STACIONÁRNÍ ELEKTRICKÉ POLE

Stacionární ≡ konstantní proudy

Co je el. proud: drát —⊖⊖⊖ $I = \frac{dQ}{dt}$

náboj, který prošel „drátem" (v nějakém místě) za jednotku času. Drát má průřez.

<u>Def:</u> Elektrický proud je množství náboje, které prošlo <u>danou plochou</u> za jednotku času (ve stacionárním režimu). Samozřejmě se započtením znaménka

nebo v limitě pro plochu S $$I_S = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q(S)}{\Delta t}$$

jednotka $[I] = A = C/s$

STACIONÁRNÍ – $\boxed{\frac{dI}{dt} = 0}$

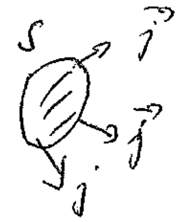
<u>Proudy:</u>
1) volné – vodivostní (vodiče, elyty, pl., „vnitřní struktura")
   – konvekční (mechanický přenos na nosiči)
2) vázané – polarizační – ⊕ ⊖ polar.
   – magnetizační – náhrada spinového mg. pole
3) Maxwellův posuvný (co teče místo proudu kondenzát.)

Ve vodiči (Cu, 300 K) $v_{tep} \approx 10^5\ m/s$

$v_{drift} \approx 10^{-4}\ m/s$

Lokální popis: hustota proudu $\vec{j}$

$$I_S = \frac{dQ}{dt}$$

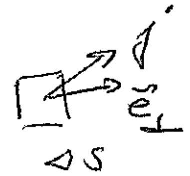


$$I_S = \lim_{\substack{\Delta S_i \to 0 \\ N\to\infty}} \sum_{i=1}^{N} I_{\Delta S_i} = \lim_{N\to\infty} \sum_{i=1}^{N} \vec{j}_i \cdot \Delta\vec{S}_i$$

Vzpomeneme na rotaci
$$\vec{j} = \left(\lim_{\substack{\Delta t \to 0 \\ \Delta S \to 0}} \frac{\Delta Q(\Delta S)}{\Delta t\, \Delta S}\, \vec{e}_\perp \right)_{max}$$

znamená to, že v daném bodě hledáme směr v němž je tato hodnota maximální $\Delta S\, \vec{e}_\perp = \Delta\vec{S}$

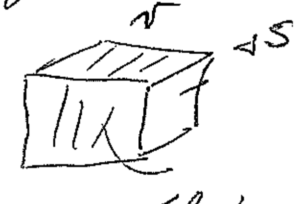
Potom
$$I_{\Delta S} \approx j \cdot \Delta S \cdot \cos\theta = \vec{j}\cdot\Delta\vec{S}$$



Známe-li hustotu nosičů náboje n (ionty, elektrony) a každý nese náboj q a pohybuje se rychlostí $\vec{v}$ potom

$$\vec{j} = \vec{v}\cdot q \cdot n$$

$$\boxed{\vec{j} = \vec{v}\cdot \varrho}$$ hustota náboje



který se pohybuje náboj $v \cdot S \cdot n \cdot q$

Polarizační proud

polarizace (model) $+ \Big|$ posun: $q\ \oplus \rightarrow \frac{\Delta l}{2}$, $\leftarrow \ominus\ q$, $\frac{\Delta l}{2}$ $\Big|-$ výsledek Δl: $q \ominus\!\!\rightarrow\!\!\oplus q$

při polarizaci touto plochou prochází proud

rychlost: $\vec{v}_+ = \frac{d\left(\frac{\Delta\vec{l}}{2}\right)}{dt}$, $\vec{v}_- = -\frac{d\left(\frac{\Delta\vec{l}}{2}\right)}{dt}$

$$\vec{j}_P = n\left(q\frac{d\vec{l}}{2dt} + (-q)\frac{-d\vec{l}}{2dt}\right) = \frac{d(n\vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Proud uzavřenou plochou

$$I = \boxed{\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = -\frac{dQ}{dt}} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho\, dV =$$

V-se nemění v čase
platí pro $\forall V$
a $\forall$ body

gauss

$$\Rightarrow \quad \Rightarrow \boxed{\operatorname{div}\vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$

rovnice kontinuity – z. z. náboje

STACIONÁRNÍ POLE = STACIONÁRNÍ PROUD $\quad I = \text{konst}$

$\boxed{\operatorname{div}\vec{j} = 0}$ $\quad \boxed{\frac{\partial}{\partial t}\vec{j} = 0}$ $\quad$ pro elektrony

$0 \neq \vec{E} \rightarrow$ $\oplus \oplus \oplus \oplus \oplus$ / $\ominus \ominus \ominus \ominus \ominus$ $\quad q = e$

$\varphi \neq \text{konst}$

$n_+ = n_- \qquad \rho = e(n_+ - n_-) = 0$

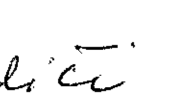
přesto $\quad \vec{j} = eN(\vec{v}_+ - \vec{v}_-)$

Klasická teorie $\neq$ ustálený proud

minulé přednášky platí

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \operatorname{rot}\vec{E} = 0$$

proud by neplatil,

potom  by vyrovnalo proud v  l_2

I_1 $\qquad$?

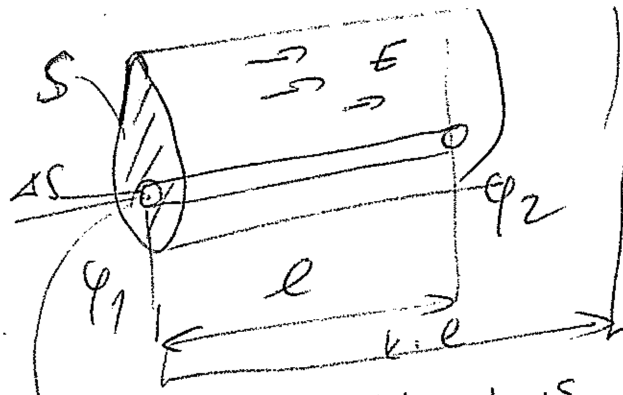
ale neplatí $\vec{E} = 0$ ve vodiči

a $\varphi = \text{konst}$ na povrchu

Ohmův zákon – materiálový vztah –

– vodič

pro homogenní pole a homogenní vodič



$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = \frac{U}{l}$$

$$\boxed{I = \frac{U}{R} = G \cdot U}$$

odpor, Vodivost

$$I_{\Delta S} = I_S \cdot \frac{\Delta S}{S} = \frac{U}{R_{\Delta S}} = \frac{U}{R_S} \cdot \frac{\Delta S}{S}$$

$$\frac{R_S}{R_{\Delta S}} = \frac{\Delta S}{S}; \quad U_{(k \cdot l)} = I \cdot R_{k \cdot l}; \quad U_l = I \cdot R_l$$

$$R \sim \frac{1}{S}$$

$$\frac{U_{kl}}{U_l} = \frac{R_{k \cdot l}}{R_l} = \frac{U_1 \cdot kl}{U_1 l} \Rightarrow \frac{R_{kl}}{R_l} = \frac{kl}{l}$$

$$R \sim l; \quad R \sim \frac{1}{S}; \quad R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

rezistivita (měrný odpor)

$$G = \frac{1}{R} = \sigma \cdot \frac{S}{l} \qquad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

konduktivita (měrná vodivost)

$$I_{\Delta S} \approx \vec{j} \cdot \Delta \vec{S} \quad (\text{v limitě } =)$$

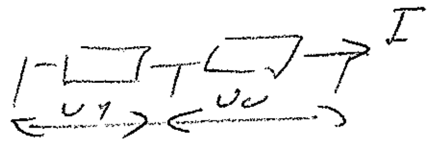
$$I_{\Delta S} = \frac{U}{R_{\Delta S}} = \frac{U}{\rho \cdot l} \Delta S = \frac{1}{\rho} E \cdot \Delta S = \vec{j} \cdot \Delta \vec{S}$$

a pro $\vec{j} \parallel \vec{E}$ máme $\boxed{\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}}$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \iff \boxed{j_k = \sum_i \sigma_{ki} E_i}$$

tensor matice

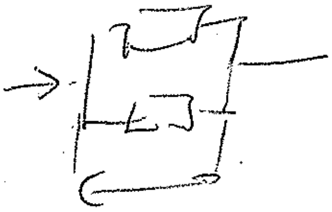
Skládání odporů



$$RI = U = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I$$

$$R = R_1 + R_2$$

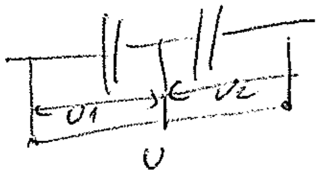
$$, R = \int \rho(l) \frac{dl}{S(l)}$$



$$\frac{U}{R} = I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

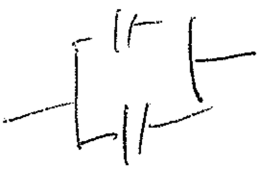
$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Skládání kondenzátorů



$$Q = C \cdot U = C(U_1 + U_2)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{U_1}{Q} + \frac{U_2}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



$$CU = Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U + C_2 U$$

$$C = C_1 + C_2$$

(zdroj)

EMN, obvod ustáleného proudu

Podmínky: 1) Obvod musí být uzavřen (ustálený)

2) Musí být dodávána energie

$$U \cdot q = W$$

Mimo proud

$$\text{rot}\,\vec{E} = 0 \Rightarrow \oint_l \vec{E}\,d\vec{l} = 0$$

ve vodiči $\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = U_{12}$ tj. podle Ohma $\frac{1}{\sigma}\int_1^2 \vec{j}\,d\vec{l} = U_{12}$

Uzavřený obvod – může z kruhu $\Rightarrow \vec{F}_{výsl} = 0 \Rightarrow \exists$ „zdroj síly"

Def: Elektromotorická síla $\vec{F}$ – „která to žene dokola" (v zdroji)

$$\Delta\varphi \quad A = \oint_l \vec{F}\,d\vec{l} \neq 0$$

(neelektrické povahy – chemická, tepelná, fotoelektrická)

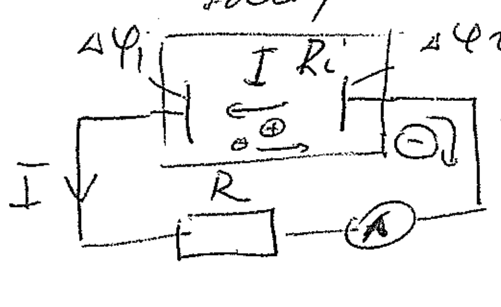
Elektromotorické napětí

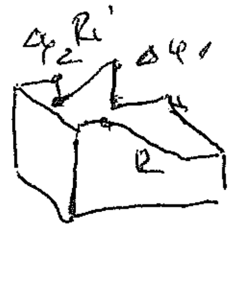
$$\mathcal{E} = \frac{1}{q}\oint_l \vec{F}\,d\vec{l}$$

práce podél smyčky

Zdroj elektrom. síly – místo, kde se zvýší potenciál – v zdroji $\Rightarrow \int = 0$

zapojení





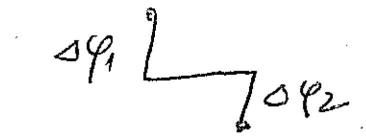
Elmg napětí

$$\mathcal{E} = \oint_l \frac{\vec{E}}{q}\cdot d\vec{l} = \frac{q(RI+R_iI)}{q} = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$$

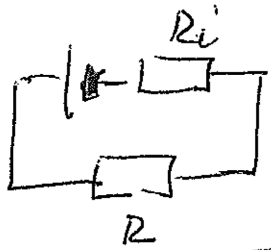
$$\mathcal{E} = RI + R_iI = U + R_iI \; ; \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R+R_i}$$

(Ni.Fe, Pb)

napětí naprázdno



El. schéma (náhradní)



Elektrické obvody – Kirchhoffova pravidla

– Řešení sítí –

(1) $\sum_i I_i = 0$ v každém uzlu (se započtením znaménka) z. z. náboje

(2) $\sum_\alpha R_\alpha I_\alpha = \sum_k \mathcal{E}_k$ z. z. energie

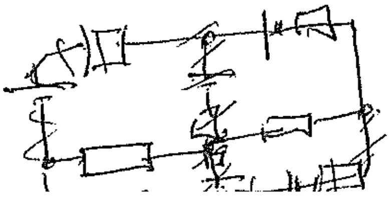
podél libovolné smyčky $\quad \sum_\alpha U_\alpha q = \sum_k \Delta\varphi_k q$

odpory zdroje

Řešení sítí – proudy v uzlech (1.K.z)

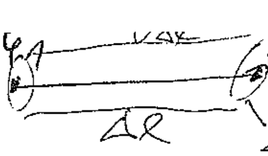
+ smyčky (2.K.z) aby byly LN

metoda úplného stromu: vyškrtneme cesty spojující V uzle a tím je zaručena LN dvou smyček



a do každé smyčky jiné žebro.

Energie zdroje ⇒ teplo



práce $A = Q \cdot U = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$

výkon $P = \frac{dA}{dt} = U \cdot \frac{dQ}{dt} = U \cdot I = RI^2 = \frac{U^2}{R} = GU^2$

$A = \int P \cdot dt$ $\quad \Delta V = \Delta l \cdot \Delta S$

$$= \frac{U_{\Delta l} \cdot I_{\Delta S}}{\Delta V} =$$

hustota výkonu $p = \frac{P_{\Delta V}}{\Delta V} = \frac{\vec{j} \cdot \Delta\vec{S} \cdot U_{\Delta l}}{\Delta S \, \Delta l} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \sigma \cdot E^2$ $\quad \Delta l \perp \Delta S$

---

mechanismus – klasická teorie vodivosti

(plasma, elektrolyty, plyny) – Proč platí Ohm a kde jsou meze

10^5 m/s × 10^{-4} m/s

v $\quad u_{drift} = u$

$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} = N \cdot q \cdot \vec{u}$

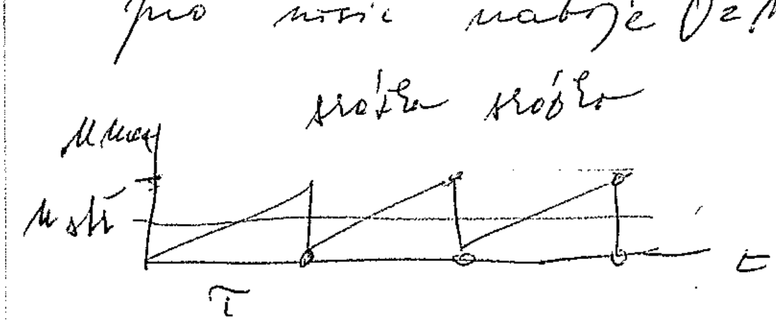
$\vec{j} \parallel \vec{u} \parallel \vec{E}$ – izotropní prostředí

$\langle \vec{v} + \vec{u} \rangle = \langle \vec{v} \rangle + \langle \vec{u} \rangle = \langle \vec{u} \rangle$

$\vec{E} = \frac{N q \vec{u}}{\sigma}$ ← vodivost $\quad \sigma E = j$

pro nosič náboje $0 = m \cdot \vec{a} = q\vec{E} + \vec{F}_L = q\left(\frac{N\vec{u}q}{\sigma}\right) + \vec{F}_L$

střední rychlost $\qquad$ Langevinova síla



$\vec{F}_L = -m \frac{\vec{u}_{max}}{\tau} = -\frac{m 2\vec{u}}{\tau}$

$\tau = \frac{1}{\nu}$

$qE = -F_L \Rightarrow \frac{N\vec{u}q^2}{\sigma} = 2m\vec{u}\nu \Rightarrow \sigma = \frac{Nq^2}{2m\nu}$

$$\sigma = \frac{1}{2}\frac{q^2}{m}\frac{N}{\nu} = \frac{1}{2}\frac{q^2 n}{m}\frac{\lambda}{v} \qquad \nu = \frac{v}{\lambda}$$ ← rychlost; λ ← střední volná dráha

(37)

$$v \sim \frac{1}{\sqrt{T}} \Rightarrow \sigma \sim \frac{1}{\sqrt{T}} \Rightarrow \rho \sim \sqrt{T}$$

ale u vodičů $\rho \sim T$ (až kvantová)

U Teorie platí: $u_{drift} \ll v_{tep.}$ Energie$_{el}$ ≪ Energie$_{tep}$

~~$E^{energie}_{el} \ll E^{energie}_{tep}$~~

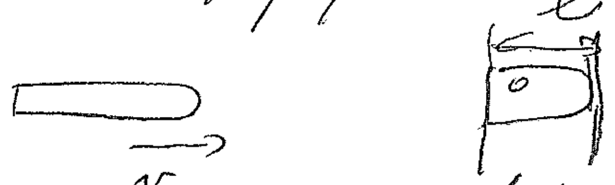
$$qE\lambda \ll kT$$

a platí pro plasma, elektrolyty

1917

Steward-Tolmanův pokus – měření $\frac{e}{m}$ elektronu.

Princip: dělostřelecký projektil



$\vec{v}$

projektil se zastaví, brzdění za čas Δt

volné nosiče pokračují – brzdí je pole – $\ominus$ náboj vpředu

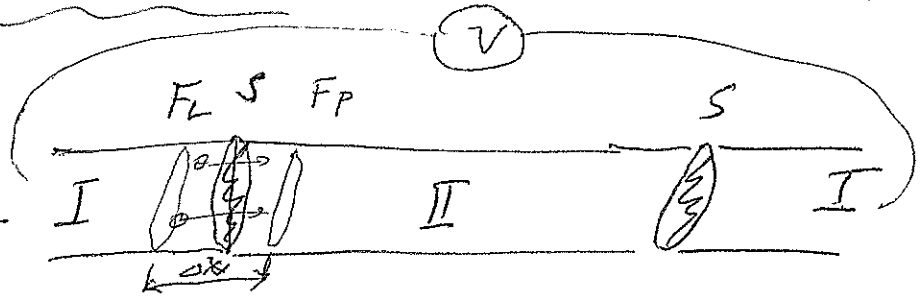
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{\Delta t}$ – brzdění je stejné jako zrychlení elektronů vůči projektilu a to je brzdění el. silou

brzdění

$$m_e \cdot a = q_e \cdot E; \quad U = E \cdot e; \quad I = \frac{V}{R}$$

$\Delta Q = I \cdot \Delta t$ $\quad E \cdot e \quad \Delta t \quad m_e a \quad \ldots \quad m_e \left(\frac{v}{\ldots}\right)$ brzdne

Termoelektřina (Seebeck 1821)



různé vodiče I a II

koncentrace elektronů n_I a n_{II}; nechť $n_I > n_{II}$

elektrony jako ideální plyn $PV = n_{mol} RT = n kT$

Boltzmann

Jelikož $n_I > n_{II}$, elektrony utíkají z I do II

dokud se rozdíl „tlaků" nevyrovná elektrickým potenciálem

V úseku Δx bude rozdíl „tlaků" elektronů

$$\Delta P = kT\Delta n \qquad V = \text{konst}$$

kompenzován elektrickým polem

$$\underbrace{\frac{F_L}{S} - \frac{F_P}{S}}_{\Delta P} = \frac{\Delta q \cdot E}{S} = -\frac{e\, n\, S\Delta x \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}\right)}{S} \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta\varphi = E\Delta x}$$

$$\Delta P = kT\Delta n = -e n \Delta\varphi$$

lim
$\Delta x \to dx$
$\Delta n \to dn$
$\Delta\varphi \to d\varphi$

$$d\varphi = -\frac{kT}{e}\frac{dn}{n}$$

$$\varphi_{I,II} = \frac{kT}{e}\ln\left(n_{II} - n_I\right)$$

$$V = \varphi_{I,II}(T_2) - \varphi_{II,I}(T_1) = \frac{k}{e}\ln\left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)(T_2 - T_1)$$

$T_2 \neq T_1$

Baterie, výstupní práce

viz skripta