab. 5.1. Souřadný systém je zvolen tak, že osa x míří ve směru toku (nepřerušeného) slunečního větru, osa y je dána tak, že vektor magnetické indukce leží v rovině xy a osa z je na tuto rovinu kolmá.

Parametr	Hodnota	
Velikost magnetické indukce slunečního větru	10 nT	
Orientace magnetické indukce slunečního větru	$(\sqrt{2}/2,-\sqrt{2}/2,0)^T$	
Rychlost slunečního větru	$5 v_A$	
Hustota plazmatu ve slunečním větru	$10 \ \mathrm{cm}^{-3}$	
Velikost buňky	$0,4\Lambda \times 0,4\Lambda \times 0,4\Lambda$	
Počet makročástic na buňku	35	

Tabulka 5.1: Parametry simulace

5.1 Stará simulace

V této sekci jsou výsledky hybridní simulace pro Měsíc bez modelu rezistivity. Měsíc je tedy uvažován pouze jako překážka pohlcující veškeré dopadající plazma (v modelu je toto realizováno slaběji kvůli spojitosti magnetických silokřivek – viz kap. 4). Rezistivní člen z rovnice (2.2) je však ponechán a η je všude nastavena na zvolenou hodnotu kvůli stabilitě výpočtu intenzity elektrického pole.

Grafy protonové hustoty jsou na Obr. 5.1 a 5.2. V grafu na Obr. 5.1 je zeleně vyznačen Měsíc a černými čerchovanými čarami řezy, které jsou na Obr. 5.2; bíle je zakreslena hranice Machova kuželu, který ohraničuje oblast s nižší hustotou. V grafu jsou snad pozorovatelné hlavní rysy interakce – kavita, oblast zředění a oblast rekomprese. Jelikož se při průchodu makročástice v modelu měsíčním povrchem se sníží její hustota, vzinká za Měsícem v modelu oblast s velmi nízkou hustotou, která dosahuje přibližně do vzdálenosti $x = 30\Lambda$. To v reálné interakci odpovídá absorpci plazmatu (která je v modelu realizována snížením hustoty) a vzniku kavity (*plasma void*), která je pak zaplňována okolním plazmatem. Hustota protonů podél osy x roste až k hustotě vyšší než ve slunečním větru (od $x = 80\Lambda$ dále). V horním grafu (řez rovinou xy) je zaplňován rychleji. Tato asymetrie je dána orientací magnetického pole (podél magnetických silokřivek je zaplněn rychleji – viz kap. 3 pro detailnější popis). Ve slunečním závětří je Machovým kuželem ohraničena oblast zředění. Z druhé strany sousedí s oblastí rekomrese. Oblast rekomprese lze lépe vidět v řezu xz – od vzdálenosti $x = 40\Lambda$. Ve vzdálenější oblasti závětří (od $x = 100\Lambda$) roste hustota až na 1,5 – 2násobek protonové hustoty v nepřerušeném slunečním větru.

Na Obr. 5.1 jsou postupně řezy ve vzdálenosti 1,5 R_L , $3R_L$, $6R_L$ a $9R_L$, kde $R_L = 12\Lambda$ je poloměr Měsíce. Tmavá kružnice je oblast zředění, poté od $3R_L$ dále lze vidět i oblast rekomprese (žlutý kruh).



Obrázek 5.1: Graf hustoty plazmatu v hybridní simulaci bez geologického modelu: řezy v rovinách xy, yz.

Mapa průměrné rychlosti plazmatu je na Obr. 5.3. Horní řádek obsahuje řezy v rovině xy a dolní v rovině yz. Sloupce odpovídají jednotlivým složkám \vec{u} . V simulačních jednotkách je rychlost slunečního větru (5,0,0). Těsně za Měsícem, v kavitě, je rychlost ve směru osy x velmi malá. Je to tím, že tam nejsou žádné protony. Na grafech si lze všimnout, že v_x je v oblasti zředění menší než ve slunečním větru a v oblasti rekomprese větší. Dále v závětří přibližně ve vzdálenosti $x > 100\Lambda$ jsou protony až dvakrát rychlejší než ve slunečním větru. Nyní se podívejme na v_y . Na řezu xy je v závětří pro ykladné v_y záporná a naopak – to odpovídá zaplňování kavity ve směru osy yz obou stran. Toto zaplňování probíhá v celém závětří – tj. i v oblasti zředění



Obrázek 5.2: Graf hustoty plazmatu v hybridní simulaci bez geologického modelu: řezy v rovinách yz pro různá x.

i rekomprese. Pokud se podíváme na v_z v řezu xz vidíme totéž zaplňování kavity v závětří blízko za Měsícem. Je však menší, než rychlost zaplňování ve směru osy y. Ve vzdálenosti $x > 40\Lambda$ už je situace jiná a protony se naopak pohybují od středu měsíčního závětří. To může být způsobeno tím, že tento pohyb je (přibližně) kolmo na magnetické silokřivky a tak je dán difúzí. Protony tedy driftují z oblasti rekomprese do oblasti zředění.

Magnetická indukce je v grafech na Obr. 5.4. První řádek jsou řezy xy pro z = 0, druhý řezy xz pro y = 0. Jednotlivé sloupce odpovídají složkám \vec{B} . Nutno poznamenat, že magnetický dipól slunečního větru leží v rovině xy a má orientaci -45° . Proto v grafech pro B_x resp. B_y je pro x < 0 rovna $1/\sqrt{2}$, resp. $-1/\sqrt{2}$. Za povšimnutí stojí velké zesílené magnetického pole ve složkách B_x i B_y v blízkém závětří přibližně pro $25\Lambda < x < 60\Lambda$. Dále vidíme zeslabení složky B_x v oblasti zředění v obou řezech a totéž pro B_y , ale pouze v řezu v rovině xz (což může být způsobeno tím, že oblast zředění je kolmo na magnetické silokřivky IMF výraznější). Situace je odlišná u složky B_z . V řezu v rovině xy je v kavitě blízko za Měsícem $B_z > 0$. Ve vzdálenosti $x > 50\Lambda$ se směrem ke středu závětří střídají kužely s malou kladnou a malou zápornou složkou $B_z - v$ rovině xz tomu tak není. Blízko za Měsícem je opět B_z malá kladná. Ve vzdálenosti $x > 50\Lambda$ pro z > 0 je $B_z > 0$ a naopak.

Na Obr. 5.5 je graf proudu ($\vec{j} = \nabla \times \vec{B}/\mu_0$, tedy je zanedbán posuvný proud); každý řádek odpovídá jedné složce. K výpočtu $\nabla \times$ byla použita diferenční aproximace 1. řádu. Můžeme očekávat, že proudy v tomto případě budou superpozicí případů z Obr. 3.3.

Teplotní anizotropie protonů je zpracována v grafech na Obr. 5.6 a 5.7.

Horní graf v Obr. 5.6 zobrazuje řez rovinou xy pro z = 0 a spodní řez rovinou xz pro y = 0; grafy na Obr. 5.6 jsou řezy pro $x = 1,5R_L$, $x = 3R_L$, $x = 6R_L$ a $x = 9R_L$, kde $R_L = 12\Lambda$ je poloměr Měsíce. V oblasti s velmi nízkou hustotou (tedy v Měsíci a v kavitě za ním) je zobrazena nulová anizotropie (pojem tam však vzhledem k nedostatku protonů nemá smysl). Na první pohled je patrné, že protony mají anizotropní teplotu v oblasti zředění, řezy se ale liší tím, která složka převažuje (v řezu rovinou xy patrně kolmá, v tom druhém naopak). Lépe lze tento jev vidět na řezech na Obr. 5.7. Červeně zabarvené rozšiřující se mezikruží koresponduje s oblastí zředění – v ní tedy převažuje T_{\parallel} . Kromě toho do této oblasti zleva a zprava (tedy ze směru -y a y) zasahuje oblast, ve které převažuje kolmá teplota. Ta může souviset s proudy protonů zaplňujícími kavitu. Dále ve středu závětří je vidět oblast, kde mírně převažuje paralelní složka.

5.2 Nová simulace

V této sekci jsou popsány novější výsledky hybridní simulace pro Měsíc bez modelu rezistivity v čase, kdy ještě v simulaci nevzniklo celé závětří. Ve všech grafech je zelenou kružnicí vyznačen Měsíc a u vybraných veličin jsou černou čerchovanou čarou v grafech vyznačeny polohy řezů v rovině yz na následujícím obrázku.

Hustota v novější simulaci bez modelu rezistivity je vyobrazena v grafu na Obr. 5.8. Blízko v závětří lze opět vidět měsíční kavitu, která dosahuje přibližně do vzdálenosti $x = 25\Lambda$. Kavita se ještě nezaplňuje, vznikla však už oblast zředění i oblast rekomprese. Kolem kavity je hustota plazmatu především v řezu v rovině xz. Na řezech ve vzdálenosti $1,5R_L, 3R_L, 4,5R_L$ a $6R_L$, kde $R_L = 12\Lambda$ je poloměr Měsíce, které jsou na Obr. 5.9, lze opět vidět asymetrické zaplňování měsíční kavity. Na spodních dvou řezech lze vidět ve světlé barvě oblast rekomprese a v tmavé oblast zředění.

Průměrná rychlost protonů je v grafech na Obr. 5.10 (první řádek je řez xy, druhý řez xz a sloupce odpovídají jednotlivým složkám \vec{v}). V měsíční kavitě blízko za Měsícem je rychlost ve směru osy x velmi malá (nejsou tam protony). V řezu v rovině xz, kde je oblast rekomprese výraznější, si lze i v tomto případě všimnout, že v_x je v oblasti zředění menší než ve slunečním větru a v oblasti rekomprese větší. Na řezu xy je v závětří pro y kladné v_y záporná a naopak jak se zaplňuje kavita osy y z obou stran. V případě v_z v řezu xz vidíme totéž zaplňování kavity, opět ale jen v oblasti zředění (oproti v_y). V oblasti rekomprese se protony pohybují převážně ve směru osy x.

Magnetická indukce v novějším modelu je vykreslena v grafech na Obr. 5.11. První řádek jsou řezy xy pro z = 0, druhý řezy xz pro y = 0; sloupce odpovídají složkám \vec{B} ; magnetický dipól slunečního větru leží v rovině xy a má orientaci -45° . Rysy jsou shodné s daty ze starší simulace. V blízkém závětří jsou zesíleny B_x , B_y . Dále vidíme zeslabení v oblasti zředění. Na řezech v rovině xz je vidět, že v oblasti rekomprese, na rozdíl od oblasti zředění, je magnetické pole přibližně stejné jako v nepřerušeném slunečním větru. U složky B_z na rozdíl od dat ze starší simulace nevidíme efekty ve

vzdálenějším závětří, což je tím, že se tam v čase simulace perturbace ještě nerozšířily.

Proud v měsíčním závětří v novější simulaci je v grafu na Obr. 5.12. Pro srovnání s literaturou viz Obr. 3.3.

Teplotní anizotropie protonů v novějším modelu je zobrazena v grafech na Obr. 5.13 a 5.14. Grafy na Obr. 5.13 jsou řezy pro $x = 1,5R_L$, $x = 3R_L$, $x = 4,5R_L$ a $x = 6R_L$, kde $R_L = 12\Lambda$ je poloměr Měsíce. Stejně jako v předchozí sekci je i zde v kavitě kvůli nedostatku protonů "navolena" nulová hodnota. I zde si můžeme povšimnout převažující T_{\parallel} v oblasti zředění a na prvních dvou řezech v Obr. 5.14 oblastí kde naopak převažuje T_{\perp} (zeleně). Za povšimnutí stojí asymetrie těchto oblastí ve čtvrtém řezu ($x = 6R_L$).



5. Výsledky 🛛 🖷

.



32



ų

.

÷.

. . .

×.



33







Obrázek 5.6: Graf teplotní anizotropie $(T_{\perp}/T_{\parallel})$ protonů v hybridní simulaci bez geologického modelu: řezy v rovinách xy, yz.



Obrázek 5.7: Graf teplotní anizotropie $(T_{\perp}/T_{\parallel})$ protonů v hybridní simulaci bez geologického modelu: řezy v rovinách yz pro různá x.



Obrázek 5.8: Graf hustoty plazmatu v novější hybridní simulaci bez geologického modelu: řezy v rovinách xy, yz.



Obrázek 5.9: Graf hustoty plazmatu v novější hybridní simulaci bez geologického modelu: řezy v rovinách yz pro různá x.



37





38





.



Obrázek 5.13: Graf teplotní anizotropie $(T_{\perp}/T_{\parallel})$ protonů v hybridní simulaci bez geologického modelu: řezy v rovinách xy, yz.



Obrázek 5.14: Graf teplotní anizotropie $(T_{\perp}/T_{\parallel})$ protonů v hybridní simulaci bez geologického modelu: řezy v rovinách yz pro různá x.

Kapitola 6

Závěr

V práci jsem provedl rešerši literatury ohledně geologického složení Měsíce, resp. Galileovských měsíců a jeho vlivu na interakci se slunečním větrem, resp. magnetosférickým plazmatem Jupitera. V případě Měsíce jsou významné dva vlivy. Prvním je rezistivita různých vrstev v Měsíci; druhým jsou magnetická pole v kůře Měsíce, se kterými se protony sráží. Druhý jev nebylo možno v modelu realizovat (viz kap. 4), protože by bylo potřeba mít více makročástic na buňku v simulaci, což by příliš zvýšilo numerickou náročnost výpočtu.

Na základě dohledané literatury ([6]) jsem vytvořil návrh na realizaci profilu rezistivity v hybridní numerické simulaci interakce Měsíce se slunečním větrem v hybridních jednotkách. Z praktických důvodů bylo nutno zvolit kompromis mezi přesností a numerickou stabilitou simulace (viz kap. 4) – rezistivita je omezena: $\eta < 0,01\mu_0 v_A^2/\Omega_i$.

V grafech byly vykresleny následující veličiny: hustota protonů n, průměrná rychlost protonů \vec{v} , magnetická indukce \vec{B} , elektrický proud \vec{j} a teplotní anizotropie T_{\perp}/T_{\parallel} ve dvou simulacích. V obou je Měsíc v modelu považován za překážku bez elektromagnetických vlastností. Hlavní závěry jsou:

- 1. Perturbace všech veličin v závětří jsou ohraničeny Machovým kuželem s vrcholovým úhlem přibližně 10° (vykreslen na Obr. 5.1, resp. 5.9), což je konzinstentní např. s hybridním modelem [9].
- 2. Měsíční závětří má několik význačných oblastí: kavita těsně za Měsícem, oblast zředění a oblast rekomprese (viz kap. 5). Oblast zředění více vyniká ve směru kolmém na magnetické pole ve slunečním větru před Měsícem \vec{B}_{sw} , což je konzistentní s [17] (viz grafy na Obr. 5.1, 5.2, 5.8 a 5.9).
- 3. Měsíční kavita je za stran zaplňována protony ve směru magnetických silokřivek. V oblasti rekomprese protony driftují kolmo na silokřivky. Také jsou v ní urychleny (oproti v_{sw}) ve směru x. V oblasti zředění se pohybují protony ke středu závětří. Tento závěr je shodný s [17].
- 4. Magnetická indukce je blízko středu měsíčního závětří zesílená a v oblasti zředění je zeslabená, což je konzistentní s hybridním modelem [17] pro magnetické pole \vec{B}_{sw} kolmé na směr toku slunečního větru (viz grafy na Obr. 3.2, 5.4 a 5.11).

6. Závěr

- 5. Z grafu elektrického proudu v Obr. 5.5, resp. 5.12 nelze jednoznačně srovnat systémy proudů se závěry z článku [9] (schémata na Obr. 3.3). Úpravou dat např. užitím filtrů by mohlo být možné data lépe interpretovat.
- 6. Teplotní anizotropie T_{\perp}/T_{\parallel} je v obou simulacích asymetrická vůči ose y (viz Obr. 5.7 a 5.14). To je pravděpodobně způsobeno tím, že protony gyrují ve stejném směru.

Literatura

- J. D. Anderson. Europa's differentiated internal structure: Inferences from four galileo encounters. *Science*, 281(5385):2019–2022, sep 1998.
- [2] J. D. Anderson, E. L. Lau, W. L. Sjogren, G. Schubert, and W. B. Moore. Gravitational constraints on the internal structure of Ganymede. *Nature*, 384(6609):541–543, dec 1996.
- [3] Chiaki Aoshima and Noriyuki Namiki. Structures Beneath Lunar Basins: Estimates of Moho and Elastic Thickness from Local Analysis of Gravity and Topography. 32nd Annual Lunar and Planetary Science Conference, March 12-16, 2001, Houston, Texas, abstract no.1561, 2001.
- [4] A. L. Broadfoot, B. R. Sandel, D. E Shemansky, J. C. McConnell, G. R. Smith, J. B. Holberg, S. K. Atreya, T. M. Donahue, D. F. Strobel, and J. L. Bertaux. Overview of the voyager ultraviolet spectrometry results through jupiter encounter. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 86(A10):8259–8284, sep 1981.
- [5] R. W. Carlson, J. C. Bhattacharyya, B. A. Smith, T. V. Johnson, B. Hidayat, S. A. Smith, G. E. Taylor, B. O'Leary, and R. T. Brinkmann. An atmosphere on ganymede from its occultation of SAO 186800 on 7 june 1972. *Science*, 182(4107):53–55, oct 1973.
- [6] P. Dyal, C. W. Parkin, and W. D. Daily. Structure of the lunar interior from magnetic field measurements. *Lunar Science Conference*, 7th, *Houston, Tex.*, 3:3077–3095, 1976.
- [7] Aharon Eviatar, Vytenis M. Vasyliūnas, and Donald A. Gurnett. The ionosphere of ganymede. *Planetary and Space Science*, 49(3-4):327–336, mar 2001.
- [8] S. Fatemi, H. A. Fuqua, A. R. Poppe, G. T. Delory, J. S. Halekas, W. M. Farrell, and M. Holmström. On the confinement of lunar induced magnetic fields. *Geophysical Research Letters*, 42(17):6931–6938, sep 2015.

Literatura 🔹 🔹

- S. Fatemi, M. Holmström, Y. Futaana, S. Barabash, and C. Lue. The lunar wake current systems. *Geophysical Research Letters*, 40(1):17–21, jan 2013.
- [10] S. Fatemi, A. R. Poppe, K. K. Khurana, M. Holmström, and G. T. Delory. On the formation of Ganymede's surface brightness asymmetries: Kinetic simulations of Ganymede's magnetosphere. *Geophysical Research Letters*, 43(10):4745–4754, 2016.
- [11] Shahab Fatemi, Mats Holmström, Yoshifumi Futaana, Charles Lue, Michael R. Collier, Stas Barabash, and Gabriella Stenberg. Effects of protons reflected by lunar crustal magnetic fields on the global lunar plasma environment. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 119(8):6095–6105, 2014.
- [12] Shahab Fatemi, Charles Lue, Mats Holmström, Andrew R Poppe, Martin Wieser, Stas Barabash, and Gregory T Delory. Solar wind plasma interaction with Gerasimovich lunar magnetic anomaly. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, pages 1–17, 2015.
- [13] Heidi Fuqua. A multi model investigation of the global interior structure of the Moon. PhD thesis, University of California, Berkeley, 2017.
- [14] Y. Futaana, S. Barabash, M. Wieser, C. Lue, P. Wurz, A. Vorburger, A. Bhardwaj, and K. Asamura. Remote energetic neutral atom imaging of electric potential over a lunar magnetic anomaly. *Geophysical Research Letters*, 40(2):262–266, jan 2013.
- [15] J. S. Halekas, G. T. Delory, D. A. Brain, R. P. Lin, and D. L. Mitchell. Density cavity observed over a strong lunar crustal magnetic anomaly in the solar wind: A mini-magnetosphere? *Planetary and Space Science*, 56(7):941–946, 2008.
- [16] D. T. Hall, P. D. Feldman, M. A. McGrath, and D. F. Strobel. The farultraviolet oxygen airglow of europa and ganymede. *The Astrophysical Journal*, 499(1):475–481, may 1998.
- [17] M. Holmström, S. Fatemi, Y. Futaana, and H. Nilsson. The interaction between the moon and the solar wind. *Earth, Planets and Space*, 64(2):17, Mar 2012.
- [18] M. Holmström, M. Wieser, S. Barabash, Y. Futaana, and A. Bhardwaj. Dynamics of solar wind protons reflected by the Moon. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 115(6):1–8, 2010.
- [19] M. Holmström. Handling vacuum regions in a hybrid plasma solver. ASP Conference Series, vol. 474, 202-207, 2013, 2013.
- [20] Lon L. Hood and Natalia A. Artemieva. Antipodal effects of lunar basin-forming impacts: Initial 3D simulations and comparisons with observations. *Icarus*, 193(2):485–502, 2008.

- [21] Lon L. Hood, David L. Mitchell, Robert P. Lin, Mario H. Acuna, and Alan B. Binder. Initial measurements of the lunar induced magnetic dipole moment using lunar prospector magnetometer data. *Geophysical Research Letters*, 26(15):2327–2330, aug 1999.
- [22] Lon L. Hood, Nicola C. Richmond, and Paul D. Spudis. Origin of strong lunar magnetic anomalies: Further mapping and examinations of LROC imagery in regions antipodal to young large impact basins. *Journal of Geophysical Research E: Planets*, 118(6):1265–1284, 2013.
- [23] Wing-Huen Ip and Andreas Kopp. Resistive MHD simulations of ganymede's magnetosphere 2. birkeland currents and particle energetics. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 107(A12):SMP 42–1– SMP 42–7, dec 2002.
- [24] R. Jarvinen, M. Alho, E. Kallio, P. Wurz, S. Barabash, and Y. Futaana. On vertical electric fields at lunar magnetic anomalies. *Geophysical Research Letters*, 41(7):2243–2249, apr 2014.
- [25] R. Jaumann, H. Hiesinger, M. Anand, I.A. Crawford, R. Wagner, F. Sohl, B.L. Jolliff, F. Scholten, M. Knapmeyer, H. Hoffmann, H. Hussmann, M. Grott, S. Hempel, U. Köhler, K. Krohn, N. Schmitz, J. Carpenter, M. Wieczorek, T. Spohn, M.S. Robinson, and J. Oberst. Geology, geochemistry, and geophysics of the moon: Status of current understanding. *Planetary and Space Science*, 74(1):15–41, dec 2012.
- [26] Xianzhe Jia, Bart van der Holst, Gabor Toth, Tamas I. Gombosi, James A. Slavin, and Lars K. S. Daldorff. Global MHD simulations of Mercury's magnetosphere with coupled planetary interior: Induction effect of the planetary conducting core on the global interaction. *Journal* of Geophysical Research: Space Physics, 120(6):4763–4775, 2015.
- [27] Xianzhe Jia, Raymond J. Walker, Margaret G. Kivelson, Krishan K. Khurana, and Jon A. Linker. Three-dimensional MHD simulations of Ganymede's magnetosphere. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 113(6):1–17, 2008.
- [28] Xianzhe Jia, Raymond J. Walker, Margaret G. Kivelson, Krishan K. Khurana, and Jon A. Linker. Properties of Ganymedes magnetosphere inferred from improved three-dimensional MHD simulations. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 114(9):1–19, 2009.
- [29] Bradley L. Jolliff, Jeffrey J. Gillis, Larry A. Haskin, Randy L. Korotev, and Mark A. Wieczorek. Major lunar crustal terranes: Surface expressions and crust-mantle origins. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 105(E2):4197–4216, feb 2000.
- [30] K. Kabin, M.R. Combi, T.I. Gombosi, D.L. DeZeeuw, K.C. Hansen, and K.G. Powell. Io's magnetospheric interaction: an MHD model with

Literatura 🔹

day-night asymmetry. *Planetary and Space Science*, 49(3-4):337–344, mar 2001.

- [31] Krishan K. Khurana, Margaret G. Kivelson, Kevin P. Hand, and Christopher T. Russel. *Europa*, chapter Electromagnetic Induction from Europa's Ocean and the Deep Interior, pages 571–586. Tucson: University of Arizona Press, 2009.
- [32] M. Kivelson. The Magnetosphere of Ganymede (Invited). AGU Fall Meeting Abstracts, pages SM12B–01, December 2013.
- [33] M. G. Kivelson, K. K. Khurana, D. J. Stevenson, L. Bennett, S. Joy, C. T. Russell, R. J. Walker, C. Zimmer, and C. Polanskey. Europa and callisto: Induced or intrinsic fields in a periodically varying plasma environment. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 104(A3):4609–4625, mar 1999.
- [34] M. G. Kivelson, K. K. Khurana, and M. Volwerk. The permanent and inductive magnetic moments of Ganymede. *Icarus*, 157(2):507–522, 2002.
- [35] Margaret G. Kivelson, Fran Benegal, William S. Kurth, Fritz M. Neubauer, Chris Paranicas, and Joachim Saur. Jupiter: The Planet, Satellites and Magnetosphere, chapter Magnetospheric Interactions with Satellites, pages 513–536. Cambridge University Press, 2004.
- [36] Margaret G. Kivelson and Christopher T. Russell. Introduction to Space Physics. Cambridge University Press, 1995.
- [37] Andreas Kopp and Wing-Huen Ip. Resistive MHD simulations of ganymede's magnetosphere 1. time variabilities of the magnetic field topology. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 107(A12):SMP 41–1– SMP 41–5, dec 2002.
- [38] Devadatta Kulkarni, Darrell Schmidt, and Sze-Kai Tsui. Eigenvalues of tridiagonal pseudo-toeplitz matrices. *Linear Algebra and its Applications*, 297(1-3):63–80, aug 1999.
- [39] R. P. Lin, D. L. Mitchell, D. W. Curtis, K. A. Anderson, C. W. Carlson, J. McFadden, M. H. Acuña, L. L. Hood, and A. Binder. Lunar surface magnetic fields and their interaction with the solar wind: Results from lunar prospector. *Science*, 281(5382):1480–1484, 1998.
- [40] A.S. Lipatov, J.F. Cooper, W.R. Paterson, E.C. Sittler, R.E. Hartle, and D.G. Simpson. Jovian plasma torus interaction with europa: 3d hybrid kinetic simulation. first results. *Planetary and Space Science*, 58(13):1681–1691, nov 2010.
- [41] A.S. Lipatov, U. Motschmann, T. Bagdonat, and J.-M. Grießmeier. The interaction of the stellar wind with an extrasolar planet—3d hybrid and drift-kinetic simulations. *Planetary and Space Science*, 53(4):423–432, apr 2005.

- [42] Charles Lue, Yoshifumi Futaana, Stas Barabash, Martin Wieser, Mats Holmstrm, Anil Bhardwaj, M. B. Dhanya, and Peter Wurz. Strong influence of lunar crustal fields on the solar wind flow. *Geophysical Research Letters*, 38(3):4–8, 2011.
- [43] J. G. Luhmann. Introduction to Space Physics, chapter Plasma interactions with unmagnetized bodies, pages 203–226. Cambridge University Press, 1995.
- [44] Yosio Nakamura, Gary Latham, David Lammlein, Maurice Ewing, Frederick Duennebier, and James Dorman. Deep lunar interior inferred from recent seismic data. *Geophysical Research Letters*, 1(3):137–140, jul 1974.
- [45] Yosio Nakamura, Gary V. Latham, and H. James Dorman. Apollo lunar seismic experiment—final summary. *Journal of Geophysical Research*, 87(S01):A117, 1982.
- [46] M. D. Norman, R. A. Duncan, and J. J. Huard. Imbrium provenance for the Apollo 16 Descartes terrain: Argon ages and geochemistry of lunar breccias 67016 and 67455. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 74(2):763-783, 2010.
- [47] David Schriver Stuart D. Bale Pavel Trávníček, Petr Hellinger. Structure of the lunar wake: Two-dimensional global hybrid simulations. *Geophysical Research Letters*, 32(6), 2005.
- [48] A. R. Poppe, J. S. Halekas, C. Lue, and S. Fatemi. ARTEMIS observations of the solar wind proton scattering function from lunar crustal magnetic anomalies. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 122(4):771–783, 2017.
- [49] Michael E. Purucker and Joseph B. Nicholas. Global spherical harmonic models of the internal magnetic field of the moon based on sequential and coestimation approaches. *Journal of Geophysical Research*, 115(E12), dec 2010.
- [50] C. T. Russel and R. J. Walker. Introduction to Space Physics, chapter The magnetospheres of the outer planets, pages 503–520. Cambridge University Press, 1995.
- [51] Yoshifumi Saito, Masaki N. Nishino, Masaki Fujimoto, Tadateru Yamamoto, Shoichiro Yokota, Hideo Tsunakawa, Hidetoshi Shibuya, Masaki Matsushima, Hisayoshi Shimizu, and Futoshi Takahashi. Simultaneous observation of the electron acceleration and ion deceleration over lunar magnetic anomalies. *Earth, Planets and Space*, 64(2):83–92, feb 2012.
- [52] Joachim Saur, Fritz M. Neubauer, and Karl-Heinz Glassmeier. Induced magnetic fields in solar system bodies. *Space Science Reviews*, 152(1-4):391–421, dec 2009.

Literatura

.

- [53] C. P. Sonett. Electromagnetic induction in the Moon. Reviews of Geophysics, 20(3):411-455, 1982.
- [54] John Southworth. Homogeneous studies of transiting extrasolar planets -III. additional planets and stellar models. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 408(3):1689–1713, sep 2010.
- [55] S. M. Tikoo, B. P. Weiss, M. Fuller, J. Gattacceca, D. L. Shuster, and T. L. Grove. The decline of the ancient lunar core dynamo. AGU Fall Meeting Abstracts, pages GP51B-03, December 2012.
- [56] H. Usui, Y. Miyake, M. N. Nishino, T. Matsubara, and J. Wang. Electron dynamics in the minimagnetosphere above a lunar magnetic anomaly. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, (1):1555–1571, 2017.
- [57] Y. Vernisse, H. Kriegel, S. Wiehle, U. Motschmann, and K.-H. Glassmeier. Stellar winds and planetary bodies simulations: Lunar type interaction in super-alfvénic and sub-alfvénic flows. *Planetary and Space Science*, 84:37–47, aug 2013.
- [58] R. J. Walker and C. T. Russell. Introduction to Space Physics, chapter Solar-wind interactions with magnetized planets, pages 164– 182. Cambridge University Press, 1995.
- [59] Y.-C. Wang, J. Müller, W.-H. Ip, and U. Motschmann. A 3d hybrid simulation study of the electromagnetic field distributions in the lunar wake. *Icarus*, 216(2):415–425, dec 2011.
- [60] B. P. Weiss, C. R. Suavet, S. M. Tikoo, D. L. Shuster, J. Gattacceca, and M. Fuller. The Lunar Core Dynamo. AGU Fall Meeting Abstracts, pages P34B–01, December 2012.
- [61] M. A. Wieczorek. The Constitution and Structure of the Lunar Interior. Reviews in Mineralogy and Geochemistry, 60(1):221–364, 2006.