

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská



Pokročilé praktikum

Dvojštěrbinový Experiment Conceptual Design Report

Praha, 2009/10

APRA Collaboration

Obsah

1	Teoretický popis	3
1.1	Odvození vztahu pro intenzitu	3
1.2	Simulace	4
1.3	Poznámka k této kapitole	7
2	Zdroje napájení	8
3	Zdroj elektronů a fokusace svazku	11
3.1	Zdroj elektronů	11
3.2	Vychylování svazku	11
3.3	Urychlování svazku	12
4	Vakuová aparatura	13
4.1	Dosah	14
4.2	Rozptyl	14
5	Interferenční oblast	16
6	Detekce a načítání dat	20

APRA Collaboration

Jan Čepila
Olga Hájková
Lenka Hrazdilová
Petr Gallus
Karel Chlouba
Tomáš Jakoubek
Miroslav Krůs
Filip Mohyla
Michal Špaček
Michal Vlasák

Kapitola 1

Teoretický popis

1.1 Odvození vztahu pro intenzitu

Pro odvození interferenčního obrazce na stínítku se opřeme o Huygensův princip:

„Každý bod vlnoplochy do něhož postupné vlnění dospělo v určitém okamžiku, můžeme pokládat za zdroj elementárního vlnění, které se z něho šíří v elementárních vlnoplochách. Celková vlnoplocha v dalším časovém okamžiku je vnější obálka všech elementárních vlnoploch a kolmice na ni jednoznačně určuje směr šíření.“

Mějme dvojštěrbinu o nekonečné výšce a nulové tloušťce ležící v rovině $x - y$, umístěnou symetricky kolem osy y . Body uvnitř dvojštěrbiny, přes které budeme dále integrovat, označme $(x', y', 0)$. Vzdálenost středů štěrbin označme d a šířku jedné štěrbin a . Bod prostoru, v němž chceme intenzitu spočítat, označme $(x, 0, z)$.

Nechť monochromatická rovinná vlna ψ' dopadá na dvojštěrbinu a zde generuje vlnu ψ . Pro tu platí

$$\psi = \int_{slit} \frac{i}{r\lambda} \psi' e^{-ikr} ds \quad (1.1)$$

Pro vzdálenost bodu prostoru od levé, resp. pravé štěrbin platí ($j = +1$ pro levou, resp. -1 pro pravou štěrbinu)

$$r_j = \sqrt{\left(x - x' + j\frac{d}{2}\right)^2 + y'^2 + z^2} = z \left[\frac{\left(x - x' + j\frac{d}{2}\right)^2 + y'^2}{z^2} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.2)$$

Využijeme-li podmínky Fraunhoferovy difrakce, že vzdálenost stínítka od štěrbin je mnohem větší než difrakční obrazec na stínítku ($z \gg |(x - x')|$), můžeme vztah (1.2) přepsat pomocí binomické věty (se zanedbáním malých členů) na

$$r_j \approx z \left[1 + \frac{\left(x - x' + j\frac{d}{2}\right)^2 + y'^2}{2z^2} \right] = z + \frac{\left(x - x' + j\frac{d}{2}\right)^2 + y'^2}{2z} \quad (1.3)$$

Je vidět, že faktor $\frac{1}{r_j}$ ve vztahu (1.2) je neoscilující, tudíž příliš neovlivní výslednou intenzitu a můžeme ho nahradit faktorem $\frac{1}{z}$. S použitím (1.3) pak můžeme (1.1) přepsat jako

$$\psi = \psi' \frac{i}{z\lambda} \sum_{j=\pm 1} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' \exp \left(-ik \left[z + \frac{\left(x - x' + j\frac{d}{2}\right)^2 + y'^2}{2z} \right] \right) = \quad (1.4)$$

$$= \psi' \frac{i}{z\lambda} e^{-ikz} \sum_{j=\pm 1} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp\left(-ik \frac{(x-x'+j\frac{d}{2})^2}{2z}\right) dx' \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-ik \frac{y'^2}{2z}\right) dy' = (1.5)$$

$$= \psi' \sqrt{\frac{i}{z\lambda}} e^{-ik(z+\frac{x^2}{2z})} \sum_{j=\pm 1} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp\left(-ik \frac{x(j\frac{d}{2}-x')}{z}\right) \exp\left(-ik \frac{(j\frac{d}{2}-x')^2}{2z}\right) dx' (1.6)$$

Při Fraunhoferově difrakci je člen $k \frac{(j\frac{d}{2}-x')^2}{2z}$ velmi malý a proto $e^{-ik \frac{(j\frac{d}{2}-x')^2}{2z}} \approx 1$. Použitím této limity a další úpravou (1.6) získáme

$$\psi = \psi' \sqrt{\frac{i}{z\lambda}} e^{-ik(z+\frac{x^2}{2z})} \sum_{j=\pm 1} \exp\left(-ik \frac{xjd}{2z}\right) \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp\left(ik \frac{xx'}{z}\right) dx' \quad (1.7)$$

$$= \psi' \sqrt{\frac{i}{z\lambda}} e^{-ik(z+\frac{x^2}{2z})} \sum_{j=\pm 1} \exp\left(-ik \frac{xjd}{2z}\right) \frac{z}{ikx} \left[\exp\left(\frac{ikxa}{2z}\right) - \exp\left(-\frac{ikxa}{2z}\right) \right] \quad (1.8)$$

$$= \psi' \sqrt{\frac{i}{z\lambda}} e^{-ik(z+\frac{x^2}{2z})} \sum_{j=\pm 1} \exp\left(-ik \frac{xjd}{2z}\right) \frac{2z}{kx} \frac{e^{\frac{ikxa}{2z}} - e^{-\frac{ikxa}{2z}}}{2i} \quad (1.9)$$

$$= \psi' \sqrt{\frac{i}{z\lambda}} e^{-ik(z+\frac{x^2}{2z})} \frac{\sin \frac{kax}{2z}}{\frac{kax}{2z}} a \sum_{j=\pm 1} \exp\left(-ik \frac{xjd}{2z}\right) \quad (1.10)$$

$$= \psi' \sqrt{\frac{i}{z\lambda}} e^{-ik(z+\frac{x^2}{2z})} \frac{\sin \frac{kax}{2z}}{\frac{kax}{2z}} a 2 \cos \frac{kdx}{2z} = \psi \quad (1.11)$$

Intenzitu nakonec spočteme jako $I = |\psi|^2 = \psi\psi^*$, tedy

$$I(I_0, a, d, \theta, \lambda(T)) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda(T)}\right) \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda(T)}\right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda(T)}} \right]^2 \quad (1.12)$$

kde jsme využili vztahů $\frac{x}{z} = \sin \theta$ a $\frac{2\pi}{\lambda} = k$. Intenzita má pak maximum pro takové úhly θ , pro které platí

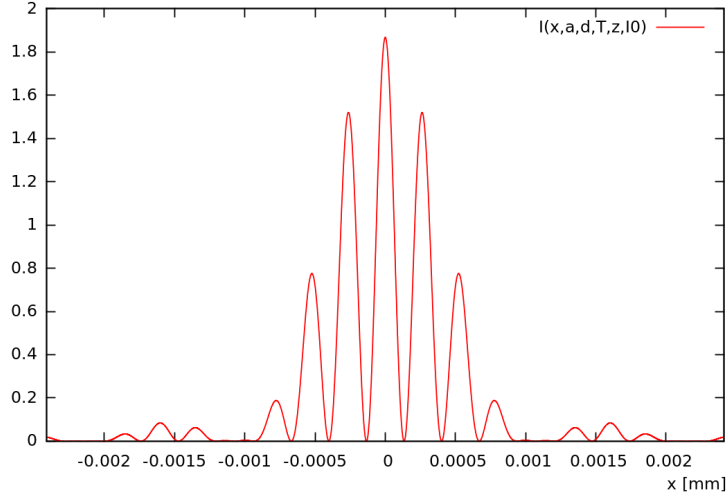
$$d \sin \theta = m\lambda(T) \quad (1.13)$$

kde $m \in \mathbb{Z}$ určuje pozici m -tého maxima vůči hlavnímu maximu. Průběh intenzity podle vztahu (1.12) pro parametry $a = 0.0005$ mm, $d = 0.002$ mm, $z = 100.0$ mm, $T = 50$ keV ($\lambda = 5.36 \times 10^{-9}$ mm) je na Obr. 1.1. Na závěr připomeňme, že vztah mezi vlnovou délkou elektronu λ a jeho kinetickou energií T je

$$\lambda(T) = \frac{hc}{\sqrt{T(T + 2m_e c^2)}} \quad (1.14)$$

1.2 Simulace

Abychom se přesvědčili, že bude možné pozorovat interferenční obrazec i v reálu, tedy při neideálních podmínkách, vytvořili jsme simulační program, který počítá s vlivy jako fluktuace napětí na zdroji částic či „fluktuace“ na šterbině (pod „fluktuacemi“ na šterbině se rozumí

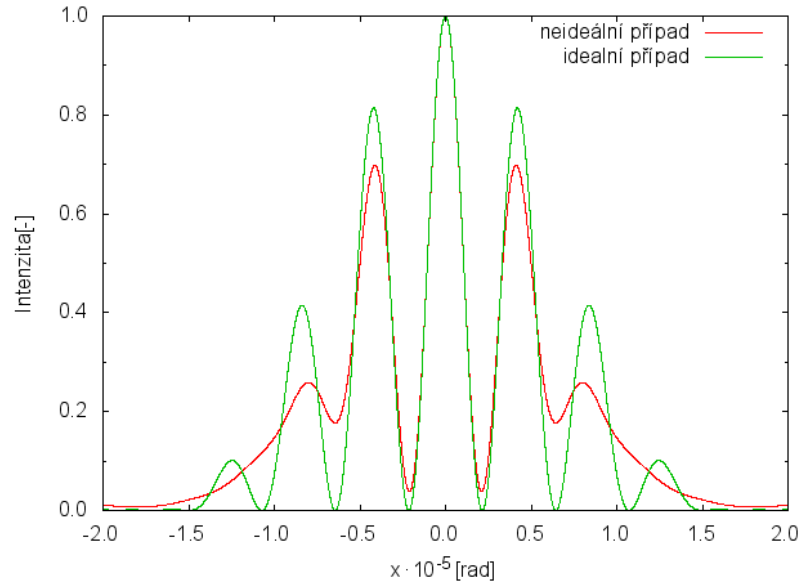


Obrázek 1.1: Průběh intenzity dle vztahu (1.12) pro parametry $a = 0.0005$ mm, $d = 0.002$ mm, $z = 100.0$ mm, $T = 50$ keV ($\lambda = 5.36 \times 10^{-9}$ mm).

proměnlivá vzdálenost středů štěrbin a také proměnlivá šířka štěrbin, což je způsobeno realizací této těrbiny - viz Kapitola 5). Simulace probíhá tak, že k ideálním, pevně stanoveným hodnotám náhodně započítává jejich fluktuace o ± 20 %. Ideální hodnoty (parametry programu) jsou uvedeny v Tab.1.2. Velikosti fluktuací na jednotlivých částech se dají samozřejmě libovolně měnit a 20 % je jen hrubý horní odhad.

parametr	význam	defaultně
TnSimulations	počet běhů v jednom vlákne	1000
nThreads	počet vláken programu	8
rozliseni	rozlišení osy generovaného obrazce intenzity	10000
Ustred	urychlovací napětí elektronu [V]	20000
deltaU	maximální odchylka napětí (20 %)	$0.2 \times \text{Ustred}$
tmax	maximální časový okamžik trvání konkrétní fluktuace, NE nutně [s]	20.0
tmin	minimalní časový okamžik trvání konkrétní fluktuace	1.0
xmax	maximální velikost $ x $ v [rad], tedy $x \in (-xmax, xmax)$	0.00002
a	velikost štěrbin [nm]	500
deltaa	fluktuace ve velikosti štěrbin (20 %)	$0.2 \times a$
d	vzdálenost středů štěrbin [nm]	2000
deltad	fluktuace vzdálenosti středů štěrbin (20 %)	$0.2 \times d$

Tabulka 1.1: Parametry simulačního programu a jejich defaultní hodnoty. Celkově program proběhne **TnSimulations** $\times$ **nThreads**-krát.



Obrázek 1.2: Simulace průběhu intenzity v neideálních podmínkách (červeně). Pro srovnání je zobrazen i ideální případ (zeleně).

Fungování programu

Program náhodně vygeneruje velikosti fluktuací na jednotlivých členech a přičtením k ideálním hodnotám určí hodnoty parametrů těchto členů. Pak pomocí těchto hodnot a vztahu (1.12) vypočte výslednou intenzitu na stínítku. Aby se dala intenzita lehce přepočítat na různé vzdálenosti stínítka od štěrbin, je vypočítána v závislosti na úhlu θ od -0.02 do 0.02 mrad. Abychom simulovali různé doby trvání těchto vygenerovaných fluktuací, je tato intenzita vynásobena náhodnou konstantou z intervalu 1 až 20 (což může představovat např. ms). Celá tato procedura se opakuje několikrát za sebou, přičemž počet opakování závisí na nastavení (Obr. 1.2 představuje 8 milionů opakování). Navíc je program navržen tak, aby se dal jednoduchou změnou hodnoty konstanty v programu dobře optimalizovat pro různý počet jader.

V programu byl použit generátor náhodných čísel od Agnera Foga dostupný z [2]. Tento generuje náhodnější rozdělení, než standardní generátor C++ a podporuje navíc multivláknové programování. Další informace jsou dostupné na webu [2].

V simulaci se také jednou vypočte intenzita bez fluktuací (pro lepší názornost vlivu fluktuací na výsledek) na jednotlivých částech experimentu, čemuž říkáme ideální případ. Nakonec se výsledné intenzity (kromě té ideální, i když její zahrnutí do součtu by ničemu neškodilo) superponují (sečtou) a „normalizují“ se tak, aby nejvyšší intenzita měla velikost 1. Tato „normalizace“ je zvolena proto, aby se výsledný graf dal lépe porovnat s ideálním případem, který se taktéž normalizuje stejným způsobem.

Jak jde vidět z Obr. 1.2, bude (i přes relativně velké fluktuace) v principu možné měřit interferenční maxima a minima.

1.3 Poznámka k této kapitole

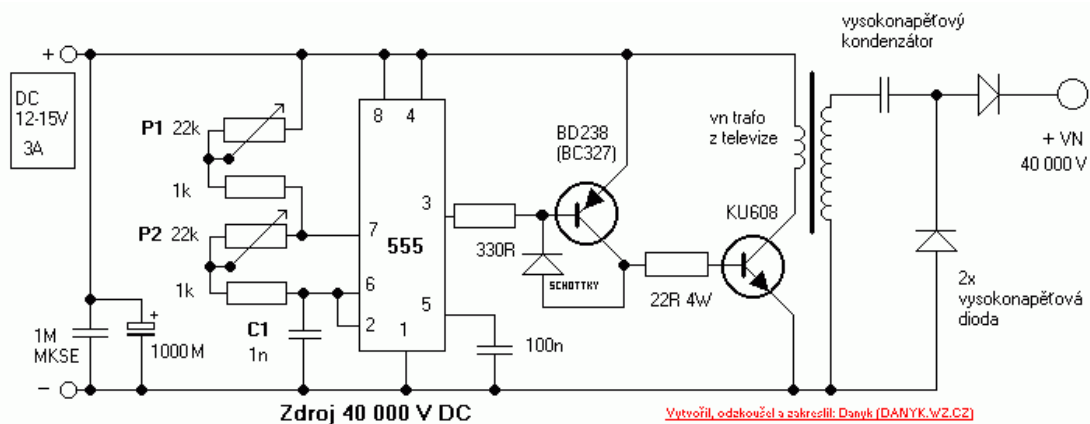
Toto teoretické odvození je fyzikálně konzistentní a jelikož jde o interferenci, tak se opírá o vlnovou povahu elektronů. Simulace plně respektuje toto pojetí, a proto se nejedná o simulaci průletu jednotlivých elektronů, ale o kvantový výpočet pravděpodobnosti detekce elektronu na stínítku a následnou superpozici této pravděpodobnosti pro různé hodnoty fluktuací.

Tento náš přístup může být nevhodný pro popis konkrétní realizace štěrbiny pomocí elektrických potenciálů. Jako možný další postup se proto jeví aproximace štěrbiny pomocí klasické optické čočky a provedení výpočtu pro vlnění, což by byla podobná strategie, jako v teoretickém rozboru pevné štěrbiny. A navíc by se dal, po drobné úpravě, pro simulaci reálného měření použít již vytvořený program popisovaný výše.

Kapitola 2

Zdroje napájení

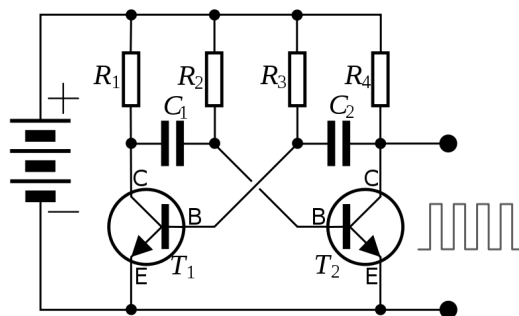
Jako napájení pro zdroj elektronů bude potřeba co nejstabilnější zdroj vysokého napětí, asi 22 kV. Dále bude třeba zajistit zdroj napájení pro fokusaci. Realizace obou zdrojů bude provedena podle schématu na Obr. 2.1. Hodnota požadovaného výstupního napětí se bude korigovat zapojením regulovatelného odporu těsně před výstupem. Pro získání co nejdokonaleji vyhlazeného stejnosměrného napětí bude využita funkce časovače 555, jenž bude generovat střídavý signál dokonale obdélníkového tvaru, který pak bude transformován a usměrněn. Z výstupu 3 je spínán první tranzistor, typu PNP. Schottkyho dioda brání jeho saturaci a tím zrychluje spínání, ale není nezbytně nutná. Druhý tranzistor je výkonový, typu NPN. Dále se napětí bude transformovat ve vysokonapětěovém trafu, a pak se usměrňovat a násobit obvodem se dvěma vysokonapětěovými diodami. Vysokonapětěový kondenzátor signál vyhladí. Zdroj se napájí napětím 12-15 V, odběr je okolo 3 A. Frekvenci oscilátoru lze dodatečně doladit dvěma potenciometry P1 a P2.



Obrázek 2.1: Schéma zdroje napájení

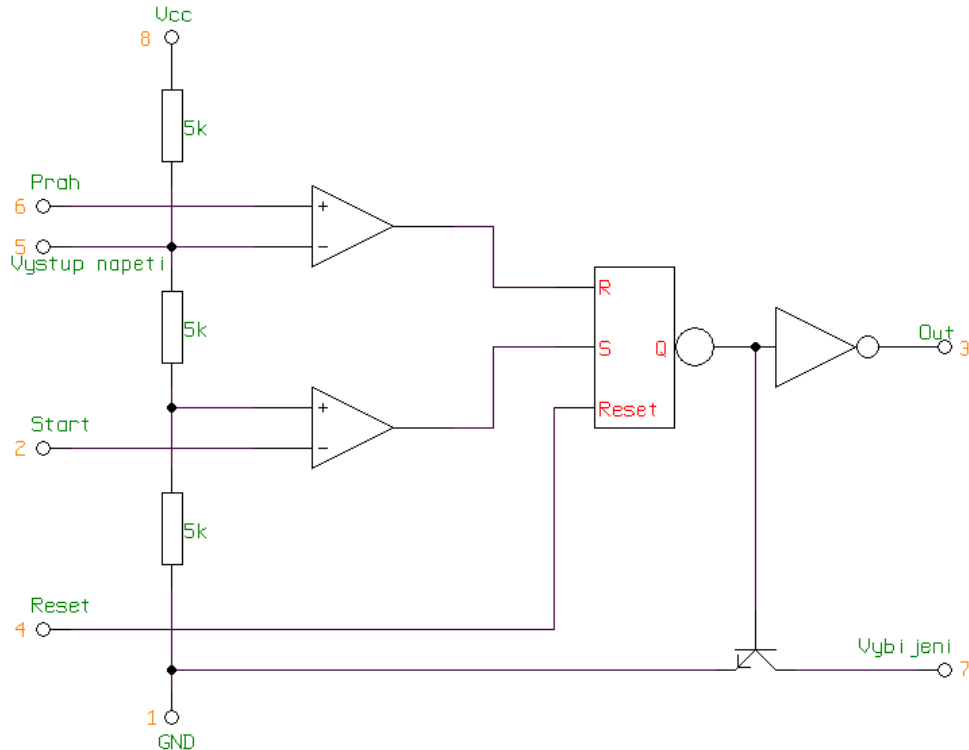
Časovač 555 je integrovaný obvod, který lze využít ke generování různých pravoúhlých signálů. Obsahuje 2 komparátory a jeden klopný obvod (KO) na výstupu. KO lze zapojit jako monostabilní nebo astabilní obvod. Bude využito druhého zapojení, ve kterém KO pracuje jako multivibrátor a generuje pravidelné kmity obdélníkového průběhu. Signál na výstupu bude pravidelně přecházet mezi dvěma nestabilními stavy, logickou nulou a logickou jedničkou.

Princip astabilního klopného obvodu využívá analogového napětí kondenzátoru, který



Obrázek 2.2: Astabilní klopný obvod

se periodicky nabíjí a vybíjí. Znázornění astabilního klopného obvodu je na Obr. 2.2. Pokud zapneme proud v obvodu, kondenzátory C1 a C2 se začnou nabíjet a tranzistory Q1 a Q2 se začnou otevírat. Protože ale tranzistory nemají nikdy reálně úplně stejné parametry, každý z nich se začne otevírat v jinou dobu. Předpokládejme například, že první se otevře tranzistor Q1. Kondenzátor C1 se začne vybíjet, čímž uzavře tranzistor Q2. Kondenzátor C2 se nabíjí a ještě více otevře Q1. V okamžiku, kdy se C1 přebije na opačnou polaritu, vzroste na bázi Q2 napětí a ten se začne otevírat. Toto způsobí nabíjení kondenzátoru C1 a vybíjení C2. V tomto okamžiku se obvod skokově přeploží a na výstupu se objeví opačná úroveň napětí.



Obrázek 2.3: Zapojení stabilního klopného obvodu s komparátory

Zapojení astabilního klopného obvodu s komparátory je vidět na Obr. 2.3. Samotný časovač 555 má 8 vývodů, jak je vidět z Obr. 2.1. Vývod 8 se připojuje na kladný pól,

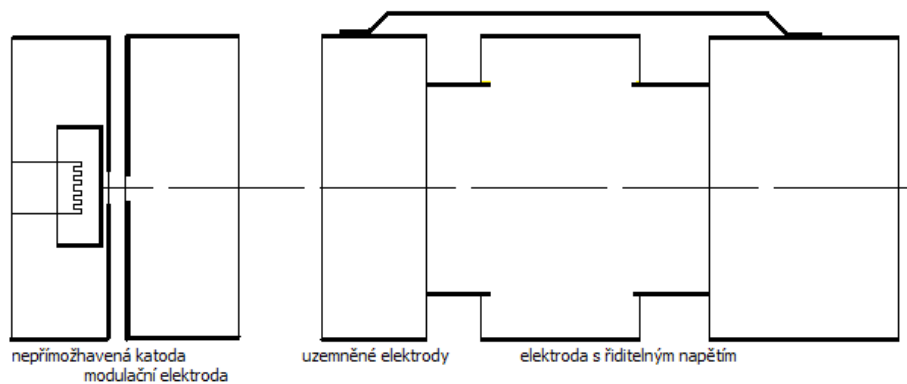
vývod 1 na záporný pól nebo je uzemněn. Vývod 3 slouží jako výstup pro periodický signál obdélníkového tvaru. K zablokování funkce obvodu slouží vývod 4. Protože této funkce nebude využito, zůstane vývod 4 trvale připojen na napájecí napětí. Napájecí napětí, přivedené na pin8, se na napěťovém děliči složeném ze tří stejných rezistorů R1 – R3 rozdělí na $1/3$ a $2/3$ své hodnoty, čímž se nastaví komparační úrovně dvou vstupních operačních zesilovačů, které jsou zapojeny jako komparátory. Vstupem 5 lze tyto úrovně měnit. Není-li využita možnost změny poměru napětí, připojuje se tento vývod přes kondenzátor 100 nF na zem. Výstupy obou komparátorů jsou spojeny se vstupy klopného obvodu RS. K ovládání RS klopného obvodu nepřímo slouží vývody 2 a 6, jejich napěťové úrovně jsou porovnávány komparátory. Klesne-li napětí na vstupu 2 pod $1/3$ vstupního napětí přepne se KO na logickou jedničku. A naopak – přesáhne-li napětí na vstupu 6, označeném jako práh, $2/3$ vstupního napětí, KO RS se přepne na logickou nulu. Zároveň se otevře tranzistor a na vývod 7 (vybíjení). Toho se nejčastěji využívá právě k vybití kondenzátoru.

Kapitola 3

Zdroj elektronů a fokusace svazku

3.1 Zdroj elektronů

Jako zdroj elektronů budeme využívat elektronové dělo z černobílého televizního CRT přímače. Pro fokusaci svazku použijeme elektrostatickou čočku, která je součástí elektronového děla. Výhodou tohoto děla oproti dělu z televize barevné je jednodušší geometrie a pouze jeden svazek elektronů. Na Obr. 3.1 je zobrazeno schéma tetrodové elektronové trysky s unipotenciální čočkou.



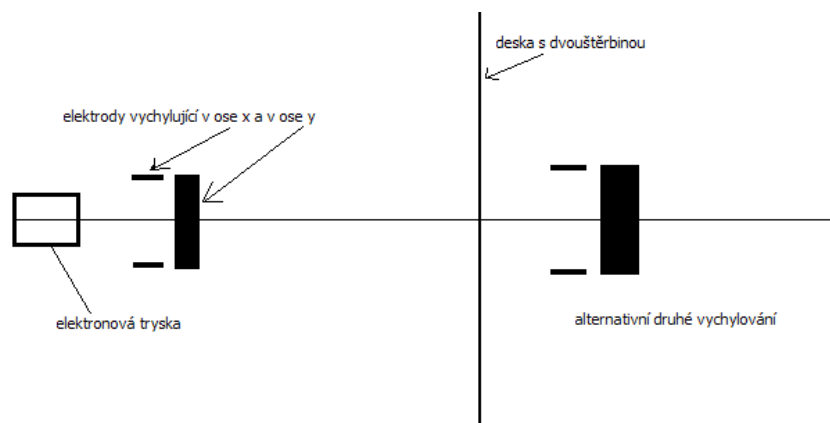
Obrázek 3.1: Tetrodová elektronová tryska s unipotenciální čočkou

Elektronové dělo se skládá z několika částí: samostatného zdroje elektronů, zastoupeného nepřímohřavenou katodou, stínění a modulační elektrody určené k předurychlení a předběžné fokusaci. Elektronové dělo je zobrazeno na levé straně schématu Obr. 3.1 a na jeho pravé straně vidíme konečnou fokusaci svazku prováděnou unipotenciální čočkou. Ta se v tomto případě skládá ze tří elektrod. Na krajní dvě elektrody je přivedeno stejné napětí, v našem případě budou tyto elektrody uzemněny. Na prostřední elektrodu bude přivedeno napětí, jehož pomocí budeme měnit vlastnosti čočky, tedy místo kde probíhá fokusace.

3.2 Vychylování svazku

Abychom nemuseli nepřesnosti v geometrii celé aparatury řešit pouze samotnou manipulací s jejími jednoduchými součástmi budou další součástí zdroje i elektrostatické vychylovací elek-

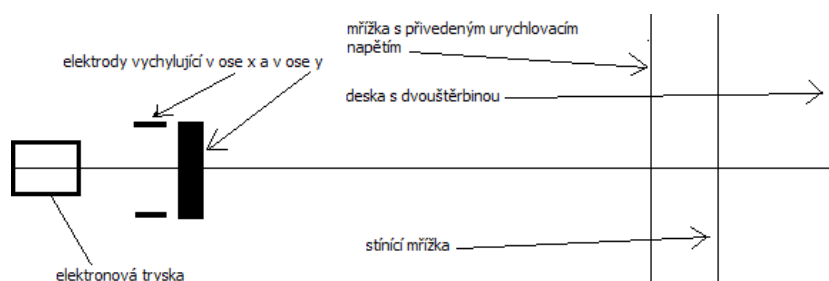
trody. Možnosti jejich umístění jsou uvedeny na Obr. 3.2. Pomocí těchto vychylovacích prvků lze provádět jemné posuny svazku vzhledem k dvouštěrbíně. Pokud umístíme druhou sadu vychylovacích elektrod za dvouštěrbinu, lze provádět jemné posuny svazků vzhledem k detektoru, čímž lze dosáhnout zlepšení rozlišení.



Obrázek 3.2: Umístění vychylovacích elektrod vzhledem k ostatním prvkům aparatury

3.3 Urychlování svazku

Pro naše účely můžeme použít urychlení elektrostatickým polem a to ve dvou variantách. První varianta počítá s urychlením před samotnou fokusací svazku. Tato varianta počítá s přivedením vysokého napětí na katodu a jen o něco nižším na modulační elektrodu. Urychlení by nastalo mezi modulační elektrodou a první elektrodou unipotenciální čočky. Nevýhodou této varianty je potřeba vyššího napětí pro prostřední elektrodu čočky. Tento problém není neřešitelný a proto tuto variantu upřednostňujeme. Druhou variantou je obdoba původního zapojení z televizní obrazovky, tedy urychlení až po fokusaci mimo samotné elektronové dělo, Obr. 3.3. Nevýhodou tohoto zapojení je potřeba vyššího napětí pro dosažení stejné rychlosti elektronů a složitější fokusace svazku.



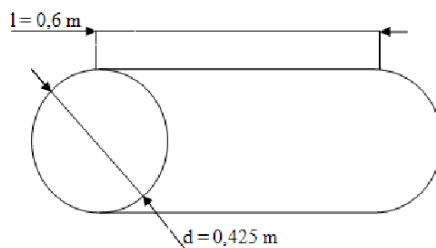
Obrázek 3.3: Druhá varianta urychlení svazku elektronů

Kapitola 4

Vakuová aparatura

Experiment budeme provádět pomocí setu Leybold PT50 KIT Turbomolecular Pump System [7], který obsahuje následující:

- Turbovac 50 - turbomolekulární pumpa
- Trivac D 1.6 B - rotační lopatková pumpa
- Turbotronik NT 10 - frekvenční měnič



Obrázek 4.1: Rozměry vakuové komory

Vakuová technika je připojená k cylindrické komoře (Obr. 4) o objemu $V = 85,118 \text{ l}$, kterou, za pomoci výše zmíněné techniky, dokážeme vyprázdnit až na tlak $p = 10^{-5} \text{ Pa}$. V následujícím popíšeme vliv získaného vakua na svazek elektronů, speciálně na dosah a rozptyl svazku. Budeme potřebovat počet částic v metru krychlovém při daném tlaku, na kterých se bude svazek rozptylovat. Vztah pro počet částic odvodíme snadno pomocí Avogadrovi konstanty a rovnice pro ideální plyn:

$$pV = nRT, \quad (4.1)$$

$$n_V = \frac{nN_A}{V} = \frac{N_A p}{RT}. \quad (4.2)$$

Počet částic v metru krychlovém při daném tlaku je $n_V = 2,470752676 \cdot 10^{15}$.

4.1 Dosah

Dosahem R rozumíme vzdálenost, kterou urazí elektrony o kinetické energii T . Teoretický výpočet dosahu lehkých částic v látce je velmi obtížný, proto využíváme empirických formulí. Ve svém článku [4] J. A. Gledhill uvádí vztahy pro výpočet dosahu elektronů

$$x = \log E; \quad y = \log R_p; \quad (4.3)$$

$$y = -5,1 + 1,358x + 0,215x^2 - 0,043x^3, \quad (0,1 < E < 100 \text{ keV}), \quad (4.4)$$

kde R_p je střední hmotnostní dosah daný vztahem

$$R_p = R\rho. \quad (4.5)$$

Použitím vztahu 4.5 dostáváme pro kinetickou energii $T = 1 \text{ keV}$ ¹ výsledek $R = 62,25 \mu\text{m}$. Jiný zdroj [3] uvádí $R = 28,9 \mu\text{m}$, nicméně následujícím přepočtem na předpokládaný tlak zjistíme, že pro použitou vakuovou komoru je dosah dostatečný i s menšími hodnotami. Z Boyle-Mariottova zákona:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (4.6)$$

dostáváme vztah pro dosah v námi použitým vakuu

$$R_2 = \frac{p_1}{p_2} R_1 = R_1 \cdot 10^{10}. \quad (4.7)$$

Je zřejmé, že samotný dosah nebude představovat problém.

4.2 Rozptyl

V této části vypočteme střední volnou dráhu λ a následně pravděpodobnost rozptylu na dráze x . K tomu potřebujeme zjistit účinný průřez σ . Jedná se o elastický rozptyl elektronů na molekulách dusíku a hodnoty účinného průřezu lze dohledat v článku [5]. Alternativně bychom k výpočtu účinného průřezu mohli použít formuli Mottova rozptylu která upravuje Rutherfordovu formuli pro naše potřeby

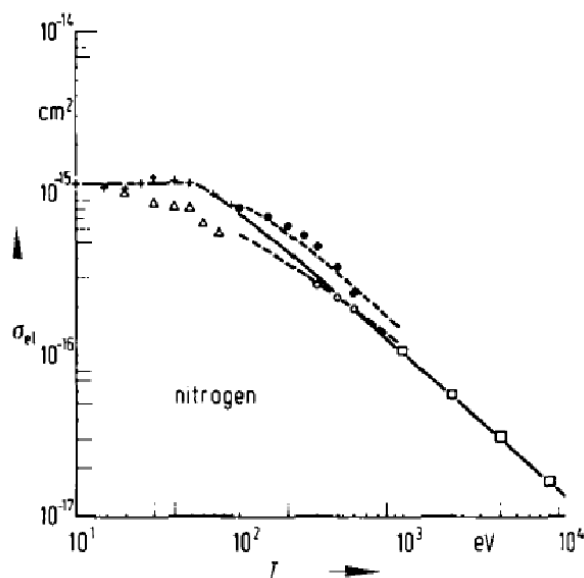
$$\frac{\sigma}{\cos \theta} = \left(\frac{\sigma}{\cos \theta} \right)_R \frac{(1 + \cos \theta)/2}{\left(1 + \frac{(1 - \cos \theta)T}{Mc^2} \right)}, \quad (4.8)$$

$$\left(\frac{\sigma}{\cos \theta} \right)_R = \frac{\pi}{2} Z^2 \alpha^2 \left(\frac{\hbar c}{T} \right)^2 \frac{1}{(1 - \cos \theta)^2}. \quad (4.9)$$

Jednalo by se však o totální a nikoli elastický průřez. Výpočet přesné hodnoty je uveden v článku [6].

Pro energii $T = 1 \text{ keV}$ lze dohledat průřez $\sigma = 10^{-16} \text{ cm}^2$ a můžeme tedy přejít k výpočtu střední volné dráhy. Pro doplnění přikládáme obrázek (Obr. 4.2) závislosti σ na T .

¹tuto hodnotu jsme zvolili pro výpočet, neboť v experimentu předpokládáme využití vyšší a tedy budeme dosahovat lepších výsledků



Obrázek 4.2: Závislost účinného průřezu na kinetické energii

Střední volná dráha se vypočítá vztahem

$$\lambda = \frac{1}{N_V \cdot \sigma}. \quad (4.10)$$

Dále určíme pravděpodobnost interakce na vzdálenost $x = 25$ cm (orientační vzdálenost štěrby od zdroje elektronů) vztahem

$$P(x) = 1 - e^{\left(-\frac{x}{\lambda}\right)}. \quad (4.11)$$

Výsledná střední volná dráha je $\lambda = 4.04735 \cdot 10^5$ m a pravděpodobnost interakce $P(25) = 6 \cdot 10^{-8}$. Při těchto hodnotách bude rozptyl svazky naprosto zanedbatelný.

Kapitola 5

Interferenční oblast

Dvojštěrbina bude tvořena trojicí elektrod o následující geometrii. Dvě z elektrod budou stejně velké kovové desky, uspořádané rovnoběžně navzájem i s osou příchozího svazku elektronů ve vzdálenosti d . Na obou deskových elektrodách bude stejný elektrostatický potenciál. Třetí elektrodou bude tenký kovový drátek o poloměru r_a , umístěný mezi oběma elektrodami. Drátek bude rovnoběžný s elektrodami a zároveň kolmý na osu příchozího svazku elektronů a bude na něm větší elektrostatický potenciál (V_0) než na deskových elektrodách.

Elektrody svým prostorovým uspořádáním a napětími na nich přivedenými určují v interferenční oblasti pole elektrostatického potenciálu, které bude nehomogenní. V tomto poli elektrony změní původní směr letu.

Při tomto uspořádání bude tenká elektroda fungovat jako fyzický dělič svazku. Elektrony, které budou dělič svazku obcházet se za elektrodami začnou sbíhat. Po určité vzdálenosti přejdou zakřivené dráhy elektronů v asymptotické přímky. Chápeme-li v této části elektrony jako rovinné vlny, potom budou jejich vlnoplochy kolmé právě na tyto přímky. Do vzdálenosti detektoru od dvojštěrbiny nesmí dojít k překřížení krajních částí svazku. Zároveň musí být vlnoplochy s dostatečnou přesností rovinné. Lze očekávat celý interval přípustných vzdáleností.

Typ interference bude odlišný v porovnání s fyzickou dvojštěrbinou. Analogem v optice není optická mřížka s vrypy, ale optický hranolek - interferovat budou rovinné vlny místo kulových.

Požadavkem pro interferenční jev je koherence interferujících rovinných vln, proto je nutnou podmínkou, aby gradient pole v okolí elektrod nebyl příliš velký. Získané rychlosti elektronů se nesmí navzájem příliš lišit. Dále je požadováno, aby se rovinné vlny šířily se stejnou rychlostí, měly stejnou vlnovou délku a fázi.

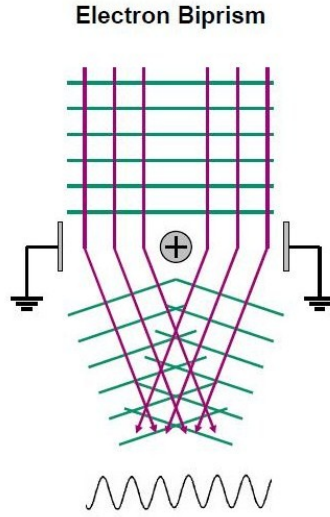
Vytyčeným cílem bylo navrhnout oblast interference a předložit vypočítanou vzdálenost sousedních interferenčních maxim a případně jejich viditelnost (intenzitu vzhledem k pozadí). Jako vstup do rovnice pro podmínku interference jsou potřeba směry asymptot elektronů vyplývající z jejich pohybového zákona.

Nechť jsou v rovině dány dvě koherentní rovinné vlny o stejné vlnové délce λ , jejichž směry svírají úhel $\Delta\phi$, a nechť osa úhlu sevřeného jejich směry svírá se stínítkem úhel α . Nejprve byl uvažován nejjednodušší případ, kdy je $\alpha = 0$, tj. osa úhlu mezi směry šíření rovinných vln je kolmá na stínítko.

Směr šíření první rovinné vlny z' a směr druhé rovinné vlny z'' . Směr jejich osy z je kolmý na stínítko, které bylo označeno osou x . Potom fáze obou interferujících rovinných vln jsou:

$$\phi_{z'} = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z'}{\lambda} \right) + \phi_0, \quad (5.1)$$

$$\phi_{z''} = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z''}{\lambda} \right) + \phi_0. \quad (5.2)$$



Obrázek 5.1: Schéma elektrod

Tyto vztahy popisují šíření vlnoploch ve směrech z' a z'' . Pro interferenci jsou důležité jejich průměty šíření do směru x . Pro další výpočet je potřeba tato dvojice vztahů:

$$\sin \frac{\Delta\phi}{2} = \frac{z'}{\lambda}, \quad (5.3)$$

$$\sin \frac{\Delta\phi}{2} = -\frac{z''}{\lambda}. \quad (5.4)$$

Nyní stačí porovnat fázový rozdíl plynoucí ze vztahů 5.1 - 5.4 a podmínku kladenou na tento rozdíl při konstruktivní interferenci (k je celé číslo):

$$\Delta\phi = 2\pi \left(\frac{z' - z''}{\lambda} \right) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(2x \sin \frac{\Delta\phi}{2} \right) = 2\pi k. \quad (5.5)$$

Z tohoto výrazu lze vyjádřit x . Pořadí konkrétního interferenčního maxima je číslováno k . Získaný vztah je typu $x = x(k)$. Pro vzdálenosti sousedních interferenčních maxim na stínítku platí:

$$\Delta x = x(k+1) - x(k) = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\Delta \phi}{2}}. \quad (5.6)$$

Při výpočtu nebylo použito žádné přiblížení, pouze předpoklad interference rovinných vln. Výsledek nezáleží na vzdálenosti stínítka od elektrod, pokud spadá do výše popsaného přípustného intervalu.

Vztahy mezi souřadnicemi x , z' a z'' lze v obecnějším případě (nemusí platit $\alpha = 0$) modifikovat takto:

$$\cos \left(\alpha - \frac{\Delta \phi}{2} \right) = \frac{z'}{x}, \quad (5.7)$$

$$\cos \left(\alpha + \frac{\Delta \phi}{2} \right) = \frac{z''}{x}. \quad (5.8)$$

Vzdálenost sousedních interferenčních maxim potom je:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\Delta \phi}{2} \sin \alpha}. \quad (5.9)$$

Pro optimalizaci interferenční oblasti bude potřeba nalézt řešení pohybových rovnic elektronu. Podle relativistické modifikace Newtonova pohybového zákona platí:

$$\frac{d}{dt} \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = e \cdot \text{grad} V(\vec{r}). \quad (5.10)$$

Rozložení elektrostatického potenciálu v oblasti okolo elektrod je dáno beznábojovou Laplaceovou rovnicí:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 0. \quad (5.11)$$

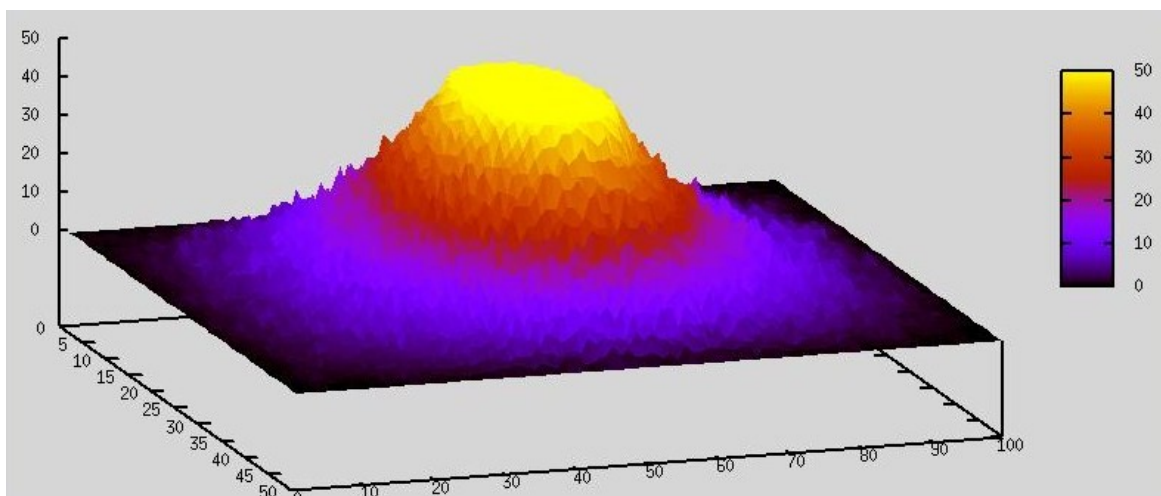
Její okrajové podmínky jsou napětí na elektrodách:

$$V(r_a) = V_0, \quad (5.12)$$

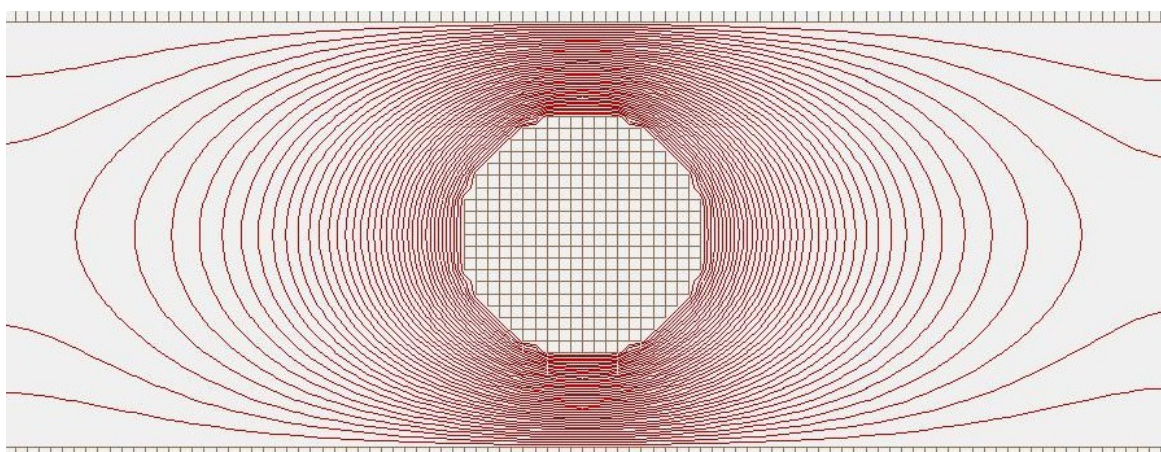
$$V(r) = 0, \quad r \cos \theta = \pm d. \quad (5.13)$$

Nulová napětí na dvojici deskových elektrod lze volit bez újmy na obecnosti, protože elektron reaguje na gradient pole.

Podoba tohoto pole je pro experiment stěžejní a je zobrazena na Obr. 5.2 a 5.3.



Obrázek 5.2: Podoba elektrostatického pole (1)



Obrázek 5.3: Podoba elektrostatického pole (2)

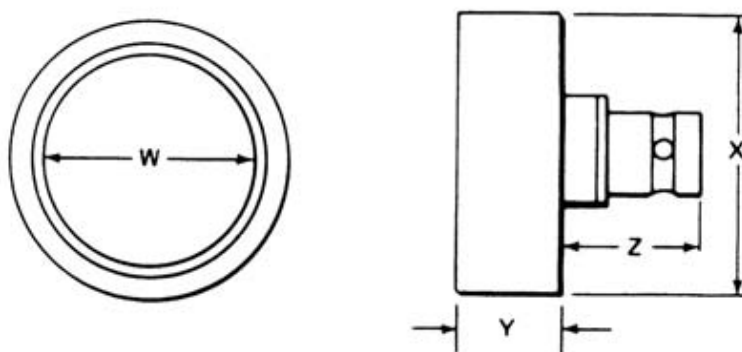
Kapitola 6

Detekce a načítání dat

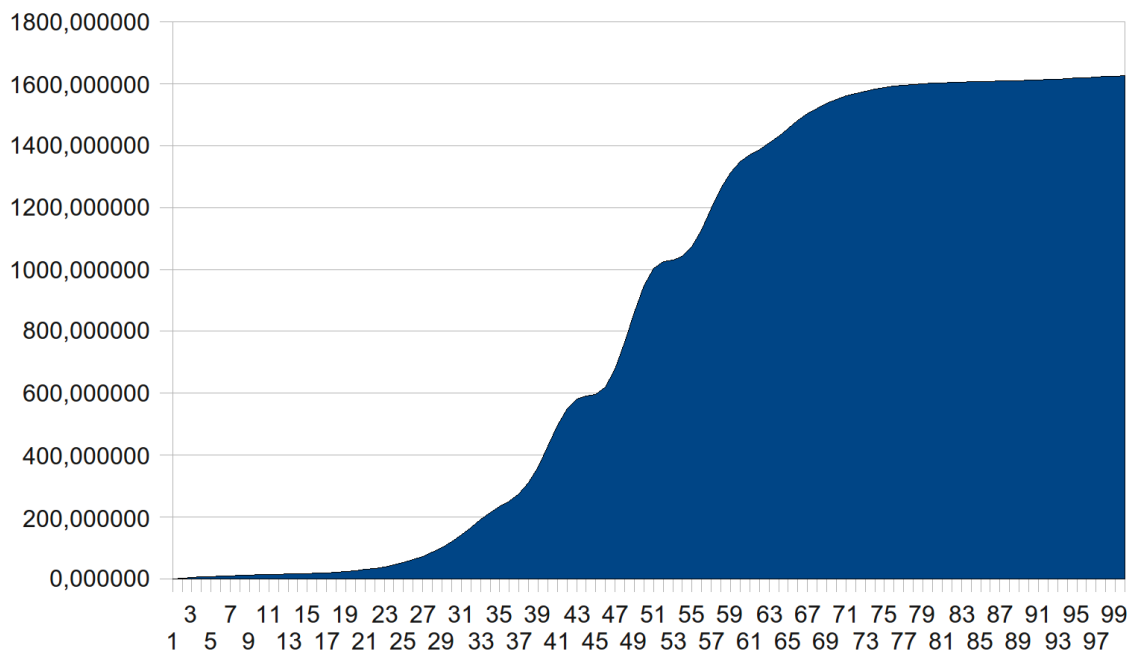
Pro detekci elektronů bude použitý křemíkový detektor vhodný pro měření při pokojové teplotě (Obr. 6.1). Detektor není pozičně citlivý, proto bude signál nabírán v krocích. Byly navrženy dva různé postupy pro toto krokování. První z uvažovaných možností je umístění detektoru na jemný posun, druhá možnost spočívá ve vychylování svazku mezi dvouštěrbinou a detektorem pomocí elektrostatické vychylovací elektrody. Pro obě metody platí, že doba náběru musí být v každém kroku stejná. Aktivní plocha detektoru je 200 mm^2 , tedy podstatně větší než celková velikost získaného obrazce. Pro simulaci signálu z detektoru byla použita data prezentovaná v teoretické sekci.

Simulovaný signál získaný detektorem na jemném posunu bez dalších přidaných technických prvků je znázorněn na Obr 6.2. Z obrázku je patrné, že pozorovaná minima by byla velmi nevýrazná. Určitého zlepšení by bylo možné dosáhnout prodloužením doby náběru dat v jednotlivých krocích. Přesto by toto experimentální uspořádání bylo velmi náročné jak požadavkem na nízké fluktuace napětí na zdroji a dvojštěrbině tak na poexperimentální zpracování dat a extrémně citlivé na každou chybu měření. Získaná data by bylo nutné upravit pomocí dekonvolučního programu.

Proto bylo navrženo použití předřadné štěrbiny před detektorem. Šířka této štěrbiny bude rovna délce jednoho kroku použitého jemného posunu. Díky této přidané komponentě se výrazně sníží aktivní plocha detektoru a proto bude možné nabírat data s lepší rozlišitelností



Obrázek 6.1: Křemíkový detektor - aktivní oblast 200 mm^2 , tloušťka aktivní vrstvy 5 mm , ostatní parametry: $w = 16.0 \text{ mm}$, $x = 23.5 \text{ mm}$, $y = 15.2 \text{ mm}$, $z = 15.9 \text{ mm}$ [8]



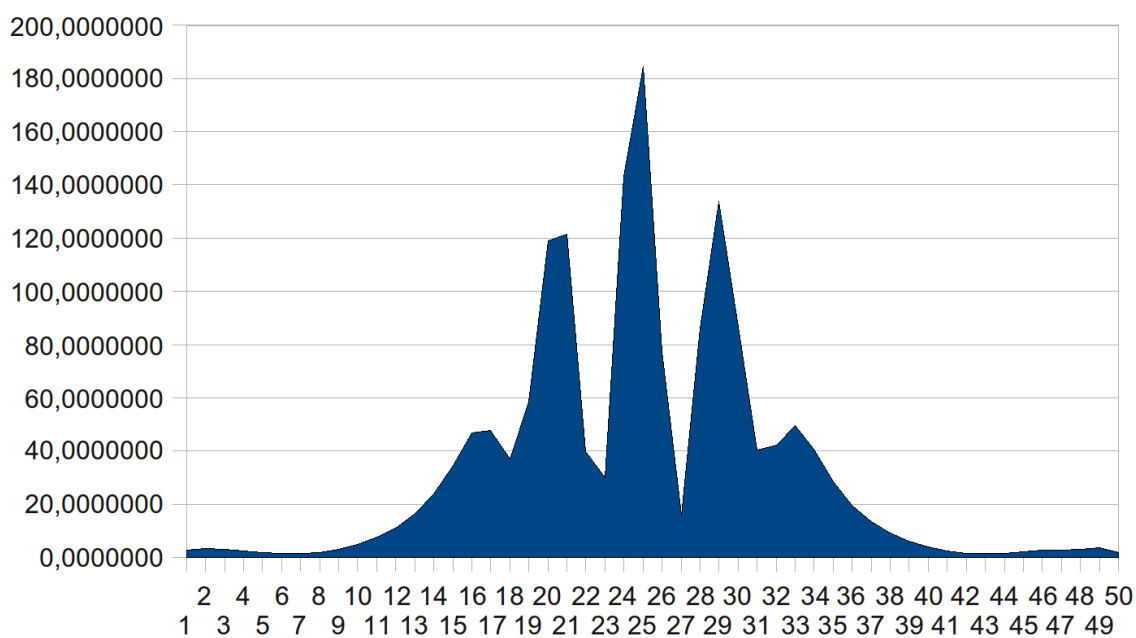
Obrázek 6.2: Simulace signálu získaného ve 100 krocích jemného posunu.

maxim a bez složitých poexperimentálních výpočtů. Simulace signálu získaného na 50 a 100 krocích jemného posunu s použitím předřadné štěrbinu jsou pořadě znázorněny na Obr. 6.3 a Obr. 6.4.

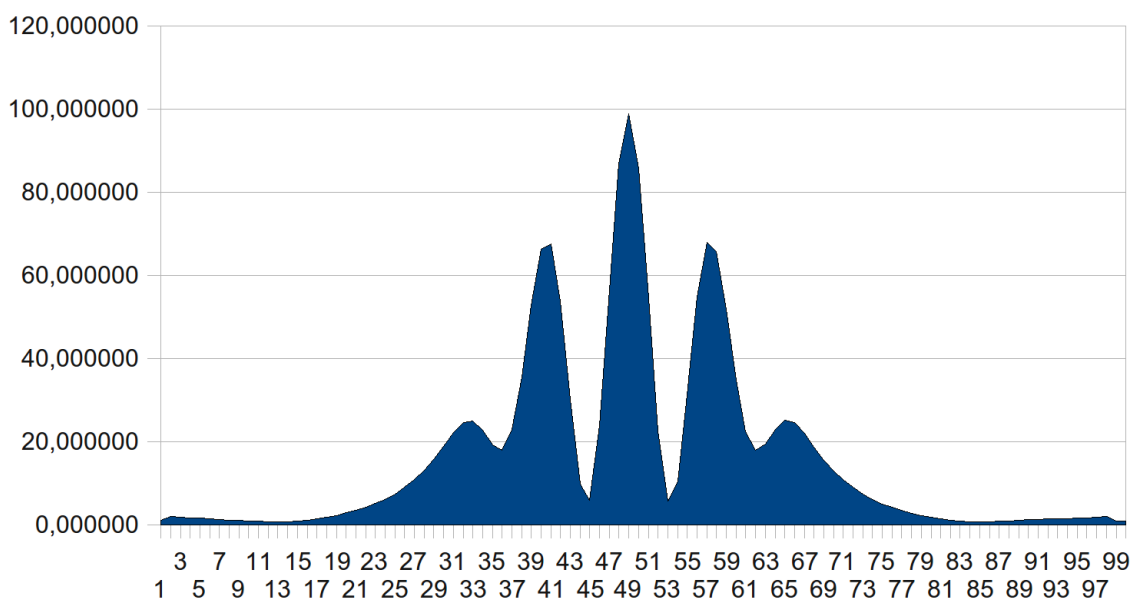
Počet kroků na kterých bude signál nabrán je závislý na jemnosti posunu a parametrech použité dvojštěrbinu. Oba tyto parametry jsou pohyblivé s cílem získat co nejlepší jemnost krokování, tedy co nejvíce kroků na šířku obrazce. Předpokládaná pozorovatelná šířka obrazce je 1., 2. a 3. maximum v obou směrech posunu. Během simulací bylo zjištěno, že ideální počet kroků je 100, při této jemnosti by měla být výrazná první tři maxima. Minimální počet kroků při nichž by bylo možné interferenční obrazec pozorovat je 50.

Druhá z variant počítá s fixní polohou detektoru, čímž se eliminuje přítomnost mechanické komponenty ve vakuové aparatuře. Před detektorem by byl předřazen kolimátor a fotonásobič bez fotokatody. Jako detektor by bylo možné použít stínítko z osciloskopu. Krokování bude v tomto případě zajištěno elektrostatickým polem, což je popsáno v sekci o zdroji elektronů a fokusaci. Pokud by se v tomto případě podařilo zajistit konstantní velikost kroku byl by pro experiment vhodnější. Detekovaný signál by byl shodný jako v případě simulace s předřazenou štěrbinou, viz Obr 6.3 a Obr. 6.4.

Data budou v obou případech načítána pomocí jednokanálového analyzátoru.



Obrázek 6.3: Simulace signálu získaného v 50 krocích jemného posunu při použití předřadné štěrbině před detektorem.



Obrázek 6.4: Simulace signálu získaného v 100 krocích jemného posunu při použití předřadné štěrbině před detektorem.

Literatura

- [1] WIKIPEDIA, **Diffraction formalism**,
http://en.wikipedia.org/wiki/Diffraction_formalism
- [2] A. FOG, **Pseudo random number generators**, <http://agner.org/random/?e=0#0>
- [3] TURAN ÜNAK, **A Practical Method for Calculation of the Linear Energy Transfers and Ranges of Low-Energy Electrons in Different Chemical Systems**, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 1987
- [4] J. A. GLEDHILL, **The range-energy relation for 0,1-600 keV electrons**, 1973
- [5] ITIKAWA Y., **Cross Section for Electron Collisions with Nitrogen Molecules**, Institute of Space and Astronautical Science, 2005
- [6] GROSSWENDT B., WAIBEL E., **Transport of low energy electrons in nitrogen and air**, Nuclear Instruments and Methods, 1978
- [7] OERLIKON LEYBOLD VACUUM, **Leybold vacuum products catalog**,
<http://www.oerlikon.com/leyboldvacuum/>
- [8] ORTEC, **L Series, Room-Temperature, Lithium-Drifted Silicon Detector**,
<http://www.ortec-online.com/detectors/chargedparticle/mounting.htm>
[29. 1. 2010]