

Subatomová fyzika 2

14. února 2020

Obsah

1	Základní vlastnosti atomových jader	2
1.1	Rozměry jader a nukleonů, složení jádra	2
1.2	Hmotnost a energie jader	2
1.3	Spin jádra	3
1.4	Elektrické momenty	3
1.5	Magnetické vlastnosti jader	3
2	Modely jader	4
2.1	Kapkový model	4
2.2	Model Fermi-Diracova plynu	4
2.3	Slupkový model	4
3	Radioaktivní rozpady	5
3.1	Radioaktivita	5
3.2	α rozpad	6
3.3	β rozpad	6
3.4	γ rozpad	6
4	Jaderné reakce	7
4.1	Jaderné reakce - kinematika	7
4.2	Přímé reakce	8
4.3	Reakce přes složené jádro	8
5	Témata prezentací - Experimenty a aplikace jaderné fyziky	9
6	Podmínky na zápočet	9

1 Základní vlastnosti atomových jader

1.1 Rozměry jader a nukleonů, složení jádra

1. Určete, která z jader jsou izotopy, izobary, izotony, izomery a zrcadlová jádra: ${}^7\text{C}$, ${}^7\text{He}$, ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$, ${}^7\text{B}$, ${}^{10}\text{Be}$, ${}^{10}\text{B}$, ${}^{10}\text{C}$, ${}^{70}\text{Kr}$, ${}^{70}\text{Br}$, ${}^{70}\text{Se}$, ${}^{191}\text{Ir}$, ${}^{191m1}\text{Ir}$, ${}^{191m2}\text{Ir}$. [1]
2. Určete pomocí parametrizace $R_A = 1,20\text{fm} \cdot A^{\frac{1}{3}}$, kde A je hmotnostní číslo, poloměry jader ${}^1\text{H}$, ${}^2\text{H}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{198}\text{Au}$. [7]
3. Jaký střední objem má k dispozici každý nukleon v atomovém jádře? Jaká je střední vzdálenost nukleonů v atomovém jádře? Jaká je střední hustota jaderné hmoty, hustota nukleonů v atomovém jádře a hustota elektrického náboje v atomovém jádře s atomovým číslem $Z=A/2$? Klidová energie nukleonů je $m_N c^2 \doteq 940\text{MeV}$. Poloměr jádra lze popsat empirickou formulí $R_A = 1,20\text{fm} \cdot A^{\frac{1}{3}}$, kde A je hmotnostní číslo. [2]
4. Pomocí Heisenbergovy relace neurčitosti odhadněte kinetickou energii nukleonu v atomovém jádře. Klidová energie nukleonu je $m_N c^2 \doteq 940\text{MeV}$. Rozměr jádra berte $\Delta x = 2\text{fm}$ pro lehké a $\Delta x = 10\text{fm}$ pro těžké jádro. Srovnajte tuto hodnotu se střední kinetickou energií elektronu v atomu, je-li $m_e c^2 \doteq 0,511\text{MeV}$ a $\Delta x = 10^5\text{fm}$ je rozměr atomu, a střední kinetickou energií kvarku v nukleonu, je-li $m_q c^2 \doteq 5\text{MeV}$ a $\Delta x = 1\text{fm}$ [2]
5. Odhadněte velikost jaderné síly, která působí na nukleon v atomovém jádře. Jaké je zrychlení nukleonu působené touto silou? Předpokládejte sílu přímo úměrnou vzdálenosti nukleonu od středu jádra. Potřebné parametry viz. předchozí příklad. [2]
6. Jakou elektrickou silou na sebe působí dvě dotýkající se atomová jádra vodíku ${}^1\text{H}$ a dvě dotýkající se jádra helia ${}^4\text{He}$? Jaká je v těchto případech výška Coulombovy bariéry? Poloměr jádra parametrizujte vztahem $R_A = 1,20\text{fm} \cdot A^{\frac{1}{3}}$ [2]
7. W. Heisenberg v počátcích zkoumání atomového jádra vyslovil domněnku, že je tvořeno protony a elektrony. Odhadněte za jakých podmínek udrží atomové jádro složené z protonů hypotetický jaderný elektron. Kinetickou energii jaderného elektronu odhadněte pomocí redukované De Broglieho vlnové délky elektronu, která je dána poloměrem atomového jádra R . [2]
8. V roce 1930 bylo několika skupinami pozorováno neznámé neutrální záření X z reakce $\alpha + {}^9\text{Be} \rightarrow {}^{12}\text{C} + X$. Tyto částice procházely několika centimetry olova a lehce předávaly hybnost částicím o velikosti protonu. Při rozptylu na parafinu (obsahuje vodík se zanedbatelnou vazebnou energií) byly produkovány protony o kinetické energii $T_p = 5,7\text{MeV}$. Předpokládejte, že v jaderném procesu se uvolňuje typická energie řádu $\sim \text{MeV}$, a ukažte, že v takovém případě nemohou být neutrálními částicemi fotony. [2]
9. Vypočítejte elektrostatickou energii náboje Q rozprostřeného homogenně ve sféře poloměru R . [6]
10. Pro určení poloměru jádra je výhodné použít rozptyl elektronů a neutronů. Elektrony poskytují informaci o rozložení elektrického náboje a neutrony o rozložení jaderné hmoty. Určete jakou energii musí mít tyto částice, aby mohly interagovat s jádrem.
[Návod: De Broglieho vlnová délka jádra je cca 10fm] [7]
11. Odhadněte jakou musí mít proton minimální energii, aby prošel Coulombovskou bariérou lehkého jádra [6]

1.2 Hmotnost a energie jader

1. Vypočítejte vazbovou energii ε připadající na 1 nukleon u jader ${}^2\text{H}$, ${}^4\text{He}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{56}\text{Fe}$, ${}^{120}\text{Sn}$, ${}^{208}\text{Pb}$, ${}^{238}\text{U}$. Pro každé jádro porovnejte jeho vazbovou energii s klidovou energií. [1]
2. Vypočítejte jaká energie se uvolní v následujících procesech
 - (a) při syntéze ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$
 - (b) při štěpení jádra ${}^{235}\text{U}$ na dva přibližně stejné odštěpky
 - (c) při anihilaci $p + \bar{p} \rightarrow 2\pi^+ + \pi^0 + 2\pi^-$

V kterém z procesů se uvolňuje největší množství jaderné energie (v % klidové hmotnosti)? Při výpočtu předpokládejte, že při štěpení jádra uranu se střední vazbová energie na 1 nukleon změní o $0,9\text{MeV}$. Klidové hmotnosti částic jsou $m_p c^2 = m_{\bar{p}} c^2 = 938,26\text{MeV}$, $m_{\pi^\pm} c^2 = 139,57\text{MeV}$, $m_{\pi^0} c^2 = 134,96\text{MeV}$. [1]

3. Určete energii (v J), která se uvolní při úplném termojaderném shoření 1kg deuteria. Předpokládejte, že při shoření proběhnou se stejnou pravděpodobností reakce $d + d \rightarrow t + p$ a $d + d \rightarrow {}^3_2\text{He} + n$. Jaké množství uhlí je třeba spálit, abychom získali totéž množství tepla (spalné teplo uhlí je $3 \cdot 10^7 \text{J/kg}$)? Kolika tunám TNT je toto množství energie ekvivalentní? Shoření 1kg TNT uvolní $4,17 \cdot 10^6 \text{J}$. [1]

4. Určete energii (v J), která se uvolní při úplném rozštěpení 1kg ^{239}Pu , a porovnejte ji s energií, která se uvolní z 1kg ^{235}U . Změna střední vazbové energie při štěpení Pu na dva stejné produkty je 0,9MeV. Energie uvolněná při rozštěpení U je 200MeV. [1]
5. Určete denní spotřebu ^{235}U v atomové elektrárně o výkonu 440MW, předpokládáte-li účinnost elektrárny 20%. Energie uvolněná v 1 aktu štěpení je 200MeV. [1]
6. Určete jaké množství izotopu ^{235}U se zúčastní štěpení při výbuchu jaderné bomby s TNT ekvivalentem 30 kilotun, je-li energetický ekvivalent TNT roven $4,17 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$. Energie uvolněná v 1 aktu štěpení je 200MeV. [1]
7. Určete separační energii neutronu a protonu z $^{16}_8\text{O}$. Separační energie je energie, kterou musíme jádru dodat, aby se uvolnil 1 proton(neutron). [7]
8. V roce 1903 P. Curie změřil, že množství tepla uvolněného z $m=1\text{g}$ čistého izotopu ^{226}Ra ($T_{1/2}=1622$ let) je $Q \sim 419\text{J/h}$. Jaká je střední energie emitované α částice, která se při rozpadu ^{226}Ra přemění na teplo? [2]

1.3 Spin jádra

1. Určete spiny jader ^3He a ^4He . [3]
2. Ukažte, že rozpad $n^0 \rightarrow p^+ + e^-$ nemůže zachovat moment hybnosti. [3]
3. Nechť je jedno-nukleonový stav $|j, l, s, j_z\rangle$ vlastním stavem operátorů $\hat{J}^2, \hat{L}^2, \hat{S}^2, \hat{J}_z$ s kvantovými čísly j, l, s, j_z . Ukažte, že je zároveň vlastním stavem operátoru $\hat{L} \cdot \hat{S}$ s vlastní hodnotou $\frac{1}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]\hbar^2$
[Návod: Použijte znalostí z KVAN. Vyjádřete operátor $\hat{L} \cdot \hat{S}$ pomocí ostatních.] [9]

1.4 Elektrické momenty

1. Ukažte, že elektrický dipolový moment atomového jádra je nulový, splňuje-li rozdělení jádra podmínku $\rho(\vec{r}) = \rho(-\vec{r})$, kde $\rho(\vec{r})$ je hustota elektrického náboje atomového jádra pro $r \leq R$, kde R je poloměr jádra. Určete tenzor elektrického kvadrupolového momentu atomového jádra a ukažte, že vymizí pro sféricky symetrické rozložení náboje v jádře ($\rho(\vec{r}) = \rho(r)$). [2]
2. Odvoďte hlavní hodnoty tenzoru elektrického kvadrupolového momentu rovnoměrně nabitého elipsoidu s poloosami a, b a c . Celkový náboj elipsoidu je Ze . [2]
3. Ukažte, že pro rotační elipsoidy s osami ($a, a, c > a$) je vlastní kvadrupolový moment dán vztahem $Q = \frac{2}{5}Z(c^2 - a^2)$. Předpokládejte, že elipsoid je homogenně nabitý, v klidu a celkový náboj je Ze . [2, 4, 7]
4. U některých atomových jader byl pozorován elektrický kvadrupolový moment, který ukazuje, jak velká je odchylka v rozložení elektrického náboje od kulového. Za předpokladu, že jádro má tvar rotačního elipsoidu s poloosami c (hlavní ve směru spinu) a $a = b$ (vedlejší kolmé na spin jádra), určete nesféricnost jádra ^{184}Au , které má elektrický kvadrupolový moment velikosti $4,65 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ jakožto poměr c/a . [1, 2]

1.5 Magnetické vlastnosti jader

1. Proton se nachází v magnetickém poli o magnetické indukci $B=10^{-4}\text{T}$. Magnetický moment protonu je $\vec{\mu}_p = 2\mu_p \vec{s}_p = g_p \mu_N \vec{s}_p$, kde $\mu_p = 2,793\mu_N$ je jeho velikost, $g_p = 5,586$ je gyromagnetický faktor protonu, $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 3,152 \cdot 10^{-8} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1}$ je jaderný magneton a $\vec{s}_p, s_p = \frac{1}{2}$ je spin protonu. Jaká je úhlová rychlost precese magnetického momentu protonu v tomto magnetickém poli? [2]
2. Jádro atomu je složeno z protonů a neutronů a každý z těchto nukleonů má svůj vnitřní moment hybnosti, spin. Kromě toho má každý nukleon v atomovém jádře i orbitální moment hybnosti způsobený pohybem nukleonu. Každému z těchto momentů hybnosti přísluší jistý magnetický moment. Experimentálně bylo zjištěno, že gyromagnetické faktory pro spinový magnetický moment protonu a neutronu jsou $g_p = 5,586$ a $g_n = -3,826$. Gyromagnetický faktor orbitálního momentu hybnosti pro proton s kladným nábojem $+e$ je $g_{p,l} = 1$. Gyromagnetický faktor orbitálního momentu hybnosti pro neutron bez náboje je $g_{n,l} = 0$. Zapište pomocí momentů hybnosti nukleonů a odpovídajících gyromagnetických faktorů magnetický moment atomového jádra. [2]
3. Jaký je gyromagnetický faktor nukleonu v jádře atomu, který se nachází ve stavu s celkovým momentem hybnosti j a orbitálním momentem hybnosti l , jsou-li jeho spinové a orbitální gyromagnetické faktory g_s a g_l ? [2]

2 Modely jader

2.1 Kapkový model

1. Vypočítejte vazbovou energii atomového jádra ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ a porovnejte ji s předpovědí kapkového modelu. Klidové energie jsou $m_{Fe}c^2=52090,2\text{MeV}$, $m_p c^2=938,26\text{MeV}$, $m_n c^2=939,57\text{MeV}$ [2]
2. V empirické Bethe-Weizsackerově formuli kapkového modelu jádra je zahrnuta i korekce na povrchové napětí jaderné kapky. Odveďte tvar korekčního členu ve vazbové energii způsobený povrchovými efekty. Předpokládejte atomové jádro ve tvaru koule o poloměru $R = 1,20\text{fm}\cdot A^{\frac{1}{3}}$, kde A je hmotnostní číslo. [2]
3. Uvažujte atomové jádro jako rovnoměrně nabitou kouli o poloměru $R = 1,20\text{fm}\cdot A^{\frac{1}{3}}$, kde A je hmotnostní číslo. Jaká je elektrostatická repulze protonů v atomovém jádře? Pomocí této hodnoty určete příslušný parametr v Bethe-Weizsackerově formuli pro vazbovou energii jádra. [2]
4. Za předpokladu, že atomové jádro ${}^{135}_{56}\text{Ba}$ je stabilní, odhadněte parametr symetrie v B-W formuli pro vazbovou energii jádra. Klidové energie jsou $m_p c^2=938,26\text{MeV}$, $m_n c^2=939,57\text{MeV}$ a Coulombův parametr je $0,711\text{MeV}$. [2]
5. V jaderné reakci $X(d,p)Y$ se uvolňuje energie Q . Jaká je separační energie v atomovém jádře Y , je-li vazbová energie deuteronu B_d ? [2]
6. Ukažte pomocí Bethe-Weizsackerovy formule při zanedbání energie symetrie a párové energie, že energie uvolněná při štěpení atomového jádra na 2 fragmenty je maximální v případě, kdy při štěpení vznikají dvě stejná jádra. Zanedbejte energii odnesenou neutrony, které doprovázejí štěpení atomového jádra. [2]
7. Pomocí Bethe-Weizsackerovy formule odveďte podmínku, kterou musí splňovat hmotnostní a protonové číslo jádra samovolně se štěpícího na 2 stejné fragmenty. Zanedbejte energii odnesenou neutrony, energii symetrie a párovou energii. [2]
8. Ukažte explicitně pomocí Bethe-Weizsackerovy formule, že pro pevné A má funkce pro $M(A,Z)$ minimum a určete toto minimum pro lehké jádro ($A \sim 16$) a těžké jádro ($A \sim 208$) [11]

2.2 Model Fermi-Diracova plynu

1. Nukleony v atomovém jádře jsou fermiony a řídí se Fermi-Diracovou statistikou. Podle jaderného modelu Fermiho plynu jsou protony a neutrony ve formě nezávislého ideálního úplně degenerovaného plynu fermionů při nulové teplotě. Protony a neutrony zvláště pak zaplňují nejnižší možné stavy v rozsahu dovoleném Pauliho principem. Počet protonů a neutronů s hybnostmi v intervalu $(p, p+dp)$ je podle Fermi-Diracovy statistiky

$$dN = \frac{4\pi g V}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p^2 dp}{e^{\frac{p^2 - p_F^2}{2m_N \hbar^2 kT}} - 1} \quad dN(T \rightarrow 0) = \frac{4\pi g V p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \quad p \leq p_F$$

,kde V je objem jádra, p_F je Fermiho hybnost nukleonu, $g=2$ je degenerační faktor související se spinem nukleonu a $m_N c^2$ je klidová energie nukleonu. Odveďte vztah pro Fermiho energii protonů a neutronů v jádře se Z protony a N neutrony za výše uvedených podmínek. Jaká je Fermiho energie nukleonů v symetrickém jádře, kde $Z = N = \frac{A}{2}$? Odhadněte hloubku jaderného potenciálu. Separační energie nukleonu v jádře je $S_N \sim 8\text{MeV}$ a $m_N c^2 \sim 940\text{MeV}$. [2]

2. Jaká je střední kinetická energie nukleonu v atomovém jádře v modelu Fermi-Diracova plynu úplně degenerovaných fermionů? Uvažte jádro o Z protonech a N neutronech, klidová energie nukleonu je $m_N c^2$. [2]
3. Jaká je střední kinetická energie všech nukleonů v atomovém jádře ${}^{16}_8\text{O}$? Atomové jádro považujte za úplně degenerované nezávislé ideální plyny protonů a neutronů. Klidová hmotnost nukleonu je $m_N c^2 \sim 940\text{MeV}$. [2]
4. Vysvětlete v rámci Fermiho modelu atomového jádra původ energie symetrie v Bethe-Weizsackerově formuli pro vazbovou energii a určete parametr energie symetrie. [2]

2.3 Slupkový model

1. Jaké hodnoty spinu a parity předpovídá slupkový model pro základní stavy ${}^{13}\text{B}$, ${}^{13}\text{C}$ a ${}^{13}\text{N}$? []
2. Určitý stav slupkového modelu s lichou paritou může být obsazen nejvýše 16 nukleony. Jaké jsou jeho hodnoty j a l tohoto stavu? [4]
3. Jaké jsou konfigurace základních stavů jader ${}^{93}_{41}\text{Nb}$, ${}^{33}_{16}\text{S}$ a jaké hodnoty předpovídá jednočásticový slupkový model pro jejich spiny, parity a magnetické dipolové momenty? [4]
4. Základní stav radioizotopu ${}^{17}_9\text{F}$ má spin-paritu $j^P = \frac{5}{2}^+$ a první excitovaný stav má $j^P = \frac{1}{2}^-$. Napište alespoň dvě možnosti konfigurace excitovaného stavu. [4]

3 Radioaktivní rozpady

3.1 Radioaktivita

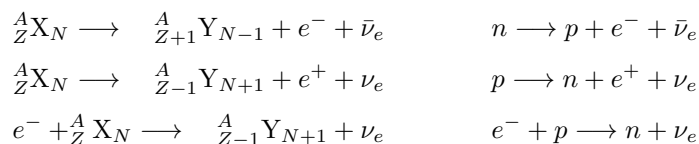
1. Odvoďte exponenciální rozpadový zákon za předpokladu, že rozpad částic je statistický proces a pravděpodobnost, že částice se rozpadne za infinitesimální časový úsek dt , je λdt , kde λ je rozpadová konstanta. [2]
2. Ukažte, jaký je vztah mezi rozpadovou konstantou λ , poločasem rozpadu $T_{\frac{1}{2}}$ a střední dobou života τ . [2]
3. Systém obsahuje v počátečním stavu stejné množství neinteragujících neutronů a protonů. Neutrony se rozpadají na protony s rozpadovou konstantou λ . Jaký bude poměr počtu protonů a neutronů v systému za dobu t ? Za jakou dobu se poměr zvětší r -krát? [2]
4. Za jakou dobu klesne aktivita radioaktivního vzorku s poločasem rozpadu $T_{\frac{1}{2}}$ q -krát? [2]
5. Jaká část neutronů o kinetické energii $T=0,025\text{eV}$ letících ve svazku se rozpadne při průletu dráhy o délce $l=2\text{m}$? Střední doba života neutronu je 925s a jeho klidová energie $m_n c^2=939,6\text{MeV}$. [2]
6. Jaký objem vody je za normálních podmínek třeba sledovat, aby byl ideálním detekčním zařízením v tomto objemu zaregistrován jeden rozpad protonu za týden, je-li dle odhadu střední doba života volného protonu $\tau_p \sim 10^{31}$ let? [2]
7. Radioaktivní vzorek obsahuje v čase $t=0$ $N_{a,0} > 0$ radioaktivních jader $\underline{a}$, $N_{b,0} \geq 0$ radioaktivních jader $\underline{b}$ a $N_{c,0} \geq 0$ jader $\underline{c}$. Atomová jádra $\underline{a}$ ve vzorku se rozpadají s rozpadovou konstantou $\lambda_a > 0$ a vytvoří se jádra $\underline{b}$. Jádra $\underline{b}$ jsou sama o sobě nestabilní a s rozpadovou konstantou $\lambda_b > 0$ se přeměňují na stabilní atomová jádra $\underline{c}$ ($\lambda_c = 0$). Určete časové závislosti počtu jader ve vzorku a časové závislosti aktivit. [2]
8. Za jakých podmínek dosáhne aktivita dceřiných jader $\underline{b}$ ve vzorku z předchozího příkladu maxima? Za jakých podmínek bude ve vzorku nejvíce jader $\underline{b}$? [2]
9. Radioaktivní vzorek obsahující jádra $\underline{b}$ vzniká v jaderné reakci tak, že za jednotku času přibude konstantní počet jader P ve vzorku. Jádra $\underline{b}$ se rozpadají s rozpadovou konstantou λ_b na stabilní jádra $\underline{c}$. Určete časovou závislost aktivity jader $\underline{b}$ ve vzorku. Za jakých podmínek nabývá aktivita jader $\underline{b}$ ve vzorku maxima? [2]
10. Vzorek, ve kterém je $m_c=10\text{g}$ uhlíku, vykazuje aktivitu 30 rozpadů za minutu. Jak je starý? Experimentálně určené relativní zastoupení uhlíku ^{14}C a ^{12}C v živých organismech je $f = \frac{N_{^{14}\text{C}}}{N_{^{12}\text{C}}} \sim 1,3 \cdot 10^{-12}$. Poločas rozpadu izotopu ^{14}C je $T_{\frac{1}{2}} = 5730\text{let}$. [2]
11. V plynném CO_2 je za normálních podmínek, kdy $p_0 = 1,01 \cdot 10^5\text{Pa}$ a $T_0 = 273\text{K}$, poměr radioaktivního uhlíku ^{14}C a stabilního uhlíku ^{12}C $f = \frac{N_{^{14}\text{C}}}{N_{^{12}\text{C}}} \sim 1,3 \cdot 10^{-12}$. Přitom radioaktivní uhlík ^{14}C se rozpadá na dusík podle $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e$ se střední dobou života $\tau=8267$ let. Jakou aktivitu vykazuje $V=1\text{l}$ plynného CO_2 ? Považujte tento plyn za ideální. [2]
12. Jak starý je náš svět? Předpokládejme, že při vzniku materiálu vhodného pro formování Země byly v rudě uranu stejně zastoupeny izotopy ^{235}U a ^{238}U . Nyní je relativní zastoupení ^{235}U v rudě uranu $0,720\%$ a pro ^{238}U je to $99,2745\%$. Poločasy rozpadu obou izotopů uranu jsou $T_{235} = 7,038 \cdot 10^8\text{let}$ a $T_{238} = 4,468 \cdot 10^9\text{let}$. Jak se změnil odhad stáří Země, jestliže v materiálu vhodném pro vznik Země byl poměr $\frac{^{235}\text{U}}{^{238}\text{U}} = 0,5 - 2$? [2]
13. β^- rozpad ^{60}Co ($T_{\frac{1}{2}} = 5,271\text{let}$) do vzbuzeného stavu ^{60}Ni ($Q_{\beta^-} = 2,82\text{MeV}$) je doprovázen kaskádní emisí dvou kvant γ ($E_\gamma=1173$ a 1332 keV). Člověk o hmotnosti $m=60\text{kg}$ pracuje po dobu $t=4\text{h}$ v místnosti, kde je umístěn zdroj ^{60}Co o aktivitě $a = 3,7 \cdot 10^8\text{Bq}$, který izotropně emituje záření γ a elektrony o střední energii $T_e = 1\text{MeV}$, a je neustále stejně vzdálen od zdroje. Diskutujte v jaké vzdálenosti by měl být, aby dávkový ekvivalent v kůži člověka byl za dobu jeho práce menší než $f = 1\%$ doporučeného maximálního ročního dávkového ekvivalentu $\delta_x=5000\text{mSv}\cdot\text{m}^{-2}$. Jakostní činitel pro elektrony je $Q_e=1$. [2]
14. Diskutujte stejný případ jako v předchozím příkladu pro účinky γ záření. Hodnoty jsou $t=4\text{h}$, $f = 1\%$ doporučeného maximálního ročního dávkového ekvivalentu $D_x=50\text{mSv}$, dávková konstanta γ záření pro ^{60}Co je $\Gamma = 0,340\text{mSv}\cdot\text{m}^2\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{GBq}^{-1}$. Význam veličin vyhledejte v literatuře. [2]
15. Do krve člověka bylo vstříknuto nevelké množství roztoku, který obsahoval radioizotop ^{24}Na ($T_{\frac{1}{2}}=14,959\text{hod}$) o aktivitě $A_0 = 2 \cdot 10^3\text{Bq}$. Za 5 hodin po vstříknutí byla objemová aktivita krve $a_v = 265\text{kBq}/\text{m}^3$. Určete v litrech objem krve člověka. [1]
16. Vzorek ^{23}Na je ozařován tokem tepelných neutronů. Přitom vzniká za 1 sekundu 10^8 atomů ^{24}Na ($T_{\frac{1}{2}}=14,959\text{hod}$). Určete maximální počet atomů ^{24}Na , který může být při daném toku tepelných neutronů vytvořen. [1, 2]

3.2 α rozpad

1. Ukažte, že jádra s hmotnostním číslem $A \sim 60$, jejichž vazbová energie připadající na jeden nukleon je přibližně $\frac{B}{A}|_{A \sim 60} \sim 8 - 9 \text{ MeV}$, jsou stabilní vzhledem k rozpadu α . Vazbová energie α částice je $B_\alpha = 28,3 \text{ MeV}$. [2]
2. Rozhodněte, který z procesů $^{80}\text{Kr} \rightarrow ^{76}\text{Se} + \alpha$ a $^{176}\text{Hf} \rightarrow ^{172}\text{Yb} + \alpha$ probíhá spontánně. Jaká je kinetická energie vylétající α částice a jaká je výška Coulombovy bariéry na povrchu dceřiného jádra pro spontánně probíhající proces? Klidové energie jsou $m_{Kr}c^2 = 74,4238 \text{ GeV}$, $m_{Se}c^2 = 70,7015 \text{ GeV}$, $m_{Hf}c^2 = 163,8529 \text{ GeV}$, $m_{Yb}c^2 = 160,1232 \text{ GeV}$ a $m_\alpha c^2 = 3727,4 \text{ MeV}$. [2]
3. Diskutujte pomocí Bethe-Weizsackerovy formule stabilitu přirozeně se vyskytujících atomových jader stříbra ^{107}Ag a zlata ^{197}Au vzhledem k rozpadu α . Zanedbejte párovou energii. Vazbová energie α částice je $B_\alpha = 28,3 \text{ MeV}$. [2]
4. Atomové jádro ^{213}Po původně v klidu se rozpadlo α rozpadem na jádro ^{209}Pb v základním stavu. Vylétající částice α měla kinetickou energii $T_\alpha = 8,34 \text{ MeV}$. Určete celkovou energii uvolněnou v tomto procesu. Jakou část této energie představuje kinetická energie dceřiného jádra? Jaká je rychlost dceřiného jádra? Klidové energie jsou $m_\alpha c^2 = 4m_N c^2$ a $m_{Pb}c^2 = 209m_N c^2$. [2]

3.3 β rozpad

1. β rozpadem atomového jádra rozumíme takový proces, kdy důsledkem slabé interakce se při rozpadu jádra mění protonové číslo o jedničku $Z \rightarrow Z \pm 1$ a hmotnostní číslo A se zachovává. Schématicky lze $\beta^\pm$ rozpad a elektronový záchyt zapsat



Kdy mohou probíhat β rozpady podle těchto schémat? Jaká je celková energie uvolněná při těchto β rozpadech? [2, 6]

2. Vazbová energie atomových jader ^{14}C a ^{14}N připadající na jeden nukleon v jádře jsou $b_C = 7520,319 \text{ keV} > b_N = 7475,614 \text{ keV}$. Je možný β^- rozpad izotopu ^{14}C podle $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e$? Klidové energie jsou $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$ a $(m_n - m_p)c^2 = 1,29 \text{ MeV}$. [2]
3. Je možný dvojitý β^+ rozpad ^{74}Se , kdy jsou emitována dvě 2 neutrina? Klidové hmotnosti jsou $m_{Se}c^2 = 68858,347 \text{ MeV}$, $m_{Ge}c^2 = 68857,136 \text{ MeV}$ a $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$. [2]
4. První přímé pozorování dvojitého β rozpadu v laboratoři bylo zaznamenáno v TPC, kde byl vzorek obohaceného $^{82}\text{Se} (\eta = 97\%)$ o hmotnosti 14g umístěn ve středu komory a odstíněn od kosmického záření. Registrovány byly elektrony z $^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr} + 2e^- + 2\bar{\nu}_e$ s energiemi rozpadu $Q_{\beta\beta} = 2220$ a 2995 keV . Přitom jednoduchý β rozpad není energeticky možný. V měření, které probíhalo po dobu $t = 7960 \text{ h}$ bylo nalezeno $N_{Se} = 36$ událostí interpretovaných jako dvojitý β rozpad. Určete poločas dvojitého rozpadu izotopu ^{82}Se a ukažte, že jednoduchý rozpad není možný. [2]

3.4 γ rozpad

1. Atomové jádro A^* v excitovaném stavu o energii excitace ΔE se deexcituje emisí γ kvanta do základního stavu. Jaká je kinetická energie a rychlost dceřinného atomu A v soustavě, kde je excitované jádro před rozpadem v klidu, za předpokladu, že energie excitace je velmi malá ve srovnání s klidovou energií dceřinného jádra, $\Delta E \ll m_A c^2$? [2]
2. Ukažte, že energie E_γ fotonu emitovaného z jádra o hmotě M pomocí přechodu ze stavu s energií E_i do stavu s energií E_f je dán přibližným vztahem

$$E_\gamma \approx \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2},$$

kde $\Delta E = E_f - E_i$. [8]

3. Volné jádro $^{191}\text{Ir} (m_{Ir}c^2 = 177878 \text{ MeV})$ o energii excitace $E = 129 \text{ keV}$ přešlo do základního stavu za emise γ záření. Najděte relativní změnu energie fotonu, ke které dochází v důsledku odrazu jádra. [1]
4. Volné jádro $^{119}\text{Sn} (m_{Sn}c^2 = 110754 \text{ MeV})$ o excitační energii $E = 23,8 \text{ keV}$ přechází do základního stavu za emise γ záření. Šírka dané hladiny je $\Gamma = 2,4 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$. Je možná rezonanční absorpce tohoto fotonu jiným volným jádrem ^{119}Sn , které se nachází v základním stavu? Předpokládejme, že obě jádra byla v klidu. [1]

4 Jaderné reakce

4.1 Jaderné reakce - kinematika

1. Nerelativistická částice $\underline{a}$ o hmotnosti m_a a hybnosti $\vec{p}_a$ nalétává na jádro $\underline{A}$ o hmotnosti m_A v klidu. V reakci vzniká jádro $\underline{B}$ o hmotnosti m_B a vyletuje částice $\underline{b}$ o hmotnosti m_b . Určete velikost hybností odraženého jádra $\underline{B}$ a částice $\underline{b}$ v těžišťové soustavě, je-li známa energie reakce Q . Jak závisí kinetická energie systému $\underline{a}+\underline{A}$ jako celku v laboratorní soustavě, kde je jádro $\underline{A}$ v klidu, a celková kinetická energie obou částic v těžišťové soustavě na kinetické energii nalétávající částice $\underline{a}$ v laboratorní soustavě $T_a = \frac{p_a^2}{2m_a}$? [2]
2. Nerelativistická částice $\underline{a}$ o hmotnosti m_a se sráží s jádrem $\underline{A}$ o hmotnosti m_A v klidu a produkuje v jaderné reakci částice o celkové hmotnosti $M > m_a + m_A$. Určete prahovou energii této reakce, je-li energie reakce Q a $|Q| \ll m_A c^2$ i $m_A c^2$. [2]
3. Odvoďte vzorec pro kinetickou energii T_b částice $\underline{b}$, která je produkována v jaderné reakci $\underline{a}+\underline{A} \rightarrow \underline{B}+\underline{b}$, jsou-li známy klidové hmotnosti všech částic, úhel výletu ϑ částice $\underline{b}$ vzhledem ke směru letu částice $\underline{a}$, kinetická energie $T_a \ll m_A c^2$ nalétávající částice $\underline{a}$ a energie reakce Q . Terčíkové jádro $\underline{A}$ je v klidu. [2]
4. Nalétávající protony o kinetické energii $T_p = 2,7\text{MeV}$ interagují s terčíkovým jádrem ${}^7\text{Li}$ a produkuje 2 částice α o stejné kinetické energii. Určete kinetickou energii obou α částic a úhel, který svírají jejich směry výletu. Klidové energie jsou $m_p c^2 = 938,27\text{MeV}$, $m_\alpha c^2 = 3727,41\text{MeV}$ a $m_{Li} c^2 = 6533,88\text{MeV}$. [2]
5. Ukažte, že energie reakce Q lze vyjádřit ve tvaru

$$Q = \left(1 + \frac{m_b}{m_B}\right) T_b - \left(1 - \frac{m_a}{m_B}\right) T_a - \frac{2}{m_B} \sqrt{m_a m_b T_a T_b} \cos \vartheta,$$

kde m_a, m_b a m_B jsou hmotnosti dopadající částice, vyletující částice a vzniklého jádra, T_a a T_b jsou kinetické energie dopadající částice a vyletující částice a úhel ϑ je úhel výletu částice s hmotností m_b . Předpokládejte, že terčíkové jádro o hmotnosti m_A je v klidu. [1]

6. Určete energii Q následujících reakcí

- (a) ${}^1\text{H}(\text{n}, \gamma){}^2\text{H}$
- (b) ${}^7\text{Li}(\text{p}, \text{n}){}^7\text{Be}$
- (c) ${}^9\text{Be}(\alpha, \text{n}){}^{12}\text{C}$
- (d) ${}^6\text{Li}(\text{d}, \alpha){}^3\text{He}$
- (e) ${}^7\text{Be}(\text{n}, \text{p}){}^7\text{Li}$

[1]

7. Vypočítejte prahové energie neutronů a α částic v následujících reakcích

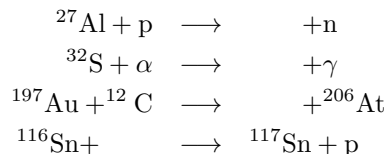
- (a) ${}^{28}\text{Si}(\text{n}, \text{p}){}^{28}\text{Al}$
- (b) ${}^{31}\text{P}(\text{n}, \alpha){}^{28}\text{Al}$
- (c) ${}^{14}\text{N}(\alpha, \text{d}){}^{16}\text{O}$
- (d) ${}^{12}\text{C}(\alpha, \text{d}){}^{14}\text{N}$

[1]

8. Určete maximální energii rychlých neutronů, které vznikají v radionuklidovém Ra-Be zdroji následkem reakce ${}^9\text{Be}(\alpha, \text{n}){}^{12}\text{C}$, $Q=5,7\text{MeV}$. Při výpočtu vezměte v úvahu radioaktivitu α produktů rozpadu radia. [1]
9. Tepelné neutrony vyvolávají při interakci s živým organismem radiační záchyt na vodíku ${}^1\text{H}(\text{n}, \gamma){}^2\text{H}$ a reakci na dusíku ${}^{14}\text{N}(\text{n}, \text{p}){}^{14}\text{C}$. Vypočítejte energii obou reakcí Q a energii γ záření ze záchyty na vodíku [1]
10. Určete excitační energii jádra ${}^{25}\text{Mg}$, které vzniklo následkem záchyty deuteronu s energií 14MeV jádrem ${}^{23}\text{Na}$, které bylo v klidu. [1]
11. Za jakých okolností bude probíhat prahová reakce ${}^7\text{Li}(\text{p}, \text{n}){}^7\text{Be}$? Jaká bude kinetická energie neutronu a vylétávajícího jádra v LS při prahové energii? [2, 6]
12. Deuterony s kinetickou energií $T_d=10\text{MeV}$ interagují s jádry uhlíku v reakci ${}^{13}\text{C}(\text{d}, \alpha){}^{11}\text{B}$. Energie reakce je $Q=5,16\text{MeV}$. Jaký je úhel mezi směry výletu produktů, vyletují-li vzniklá jádra symetricky vzhledem ke směru letu dopadajícího deuteronu? Klidové hmotnosti jsou $m_d=2m_N$, $m_\alpha=4m_N$, $m_B=11m_N$, kde m_N je hmotnost nukleonu. [2]

4.2 Přímé reakce

1. Doplňte následující reakce



[5]

2. Určete energii reakce pro přímou jadernou reakci $\text{d} + {}^{131}\text{Xe} \longrightarrow {}^{132}\text{Xe} + \text{p}$, je-li separační energie neutronu v atomovém jádře ${}^{132}\text{Xe}$ rovna $S_n({}^{132}\text{Xe})=8.9\text{MeV}$ a vazbová energie deuteronu je $B_d=2,22\text{MeV}$. [2]
3. V přímé reakci $\text{d} + {}^{131}\text{Xe} \longrightarrow {}^{132}\text{Xe} + \text{p}$ jsou při kinetické energii nalétávajících deuteronů $T_d=10\text{ MeV}$ produkovány protony pod úhlem $\vartheta = 90^\circ$ vzhledem ke směru letu deuteronů. Jaká je kinetická energie vyletujících protonů? Jaký je rozdíl mezi kinetickými energiemi protonů vyletujících pod úhlem $\vartheta = 0^\circ$ a $\vartheta = 180^\circ$? Klidové energie jader vezměte $m_{{}^{132}\text{Xe}}c^2 = 132m_Nc^2$, $m_{{}^{131}\text{Xe}}c^2 = 131m_Nc^2$, $m_dc^2 = 2m_Nc^2$, $m_pc^2 = m_Nc^2 = 940\text{MeV}$. [2]
4. V přímé reakci $\text{d} + {}^{131}\text{Xe} \longrightarrow {}^{132}\text{Xe} + \text{p}$ je na povrchu terčíkového jádra ${}^{131}\text{Xe}$ utržen z deuteronu o kinetické energii $T_d=10\text{ MeV}$ neutron (stripping reakce) a pak je zachycen ve stavu $d_{3/2}$ v terčíkovém jádře. Najděte pro jaký úhel výletu protonu je očekávaný výtěžek největší. Zanedbejte odraz terčíkového jádra. Kinetická energie vyletujícího protonu je v prvním přiblížení nezávislá na úhlu jeho výletu. [2]

4.3 Reakce přes složené jádro

1. Složené jádro ${}^{108}\text{Ag}$ je excitováno v procesu $\text{n} + {}^{107}\text{Ag} \longrightarrow {}^{108}\text{Ag}^*$, kdy je jádrem ${}^{107}\text{Ag}$ v základním stavu v klidu zachycen neutron o kinetické energii $T_n=1,0\text{eV}$. Klidové energie jsou $m_nc^2=939,57\text{MeV}$, $m_{{}^{107}\text{Ag}}c^2=99581,45\text{MeV}$, $m_{{}^{108}\text{Ag}}c^2=100513,75\text{MeV}$. Jaká je excitační energie složeného jádra ${}^{108}\text{Ag}^*$? [2]
2. Při měření účinného průřezu v reakci ${}^{12}_6\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}_8\text{O}$ s terčíkovými jádry ${}^{12}_6\text{C}$ v klidu bylo naměřeno maximum při kinetické energii α částic $T_R=7,045\text{MeV}$. Jaké uvolněné energii odpovídá toto maximum? Jaká je energie emitovaného γ kvanta v soustavě pevně spojené s rozpadajícím se atomovým jádrem? Hmotnostní úbytky zkoumaných atomů jsou $\Delta m({}^4_2\text{He})c^2=2425\text{keV}$, $\Delta m({}^{12}_6\text{C})c^2=0\text{keV}$, $\Delta m({}^{16}_8\text{O})c^2=-4737\text{keV}$. [2]
3. Účinný průřez pro vytvoření složeného jádra lze v okolí rezonanční energie nalétávající částice popsat Breit-Wignerovou formulí

$$\sigma_a(T_a) = \pi \left(\frac{\lambda'_a}{2\pi} \right)^2 g \frac{\Gamma_a \Gamma}{(T_R - T_a)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad g = \frac{(2I_f + 1)}{(2s_a + 1)(2I_i + 1)}$$

a to v případě, že střední vzdálenost jaderných hladin ve složeném jádře je mnohem menší než celková šířka rezonančního stavu $D \ll \Gamma$, kde $\Gamma\tau \approx \hbar$ a τ je střední doba života rezonančního stavu. V Breit-Wignerově formuli λ'_a značí nalétávající částici, λ'_a je De Broglieho vlnová délka nalétávající částice v těžišťové soustavě, T_a je její kinetická energie v soustavě pozorovatele a T_R je její rezonanční kinetická energie v téže soustavě. Γ je celková šířka rezonance a Γ_a je parciální šířka rezonance odpovídající emisi částice a ze složeného jádra. Faktor g zahrnuje spinové stavy objektů, I_i a I_f jsou spiny terčíkového a složeného jádra, s_a je spin nalétávající částice. Jaký je celkový účinný průřez pro jadernou reakci $X(a,b)Y$ jdoucí přes složené jádro v blízkosti rezonance? Předpokládejte, že jaderná reakce přes složené jádro probíhá ve dvou krocích. V prvním kroku se složené jádro vytvoří, ve druhém se pak rozpadne. Podle Bohrova postulátu pro reakci jdoucí přes složené jádro jsou vytvoření a rozpad složeného jádra nezávislé procesy. [2]

4. Určete maximální celkový účinný průřez záchytu neutronu při rezonanční absorpci $\text{n} + {}^{115}\text{In} \longrightarrow {}^{116}\text{In}^*$ na terčíku z přirozeného india, které obsahuje $\eta=95,7\%$ izotopů ${}^{115}\text{In}$, je-li $\Gamma=75\text{meV}$, $\Gamma_n=3\text{meV}$, $I_i = \frac{9}{2}$, $I_f = 5$ a $s_n = \frac{1}{2}$. Rezonance nastává při kinetické energii neutronu $T_R=1,46\text{eV}$ a je zcela izolovaná. [2]

5 Témata prezentací - Experimenty a aplikace jaderné fyziky

1. Mösbauerův jev(experiment)
2. Stern-Gerlachův experiment
3. Rabiho metoda(experiment)
4. Jaderná magnetická rezonance
5. Elektron-spinová rezonance
6. Normální a anomální Zeemanův jev
7. Frank-Herzův experiment
8. Starkův jev
9. Aharonův-Bohmův jev
10. Počítačová(CT) a Pozitronová emisní(PET) tomografie
11. Jaderné reaktory I. generace
12. Jaderné reaktory II. generace
13. Jaderné reaktory III. generace
14. Jaderné reaktory IV. generace
15. Pulzní jaderný raketový pohon
16. Jaderná bomba(dělová a implozní)
17. Termonukleární bomba
18. Neutronová bomba

6 Podmínky na zápočet

-aktivní účast na hodině - vyřešení a předvedení zadaných úkolů (v případě nepřítomnosti poslat řešení emailem před začátkem cvičení, na kterém měl být příklad předveden)

-vypracování prezentace/výkladu o jednom z experimentů jaderné fyziky(viz. výše) a přednesení na vyhrazené hodině

-více než 50% úspěšnost na zápočtové písemce a písemkách během semestru - na písemku jsou dva pokusy a podmínka účasti na písemce je odevzdání řešení všech příkladů, které měl student předvést

Reference

- [1] Z. Janout, S. Pospíšil, Úlohy z jaderné fyziky, Skripta FJFI ČVUT, Praha 1984
- [2] David Nosek, Jádra a částice, Matfyzpress, Praha 2005
- [3] James William Rohlf, Modern Physics from α to Z, John Wiley & Sons, 1994
- [4] Brian R. Martin, Nuclear and Particle Physics: An Introduction, John Wiley & Sons, 2009
- [5] Kenneth S. Krane, Introductory Nuclear Physics, John Wiley & Sons, 1987
- [6] Yung-kuo Lim, Problems and solutions on atomic, nuclear and particle physics, World Scientific Publishing, 2007
- [7] Arthur Beiser, Úvod do moderní fyziky, Academia, Praha 1978
- [8] P. E. Hodgson, E. Gadioli, E. Gadioli Erba, Introductory Nuclear Physics, Oxford University Press, USA 1997
- [9] W.S.C. Williams, Nuclear and Particle Physics, Oxford University Press, 2008
- [10] I. Úlehla, M. Suk, Z. Trka, Atomy, jádra, částice, Academia, Praha 1990
- [11] C. Bromberg, A. Das, T. Ferbel, Introduction to Nuclear and Particle Physics, World Scientific Publishing, 2006