STR je konstruována pro popis jedné částice v max. elmag poli, s gravitací je nekompatibilní (proto vznikla OTR) a jiná pole pro částici nemají smysl. Systém částic skládá pouze neinteragujících – lze řešit každou zvlášť.

$\boxed{7.30}$ Ukažte, že při pohybu částice s nábojem q a klidovou hmotností m_0 v magnetickém poli určeném vektorovým potenciálem $\vec{A} = (0, 0, A(x,y))$ se zachovává veličina $\dfrac{m_0 v_z}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + qA(x,y) = \text{const.}$

Částice v elmag. poli klasicky $L = \frac{mv^2}{2} - q(\varphi - \vec{v}\vec{A})$ relativisticky $L = -m_0c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - q(\varphi - \vec{v}\vec{A})$

$$H = \frac{1}{2m}(\vec{p}-q\vec{A})^2 + q\varphi \qquad\qquad H = c\sqrt{m_0^2c^2 + (\vec{p}-q\vec{A})^2} + q\varphi$$

Relativisticky

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} = -m_0c^2\frac{-\frac{2\dot{x}_i}{c^2}}{2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + qA_i \Rightarrow p_i - qA_i = \frac{m_0\dot{x}_i}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow (\vec{p}-q\vec{A})^2 = \frac{m_0^2\vec{v}^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} \Rightarrow v^2 = \frac{(\vec{p}-q\vec{A})^2}{m_0^2 + \frac{(\vec{p}-q\vec{A})^2}{c^2}}$$

$$\dot{x}_i = \frac{p_i - qA_i}{m_0}\sqrt{1-\frac{(\vec{p}-q\vec{A})^2}{m_0^2c^2+(\vec{p}-q\vec{A})^2}} = \frac{p_i-qA_i}{m_0}\sqrt{\frac{m_0^2c^2}{m_0^2c^2+(\vec{p}-q\vec{A})^2}} = \frac{p_i - qA_i}{\sqrt{m_0^2c^2+(\vec{p}-q\vec{A})^2}}c$$

$$H = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}\dot{x}_i - L = \frac{m_0\dot{x}_i^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \cancel{qA_i\dot{x}_i} + m_0c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} + q\varphi - \cancel{q\vec{v}\vec{A}} = \frac{m_0v^2 + m_0c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + q\varphi = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + q\varphi =$$

$$H = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{(\vec{p}-q\vec{A})^2}{m_0^2c^2+(\vec{p}-q\vec{A})^2}}} + q\varphi = \frac{m_0c^2}{\sqrt{\frac{m_0^2c^2}{m_0^2c^2+(\vec{p}-q\vec{A})^2}}} + q\varphi = c\sqrt{m_0^2c^2+(\vec{p}-q\vec{A})} + q\varphi \;//$$

← musíme uhodnout
pro volnou částici
$H = E = c\sqrt{m_0^2c^2+p^2}$
pak Legendrem vyrobil L
pak nasadil přidal pole
a vrátil se zpátky k H

v tomto případě máme $L = -m_0c^2\sqrt{1-\frac{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2}{c^2}} + q\dot{z}A(x,y)$

$$p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = -m_0c^2\frac{-\frac{2\dot{z}}{c^2}}{2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + qA(x,y) = \frac{m_0\dot{z}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + qA(x,y)$$

pohybové rce $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$ $\quad \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \Rightarrow p_z$ je I.I.