Dvouštěrbinový experiment

Martin Štefaňák

5. března 2021

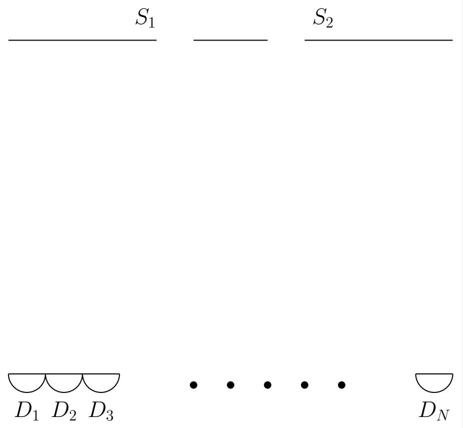
Přehled

Přehled

1. Dvouštěrbinový experiment — diskrétní formulace
2. Kvantový popis experimentu
3. Dvouštěrbinový experiment s polarizací

Dvouštěrbinový experiment

Schéma experimentu



- Částice prochází soustavou štěrbin S_1, S_2
- Dopadne do jednoho z detektorů D_i, $i = 1, \ldots, N$
- Počet dopadů do detektoru D_i — n_i
- Celkový počet částic — M

$$M = \sum_{i=1}^{N} n_i$$

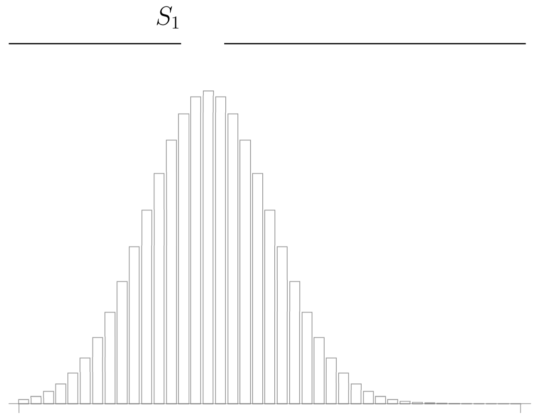
- Pravděpodobnost dopadu do D_i — W_i

$$W_i = \frac{n_i}{M}$$

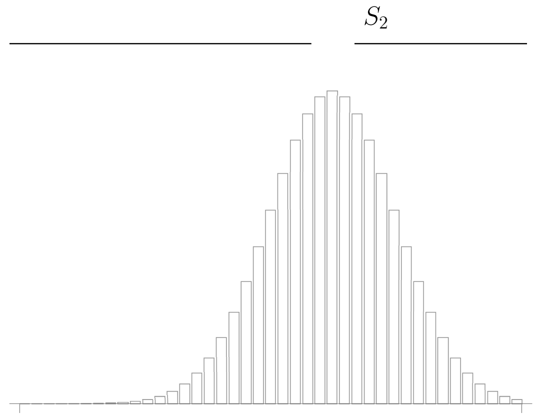
Výsledek závisí na tom, jak a s jakými částicemi experiment provádíme

Otevřená pouze jedna štěrbina

Štěrbina S_1



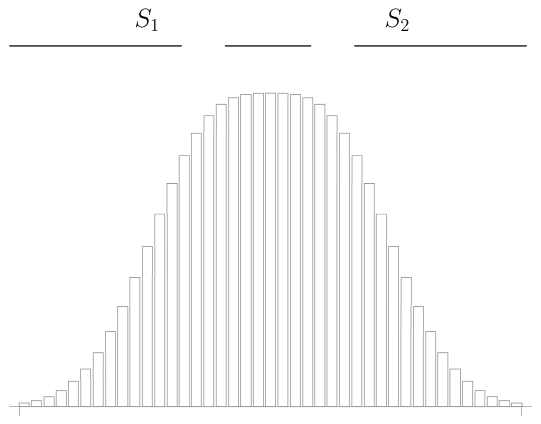
Štěrbina S_2



V této konfiguraci není rozdíl v chování mezi klasickými a kvantovými částicemi

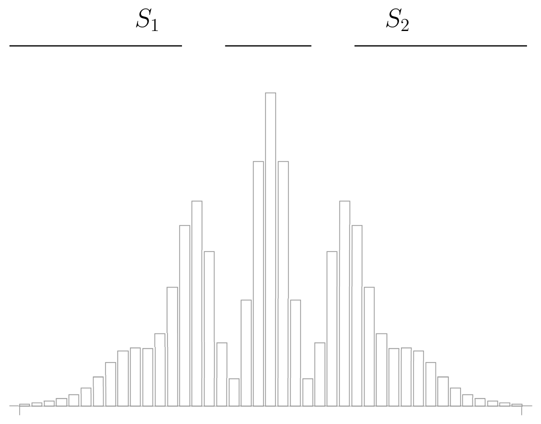
Otevřené obě štěrbiny

Klasické částice



- Výsledek lze získat z experimentů s jednou otevřenou štěrbinou

Kvantové částice



- Interferenční obrazec
- Nelze zrekonstruovat z dat pro S_i

Přehled

Stavy kvantové částice v dvouštěrbinovém experimentu

- Experiment se slabým laserovým světlem
- V každém okamžiku je v zařízení max 1 foton
- Stačí popsat, co se děje s jedním fotonem — jaké jsou možné stavy?
- Stav, kdy foton míří do detektoru D_i, označíme jako $|i\rangle$ — s jistotou dopadne do D_i
- Pokud foton míří do D_i, nemůže dopadnout do jiného detektoru D_j, $j \neq i$
- Pravděpodobnost přechodu mezi stavy $|i\rangle$ a $|j\rangle$ je nulová pro $i \neq j$

$$W_{|i\rangle \to |j\rangle} = |\langle i|j\rangle|^2 = 0$$

- Předpokládám, že foton vždy musí dopadnout do některého z detektorů D_i
- Stavy $|i\rangle$, $i = 1, \ldots, N$ tvoří ON bázi Hilbertova prostoru

$$\mathscr{H}_{DS} = [|1\rangle, \ldots, |N\rangle]_\lambda\,, \quad \langle i|j\rangle = \delta_{ij}$$

Otevřená jen jedna štěrbina S_j

- Řekněme, že je otevřená štěrbina S_j
- Stav fotonu po průchodu štěrbinou je popsaný nějakým ketem $|\psi_j\rangle$
- Rozklad do ON báze pomocí Fourierových koeficientů — amplitudy přechodu

$$|\psi_j\rangle = \sum_{i=1}^{N} \langle i|\psi_j\rangle |i\rangle, \quad \langle i|\psi_j\rangle \in \mathbb{C}$$

- Pr. dopadu fotonu do detektoru D_i — pr. přechodu ze stavu $|\psi_j\rangle$ do stavu $|i\rangle$

$$W_j(i) = W_{\psi_j \to i} = |\langle i|\psi_j\rangle|^2, \quad j = 1, 2$$

- Všechny stavy předpokládáme normované k jedné

$$\sum_{i=1}^{N} W_j(i) = \sum_{i=1}^{N} |\langle i|\psi_j\rangle|^2 = \langle \psi_j|\psi_j\rangle = 1$$

Otevřené obě štěrbiny

- Otevřené obě štěrbiny, není možné rozlišit, kterou štěrbinou foton prošel
- Stav fotonu je popsán superpozicí obou možností

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle)$$

- Pr. průchodu S_j je $\frac{1}{2}$, stavy $|\psi_1\rangle$ a $|\psi_2\rangle$ jsou ortogonální

$$\langle\psi_3|\psi_3\rangle = \frac{1}{2}(\langle\psi_1| + \langle\psi_2|)(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle) = \frac{1}{2}(\langle\psi_1|\psi_1\rangle + \langle\psi_2|\psi_2\rangle) = 1$$

- Fourierův rozklad stavu $|\psi_3\rangle$ do ON báze

$$|\psi_3\rangle = \sum_{i=1}^{N}\langle i|\psi_3\rangle|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{i=1}^{N}(\langle i|\psi_1\rangle + \langle i|\psi_2\rangle)|i\rangle$$

Otevřené obě štěrbiny

- Sčítají se amplitudy pravděpodobnosti

$$\langle i|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle i|\psi_1\rangle + \langle i|\psi_2\rangle)$$

- Výsledné pravděpodobnostní rozdělení dopadů

$$\begin{aligned} W_3(i) &= W_{\psi_3\to i} = |\langle i|\psi_3\rangle|^2 = \left|\frac{1}{\sqrt{2}}(\langle i|\psi_1\rangle + \langle i|\psi_2\rangle)\right|^2 \\ &= \underbrace{\frac{1}{2}\left(W_1(i) + W_2(i)\right)}_{I} + \underbrace{\frac{1}{2}\left(\langle i|\psi_1\rangle\overline{\langle i|\psi_2\rangle} + \overline{\langle i|\psi_1\rangle}\langle i|\psi_2\rangle\right)}_{II} \end{aligned}$$

- *I* část — průměr rozdělení pro S_1 a S_2 otevřené samostatně
- *II* část — interference amplitud pravděpodobnosti $\langle i|\psi_1\rangle$ a $\langle i|\psi_2\rangle$

Interference amplitud pravděpodobnosti

- Amplitudy jsou komplexní čísla — mají velikost a fázi
- Amplitudy pravděpodobnosti dopadu do D_i po průchodu S_j

$$\langle i|\psi_1\rangle = a_i e^{i\alpha_i}, \quad \langle i|\psi_1\rangle = b_i e^{i\beta_i}, \quad a_i,\ \alpha_i,\ b_i,\ \beta_i \in \mathbb{R}$$

- Pr. dopadu do D_i, pokud je otevřena jen jedna štěrbina, závisí jen na velikosti

$$W_1(i) = |\langle i|\psi_1\rangle|^2 = a_i^2, \quad W_2(i) = |\langle i|\psi_2\rangle|^2 = b_i^2$$

- Otevřené obě štěrbiny — interferenční člen závisí na rozdílu fází

$$II = \frac{1}{2}\left(\langle i|\psi_1\rangle\overline{\langle i|\psi_2\rangle} + \overline{\langle i|\psi_1\rangle}\langle i|\psi_2\rangle\right) = a_i b_i \frac{e^{i(\alpha_i-\beta_i)} + e^{-i(\alpha_i-\beta_i)}}{2} = a_i b_i \cos(\alpha_i - \beta_i)$$

- Interferenční obrazec nelze získat z dat pro S_1 a S_2 otevřené samostatně
- Je důležité, že nelze rozlišit, kterou štěrbinou foton prošel

Přehled

Polarizace fotonu

- Trajektorii fotonu je možné zapsat do polarizace
- Polarizace fotonu — dva bazické stavy — Hilbertův prostor dimenze 2
- Volba báze — např. horizontální a vertikální lineární polarizace v rovině kolmé na směr šíření fotonu — kety $|H\rangle$ a $|V\rangle$

$$\langle H|V\rangle = 0,\ \langle H|H\rangle = 1,\ \langle V|V\rangle = 1, \quad \mathscr{H}_{pol} = [|H\rangle, |V\rangle]_\lambda$$

- Jiná báze — pravotočivá a levotočivá kruhová polarizace — kety $|R\rangle$ a $|L\rangle$
- Převodní vztah mezi bazemi

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i|V\rangle), \quad |L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + i|V\rangle), \quad \langle R|L\rangle = 0$$

Popis stavu fotonu v dvouštěrbinovém experimentu s polarizací

- Polarizaci musíme zahrnout do popisu stavu fotonu — rozšíření Hilbertova prostoru
- Stav — prostorová část ($|i\rangle$, $i = 1, \ldots, N$) + polarizace ($|H\rangle$, $|V\rangle$)
- Báze nového $\mathscr{H}$ — ke každému bazickému stavu $|i\rangle \in \mathscr{H}_{DS}$ přidám $|H\rangle$ nebo $|V\rangle$

$$\begin{aligned} |i\rangle \otimes |H\rangle &\equiv |i\rangle|H\rangle \equiv |i, H\rangle, \quad |i\rangle \otimes |V\rangle \equiv |i\rangle|V\rangle \equiv |i, V\rangle \quad i = 1, \ldots N \\ \langle i, \alpha | j, \beta\rangle &= \langle i|j\rangle\langle\alpha|\beta\rangle = \delta_{i,j}\delta_{\alpha,\beta}, \quad \alpha, \beta = H,\ V, \quad i, j = 1, \ldots N \end{aligned}$$

- Obecněji jde o tzv. tenzorový součin Hilbertových prostorů

$$\mathscr{H} = \mathscr{H}_{DS} \otimes \mathscr{H}_{pol}, \quad \dim \mathscr{H} = (\dim \mathscr{H}_{DS}) \cdot (\dim \mathscr{H}_{pol}) = 2N$$

Dvouštěrbinový experiment s polarizací

- Předpokládejme, že zdroj produkuje horizontálně polarizované fotony
- S polarizací se v průběhu experimentu nic neděje
- Stav fotonu po průchodu štěrbinami (obě otevřené)

$$|\psi_3'\rangle = |\psi_3\rangle|H\rangle$$

- Pr. dopadu do detektoru D_i — součet možností dopadu s H a V polarizací

$$W_3'(i) = W_{\psi_3'\to i,H} + W_{\psi_3'\to i,V} = |\langle i,H|\psi_3'\rangle|^2 + |\langle i,V|\psi_3'\rangle|^2$$

- Polarizace fotonu se nemění — druhý člen je nulový

$$\langle i,V|\psi_3'\rangle = \langle i|\psi_3\rangle\langle V|H\rangle = 0$$

- Rozdělení dopadů je stejné jako když polarizaci neuvažujeme

$$W_3'(i) = |\langle i,H|\psi_3'\rangle|^2 = |\langle i|\psi_3\rangle\langle H|H\rangle|^2 = |\langle i|\psi_3\rangle|^2 = W_3(i)$$

Zápis trajektorie do polarizace fotonu

- Musíme změnit polarizaci fotonu různým způsobem pro průchod S_1 a S_2
- Před štěrbiny vložíme čtvrtvlnné destičky — převádí lineární polarizaci na kruhovou
- Různé destičky před S_1 a S_2 — navzájem pootočené o 90°

$$
\begin{aligned}
S1 &: |H\rangle \longmapsto |L\rangle, \quad |V\rangle \longmapsto |R\rangle \\
S2 &: |H\rangle \longmapsto |R\rangle, \quad |V\rangle \longmapsto |L\rangle
\end{aligned}
$$

- Stav fotonu po průchodu čtvrtvlnnými destičkami a štěrbinami

$$
|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle|L\rangle + |\psi_2\rangle|R\rangle)
$$

- Změřením polarizace fotonu zjistíme, kterou štěrbinou foton prošel
- Trajektorie fotonu je zapsána do jeho polarizace

Dvouštěrbinový experiment s polarizací a čtvrtvlnnými destičkami

- Pr. dopadu do detektoru D_i — součet možností dopadu s L a R polarizací

$$W_4(i) = W_{\psi_4 \to i,L} + W_{\psi_4 \to i,R} = |\langle i, L|\psi_4\rangle|^2 + |\langle i, R|\psi_4\rangle|^2$$

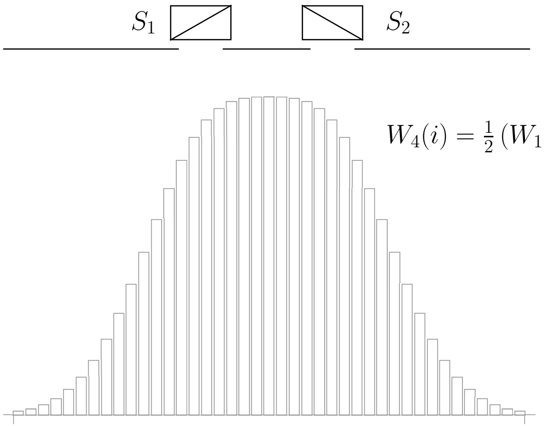
- Amplitudy pravděpodobnosti

$$\begin{aligned}
\langle i, L|\psi_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle i|\psi_1\rangle\langle L|L\rangle + \langle i|\psi_2\rangle\langle L|R\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\langle i|\psi_1\rangle \\
\langle i, R|\psi_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle i|\psi_1\rangle\langle R|L\rangle + \langle i|\psi_2\rangle\langle R|R\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\langle i|\psi_2\rangle
\end{aligned}$$

- Rozdělení dopadů odpovídá průměru možností s jednou otevřenou štěrbinou

$$W_4(i) = \frac{1}{2}|\langle i|\psi_1\rangle|^2 + \frac{1}{2}|\langle i|\psi_2\rangle|^2 = \frac{1}{2}\left(W_1(i) + W_2(i)\right)$$

Rozdělení dopadů



$$W_4(i) = \frac{1}{2}\left(W_1(i) + W_2(i)\right)$$

- Trajektorie fotonu je zapsaná do polarizace
- Polarizaci nemusíme měřit
- Informace o trajektorii fotonu je v principu dostupná
- Nedochází k interferenci amplitud pravděpodobnosti
- Sčítají se pravděpodobnosti

Komplementarita vlnových a částicových vlastností

- Mikroskopické objekty mají jak vlastnosti částic, tak vlnění
- V závislosti na typu experimentu se projeví buď vlastnosti částic, nebo vlnění
- Dvouštěrbinový experiment
  - Neznáme trajektorie — vlnové chování
  - Známe trajektorie — částicové chování
- Částicové a vlnové vlastnosti jsou komplementární — nikdy oboje najednou