

Označme $\frac{d^I \mathbf{A}}{dt}$ změnu vektoru \mathbf{A} z hlediska souřadnic inerciální soustavy a $\frac{d^R \mathbf{A}}{dt}$ změnu vektoru \mathbf{A} z hlediska souřadné soustavy rotující. Pokud „rotující“ soustava nerotuje (neotáčí se, je v klidu), jsou $\frac{d^I \mathbf{A}}{dt} = \frac{d^R \mathbf{A}}{dt}$. Nechme nyní rotující soustavu otáčet se podél osy s úhlovou frekvencí $\boldsymbol{\omega}$. Pokud je

vektor z hlediska rotující soustavy klidu $\frac{d^R \mathbf{A}}{dt} = 0$, budeme z inerciální soustavy pozorovat jeho

změnu (otáčení se kolem osy s danou frekvencí) jako $\frac{d^R \mathbf{A}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d^I \mathbf{A}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}$. Dohromady nám dají obě časové změny (soustava se otáčí a v ní se vektor \mathbf{A} mění)

$$\frac{d^I \mathbf{A}}{dt} = \frac{d^R \mathbf{A}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} . \quad (1.1)$$

Pro rychlost pak máme výraz, který dosáhneme pouhou záměnou \mathbf{r} za \mathbf{A} :

$$\frac{d^I \mathbf{r}}{dt} = \frac{d^R \mathbf{r}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} . \quad (1.2)$$

Protože $\frac{d^I \mathbf{r}}{dt} \equiv \mathbf{v}^I$ a $\frac{d^R \mathbf{r}}{dt} \equiv \mathbf{v}^R$ tedy rychlost tak, jak ji pozorujeme v inerciální soustavě a rychlost z hlediska rotující soustavy, přejde (1.2) na

$$\mathbf{v}^I = \mathbf{v}^R + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} . \quad (1.3)$$

Pokud chceme zrychlení, aplikujeme celý postup stejně na \mathbf{v}^I :

$$\mathbf{a}^I \equiv \frac{d^I \mathbf{v}^I}{dt} = \frac{d^R \mathbf{v}^I}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}^I \quad (1.4)$$

a za \mathbf{v}^I dosadíme z (1.3)

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^I &\equiv \frac{d^I \mathbf{v}^I}{dt} = \frac{d^R \mathbf{v}^I}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}^I = \\ &= \frac{d^R (\mathbf{v}^R + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{v}^R + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \\ &= \frac{d^R \mathbf{v}^R}{dt} + \frac{d^R \boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{d^R \mathbf{r}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}^R + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \\ &= \mathbf{a}^R + \boldsymbol{\varepsilon}^R \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}^R + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}^R + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) . \end{aligned} \quad (1.5)$$

Poznamenejme, že změna úhlové rychlosti je stejná, jak z hlediska rotující soustavy, tak i inerciální

$$\begin{aligned} \frac{d^I \boldsymbol{\omega}}{dt} &= \frac{d^R \boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} = \frac{d^R \boldsymbol{\omega}}{dt} + 0 , \quad \text{tj.} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^I &= \boldsymbol{\varepsilon}^R . \end{aligned} \quad (1.6)$$

Tato rovnost platí pro jakýkoliv axiální vektor \mathbf{B} , tj. pro vektor, který je rovnoběžný s vektorem úhlové rychlosti $\mathbf{B} \parallel \boldsymbol{\omega}$.

Ke stejnému výsledku se můžeme dostat i přehozeným postupem, než jsme použili v (1.5). Tam jsme nejprve vyjádřili derivaci

$$\frac{d^I}{dt} = \frac{d^R}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \quad (1.7)$$

a pak jsme tou derivací zapůsobili na vektor \mathbf{v}^I , který jsme vyjádřili z (1.3). Můžeme ale postupovat naopak. Nejprve dosadit za \mathbf{v}^I a pak teprve provést derivaci (1.7).

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^I &\equiv \frac{d^I \mathbf{v}^I}{dt} = \frac{d^I (\mathbf{v}^R + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})}{dt} = \frac{d^I \mathbf{v}^R}{dt} + \frac{d^I (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})}{dt} = \frac{d^I \mathbf{v}^R}{dt} + \frac{d^I \boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{d^I \mathbf{r}}{dt} = \\ &= \frac{d^I \mathbf{v}^R}{dt} + \frac{d^I \boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{d^I \mathbf{r}}{dt} = \\ &= \frac{d^R \mathbf{v}^R}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}^R + \frac{d^R \boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{d^R \mathbf{r}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \right) = \\ &= \mathbf{a}^R + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}^R + \boldsymbol{\varepsilon}^R \times \mathbf{r} + 0 \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}^R + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) . \end{aligned} \quad (1.8)$$