Speciální teorie relativity

„sjednocení elektrických a magnetických sil"

1785 Coulomb, 1786 Galvani, 180 Volta

1839 Gauss, Maxwell (Heaviside)

1888 Hertz – elmag. vlny

z Maxwell rovnic – bez zdrojů $\rho = \vec{j} = 0$

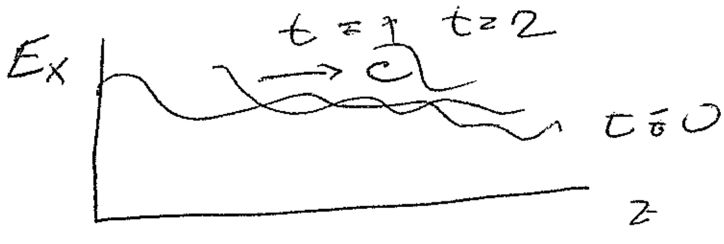
$$\text{rot}\,\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad ; \quad \text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot}\,\text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot}\,\vec{B}) = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$\vec{E} = (E_x, 0, 0)$ nenulový člen

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

řešení $E_x(z \pm ct)$



Porušení Galileiho principu relativity

$\vec{F} = m\vec{a}$ – inerciální soustavy rovnocenné

Rychlost vůči jaké soustavě?

Lorentz 1892–1904 – budou-li tyto transformace, princip relativity platí (Poincaré)

1905 Einstein – dva postuláty

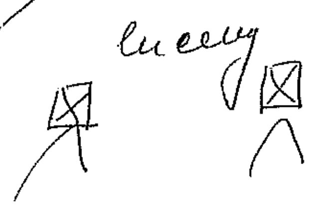
1) <u>Relativity</u>
Všechny fyzikální děje probíhají ve všech inerciálních souřadných soustavách podle stejných zákonů ⟺ Experimentátoři zkoumáním fyzikálních dějů nelze od sebe odlišit inerciální s.s.

2) <u>Stálé rychlosti světla</u>
Světlo se šíří ve vakuu konstantní rychlostí c, která nezávisí na pohybu zdroje.

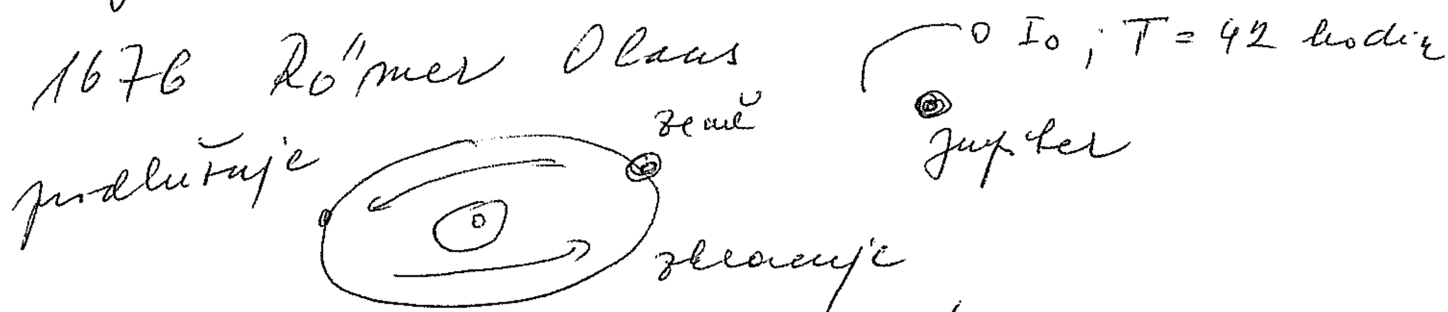
Měření rychlosti světla

$c = 299\,792{,}458$
od r. 1983 přesně
„$c = 1$“

Galilei ~ 1610

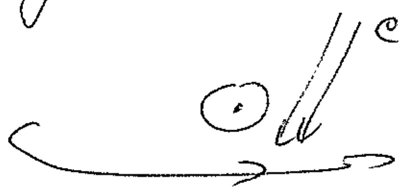


1676 Römer Olaus



214 300 km/s

1728 Bradley – aberace stálic

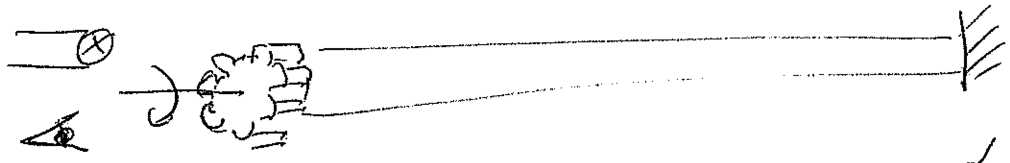


$\operatorname{tg} \Delta\theta = \frac{v}{c}$

$v \approx 30\,km/s$ $\quad c = 299\,857\,km/s$

1849 Armand Fizeau

100 zubů

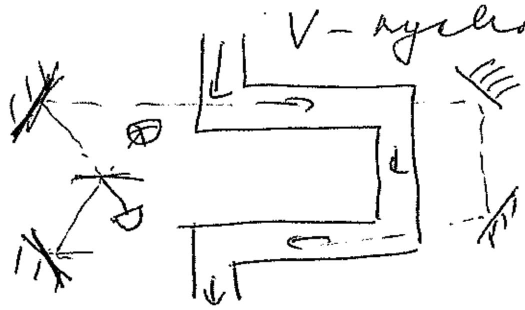


měnit otáčky až vidí „tmu“ $313\,275\,km/s$

a v podstatě stejné dodnes

Další Fizeau – strhávání světla vodou

V – rychlost vody



v_0 – rychlost světla ve vodě

klasicky $v_+ = v_0 + V$
$v_- = v_0 - V$

ale vyšlo
$$\left.\begin{aligned} v_+ &= v_0 + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)V \\ v_- &= v_0 - \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)V \end{aligned}\right\} \text{relativita}$$

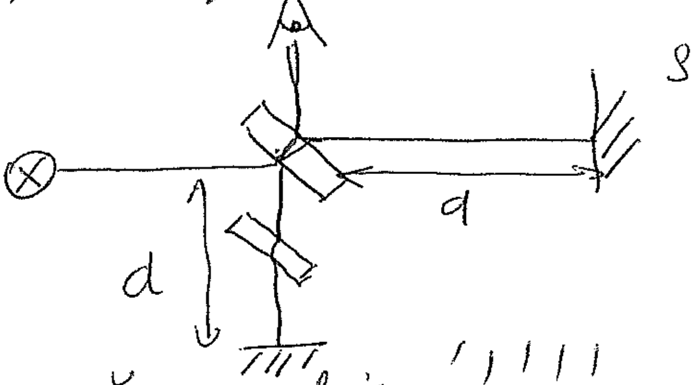
n – index lomu $\quad n = \frac{c}{v_0}$

∄ éteru (podobně jako ve „vodě“ nebo zvuku – éther jako prostředí.

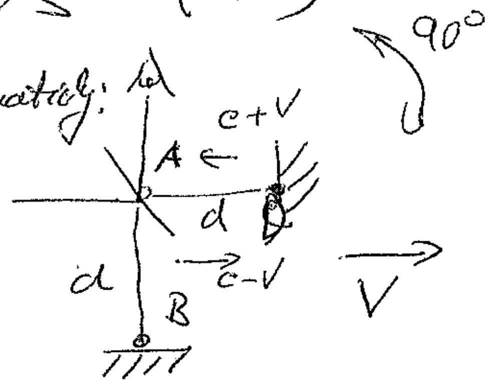
1887 Michelson – Morley experiment

? Skládání světla ve vakuu ?

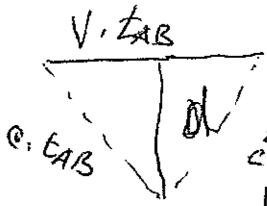
Země kolem slunce ~ 30 km/s (V)



Schematicky:



frekvence všude stejná!!!!!



Pythagoras

$c^2 t_{AB}^2 = d^2 + t_{AB}^2 V^2$

$t_{AB}^2 = \frac{d^2}{c^2 - V^2} = \frac{d^2}{c^2}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$

$$t_{ADA} = \frac{d}{c+V} + \frac{d}{c-V} = \frac{2dc}{c^2 - V^2} =$$

$$= \frac{2d}{c}\Big(1 - \underbrace{\frac{V^2}{c^2}}_{\alpha}\Big)^{-1} \overset{\text{Taylor, } \alpha = 0}{\approx} \frac{2d}{c}\left(1 + \frac{V^2}{c^2}\right) + O\left(\frac{V^4}{c^4}\right)$$

$$t_{ABA} = 2t_{AB} = \frac{2d}{c}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2} \overset{\text{T.ř.}}{\approx} \frac{2d}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{V^2}{c^2}\right) + O$$

Interference – rozdíl fází $\Delta\varphi = \omega(t_{ADA} - t_{ABA}) \approx \omega \frac{2dV^2}{c^3}$

Otočení o 90° – změna drah – fáze o $2\Delta\varphi$

a pro d = 15 m vychází $2\Delta\varphi = \pi$ – tj. tmavý ⟺ světlý proužek proužek

vyšlo: $\boxed{\Delta\varphi = 0}$ ⟹ ∄ éther, jak byl

chápán.

Lorentzovy transformace 1892

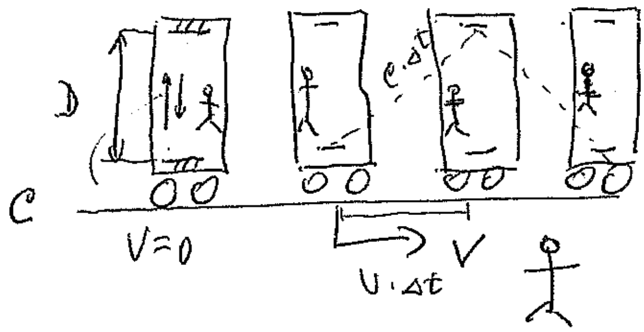
kdyby, tak by....

odvodil formálně.

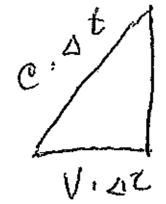
Uděláme obráceně, z principu konstantní rychlosti c

I pro pochopení důležité: co znamená co!!!!

1) Co je dilatace času (applet)



Pythagoras



$c\cdot\Delta t' = D$

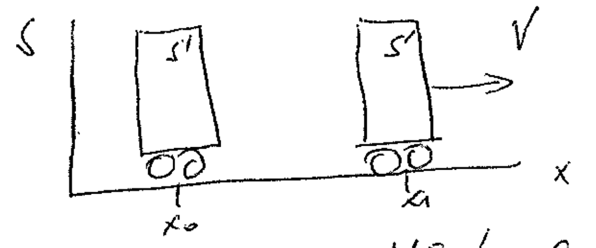
$$(c\cdot\Delta t)^2 = (V\cdot\Delta t)^2 + (c$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma\cdot\Delta t'$$

U něj uběhla 1 s a zatímco u mě 1,2 s. Z mého pohledu jeho hodiny jdou pomaleji.

DK: Mion – poločas rozpadu $\tau \approx 2\cdot 10^{-6}$ s, za tu dobu uletí méně než 600 m. Mion vzniká v horních vrstvách, $\gamma = 15$ pro rychlost 0,998c a $\Rightarrow$ doletí za jeho čas τ 9 km.

2) Kontrakce délek



v S $\quad L_0 = x_1 - x_0 = V\cdot\Delta t$

v S' $\quad L' = V\cdot\Delta t' = V\cdot\frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Že $V(S\to S') = -V(S'\to S)$

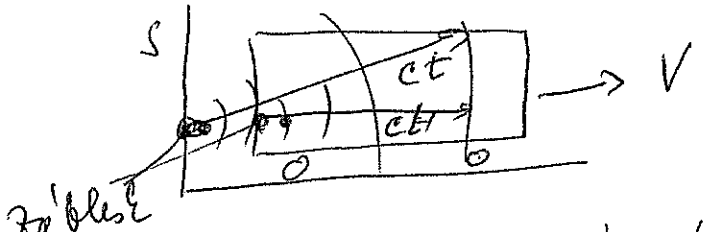
Bod ve druhé soustavě, dva v mé a měřím čas.

$\Rightarrow$ Čas není absolutní.

s. s. $\quad x, t \quad ; \quad x', t'$

Galileiho tsfmace: $x = x' + Vt,\ y = y',\ z = z',\ t = t'$ pro $V = (V, 0, 0)$.

Hledáme $x = K(x' + Vt')$ a též $x' = K(x - Vt)$



záblesk $t_0' = t_0 = 0$ v $x_0 = x_0' = 0$

$$x = ct \qquad x' = ct'$$

$$\left.\begin{aligned} ct &= K(ct' + Vt') = K(c+V)t' \\ ct' &= K(ct - Vt) = K(c-V)t \end{aligned}\right\} \quad ct = K(c+V)\frac{1}{c}K(c-V)t$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma$$

$$x = \gamma(x' + Vt') \ ; \ x' = \gamma(x - Vt)$$

$$x = \gamma(\gamma(x - Vt) + Vt') \ ; \ x\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + Vt'$$

$$x = \gamma^2 x - \gamma^2 Vt + \gamma Vt' \qquad Vt' = \frac{x\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) - x + Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\cancel{x - \gamma^2 x + \gamma^2 Vt = \gamma Vt'}$$

$$t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{Vx}{c^2}\right)$$

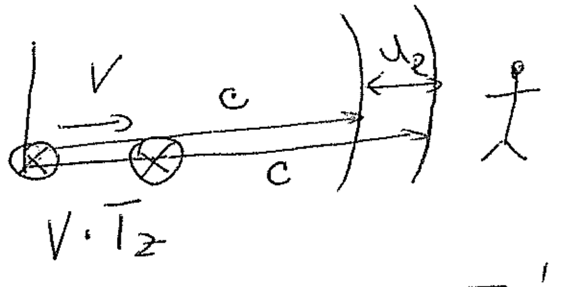
L. T.

$$\boxed{x' = \gamma(x - Vt) \ ; \ t' = \gamma\left(t - \frac{Vx}{c^2}\right)}$$

Def: událost $\boxed{(x_1, x_2, x_3, t)} \equiv (x, y, z, t)$

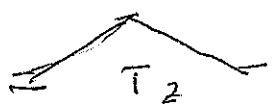
DL. Dopplerův jev (T – perioda)

v s.s. R (v klidu)



$$\lambda_R = cT_Z - VT_Z = (c-V)T_Z$$

$$f_R = \frac{c}{\lambda_R} = \frac{c}{(c-V)T_Z} = \frac{c\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{(c-V)\;T_Z'}$$

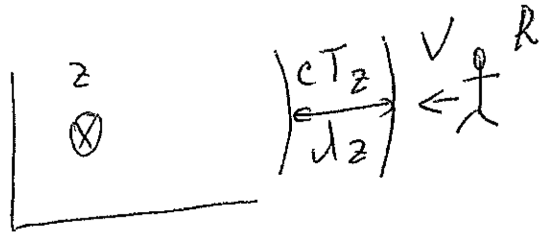


T_Z' $\quad T_Z = \gamma T_Z'$

$$f_R = \sqrt{\frac{c^2-V^2}{(c-V)^2}}\, f_Z' = \sqrt{\frac{c+V}{c-V}}\, f_Z'$$

obráceně – pohybuje se R

v s.s. Z (v klidu)



$$\lambda_Z = (c+V)T_R = cT_Z$$

$$f_R = \frac{1}{T_R} = \frac{c+V}{c}\,\frac{1}{T_Z} = \frac{c+V}{c} f_Z$$

ale co „vidí" R?

$$\gamma \cdot T_R' = T_R \qquad f_R' = \frac{1}{T_R'} = \frac{\gamma}{T_R} = \frac{c+V}{c\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} f_Z = \sqrt{\frac{c+V}{c-V}}\, f_Z$$

---

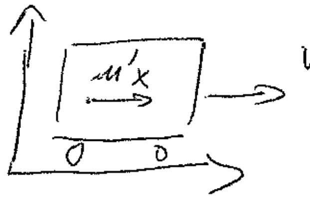
pro změnu!

nerelativistický $\begin{cases} f_R = \dfrac{c}{c-V} f_Z \\ f_R' = \dfrac{c+V}{c} f_Z \end{cases}$

$V = c$ – $f \to \infty$

$V = c$ – $f \to 2f$

Transformace rychlostí



$u_x = ?$

Inerciální soustavy; $\vec{V} = (V, 0, 0) = (V_x, 0, 0) \equiv$ konst

známe u_x a $u'_x = ?$

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - Vt_2) - \gamma(x_1 - Vt_1)$$

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma\left(t_2 - \frac{Vx_2}{c^2}\right) - \gamma\left(t_1 - \frac{Vx_1}{c^2}\right)$$

$$u'_x = \lim_{\Delta t' \to 0} \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x - V\Delta t}{\Delta t - \frac{V\Delta x}{c^2}} = \frac{u_x - V}{1 - \frac{Vu_x}{c^2}}$$

$\Delta t' = 0 \Rightarrow \Delta t = \frac{V}{c^2} \cdot \Delta x \Rightarrow c^2 \Delta t = V \cdot \Delta x$

nelze $\Rightarrow$ $\Delta t \to 0$, $\Delta x \to 0$

$$u'_y = \lim_{\Delta t' \to 0} \frac{\Delta y'}{\Delta t'} = \lim \frac{\Delta y}{\gamma\left(\Delta t - \frac{V\Delta x}{c^2}\right)} = \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{Vu_x}{c^2}}$$

vektorově

$$\vec{u}' = \frac{\vec{u} + \vec{V}\left[\frac{\vec{u}\cdot\vec{V}}{V^2}(\gamma - 1) - \gamma\right]}{\gamma\left[1 - \frac{\vec{u}\cdot\vec{V}}{c^2}\right]}$$

Fizeau ve vodě:

$$v_1 = \frac{v_0 + V}{1 + \frac{Vv_0}{c^2}} = (v_0 + V)\left(1 + \frac{v_0 V}{c^2}\right)^{-1} =$$

$$= (v_0 + V)\left(1 - \frac{v_0 V}{c^2} + \ldots - \ldots\right)$$

pro $c_0 > v_0 \gg V$

$$\approx v_0 + V - V\frac{v_0^2}{c^2} + V\frac{2v_0}{c^2} + \ldots$$

$$\boxed{v_2 = \frac{v_0 - V}{1 - \frac{Vv_0}{c^2}} \approx v_0 - V\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)} \qquad \approx v_0 + V\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + \ldots$$

Př: $u'_x = 0{,}99c$; $V = 0{,}99c$ $\quad u_x = 0{,}99949\,c$

z derivací $\frac{dx'}{dt'} = \gamma\left(\frac{dx}{dt}\cdot\frac{dt}{dt'} - V\frac{dt}{dt'}\right) =$ (9)

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{d\left[\gamma\left(t - \frac{Vx}{c^2}\right)\right]}{dt} = \gamma\left(1 - \frac{Vu_x}{c^2}\right)$$

Interval, světelný kužel, událost

Invarianty: Galileiho transformace: $|\Delta\vec{r}|^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$
je ve $\forall$ inerciálních s.s.

Jak u Lorentz transformace? Pro $\vec{V} = (V, 0, 0)$

$\Delta y = \Delta y'$, $\Delta z = \Delta z'$ a platí

$$(c\cdot\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 = c^2\gamma^2\left(\Delta t - \frac{V\Delta x}{c^2}\right)^2 - \gamma^2(\Delta x - V\Delta t)^2 =$$

$$= \frac{c^2\Delta t^2 - \cancel{2V\Delta t\Delta x} + \frac{V^2\Delta x^2}{c^2} - \Delta x^2 + \cancel{2V\Delta x\Delta t} - V^2\Delta t^2}{1 - \frac{V^2}{c^2}} =$$

$$= \frac{c^2\Delta t^2\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) - \Delta x^2\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}{1 - \frac{V^2}{c^2}} = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2$$

$$\Rightarrow \Delta s^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2$$

prostoročasový interval.

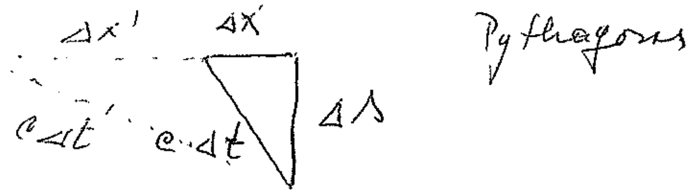
Minkowski - čtyřvektor (ct, ix, iy, iz); $i = \sqrt{-1}$
s Euklid. skalárním součinem !!!

Začátkem Lorentz. transformací nelze projít
mezi $\Delta s^2 > 0$ a $\Delta s^2 < 0$

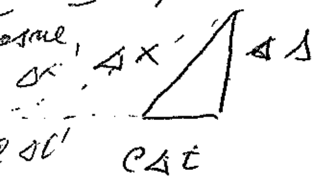
ale pro $\Delta s^2 > 0$ – časopodobný interval

$\exists$ s.s. tak, že $\Delta x = 0$

Kauzalita



pro $\Delta s^2 < 0$ – prostoropodobný $\exists$ s.s. tak, že $\Delta t = 0$, obě současné

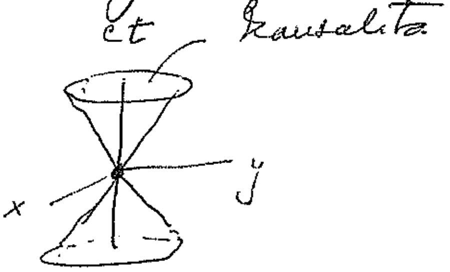


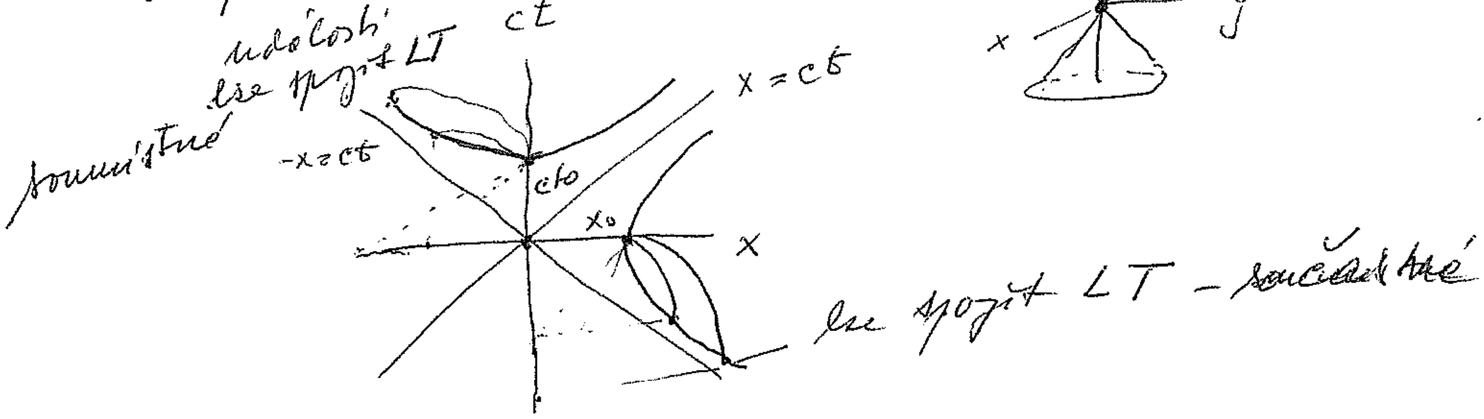
– lze pojit Lorentz. tfce.

není kauzalita

$\Delta s^2 = 0$ – světlopodobný

Grafické znázornění:





---

maticový zápis: $\frac{v}{c} = \beta$

$$ct' = \gamma_v \left(ct - \frac{v}{c} x\right)$$
$$x' = \gamma_v \left(-\frac{v}{c} ct + x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \gamma_v \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -\beta_v \\ -\beta_v & 1 \end{pmatrix}}_{\Lambda(v)}$$

$$ct'' = \Lambda(V_2)\,\Lambda(V_1) \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

Def: <u>Vlastní čas</u> $\tau = t\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

pro „částici, těleso, předmět, bod" pohybující se rychlostí $\vec{v}$ = konst.

$c^2\cdot(\Delta\tau)^2 = \Delta s^2$ – hodiny se pohybují se S.D.

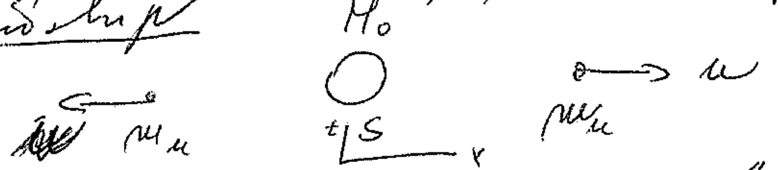
$\Delta\tau$ – invariant.

? $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dots = \frac{a'_x}{\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}\right)^2}\cdot\frac{1}{\gamma^3}$; ? $\vec{F} = m\vec{a}$? ; $\vec{F} \Leftrightarrow \vec{F}'$?

? $v = \frac{u \pm V}{1 \pm \frac{uV}{c^2}}$

Relativistická dynamika

(1) 1. postup M_0 se roztrhne (granát)



$m_u + m_u = M_0$; $m_u u - m_u u = p_1 + p_2 = 0$

$$v = \frac{u+u}{1+\frac{u\cdot u}{c^2}} = \frac{2u}{1+\frac{u^2}{c^2}}$$

Požadujeme: a) zachování hmotnosti před a po

$$m_v + m_0 = M_u$$

b) zachování hybnosti před $\boxed{\text{a po}}$

po

$$m_v\cdot v + 0 = M_u u$$

$$M_u = m_v \frac{v}{u}$$

$$\underbrace{m_v + m_0} = M_u = m_v \overset{\text{[illegible]}}{\frac{v}{u}} = \underbrace{m_v \frac{2}{1+\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$m_0 = m_v \left[\frac{2}{1+\frac{u^2}{c^2}} - 1 \right] = m_v \frac{1-\frac{u^2}{c^2}}{1+\frac{u^2}{c^2}}$$

substituce - za u počítejme v -

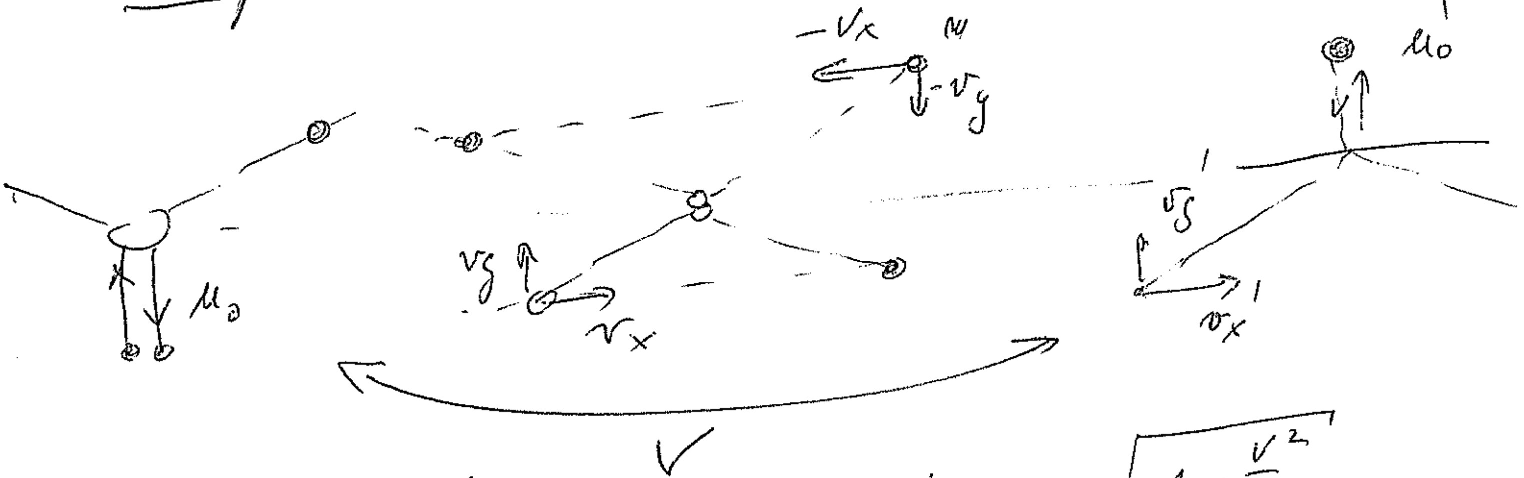
- jednodušší obrácené

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{4\frac{u^2}{c^2}}{\left(1+\frac{u^2}{c^2}\right)^2} = \frac{1+\frac{2u^2}{c^2}+\frac{u^4}{c^4}-4\frac{u^2}{c^2}}{\left(1+\frac{u^2}{c^2}\right)^2} =$$

$$= \frac{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^2}{\left(1+\frac{u^2}{c^2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0$$

② přístup (a ještě méně jiný)



$$V = \frac{v_x + v_x}{1+\frac{v_x v_x}{c^2}} \qquad v_y' = u_0 \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

Chceme Z. Z. H. $\Rightarrow \overset{!}{o}\ \Delta p_y = |2 m_{u_0} u_0| \overset{!}{=} |2 m_{v'} v_y'|$

$\overset{!}{\ }\ m_u'$

velikostmi

$$m_v' v_y' = m_{u0} u_0$$

$$\frac{u_0}{v_y'} = \frac{m_{v'}}{m_{u0}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \;;$$ v limitě $u_0 \to 0$, $v_y' \to 0$, ale $v' \to v_x' = V \neq 0$

$$m_{v'} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}} \Rightarrow m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Def: hybnost $\vec{p} = \dfrac{m_0 \cdot \vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_v \vec{v}$

$\vec{v}$ – rychlost tělesa v dané s. s. !

$$\vec{p} = (\gamma_v m_0) \cdot \vec{v} = (\gamma_v m_0) \frac{d\vec{r}}{dt} = (\gamma_v m_0) \frac{d\vec{r}}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} =$$

$\Delta t = \gamma_v \Delta \tau$

$$= \boxed{m_0 \cdot \frac{d\vec{r}}{d\tau}} = m_0 \left(\frac{dx}{d\tau}, \frac{dy}{d\tau}, \frac{dz}{d\tau} \right)$$

Jak se transformuje $\vec{p}$? $S \to S'$ $\vec{V} = (V, 0, 0)$

(požadavek v přístupu 2 – p_y a p_y') VYUŽIJEME $\Delta\tau$

$$p_y' = m_0 \frac{dy'}{d\tau} = m_0 \frac{dy}{d\tau} = p_y \quad \left(\lim_{\Delta\tau \to 0} \frac{\Delta y'}{\Delta\tau} = \right)$$

$$p_x' = \lim_{\Delta\tau \to 0} m_0 \frac{\Delta x'}{\Delta\tau} = \lim_{\Delta\tau \to 0} m_0 \gamma_V \frac{(\Delta x - V\Delta t)}{\Delta\tau} =$$

$$= \gamma_V \left(p_x - (m_0 \gamma_v) V \right) = \gamma_V \left(p_x - V (m_0 \gamma_v) \right)$$

jako $x' = \gamma_V (x - Vt)$; $p_y' = p_y$, $p_z' = p_z$

Def: vlastní rychlost $\vec{u} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta\tau}$

$$c^2\Delta\tau^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$ (14)

$$m_0 \,/\quad c^2 = c^2\frac{\Delta t^2}{\Delta\tau^2} - \left(\frac{\Delta x}{\Delta\tau}\right)^2 - \left(\frac{\Delta y}{\Delta\tau}\right)^2 - \left(\frac{\Delta z}{\Delta\tau}\right)^2$$

čtyřrychlost pohybujícího bodu

$$m_0^2 c^2 = m_0^2 c^2 \gamma_u^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$$

Čtyřvektor $\left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, p_x, p_y, p_z\right)$, $\gamma_u = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$

$$a\ (m_0\gamma_u)' = (m_0\gamma_{u'}) =$$

$$= \gamma_V\left(m_0\gamma_u - \frac{V p_x}{c^2}\right)$$

Dk: Jednoduše $\quad \Delta t' = \gamma_V\left(\Delta t - \frac{V\Delta x}{c^2}\right)$

$$m_0 \,/\quad \frac{\Delta t'}{\Delta\tau} = \gamma_V\left(\gamma_u - \frac{V u_x}{c^2}\right) \Rightarrow$$

u, u' – rychlost vlastní v S a S', $V: S \to S'$

Co znamená $m_0\gamma_u$? – Taylor

Def: $$m_u = m_0\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = m_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{u^4}{c^4} + \dots\right)$$

$$\approx m_0 + \underbrace{\frac{1}{2}m\frac{u^2}{c^2} + \frac{3}{8}m_0\frac{u^4}{c^4} + \dots}_{\text{přírůstek hmoty díky pohybu}}$$

korespondence: $c \to 0$

$$mc^2 = m_0c^2 + \underbrace{\frac{1}{2}mu^2}_{\text{kinetická energie}} + \frac{3}{8}mu^2\frac{u^2}{c^2} + \dots$$

$$m_u = m_0\gamma_u = m_0 + \frac{E_{kin}}{c^2} ~~klasic~~ = \frac{E_{celk}}{c^2}$$ $\boxed{mc^2 = E}$

! ! $m_0\gamma_u$ vždy $>> 0$!

z invariantu:

$$\boxed{m_0^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^{\,2}}$$

„čtyřhybnost, čtyřrychlost"
$(\gamma u, \vec{u})$

čtyřsíla $K^{\mu} = \dfrac{d\left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right)}{d\tau}$

Pohybová rovnice (definice síly, Newtonova [illegible] ! gravitační zákon ∇

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 \vec{u}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right) =$$

$$= \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{d\vec{u}}{dt} + \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{m_0 \vec{u}\left(-2\frac{u}{c^2}\right)}{\left(\sqrt{\phantom{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right)^3}\frac{d|\vec{u}|}{dt}$$

Dva význačné případy:

1) $\vec{F} \perp \vec{u} \Rightarrow \dfrac{d|\vec{u}|}{dt} = 0$ přežívá 1. člen – příčná hmotnost

2) $\vec{F} \parallel \vec{u} \Rightarrow \vec{u}\dfrac{d|\vec{u}|}{dt} = |u|\dfrac{d\vec{u}}{dt}$ =

$$F = \underbrace{\frac{m_0}{\left(\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\right)^3}}_{\text{podélná hmotnost}} \frac{du}{dt}$$

Transformace síly

$$F_x' = \frac{dp_x'}{dt'} = \frac{dp_x'}{dt}\cdot\frac{dt}{dt'} = \gamma_V\left(\frac{dp_x}{dt} - \frac{V}{c^2}\frac{dE}{dt}\right)\cdot\frac{dt}{dt'} =$$

$\Delta t' = \gamma_V\left(\Delta t - \frac{V}{c^2}\Delta x\right)$; $\dfrac{dt'}{dt} = \gamma_V\left(1 - \dfrac{v_x V}{c^2}\right) \Rightarrow \quad = \dfrac{F_x - \frac{V}{c^2}\frac{dE}{dt}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}$

$$F_y' = \frac{dp_y'}{dt'} = \frac{dp_y}{dt}\cdot\frac{dt}{dt'} = F_y \frac{1}{\gamma_V\left(1-\frac{v_x V}{c^2}\right)}$$

$$F_z' = F_z \frac{1}{\gamma_V\left(1-\frac{v_x V}{c^2}\right)}$$

Obecně: ~ 3 hod

$$\vec{F} = (1-\gamma)\frac{\vec{F}'\cdot\vec{V}}{V^2}\vec{V} + \gamma\vec{F}' + \frac{\gamma}{c^2}\vec{u}\times(\vec{V}\times\vec{F}')$$

a speciálně pro $\vec{F}' = k\cdot\frac{\vec{r}'}{r'^3}$

$$\vec{F} = \frac{k\gamma}{r'^3}\left[\vec{r} + \frac{1}{c^2}\vec{u}\times(\vec{V}\times\vec{r})\right]$$

Čtyřsíla $K^\mu = \frac{dp^\mu}{d\tau} =$ $\quad p \equiv (p^0, p^1, p^2, p^3)$

$$= \frac{dp^\mu}{dt}\cdot\frac{dt}{d\tau} = \gamma\frac{dp^\mu}{dt} = \gamma\cdot F^\mu$$

$$A = \frac{du}{d\tau} = \left(\gamma_u\dot{\gamma}_u c,\ \gamma_u^2\vec{a} + \gamma_u\dot{\gamma}_u\vec{u}\right)$$

identity