CZECH TECHNICAL UNIVERSITY IN PRAGUE FACULTY OF NUCLEAR SCIENCES AND PHYSICAL ENGINEERING DEPARTMENT OF PHYSICS

Obor: Fyzikální technika

Matematická analýza odvalu ozubených kol

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Autor:Borek NajmanVedoucí práce:Ing. Josef Blažej, Ph.D.Konzultant:Ing. Kamil VětrovecŠkolní rok:2016/2017

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

.....

Borek Najman

Poděkování

Rád bych velmi poděkoval panu Ing. Kamilu Větrovcovi za jeho cenné rady, věcné připomínky a vstřícnost při konzultacích a vypracování.

Název práce:Matematická analýza odvalu ozubených kolAutor:Borek NajmanObor:Fyzikální technikaDruh práce:Bakalářská práceVedoucí práce:Ing. Josef Blažej, Ph.D.KFE FJFI

Ing. Kamil Větrovec Geartec, Čelákovice

4.7 . 7.

Konzultant:

Abstrakt:

Práce se zabývá současným měřením a vyhodnocováním odvalu ozubených kol, následně jej popisuje pomocí zjednodušeného matematického modelu, který převede do programu pro simulaci odvalu ozubených kol a poté nasimulovaná data porovnává s daty z reálných měření, prováděných firmou Geartec. Díky porovnání nasimulovaných dat s reálnými lze pak dedukovat různé chyby měřící aparatury popřípadě samotného programového vybavení daného měřícího přístroje. Další výhodou je možnost simulovat ještě nenastálé situace, na které se tak lze předem připravit.

Klíčová slova: ozubené kolo, filtrace dat, matematický model odvalu, simulace odvalu, odval

Title:

Mathematical analysis of the gear rolling

Author: Borek Najman

Abstract: This thesis dealt with present measurement and evaluations of rolling gears. Then describes rolling of gears by simple mathematical model where are included mistakes of measured gears. Subsequently the mathematical model is converted into the computer program. Which is used for simulations rolling gears. Then came comparison between simulated and real dates which is used for detecting problems in measurment machines or for predicting future problems, which are not described presently.

Key words: gear, gear rolling, data filtration, mathematical model, simulation

Obsah

1	Úvo	od	2						
2	Sou	časný způsob měření a vyhodnocení odvalu ozubených kol	3						
	2.1	Kontrola jednobokým odvalem	4						
	2.2	Kontrola dvoubokým odvalem	5						
	2.3	Definice jednotlivých úchylek při dvoubokém odvalu	5						
	2.4	Kontrola úchylek při dvoubokém odvalu	6						
	2.5	Informace získané z diagramu dvoubokého odvalu	6						
	2.6	Přístroje pro reálné měření	9						
		2.6.1 GMS 32	9						
		2.6.2 GTB 1250	10						
		2.6.3 GTWG 600	11						
	2.7	Problémy současného vyhodnocování	12						
3	Mat	zematický model	14						
	3.1	Druhy chyb	14						
		3.1.1 Chyba radiální	14						
		3.1.2 Chyba zubová	15						
		3.1.3 Lokální chyba	17						
		3.1.4 Amplitudová modulace	17						
		3.1.5 Bílý šum	17						
	3.2	Výsledná rovnice odvalu	18						
4	Pro	gram na simulaci odvalu	19						
	4.1 Funkce programu								
		4.1.1 Funkce radiálního házení	19						
		4.1.2 Funkce zubové chyby	20						
		4.1.3 Funkce pilové chyby	21						
		4.1.4 Funkce obloukové chyby	23						
		4.1.5 Funkce obdélníkové chyby	23						
		4.1.6 Funkce hrubé bodové chyby (Gaussova funkce)	23						
		4.1.6 Funkce hrubé bodové chyby (Gaussova funkce)	23						

		4.1.7 Funkce bílého šumu	24							
	4.2	Kompletní program na simulaci	25							
5	Kontrola simulovaných dat									
	5.1	Test 1 - Ověření simulace radiálního házení	26							
	5.2	Test 2 - Ověření chyby zubové (pilové)	28							
	5.3	Test 3 - Ověření vzájemného propojení kol (Zázněje)	30							
	5.4	Test 4 - Ověření funkčnosti bílého šumu	33							
6	Způ	soby analýzy měřených dat	36							
	6.1	Rychlá Fourierova trasnformace - FFT	36							
7	Přír	nos programu a možná zlepšení	39							
8	Záv	ěr	40							

Kapitola 1

Úvod

Jako ozubené kolo dnes chápeme kruhovitý nebo kuželovitý objekt se zuby umístěnými po jeho obvodu. Je to základní stavební jednotkou všech mechanických strojů a je používáno převážně pro přenos otáčivé síly z jedné osy na jinou.

Samotný princip výroby ozubených kol nám nikdy nedovolí dosáhnout naprosté přesnosti a vždy budou ozubená kola vyrobena s jistou nepřesností charakteristickou pro kvalitu a způsob výroby. Tato nepřesnost je pak složená z několika dílčích různě velkých odchylek způsobených při výrobě či přepravě.[2]

Tato práce postupně rozebírá všechny chyby ozubených kol a popisuje princip jejich odhalování. Následně pak tyto chyby simuluje pomocí programu a odhaluje tak nedostatky a chyby současného měření.

Kapitola 2

Současný způsob měření a vyhodnocení odvalu ozubených kol

Ozubená kola jsou dnes podstatnou součástí většiny strojů a nároky na přesnost jejich výroby se čím dál tím zvyšují. Tedy je nutné i vylepšit a zpřesnit způsob kontroly přesnosti výroby. Aby to bylo možné je třeba dosáhnout co nejpřesnějšího dotyku funkčních ploch zubů a také je důležité dodržet určitou boční vůli mezi nepracovními boky zubů. Postupný vývoj způsobů měření jednotlivých parametrů nás dovedl až ke komplexním metodám kontroly ozubených kol, které se nazývají metoda jednobokým a dvoubokým odvalem.

Ze zaznamenaných dat měření dvoubokého odvalu jsme následně schopní zjistit poměrně velké množství různých odchylek přesnosti výroby jednotlivých kol. Tyto odchylky vznikají jak při výrobě tak i při manipulaci s již vyrobeným kolem. Jsou jimi například F_i celková úchylka odvalu za otáčku, f_i úchylka odvalu za rozteč, zubová vůle j na jednotlivých zubech či během celé otáčky. V diagramu pro oba boky je vidět chyba radiálního házení jednotlivých os F_i , rovněž zázněje vznikající díky nevhodně zvolenému počtu zubů satelitu. Dále také vidíme i záběry jednotlivých zubů. V diagramu pro zvolený bok je vidět podíl házení jednotlivých kol, vč. rezonančního efektu. Také je možné pozorovat i jednotlivé poškozené zuby. Dále je změřena vůle během záběru jednotlivých zubů či během celé otáčky.[3]

Pomocí tzv. frekvenční analýzy (FFT) je možno následně identifikovat jednotlivé periodické zdroje chyb, jako např. radiální házení vstupní osy či výstupní osy, dále zubové frekvence f_z apod. Ze změřených úchylek je následně spočítán průběh rychlosti a zrychlení pro skutečné provozní otáčky, což spolu s frekvenčním spektrem rychlosti a zrychlení tvoří základní předpoklady pro posuzování hlučnosti.[1]



Obrázek 2.1: a)Princip metody jednobokého odvalu. b)Výsledný graf jednobokého odvalu. [3]

2.1 Kontrola jednobokým odvalem

Tato metoda měření vychází principiálně ze schématu na obr.2.1a. Je to základní metoda pro měření kinematické přesnosti ve které se nemění osová vzdálenost ozubených kol a zuby se jak už vyplývá z názvu dotýkají pouze jedním bokem. Během záběru kola kontrolního je měřené kolo lehce brzděno z důvodu aby styčné plochy zubů měřeného kola byly neustále ve styku se zuby kontrolního kola. Kola se otáčejí dostatečně pomalu aby bylo možné snímat různé geometrické odchylky měřeného kola.[9]

Na obr. 2.1b je pak možné vidět teoretický záznam měření. Kde jmenovitý úhel pootočení hnaného kola α_3 je výsledkem součinu úhlu pootočení hnacího kola α_1 a převodového poměru. Měřené nerovnosti se následně zaznamenávají jako funkce úhlu pootočení hnacího kola.

Chyby jsou následně interpretovány jako **kinematická odchylka kola** F_i což je největší rozdíl mezi skutečným a teoretickým obvodovým umístěním referenční kružnice měřeného kola při záběru s měřicím kolem během jedné otáčky měřeného kola a **místní kinematická odchylka kola** f_i což je hodnota kinematické odchylky v rozsahu jedné rozteče.

U jednobokého odvalu analyzujeme hodnotu vůle, odchylku rozteče obrobku, frekvenční a hlukovou analýzu, kontaktní plochu, kulatost a výstřednost kontrolních kroužků.

Tato metoda je používána především pro účely testování přesnosti výroby párových ozubených kol.

2.2 Kontrola dvoubokým odvalem

Metoda kontroly dvoubokým odvalem představuje jednoduchou a hospodárnou metodu kontroly ozubených kol. Při dvoubokém odvalu se po sobě navzájem odvalují dvě ozubená kola bez vůle. Aby bylo možno kola po sobě odvalit, musí mít stejný modul, úhel záběru a u šikmého ozubení i úhel sklonu zubu. Pro kontrolu mohou být použita buď obě vyráběná kola, nebo zpravidla vyráběné kolo a kolo kontrolní.[9]

Během odvalu dochází při otáčení kola následkem různých úchylek ozubení k změnám osové vzdálenosti. Tyto změny jsou zaznamenány a podobně jako u jednobokého odvalu znázorňovány v kartézských nebo polárních souřadnicích



Obrázek 2.2: a) Princip metody dvoubokého odvalu. b) Výsledný graf po měření metodou dvoubokého odvalu.[9]

Naměřená data jsou následně zanesena do grafu viz obr.2.2. Kde lze již velmi dobře vidět základní chyby měřeného kola jako jsou nestejnoměrnost osové vzdálenosti kol F_i (excentricita), nestejnoměrnost osové vzdálenosti na rozteči f_i a házivost F_r .

2.3 Definice jednotlivých úchylek při dvoubokém odvalu

Kinematická úchylka kola F_i při dvoubokém odvalu (tzv. úchylka dvoubokého odvalu za otáčku) je vyjádřena největším rozdílem vzdáleností os kontrolního a měřeného kola během jedné otáčky. Vyjadřuje tedy rozdíl mezi největší a

nejmenší osovou vzdáleností, které vznikají během odvalu bez vůle s kontrolním kolem, popřípadě se spolu-zabírajícím kolem. Je tedy rovna celkové amplitudě, která se vyskytuje v diagramu uvnitř zkušební otáčky

Místní kinematická úchylka kola f_i při dvoubokém odvalu (úchylka dvoubokého odvalu za jednu rozteč) je vyjádřena změnou polohy pohyblivé osy. Je uvažována vždy jako největší rozdíl vzdáleností os připadajících na odval libovolného zubu téhož ozubeného kola. Je to tedy největší vznikající úchylka osové vzdálenosti při odvalu s kontrolním, popřípadě spolu-zabírajícím kolem přes jednu zubovou rozteč nebo během trvání jednoho záběru zubu.

2.4 Kontrola úchylek při dvoubokém odvalu

Při kontrole ozubených kol dvoubokým odvalem jsou vždy nutná dvě spolu-zabírající ozubená kola, která můžeme po sobě odvalit bez vůle viz obr. 2.3. Jestliže se hlava zubu jednoho kola dotýká paty zubu kola druhého, je nutno použít kontrolního kola se zesílenými zuby. Síla ve směru osové rozteče zajišťuje, aby levé a pravé boky zůstávaly stále současně v záběru. Kolísání osové vzdálenosti, ke kterému dochází během odvalování, představuje úchylku dvoubokého odvalu. Ke kontrole použité kontrolní kolo má být minimálně o tři třídy přesnosti lepší než kolo kontrolované.

2.5 Informace získané z diagramu dvoubokého odvalu

V diagramu dvoubokého odvalu určuje rozdíl mezi nejvyšším a nejnižším bodem křivky úchylku dvoubokého odvalu hodnota F_i , pokud za oblast měření bereme celý obvod kola, případně f_i tedy úchylka odvalu zubu je-li za oblast měření považována dráha záběru zubu. Má-li křivka charakter sinusovky (s amplitudou f_e), můžeme určit existující excentricitu. Průběh křivky podle obr.2.2 můžeme znázornit jako o 90° posunutou sinusovku.

Kontrola ozubení dvoubokým odvalem je velmi jednoduchou a hospodárnou metodou a proto je také značně rozšířena. Měřením úchylek dvoubokého odvalu je možné velmi rychle odhalit, zda došlo při výrobě ozubení k nepřesnostem, například následkem silně opotřebeného nástroje, nepřesného upnutí obrobku či nepravidelnosti chodu nástroje.



Obrázek 2.3: Princip přístroje na měření dvoubokým odvalem.1 kontrolované kolo, 2 (měřicí) kontrolní kolo, 3 měřicí saně, 4 snímač měřených hodnot, 5 pevný upínač, 6 směr měření, 7 pružné uložení, 8 nastavení síly pro měření [3]

Ostré úchylky odvalu zubu odkazují na úchylky záběrové rozteče (úchylky tvaru boku zubu). Z velkých dílčích úchylek odvalu zubu lze usuzovat na větší úchylky rozteče, sinusový průběh křivky na excentricitu ozubení. Stejným uspořádáním měření lze kontrolovat vzdálenost os, potřebnou pro záběr bez vůle příslušného proti-kola, která je nepřímou metodou měření tloušťky zubu.

Velmi vhodná je kontrola dvoubokým odvalem u kol, která musí zabírat s minimální vůlí mezi boky zubů, neboť kontrola kolísání osové vzdálenosti je prakticky totožná s kontrolou kolísání boční vůle.

Jinak je ale vypovídací schopnost kontroly kol dvoubokým odvalem velmi obtížná analyzovat. Výsledek kontroly měření závisí mimo jiné i na vyložení kontrolního ozubeného kola. Velký vliv mají především trvání záběru a provozní úhel záběru spolu-zabírajících členů soukolí. Protože se měřené hodnoty na pravém a levém boku zubu stále ovlivňují, mohou se dílčí úchylky na pravých a levých bocích zubů při kontrole měření dvoubokého odvalu navzájem zesilovat nebo zeslabovat, či dokonce kompenzovat, a to jak co do znaménka, tak co do polohy.

Většina metod pro obrábění ozubených kol vyrábí tvar boku zubu odvalem, tedy současným obráběním jak pravého, tak levého boku zubu uvnitř záběrového pole. Diagram dvoubokého odvalu tak zobrazuje především kolísání osové vzdálenosti, ke které dochází během obrábění. Chyby odvalovacího pohybu (kinematické chyby), které zapříčiňují jak úchylky profilu, tak rozteče a sklonu zubu, jsou kontrolou zachyceny pouze nepřímo a proto je nutné je získat právě pomocí frekvenční analýzy.

Tedy pokud můžeme předpokládat dostatečnou přesnost valivého pohybu výrobního stroje a nástroje, je kontrola ozubení s využitím dvoubokého odvalu velmi výhodná, především pro kontrolu sériově vyráběných kol malých rozměrů. V současné době s mírou přesnosti už je možné však tuto metodu používat i pro větší ozubená kola a vyčíst z výsledného záznamu mnoho informací.

2.6 Přístroje pro reálné měření

Máme několik druhů ozubených kol a pro každý je třeba mít specifický přístroj, neboť jejich geometrie a pohyb se v jednom přístroji nedají skloubit. V této kapitole si ukážeme tři základní typy těchto přístrojů které vyrábí firma Geartec.

2.6.1 GMS 32

Tento přístroj slouží pro kontrolu klasických kulatých ozubených kol pomocí dvoubokého odvalu. Přístroj je umístěn na těžké granitové desce aby bylo minimalizováno přenášení vibrací a otřesů do měření, popřípadě aby nedocházelo při měření k možnosti jakéhokoliv pohybu přístroje bez velké síly. Přístroj viz obr.2.4.

Při měření se zde tedy měří oba boky současně a měříme u nich odchylku od



Obrázek 2.4: Přístroj GMS 32 firmy Geartec pro měření odchylek menších ozubených kol pomocí dvoubokého odvalu.[12]

osové vzdálenosti. V radiálním směru nám působí vždy konstantní měřící síla a přesnost měření je pod $1\mu m$. Měření pomocí tohoto přístroje je bezhlučné a při měření je vždy zaručena správná vůle mezi koly. A následné vyhodnocení pak probíhá dle norem DIN, ISO, AGMA apod. Na obrázku je pak možné si prohlédnout výstupní graf po měření ozubeného kola s 12 zuby kde kolo takzvaně vrávorá [12].



Obrázek 2.5: Výstupní graf přístroje GMS 32. Kde F_r je radiální házení, F_i úchylka dvoubokého odvalu za otáčku a f_i úchylka dvoubokého odvalu na rozteč tedy na zub.[12]

2.6.2 GTB 1250

Přístroj GTB 1250 slouží pro měření větších ozubených kuželových soukolí za pomocí jednobokého odvalu. Prohlédnout přístroj si můžeme na obrázku 2.6. Jeho hlavními přednostmi jsou tichý chod, jasně definovaná vůle, přesná detekce poškozené části kola a kvalita samotné montáže. Celý přístroj je usazen na granitových deskách z důvodu odstínění jakýchkoliv rušivých elementů. Protože měříme pomocí jednobokého odvalu dochází samostatně nejdříve ke změření odvalu v jednom směru a následně ve směru opačném. Hodnoty jsou zaznamenávány pomocí dvou přesných úhlových snímačů a přesnost celkového měření je lepší než 1 μ m při poloměru kola 200 mm. Odchylky a tolerance pak spadají do normy DIN 3960 a dalších standardů.[13] Obsluha přístroje pak probíhá na počítači s operačním systémem windows kde je předinstalován program od firmy Geartec s pohodlným uživatelským rozhraním. Výstupní protokol z programu pak vypadá takto 2.7.



Obrázek 2.6: Přístroj GTB 1250 pro měření větších kuželových soukolí za pomocí jednobokého odvalu.[13]

2.6.3 GTWG 600

Posledním type je přístroj GTWG 600 sloužící pro měření odvalu šnekového soukolí viz obrázek . Měření zde probíhá jako u předchozího přístroje metodou jednobokého odvalu. Přístroj jasně definuje vůli mezi koly což je pro měření velmi důležité. Má nízkou hlučnost která je předpokladem dlouhé životnosti.[14] Pomocí přístroje můžeme měřit:

- 1. Celkovou kinematickou úchylku ${\cal F}_i$
- 2. Místní kinematickou úchylku f_i
- 3. Pomalou složku odvalu f_l
- 4. Rychlou složku odvalu f_k
- 5. Vůli \boldsymbol{j}
- 6. Součtovou úchylku ${\cal F}_p$
- 7. Úchylku rozteče f_{pt}
- 8. Úchylku sousední rozteče $f_{\boldsymbol{u}}$
- 9. Velikost radiálního házení ${\cal F}_r$
- 10. Kruhovitost a excentricitu šnekového kola

			Wheel				Manager		000
inion		u 1	Number	of tooth .		u2	Measured	points	000
lormal module		0.86	7 Spiral an	Number of teeth		30.0000*/I	Contract N	o	
ressure angle		20,000	• Hypoid o	ffsat	a	0.001 mm	Machine N	0.	
niral angle	Bro	30.0000°/E	Mounting	distance	6.	379 436 mm	Date		9 7 2008 15:5
oad torque	×	10.00 Nn	Mounting distance		6.	146.614 mm	Checked b	v	
leasuring speed		5rpn	n Shaft and	gle	Σ	90.0000°	Note	,	
				Fi', fl'	. Tun	1]			
					1			1	Left flank
250,0				2	-	-			
200.0				1					
150.0									
150,0									
100,0				3		52.	- 82 28	0	- S - S
50,0									
0,0 0000	www	how	www	ANT	A	manna	mann	man	nnn
-50,0	12.0.00	1200				Contraction of the second		10000	e - 0 1940-00
-100.0									
150.0									
-130,0									
-200,0	()			3		N:	- 32 - 32	0.	18 A
-250,0	_					-			
0.	e	50°	120°		180%	2	40%	300%	
20200.000 <u></u>								R	ight flank
250,0	-			2	-	3		1	1
200,0	()			3		25	- 1X - 1X	0	8 9
150,0				2	-				
100.0									
50.0									
50,0									anana a
0,0 0,0 0,0	****	AAAAAA	VALAN	AAAAA	AAA	ANAMA	north	ALAN ALAN	*****
-50,0	5		-						
-100,0		+ +		65	12		-		-
-150,0	-	+		22	-		1 1		
-200.0									_
250.0	2			55 85					
00	4	50°	1200	12 0	1800	7	40°	300°	
0	1.7		120		100	85		500	
			120100.041		С.,	112224-0102		12200	
Standard: DIN	3965		F-fac	tor 25%		Allowed		Meas	ured
otal composite dev	iation		Fi	[µm]		94,0	6	46,5 4	59,7 5
ngle flank compos	ite dev.		ť	[µm]	2	38,0	6	27,0 5	41,2 7
ean value			fim	[µm]				22,3 5	28,7 6
Max value			fi,max	[µm]		105-		27,0 5	42,7 7
ong wave compone	ent		ti	[µm]	Ĩ.	94,0	8	23,0 2	30,9 3
Short wave component			fk	[µm]		47.0	6	25,2 5	33,6 5

Obrázek 2.7: Výstupní graf a data po měření pomocí přístroje GTB 1250 [13]

2.7 Problémy současného vyhodnocování

Současný systém vyhodnocování měřených dat se potýká hned s několika problémy. Hlavním problémem je analýza dat při nesouměrném počtu zubů měřeného a vzorového kola. Dále pak nastává problém v případě blízké přesnosti



Obrázek 2.8: Přístroj GTWG 600 sloužící pro měření odvalu šnekového soukolí.[14]

výroby vzorového a měřeného kola. Kdy je velmi těžké rozeznat zda chyba pochází z kola vzorového nebo měřeného a následné odečítaní chyb je velmi komplikované. Problém také nastává při velmi podobném počtu zubů, kdy dochází k sčítání fází a následnému zkreslení výsledných dat. Dalším kritickým bodem je pak také náhodná chyba, kdy je kolo buď nepatrně znečištěno a nebo dojde k otřesu v blízkosti přístroje.

S těmito a ještě i jinými problémy se analýza měřených dat musí vypořádat a rozpoznat zda je to skutečná chyba měřeného kola a nebo vedlejší jev s přesností kola nesouvisející.

Kapitola 3 Matematický model

Tento model je navržen pouze pro účely odvalu dvou ozubených kol bez elastické a plastické deformace. Protože se kolo otáčí relativně pomalu vzhledem k jeho konstrukční pevnosti, není zde ani potřeba elastické či plastické deformace zavádět.

Základem matematického modelu dvou ozubených kol je, že pokud by kola byla ideální, výslednicí odvalu bude rovná čára. Že toho prozatím nelze dosáhnout již dnes víme, neboť žádné kolo není ideální a vždy se u něj najdou různé chyby způsobené výrobou, přepravou či provozem. Některé "chyby"mohou být i úmyslné aby kolo vykazovalo potřebné vlastnosti pro daný účel použití.

3.1 Druhy chyb

Ozubené kolo je komplexní tvar který má poměrně velké množství různých větších či menších výrobních chyb. Abychom tyto chyby mohly simulovat je tedy třeba je správně popsat a vysvětlit.

3.1.1 Chyba radiální

Radiální chybou zde rozumíme odchylku ozubeného kola od dokonalé kružnice. Značíme ji f_r . Radiální chyba bude tedy rovna nule pokud ozubené kolo bude mít dokonalý kruhový tvar. Tato chyba má obvykle tři různé varianty, kde každá je způsobena jinou formou deformace.

V prvním případě je to většinou nepřesně vystředěný vnitřní otvor. Popřípadě bylo kolo vystavenou nárazu, čímž došlo k deformaci která mimo jiné způsobí, že bude kolo na jedné straně mírně zploštělé ve směru kolmém k ose kola. Na grafu

pak vypadá tato chyba podobně jako funkce

$$f_r = F_r * \sin(i+k) \ k \in (0, 2\pi), \tag{3.1}$$

kde k je úhlový posuv a F_r vyjadřuje maximum výchylky této křivky. Druhým případem je pak kolo, kdy došlo ke zploštění na obou stranách za vzniku elipsoidního tvaru kola. Tato chyba může být způsobená také fyzickou deformací jako chyba předchozí avšak s tím že na kolo byl vyvinut tlak ve směru kolmém k ose kola z obou stran. Tedy kolo mohlo být někde skřípnuto. Další variantou je pak, že kolo bylo nesprávně upnuto při soustružení. Speciální případ je, když bylo kolo takto poškozeno úmyslně abychom docílili potřebných vlastností pro daný odval. Zde pak měříme jak moc se výsledná odchylka odchyluje od odchylky žádané. Křivka, která vznikne na grafu má tvar podobný funkci

$$f_e = F_r * \sin(2 * i + k) \ k \in (0, 2\pi). \tag{3.2}$$

Třetím a posledním případem je kolo které bylo poškozeno při výrobě sklíčidlem. Sklíčidla mají obvykle tři části které se v upínacím otvoru roztáhnou. Aby bylo kolo opravdu dobře upevněno a mohlo se bezproblémově obrábět je třeba aby síla kolo roztahující byla dostatečně veliká. Někdy je ale tato síla příliš velká a způsobuje pak deformace v materiálu a následně vede k našemu případu, kdy při obrábění je kolo mírně roztaženo a následně vysoustruženo do přesného tvaru. Avšak po sundání kola ze sklíčidla dojde ke smrštění kola právě ve třech směrech působení částí sklíčidla a kolo se zdeformuje do mírně trojúhelníkovitého tvaru. Výsledná křivka vynesená do grafu po měření je poté shodná s křivkou

$$f_t = F_r * \sin(3(i+k)) \ k \in (0, 2\pi).$$
(3.3)

Kde vrcholy zase ukazují maximum výchylky F_r .

3.1.2 Chyba zubová

Chyba zubová tedy chyba ze zubu na zub. Je stejně jako předchozí chyba radiální souborem několika chybových jevů, které se dají samostatně vyjádřit.

První a základní je celková chyba zubu, tedy odlišnost celkové výšky zubu od té teoretické. Značíme ji f_z a popsat se dá rovnicí

$$f_z = F_z * \sin(p * (i+k)) \ k \in (0, 2\pi), \tag{3.4}$$

kde p vyjadřuje počet zubů daného kola. Tato chyba je způsobena ve většině případů nesprávným soustružením nebo špatným zacházením s výrobkem.

Druhou specifickou chybou je chyba pilová dle pilovitého tvaru který chyba na grafu vytváří. Značíme ji tedy f_p a popsat se dá pomocí rovnice

$$f_p = \tag{3.5}$$

pro $i \ast k < vr$ kde $k \in 0, 1, 2..n$ a

$$f_p = - \tag{3.6}$$

pro $(i * k) > (v * r) \land (i * (k + 1)) < (v * r)$ kde $k \in 0, 1, 2.$. Tato chyba je způsobena při obrábění. A to tak, že při obrábění zubu dojde k většímu obrobení na patě či špičce podle toho můžeme na pilovém grafu následně vidět náklon zubů k počátku či ke konci viz obr. 3.1.



Obrázek 3.1: A) Větší obrobení zubu u paty. B) Větší obrobení zubu u špičky

Třetí chyba je chyba oblouková a značíme jí ted
y $f_o.$ Vyjádřit ji můžeme pomocí rovnice

$$f_o = F_o * j * \sin(p * i + k), \ k \in (0, 2\pi), \ j \in (\pm 1)$$
(3.7)

kde j značí první nebo druhou polovinu sinu tedy jeho kladnou či zápornou část, p je počet zubů daného kola a k symbolizuje případný posuv. Tato chyba navazuje na předchozí a je způsobena taktéž špatným obrobením zubu avšak v tomto případě jde o nadměrně ubrané obě komponenty jak patu tak vrchol zubu a tím způsobený příliš zaoblený bok zubu viz obr.

Čtvrtou a poslední je chyba obdélníková. Značíme j
i f_b a můžeme vyjádřit rovnicí

$$f_b = j * F_b, \ j \in (\pm 1)$$
 (3.8)

kde $j \in \pm 1$. Způsobena je příliš velkými mezerami mezi zuby a tedy následným prokluzováním zubů v mezeře.

3.1.3 Lokální chyba

Tato chyba je způsobena buď hrubým poškozením s malým polem působnosti a nebo nečistotou, která se dostala mezi zuby při měření. Chybu značíme f_h a můžeme jí vyjádřit pomocí Gaussovi křivky [11] jako

$$f_h = F_h.exp[-(p.s.(i-u))^2] \ u \in (0^\circ, 360^\circ)$$
(3.9)

kde p značí počet zubů daného kola, s značí šířku paty nebo-li rozsah této chyby a u značí umístění vrcholu chyby na kole v rozsahu (0,360°) viz obr. 3.2.



Obrázek 3.2: Ukázka hrubé chyby o velikosti 2 a šířce 4 v poloze 60 na špičce zubu.

3.1.4 Amplitudová modulace

Další z chyb, která se vyskytuje u kola a může být způsobena buď špatným upnutím, nebo nestejnoměrným obrobením zubů čímž je způsobeno že kolo takzvaně vrávorá tedy se vychyluje ve směru osy otáčení nahoru a dolů. Tato chyba má podstatný vliv na hlučnost soukolí a tudíž je potřeba jí správně odhalit. Definovat ji pak můžeme právě pomocí amplitudové modulace jako,

$$f_m = F_z * F_m / 2(\cos[(p-1) * (i+\varphi)] + \cos[(p+1) * (i+\varphi)])$$
(3.10)

kde F_m je velikost modulace tedy kolikrát se signál zvětší a p je počet zubů kola na kterém vrávorání působí. Simulace s amplitudovou modulací pak vypadá zhruba viz obr.3.3 . Avšak v reálném měření není na grafu tato chyba rozpoznatelné a lze ji odhalit až pomocí FFT jak bude vysvětleno níže.

3.1.5 Bílý šum

Není chybou výroby kola, nicméně zde také figuruje neboť je všudypřítomný a je souborem velmi malých chyb a dalších jiných zásahů do měření. Bohužel v našich



Obrázek 3.3: Názorná ukázka modulovaného signálu s výslednou FFT. Měřené kolo mělo 50 zubů a velikost modulace byla rovna 1.

přesnostech již občas může zkreslovat výsledek. Značíme jej B a můžeme ho vyjádřit jako náhodnou chybu s obdélníkovým rozdělením a maximální velikostí chyby v řádu desítek nanometrů.

3.2 Výsledná rovnice odvalu

Model tedy vychází z co nejvíce reálných vlastností měřených a vzorových kol. Kde se setkáváme hlavně s chybou radiálního házení f_r , chybou zubovou f_z avšak ani ostatní chyby tam nebudou chybět ač nehrají tak velkou roli. V neposlední řadě také nesmíme zapomenout na chybu náhodnou způsobenou buď to vnějším zásahem a nebo hrubou výrobní chybou f_{ch} . Matematicky vypadá chyba měřeného kola f_m jako součet všech předchozích chyb viz rovnice 3.1-3.9 tedy takto

$$f_m = f_{r_m} + f_{e_m} + f_{t_m} + f_{z_m} + f_{p_m} + f_{o_m} + f_{b_m} + f_{h_m}$$
(3.11)

K této chybě je však ještě třeba připočíst, ač ve většině případů menší tak podstatnou, chybu vzorového kola f_v . Tedy

$$f_v = f_{r_v} + f_{e_v} + f_{t_v} + f_{z_v} + f_{p_v} + f_{o_v} + f_{b_v} + f_{h_v}$$
(3.12)

Celková chyba f zobrazená v daném bodě i na výstupním grafu je tedy dána jako

$$f = f_m + f_v + B \tag{3.13}$$

Pomocí tohoto vzorce lze již poměrně slušně simulovat odval dvou ozubených kol viz obr.

Kapitola 4

Program na simulaci odvalu

Vzorec který jsme odvodili výše nyní převedeme do programu vytvořeném v programovacím jazyce C a pomocí tohoto programu vygenerujeme soubor dat který můžeme porovnat s daty z reálného měření a následně odvodit zda je simulace dostačující.

Jako grafická nástavba tohoto programu pro pohodlné nastavování všech parametrů a také proto, že většina počítačů dnes používá systém Windows popřípadě je schopná aplikace pro tento systém simulovat, bylo použito WinAPI.

Pro vykreslování simulovaných dat je zde použit program Gnuplot [15]. Ten byl vybrán především pro dobrou kompatibilitu s programovacím jazykem C a také pro jeho jednoduchou obsluhu.

 ${\rm Pro}$ správné a jednoduché fungování matematického aparátu je v programu použita knihovna math.h

4.1 Funkce programu

Program je komplexním souborem funkcí které reprezentují jednotlivé chyby obou ozubených kol. Proto je třeba nejprve převést do programu chyby jako samostatné funkce.

4.1.1 Funkce radiálního házení

Poměrně jednoduchá funkce viz kde jako vstupní parametr je posuv po ose x = i + k kde i je konkrétní bod a k symbolizuje pootočení kola o nějaký úhel oproti kolu druhému. Pro kolo vzorové je vždy rovna nule. Dále velikost

maximální výchylky $F_r = Fr$. A pro kolo měřené je ještě třeba vynásobit celý parametr sinu poměrem počtu zubů vzorového ku měřenému, pro vzorové jak pak poměr vždy roven jedné. Tedy funkce pak vypadá následovně.

```
double RadialniCH (double i, double k, double Fr, double pomer)
{
return Fr*sin(pomer(i+k))
}
```

Následné funkce pro oválnou a trojúhelníkovou chybu je pak téměř totožná až na vynásobení posuvu i dvěma respektive třemi pro oválnou respektive trojúhelníkovou chybu. Vykreslený graf těchto funkcí můžeme vidět na obrázku 4.1



Obrázek 4.1: Výsledný graf po vykreslení simulované chyby radiálního házení s maximální odchylkou 2μ m pro 3 různé možnosti poškození kola. A-typické radiální házení, B-kolo zploštělé do oválu a C- kolo zdeformované do trojúhelníkovitého tvaru

4.1.2 Funkce zubové chyby

Funkce zubové chyby je podobná funkci chyby radiální ale protože běží pro každý zub je potřeba posuv i vynásobit počtem zubů příslušného kola p. Funkce pak vypadá takto

```
double ZubovaCH (double i, double k, double Fz, double p, double pomer)
{
return: Fz*sin(pomer(p.i+k))
}.
```

Znovu je zde přidána i hodna poměru kol *pomer* neboť ten je třeba pro simulaci odvalu měřeného kola v případě simulace kola vzorového je pomr = 1. Výsledný graf této simulace viz obrázek 4.2.



Obrázek 4.2: Výsledný graf simulace zubové chyby o velikosti odchylky 1

4.1.3 Funkce pilové chyby

Funkce pilové chyby už je maličko složitější neboť musí navazovat na ostatní chyby tvořené pomocí goniometrického sinu ale sama goniometricky tvořena není. U této chyby se pak také nejvíce projevuje omezenost rozlišení grafu. Tedy počtu bodů na ose x pro který je graf generován s kterým počítá. Neboť pokud vyjde vrchol zubů pilové chyby mimo tyto přesně stanovené body, vrchol bude buď nižší nebo vyšší než by měl být. Graf se upne k nejbližšímu bodu.

V programu je to ošetřeno tak, že pokud máme body periodické. V prvním výpočtu se přesuneme rovnou k nejbližšímu bodu a tento bod bude mít správnou velikost odchylky avšak bude o maličký kousek posunut.Pokud budeme zvětšovat rozlišení grafu bude posuv čím dál menší a nakonec se bude blížit k nule. Výsledná funkce pak vypadá takto, double PilovaCH (double: Fp, double: FpZapis, double: Vrchol, double: p, double: p
{
int k;
if(FpZapis<=(-Fp)) {kA=1;}
else {kA=-1;}</pre>

```
if(FpZapis<Fp :\&\&: k==1)
{return:FpZapis+=2*(Fp/Vrchol);}
if(FpZapis>-PilaA :\&\&: k==-1)
{return:FpZapis-=2*(Fp/VrcholDop);}
}.
```

Ve funkci je použita hodnota k která nabývá hodnot 1 a -1 což zajišťuje zda má funkce stoupat, tedy je před vrcholem, či má klesat, tedy je za vrcholem. Vynesená nasimulovaná data do grafu je možná vidět na obrázku 4.3.



Obrázek 4.3: Vykreslená nasimulovaná data pilovité chyby zubů ozubeného kola. A - Zub je ubraný na patě a B - Zub je ubraný na špičce.

4.1.4 Funkce obloukové chyby

Další chybou je chyba oblouková, kdy je chyba vlastně znovu sinusovkou avšak tentokrát v absolutní hodnotě tedy veškeré hodnoty jsou kladné a výsledkem je mnoho půlvln, které však leží pouze v kladné části ypsilonové osy tedy je třeba je ještě posunout o polovinu maximální hodnoty níže. Funkce v programu je následující,

double ObloukovaCH (double: i, double: k, double: Fo, double: p, double: pomer)
{
return:Abs(Fo.sin(pomer(p.i/2+k)))-(1/2).Abs(Fo.sin(pomer(p.i/2+k)))
}.

Výsledný graf obloukové chyby viz obrázek 4.4



Obrázek 4.4: Nasimulovaná data obloukové chyby kdy je zub příliš obroben na patě i na špičce a tedy jakoby prokluzuje.

4.1.5 Funkce obdélníkové chyby

Funkce obdélníkové chyby je zde asi nejjednodušší neboť je to funkce nabývající
pouze kladného a záporného charakteru své maximální odchylky.
double ObdelnikovaCH (double: Fb,double: i,double: p, double:pomer, double:k)
{
 if(sin(pomer(p/2*i+k))<0) {return: -Fb}
 else {return: Fb}
}.</pre>

4.1.6 Funkce hrubé bodové chyby (Gaussova funkce)

Jak napovídá již název, chyba je funkcí Gaussovy funkce. Tedy již poměrně komplexní oproti předchozím chybám. Nicméně stále docela jednoduchá. Výsledný graf nasimulovaných dat je možné vidět na obrázku

```
double HrubaCH (double: Fh,double: i,double: p,double: sirka)
{
    if (i>hA*(2*3.14))hA++;
        else {return: Fb}
}.
if (i>hA*(2*3.14))hA++;
```

hrubaA=NahodnaA*exp(-pow(pocetM*20.48/SirkaNahodnaA*((i-(hA-1)*2*3.14)
-CHNahodnaA/180*3.14),2));



Obrázek 4.5: Obrázek ukazuje vykreslení nasimulovaných dat odvalu kola A s kolem B kdy kolo B mělo hrubé poškození v místě pootočení 60° od počátku o velikosti 1 μm

4.1.7 Funkce bílého šumu

Tato funkce zastupuje v programu celé spektrum různých drobný náhodných chyb, které však nemají nic společného s kvalitou měřených ozubených kol. Příkladem vstupujících chyb můžou být rezonance v budově způsobené jinými stroji, či samotným pohonem otáčejícím soukolím, který by však měl být zanedbatelný. Funkce vypadá takto,

B=double(rand()%10000)/50000-0.25;

4.2 Kompletní program na simulaci

Kompletní program na simulaci zasazený do uživatelského rozhraní si můžeme prohlédnout na obrázku 4.6. V programu pak jednoduše zadáváme do příslušných kolonek jednotlivé velikosti chyb, popřípadě fázový posuv kola B vůči kolu A, počet zubů příslušných kol, počet otáček a také velikost modulace celkového signálu.

💽 Simulace odvalu ozubenych kol — 🛛								×
	Pocet otacek Rozliseni Modulace	1 1024 0		Kolo B			Posu	IV
Pocet zubu	10			20				_
Radialni hazeni	0			2.4			0	_
Uvalita T-i!	0			0			0	_
Triangi Zubaua abuba	0 Machal			0	Veebal		0	_
Zudova cnyda				1	vrcnoi	,	0	_
Plia		Pieles		0	0 D==:==	Cialua	0	_
Ubacinik Na sisteta Ikawka	0 Pozice :	ыгка		0	Pozice	ыгка	_ 0	
Necistota/nrube		0		2	160	4		_
	0			10			0	
Bily sum	7		FXIT	1				
Spust	_		EAII	1				

Obrázek 4.6: Výsledný program s kolonkami pro zadávání různých odchylek

Kapitola 5 Kontrola simulovaných dat

Abychom byly schopni nasimulovat správná data se správnými vstupními parametry. Musíme zadávat parametry získané pomocí frekvenční analýzy z reálného měření. Někdy je však tyto parametry poměrně obtížné správně interpretovat. Naštěstí, máme velmi širokou paletu reálných měření a tudíž si můžeme vybírat příslušná měření s výraznou, právě takovou chybou, která nám bude vyhovovat.

5.1 Test 1 - Ověření simulace radiálního házení

V první řadě budeme testovat základní chybu ozubených kol, tedy velikost radiálního házení F_r . Jak vstupní data nám poslouží reálné měření pro firmu Volkswagen. Kde byly k měření použita dvě ozubená kola. Kolo A s počtem zubů 51 a kolo B s počtem zubů 110. U těchto kol jsou zuby vyrobené s velmi vysokou precizností a tedy se zde nevyskytuje téměř žádná zubová chyba. Kolo A je referenčním kolem tedy kolem ideálním a je u něj předpoklad chyby alespoň 10x menší aby měření nezatěžovalo zbytečně svojí chybou. Kolo B je zde měřené kolo a toto konkrétní bylo poškozeno chybou radiální a chybou oválnou. Tedy, kolo bylo vychýlené od středu (nevystředěné) a zploštěné do oválu. Výsledek reálného měření je pak možné vidět na obrázku 5.1. Jak je vidět z obrázku kolo oplývá radiální chybou o přibližné velikosti $F_r = 16 \mu m$ a oválnou chybou o přibližné velikosti $F_o = 24 \mu m$. Další frekvence které se na grafu nacházejí jsou již zanedbatelné a ve výsledku nemají žádný vliv. Tedy po takovémto rozboru měření jsme mohli přejít k samotné simulaci kde jsem do programu zadali výše uvedené hodnoty a nechali program tato data zpracovat. Program následně vykreslil velmi podobný graf jako při reálném měření. Jediným problémem bylo, že jsme museli pootočit měřené kolo vůči referenčnímu o 180°. Výsledné grafy nasimulovaných dat si můžete prohlédnout na obrázku 5.2.



Obrázek 5.1: Grafy reálného měření ozubených kol. Nahoře jsou vykreslena naměřená data odvalu proložená střednicí a dole můžeme vidět graf amplitudového spektra po použití FFT.

Po porovnání grafu lze vyvodit jednoznačný závěr, že simulace radiálního házení byla úspěšná.



Obrázek 5.2: Grafy simulovaných dat za pomocí výše popsaného programu. Nahoře jsou vynesena do grafu nasimulovaná data z odvalu a dole pak graf amplitudového spektra po použití FFT.

5.2 Test 2 - Ověření chyby zubové (pilové)

Dále budeme ověřovat funkčnost simulace chyby výroby zubů. V konkrétním případě půjde o chybu kdy je zub obroben příliš ostře, tedy není dostatečně obroben u paty respektive špičky. Jako vstupní data zde figurovalo reálné měření pro firmu GFC za pomocí přístroje GTWG 600 od firmy Geartec a jako měřené kolo zde bylo použito šnekové kolo s 34 zuby. Které bylo vyrobeno s mírnou radiální chybou tedy excentricitou a s pro nás zajímavou chybou zubovou (pilovou) F_p . Nicméně je třeba dodat že šnekové kolo plně spadá do výrobní normy a jeho chyba je tedy zanedbatelná. Pro naše účely je však ideální. Všechny chyby kola které byly zjištěny, je možné si prohlédnout na obrázku 5.3. Z dolní části obrázku je jednoznačně vidět, že kolo bylo zatíženo mnoha různými chybami a po další rozboru a zkouškách simulací bylo zjištěno, že různými chybami je zatíženo i kolo referenční. Kompletní výčet chyb je možné vidět na



Obrázek 5.3: Grafy reálného měření šnekovitého kola pro firmu GFC pomocí přístroje gtwg 800 firmy geartec. Nahoře jsou vynesena do grafu naměřená data odvalu. Dole pak můžeme vidět data po aplikaci FFT analýzy.

obrázku 5.4 kde jasně vidíme, že různou velikostí chyb jsou zatížena obě kola, jak šnekové tak referenční.

Że byla data zadávána relativně správně, vyjma drobných neperiodických chyby které program nezahrnuje, lze vidět na obrázku 5.5, kde je příslušný výsledek rychlé FFT analýzy simulovaných dat téměř totožný s výsledkem pro reálné hodnoty.

Tedy lze říci, že simulace zubové chyby proběhla také v pořádku. Testovali jsme právě zubovou chybu pilového charakteru neboť u ní byly největší problémy se správnou simulací.

Simulace odvalu ozubenych kol (Neodpovídá) –								
	Pocet otacek Rozliseni Modulace 	1 1024 0	Kolo B	Posuv				
Pocet zubu Radialni hazeni Ovalita Triangl Zubova chyba Pila Obdelnik Necistota/hrube Pulka Bily sum	6 2 5 3 Vrchol 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	Sirka 0	34 9.5 3 2 0 7 0.5 0 Pozice S 0 0 0 0	180 0 0 0 0 3irka 0 0				
Spust]	EXIT						

Obrázek 5.4: Výčet chyb
 zadávaných přímo do programu na simulaci. Všechny hodnoty chyb jsou zadávané v jednotkách
 $\mu m.$

5.3 Test 3 - Ověření vzájemného propojení kol (Zázněje)

V tomto testu nám jde o to, zjistit zda je správně simulováno vzájemné se ovlivňování kol. Tedy je-li v simulaci zahrnuto zda u ozubených kol s podobným či nesoudělným počtem zubů bude docházet k takzvaným záznějům. Jevu, kdy skládáním dvou blízkých frekvencí vzniká periodická změna amplitudy. V našem případě mají kola blízký počet zubů, koloA 21 a koloB 27 zubů. Co je však důležité, kola jsou vyrobeny s velmi podobnou přesností, tedy jejich naměřené chyby jsou si značně podobné. To jak blízké si chyby jsou lze jasně vypozorovat z výsledné FFT analýzy. Pro účel našeho testu jsme tedy použili měření dvou kuželových ozubených kol pro firmu ATA Gears prováděné jako v předchozích testech firmou Geartec na stroji gtb 1600. Kolo A zde figurovalo jako kolo referenční a mělo by být tedy dokonalé oproti měřenému. Nicméně tyto kola už



Obrázek 5.5: Výstupní grafy simulovaných dat pro test funkčnosti simulace pilovité chyby. Nahoře nasimulovaná data odvalu, dole pak graf amplitudového spektra po použití FFT.

se pohybují v tak vysoké kvalitě výroby, že obě kola měla téměř stejnou velikost radiální chyby $F_{r_A} = 17.5 \mu m$ a $F_{r_B} = 18 \mu m$. Kolo A bylo ještě zatížené chybou oválnou a kolo B chybami oválnou, trojúhelníkovitou a nakonec chybou zubovou o velikosti $F_{z_B} = 7 \mu m$. Vše je možno vidět na obrázku 5.6. Při snaze o nasimulování jsme ještě zjistili že koloB musí být vůči kolu A pootočeno o 60°. A že výsledný nasimulovaný graf je celkově ještě posunutý o přibližně 180°. To nám ale vůbec nevadilo neboť se graf reálného měření poměrně dobře shoduje s grafem simulovaných dat, která jsou na obrázku 5.7. Velmi dobře se shodují i data zpracovaná pomocí FFT analýzy a jediné co nám zde nevyšlo



Obrázek 5.6: Obrázek znázorňuje grafy reálného měření dvou kuželovitých ozubených kol pomocí přístroje gtb 1600 od firmy Geartec. Nahoře jsou vynesena naměřená data odvalu, dole pak můžeme vidět graf amplitudového spektra po použití FFT..

tak, že se na FFT analýze reálného měření nijak neprojevila hodnota zubové chyby, která je však na grafu odvalu jasně patrná a na FFT analýze simulovaných dat se krásně ukázala přesně na frekvenci 189 která po vydělení počtem otáček přesně odpovídá kolu B s počtem zubů 27.



Obrázek 5.7: Na obrázku jsou vyneseny do grafů data pocházející ze simulace odvalu dvou kuželovitých ozubených kol popsaných výše. Nahoře jsou vynesena nasimulovaná data odvalu, dole pak graf amplitudového spektra po použití FFT..

5.4 Test 4 - Ověření funkčnosti bílého šumu

Posledním testem zde popsaným bude test Bílého šumu o kterém bylo psáno již výše. Šum je zde simulován pomocí náhodné veličiny s normálním rozdělením která nejblíže odpovídá reálnému bílému šumu. Pro účely testování jsem měli v tomto případě k dispozici reálné měření šnekovitého kola pro firmu GFC na přístroji gtwg 800 od firmy Geartec. Kde bylo použito jako referenční kolo A s počtem zubů 1 zub na 1 otáčku šnekovitého kola a šnekovité kolo B mělo 72 zubů tedy otáček. Referenční kolo A bylo v tomto případě bráno jako kolo dokonalé a nebyly u něj nalezeny žádné chyby a měřené šnekovité kolo B bylo zatíženo pouze velmi nepatrnou radiální chybou, která však ani zdaleka nedosahovala hranic normy. Tedy by se dalo říci, že obě kola byla vyrobená velmi kvalitně s nadstandardní přesností. Výstupní grafy reálného měření si můžeme prohlédnout na obrázku 5.8. Tedy to bylo ideální měření pro test simulace bílého šumu, který se projevuje právě v hodnotách kolem desetin mikrometrů, které zde byly na grafu patrné.



Obrázek 5.8: Na obrázku jsou vyneseny do grafů data pocházející z reálného měření šnekového ozubeného kola. Nahoře můžeme vidět naměřená data odvalu, dole pak graf amplitudového spektra po použití FFT..

V tomto případě už je velmi těžké porovnávat graf reálného a simulovaného měření neboť do měření již vstupují náhodné chyby, které program pro simulaci nezahrnuje a také se zde již pohybujeme na hranici přesnosti výroby ozubených kol. A tedy jsme v lehce nezmapované oblasti. Nicméně grafy zpracovaných dat pomocí FFT analýzy již porovnávat můžeme a po porovnání simulovaných dat viz obrázek 5.9 s výše uvedeným grafem reálného měření, lze tvrdit že grafy se téměř shodují a tedy simulace bílého šumu je úspěšně aplikovatelná pro naše účely.



Obrázek 5.9: Na obrázku jsou vyneseny do grafů data pocházející ze simulace odvalu šnekovitého ozubeného kola popsaného výše. Nahoře jsou vynesena nasimulovaná data odvalu, dole pak již zpracovaná data za pomocí rychlé Fourierovy transformace(FFT).

Kapitola 6 Způsoby analýzy měřených dat

Aktuálně se data zpracovávají především pomocí Fourierovy analýzy a normálního či jiného statistického rozdělení pro chyby. Prakticky to vypadá tak, že se naměřená data zpracují pomocí frekvenční analýzy která nám zobrazí periodické chyby které kolo vykazuje díky čemuž jsme následně schopni oddělit drobné chyby kola vzorového od chyb kola měřeného a následně zaznamenat velikost a polohu chyb na měřeném kole.

Základem frekvenční analýzy je, že každý signál může být popsán jako nekonečná řada sinusových funkcí. Každá část sinusové funkce pak má svou vlastní amplitudu A, kruhovou frekvenci ω a fázi φ . Každá část z této sinusové funkce pak ukáže ve frekvenční analýze jednu spektrální čáru s danou amplitudou A ve frekvenční oblasti.[4]

6.1 Rychlá Fourierova trasnformace - FFT

Fourierova transformace je matematická metoda, která je úspěšně použitelná k analyzování obrazu (signálu). V obecném případe se jedná o vyjádření funkce popisující obraz v jiných proměnných pomocí integrální transformace (v podstatě vyjádření funkce v jiné bázi). Ve speciálním případě se uvažuje tzv. trigonometrická Fourierova transformace, která za bázové funkce pokládá sin(kt), cos(kt) nebo v komplexním tvaru $exp(\pm kt)$, kde k je celé číslo v případě Fourierovy řady nebo reálná proměnná v případě Fourierovy transformace.[16]

Provádění výpočtu diskrétní Fourierovy transformace je velmi časově náročné. Jak známo, optimálním postupem pro výpočet polynomu je Hornerovo schéma, které potřebuje N + 1násobení a sčítání, což pro celou transformaci dává počet operací $2 \times N \times (N + 1)$, tedy přibližně N^2 operací. Už pro malý počet vzorku

čas výpočtu neúměrně narůstá. Proto je nutno užít k výpočtu jiných algoritmů, které využívají speciálních vlastností definice transformace. Důležitým krokem ve vytváření časové úspory je minimalizace poctu násobení, neboť na všech výpočetních systémech je násobení časově náročnější než sčítání, což platí obzvláště pro komplexní čísla.[16]

Pomocí FFT můžeme z celého komplexního měření dvoubokého odvalu analyzovat jednotlivé chyby, které jsem popsali výše. Velikost těchto odchylek je zde rovna velikosti jednotlivých harmonických frekvencí příslušících pro dané typy chyb. Tedy chybu radiálního házení uvidíme v grafu FFT na místě první harmonické a její velikost bude rovna maximální odchylce radiálního házení F_r .

Pro určení konkrétní chyby a její velikosti je ale třeba vzít v potaz počet zubů obou kol a také kolikrát se které kolo otočilo, abychom zjistili které harmonické frekvence přísluší danému kolu. Nejhorším případem který může nastat a to že mají obě kola stejný počet zubů tedy se i otočí vždy o stejný úhel. Z čehož plyne, že na FFT diagramu nebudeme schopni odečíst která chyba náleží kterému kolu. Nicméně pokud budeme tvrdit že počet zubů ozubených kol není roven. A otočíme koly tak aby se obě kola otočili o celočíselný počet otoček nebo aspoň o počet hodně blízký celočíselnému. Pak na harmonické frekvenci f = 1 * p kde p je počet otáček bude velikost radiální chyby kola A a na frekvenci $f = \frac{Z_A}{Z_B} * p$ kde $Z_{A,B}$ je počet zubů kola A a B, bude radiální chyba kola B. Takto pak můžeme odvodit i ostatní chyby.

Jako příklad si můžeme uvést jednoduchou simulaci, kdy budeme mít kolo A s 10 zuby ideální a na kole B s 20 zuby bude chyba radiálního házení o velikosti $F_r = 1 \ \mu m$ a zubová chybu o velikosti $F_z = 0.5 \ \mu m$. Pomocí FFT pak získáme ze záznamu tyto hodnoty zpětně z nasimulovaných dat ve velikosti daných harmonických funkcí příslušných pro počet otáček v případě radiálního házení, popřípadě počet zubů vynásobený počtem otáček v případě zubové chyby. Výsledek simulace si můžeme prohlédnout na obrázku 6.1.



Obrázek 6.1: Vzorový obrázek s vyobrazeným grafem simulace odvalu dvou ozubených kol a následnou analýzou harmonických dějů pomocí rychlé Fourierovy transformace

Kapitola 7 Přínos programu a možná zlepšení

Možnost simulace je pro firmu Geartec velkým přínosem, neboť otevře možnost vytvářet různé umělé situace, se kterými se firma ještě nesetkala, a následně na ně dopředu nacházet řešení, která budou vyhovovat konkrétním parametrům. To samozřejmě povede ke kvalitnějšímu zpracování různých daných problematik a preciznějším výsledkům produkovaných strojů pro testování úchylek ozubených kol.

Program je také možné použít k analýze již řešených problematik a následnému ověření zda rozbor měření proběhl v pořádku a odhalené chyby plně zahrnují všechny reálné výrobní chyby na ozubeném kole se vyskytující.

Příkladem vylepšení programu by bylo možné uvést přidání různých filtrů pro zpracování surového signálu před analýzou. Tyto filtry by jednak pocházeli z již používaných filtrů firmou Geartec a také by se mohli vytvořit nové filtry. Tyto filtry by mohli sloužit k odečítání konkrétních chyb, kterými ozubené kolo může disponovat nicméně nejsou chybami nýbrž chtěnými odchylkami potřebnými pro konkrétní účel. Jako příklad si můžeme uvést ovalitu kola, která je u některých systémů právě vyžadována.

Kapitola 8

Závěr

Cílem této práce bylo analyzovat jednotlivé složky vytvářející celkovou úchylku měřeného kola a poté tyto složky parametrizovat, aby bylo možné je následně simulovat v patřičné přesnosti. Úchylku jsme tedy analyzovali a odhalili mnoho různých periodických signálů, které reprezentují konkrétní chyby výroby ozubených kol.

Nejzákladnější je chyba radiální F_r v různých obměnách. Další je pak chyba zubová F_z taktéž v různých variacích, například jako chyba pilovitá, kde je zub příliš ubraný buď na patě popřípadě na špičce, což ovlivňuje směr sklonu pilovitých zubů v grafu. Tyto chyby jsme následně převedli do matematických formulí, které jsme poté zakomponovali do programu na simulaci.

Program byl pak schopný při nastavení jednotlivých parametrů chyb simulovat patřičné úchylky kola s velmi dobrou přesností a shodou s reálnými měřeními. Následně byla do programu přidána ještě rychlá Fourierova transformace, která slouží pro zpětnou analýzu jednotlivých periodických dějů a je následně vynesena do grafu, kde vidíme číslo a velikost každé harmonické funkce.

V programu tedy jednoduše zadáme parametry, které jsme získali pomocí reálného měření a jednoznačně pak můžeme vidět, jestli parametry získané z reálného měření jsou kompletním chybovým souborem nebo jestli mezi nimi některá chyba není zakomponována, z čehož můžeme následně vyvodit, zdali měření probíhá správně.

Další variantou využití je simulace ještě ne nastalých situací, kdy skládáním různých chyb mohou vznikat různé komplexní chyby, které FFT odhalí pouze jako určitou komplexní chybu. Příkladem je například amplitudová modulace, která se na FFT projevuje vedlejšími harmonickými funkcemi pro zubovou frekvenci a je způsobena buď vrávoráním kola a nebo přenosem chyby z jiných kol ozubeného soukolí. V programu je také zakomponováno rozlišení, se kterým jsou stroje schopné data zaznamenávat, což je velmi důležité pro odhad a analýzu přesnosti měření stroje. Tedy je možné odhalit chyby měření, které závisí právě na přesnosti záznamu. Zde program také posloužil svému účelu, když odhalil, že vrcholy zubů nemají stejné výšky, právě z toho důvodu, že počet zubů nebyl soudělný s počtem zaznamenaných bodů na otočku a tedy se mohlo stát, že absolutní vrchol zubu byl zaznamenán v různých velikostech a pozicích, kdy někdy došlo k interpretaci vrcholu, který však nebyl vrcholem.

Tedy se povedlo že program posloužil a doufám, že i nadále poslouží při řešení dalších problémů souvisejících s měřením přesnosti výroby ozubených kol.

Literatura

- FOLTIS, Aleš. Hluk kuželového soukolí. Brno, 2010. Bakalářská práce. Vysoké učení technické. Vedoucí práce Ing. Zdeněk Raška.
- [2] FAIMAN, Tomáš. Moderní metody výroby ozubení: Hoblování a obrážení. Plzeň, 2012. Bakalářská práce. Západočeská univerzita. Vedoucí práce Ing. Jan ŘEHOŘ, Ph.D.
- [3] ING. TICHÁ PH.D., Šárka a Ivan DOC. DR. ING. MRKVICA. Vybrané kapitoly ze strojírenské metrologie [online]. 2012. Ostrava [cit. 2016-07-05]. Dostupné z: www.fs.vsb.cz/../Mrkvica-Ticha-Vybrane-kapitoly-zestrojirenske-metrologie.pdf
- [4] TŮMA, Jiří. Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT. Praha: Sdělovací technika, 1997. ISBN 80-901936-1-7.
- [5] MARECEK, Tomáš. Technologické parametry výroby ozubených kol. Brno, 2013. Bakalářská práce. Mendelova univerzita. Vedoucí práce Ing. Jiří Votava, Ph.D.
- [6] Vitásek, Jaromír. Použití metody Monte Carlo k analýze chyb měření. Praha, 2007. Bakalářská práce. České vysoké učení technické. Vedoucí práce Ing. Josef Blažej, Ph.D.
- [7] BREPTA, Rudolf, František TUREK a Ladislav PŮST. Mechanické kmitání. Praha: Sobotáles, 1994. Česká matice technická (Sobotáles). ISBN 80-901684-8-5.
- [8] HAJZMAN, Michal, Miroslav BYRTUS a Vladimír ZEMAN. Dynamická analýza a optimalizace převodových ústrojí. Plzeň, 2004. Výzkumná zpráva. Západočeská univerzita.
- [9] TICHÁ, Sárka. Strojírenská metrologie: část 1. Ostrava, 2004. Skripta. Vysoká škola báňská.

- [10] Rychlá Fourierova transformace [online]. 2015 [cit. 2016-07-05]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Normální_rozdělení
- [11] Normální rozdělení [online]. 2015 [cit. 2016-07-05]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Rychlá_Fourierova_transformace
- [12] VĚTROVEC, Kamil. Přístroj na měření ozubených kol GMS 32. Čelákovice, 2013.
- [13] VĚTROVEC, Kamil. GTB 1250 -2500 single-flank bevel gear testers. Čelákovice, 2016.
- [14] VĚTROVEC, Kamil. Přístroj na měření šnekového soukolí metodou jednobokého odvalu GTWG 600. Čelákovice, 2013.
- [15] Gnuplot [online]. 2016 [cit. 2016-07-08]. Dostupné z: http://www.gnuplot.info/
- [16] Fourierova transformace [online]. Univerzita Palackého, 2005 [cit. 2016-07-08]. Dostupné z: apfyz.upol.cz/ucebnice/down/mini/fourtrans.pdf