ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra fyziky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Studium inkluzivní produkce jetů v jádro-jaderných srážkách

Study of inclusive jet production in nucleus-nucleus collisions

Autor: Josef Bobek
Vedoucí: RNDr. Jana Bielčíková, Ph.D.
Akademický rok: 2019/2020

Čestné prohlášení

Prohlašuji na tomto místě, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškerou použitou literaturu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto díla ve smyslu § 60 Zákona c. 121/1200 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 6. srpna 2020 ....

Josef Bobek

Poděkování

V první řadě bych rád poděkoval moji vedoucí této práce RNDr. Janě Bielčíkové, Ph.D. za pomoc s prací, odborné vedení a spoustu jejího času. Dále bych rád poděkoval Ing. Robertu Líčeníkovi za pomoc s analýzou dat, poskytnutí kódu k analýze a čas který mi věnoval na konzultaci.

V neposlední řadě bych rád poděkoval členům rodiny a kamarádům za podporu a za jakoukoliv pomoc při vytváření této práce. Jmenovitě bych rád poděkoval Mgr. Zuzaně Bobkové a mým kamarádům Bc. Tomáši Brisučiakovi, Bc. Georgimu Ponimatkinovi a Jakubovi Češkovi.

Josef Bobek

Název práce: **Studium inkluzivní produkce jetů v jádro-jaderných srážkách**

Autor: Josef Bobek

Obor: Experimentální jaderná a částicová fyzika

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: RNDr. Jana Bielčíková, Ph.D., ÚJF AV ČR v.v.i.

Abstrakt: Jádro-jaderné srážky jsou nástrojem jak vytvořit a zkoumat extrémní stav hmoty, který byl v prvních mikrosekundách od stvoření našeho vesmíru velkým třeskem. Tento stav hmoty se nazývá kvark-gluonové plazma (QGP). Jedním ze způsobů, jak zkoumat QGP, jsou tvrdé sondy. Jednou z tvrdých sond je právě jet. Jety jsou kolimované spršky částic, které jednak nesou informace o procesu v moment srážky, ale pak i o samotném QGP.

V této práci je provedena analýza dat z urychlovače RHIC naměřených kolaborací STAR. Konkrétně se jedná o Au+Au srážky s těžišťovou energií na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV. Tato práce se snaží zjistit tzv. trigger faktor pro data naměřená pomocí HT triggeru v elektromagnetickém kalorimetru BEMC experimentu STAR vůči datům z tzv. minimálně biasovaných Au+Au srážek.

Klíčová slova: QGP, jet, STAR experiment, jetové rekonstrukční algoritmy

Title: **Study of inclusive jet production in nucleus-nucleus collisions**

Author: Josef Bobek

Abstract: Heavy-ion collision is a way how to create and study the extreme state of matter which was the state of our Universe first few microseconds after the Big Bang. This state of matter is called Quark-Gluon Plasma (QGP). One possible way how to study QGP is to study hard probes. One of hard probes is jet. Jet is a collimated shower of particles and carries not only information about processes in moment of the collision but also about the QGP itself.

In this thesis data from RHIC measured by the STAR collaboration is analysed. In particular, data from Au+Au collisions at the center of mass energy per nucleon pair $\sqrt{s}$ = 200 GeV are analyzed. This thesis is devoted to determination of the trigger bias factor for data recorded using the HT trigger in the electromagnetic calorimeter BEMC of the STAR experiment relatively to the so called minimum-bias Au+Au collisions.

Key words: QGP, jet, STAR experiment, jet reconstruction algorithms

Obsah

Kapitola 1

Úvod

K současnému výzkumu ve fyzice neodmyslitelně patří částicová fyzika. Do této oblasti patří i urychlování částic na urychlovačích. Tato práce je zaměřena především na urychlování a srážky těžkých iontů. Pomocí srážek těžkých iontů můžeme vytvořit extrémní stav hmoty. Tato hmota tvořila vesmír pár mikrosekund po velkém třesku, nebo existuje v jádrech neutronových hvězd. Jedná se o kvark-gluonové plazma, tedy o kvazivolný stav kvarků a gluonů, ze kterých jsou tvořeny hadrony jako například proton nebo neutron. My můžeme kvark-gluonové plazma vytvořit na čas řádově ~fm/c (tedy řád 10^{-23} s) a studovat ho ve srážkách těžkých iontů.

Doba života kvark-gluonového plazmatu je příliš malá na to, abychom do něj poslali nějakou sondu. Příkladem takové přímé sondy může být částice alfa, kterou Ernest Rutherford v roce 1909 odstřeloval zlatou destičku a vypozoroval tak rozložení hmoty v atomu. V případě, kdy nám doba života kvark-gluonového plazmatu nedovoluje ani zdaleka do něj zaslat sondu přímou, musíme použít nepřímé sondy. Měření nepřímých sond spočívá v pozorování vylétajících objektů z kvark-gluonového plazmatu.

Nepřímé sony ve srážkách na urychlovačích se dělí především na měkké a tvrdé sondy. Tvrdé sondy jsou schopné penetrovat kvark-gluonové plazma a tím projít celou evoluci srážky od samotného počátku srážky až k chemickému Vymrznutí (anglicky freez-out). Tato schopnost se projevuje tak, že tvrdé sondy mají vysokou hmotnost, nebo vysokou příčnou hybnost p_T. Příkladem tvrdých sond jsou těžké hadrony složené z c a b kvarků, nebo kolimovaná sprška částic s vysokou příčnou hybností, která vznikla z tvrdého procesu v okamžiku srážky a nazývá se jet. Tato práce je zaměřena na tvrdé sondy a speciálně na jety.

Začátek této práce je věnován standardnímu modelu, kde jsou popsány elementární částice a tři interakce, které nás obklopují. Procesy, které se dějí mezi částicemi při srážkách těžkých iontů, jsou způsobeny právě těmito třemi interakcemi.

Dále se tato práce věnuje kvark-gluonovému plazmatu. V první řadě je zde uvedeno, proč jsou kvarky při normálních podmínkách svázány v hadronech a nemůžeme pozorovat izolovaný kvark. Následně je zmíněno jak, kvark-gluonové plazma vzniká a kde bychom kvark-gluonové plazma mohli najít. V neposlední řadě se zabývá evolucí kvark-gluonového plazmatu z pohledu relativistické hydrodynamiky. Relativistická hydrodynamika je přístup jak popsat časoprostorovou evoluci kvark-gluonového plazmatu bez znalosti jednotlivých interakcí mezi částicemi a spíše použít statistické veličiny jako je teplota, tlak, hustota energie, nebo hustota entropie.

Jak už bylo zmíněno, tato práce je zaměřena na jety. Je zde zmíněn partonový model, který je důležitý při popisu toho, mezi jakými částicemi vůbec tvrdé procesy ve srážce probíhají. K tomuto modelu je uveden hluboce nepružný rozptyl. Ten nám umožňuje studovat strukturu protonů resp. neutronů, které se v urychlovači sráží. Tato struktura je pak popsána partonovými distribučními funkcemi. Dále je popsána evoluce jetu od srážky dvou partonu až po utvoření spršky částic z tohoto tvrdého procesu. Způsobem, jak studovat kvark-gluonové plazma pomocí jetů, je využití pozorovatelných v analýze jetů. Tyto pozorovatelné je možné vyhodnotit z naměřených dat a dále porovnat s teoretickým modelem a zjistit tak shodu.

K analýze jetů neodmyslitelně pak patří algoritmy na jejich rekonstrukci a pomocí kterých jet definujeme. Ve skutečnosti je nemožné určit, jestli je naměřená částice z původního tvrdého procesu a je tedy součástí jetu, nebo jestli je pouhé pozadí. Je tedy velmi důležité použít co nejlepšího algoritmu jednak na vyhodnocení jetů, ale i na určení pozadí. Na samotné vyhodnocení bude v této práci použit anti-k_T algoritmus a na určení pozadí k_T algoritmus. Nicméně budou zmíněny i další používané algoritmy a také algoritmy, které byly používány v minulosti, jejich princip, výhody a nevýhody.

Srážky těžkých iontů se provádí na urychlovačích těžkých iontů. V současné době jsou funkční dva velké urychlovače těžkých iontů. Tím jsou LHC v laboratoři CERN a RHIC umístěný v Brookhavenské národní laboratoři (BNL). Na urychlovači RHIC se nachází experiment STAR. Experiment STAR je tvořen množstvím dílčích detektorů, kde ty nejdůležitější z nich jsou v práci popsány. STAR, kromě dalších věcí, dokáže srážet jádra zlata při energii v težišťové soustavě na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV.

Data, která budou využita v této bakalářské práci, byla naměřena kolaborací STAR v r. 2014 (tzv. Run 14) v Au+Au srážkách. V první řadě budou vyhodnocena jetová spektra příčných hybností p_T pomocí algoritmů ze softwarového balíčku FastJet [8]. Bakalářská práce bude konkrétně zaměřena na vyčíslení tzv. trigger bias faktoru pro jetová spektra měřená v minimálně biasovaných Au+Au srážkách a srážkách triggerovaných elektromagnetickým kalorimetrem BEMC experimentu STAR (tzv. high tower trigger).

V této práci je použita přirozená soustava jednotek, tedy pokládáme $\hbar = c = k_B = 1$, kde $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ je redukovaná Planckova konstanta, c je rychlost světla a k_B je Boltzmannova konstanta. Více o přirozených jednotkách v příloze A.1.

Kapitola 2

Standardní model

Standardní model částicové fyziky je teorie popisující tři základní interakce vesmíru, k nim náležící intermediální částice a elementární částice hmoty. Mezi tyto interakce patří elektromagnetická, slabá a silná interakce. Standardní model je paradigma kvantové teorie pole. Čtvtou, gravitační, interakci popisuje obecná teorie relativity. Obecnou teorii relativity však do současné doby nebylo úspěšné kvantovat, tak aby nebyla v rozporu například s renormalizací kvantové teorie pole. To je přímo spojeno s předpokladem, že v kvantované obecné teorii relativity, díky Heisenbergovým relacím neurčitosti, částice s přeně určenou polohou by vytvořila černou díru. Ve skutečnosti, k tomu nastane při určení polohy s přesností menší než je Planckova délka. Tomuto problému se věnuje například teorie strun.

Částice standardního modelu můžeme dělit podle statistického chování na fermiony a bosony. Toto rozdělení má jasně ukotvenou definici ve statistické fyzice a k tomu náležící implikace. Jak již bylo zmíněno tak částice standadního modelu můžeme nazvat intermediálními částicemi a částicemi hmoty. Částice hmoty se pak dělí na leptony a kvarky.

V této kapitole budou nejprve popsány částice standardního modelu a pak dále jednotlivé interakce, které budou uvedeny v řeči kvantové teorie pole.

2.1 Statistické rozdělení částic

Prvním rozdělením částic ve standardním modelu je dělení podle statistického chování částic. Částice se statisticky dělí na fermiony a bosony.

2.1.1 Fermiony

Fermiony se řídí podle Fermi-Diracova rozdělení, mají poločíselný spin, řídí se Pauliho vylučovacím principem a mají antisymetrickou vlnovou funkci. Fermiony jsou pojmenovány podle italského fyzika Enrica Fermiho, který formuloval zákony Fermi-Diracovy statistiky.

Spin

Spin je kvantová vlastnost elementárních částic. Jedná se o vnitřní moment hybnosti, který má vliv na celkový moment hybnosti soustavy. Jak bylo uvedeno výše, fermiony mají poločíselný spin. To je zkrácené označování spinu, vzhledem k tomu, že částice ve standardním modelu mohou nabývat pouze poločíselnou nebo celočíselnou násobnost redukované Planckovy konstanty

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$, kde h je Planckova konstanta. Planckově konstantě se též říká konstanta vyzařovacího zákona černého tělesa, odkud je také odvozena. Spin se tedy vyjadřuje v přirozených jednotkách, proto se za ním nemusí uvádět násobek konstanty v konvenčních jednotkách $\hbar \approx 1,05 \cdot 10^{-34}$ Js. Když řekneme, že částice má určitou hodnotu spinu, její projekce spinu pak může nabývat hodnot, kde od hodnoty spinu odečteme celá čísla s podmínkou, že minimální hodnota projekce spinu je záporná hodnota spinu. Řekněme, že máme fermion se spinem $\frac{3}{2}$. Potom tato částice může mít projekci spinu $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ a $-\frac{3}{2}$.

Pauliho vylučovací princip

Jedná se o princip, který říká, že dvě nerozlišitelné částice, které se tímto principem řídí, nemohou mít stejný kvantový stav v systému. Fermiony splňují nerozlišitelnost i podmínku, že se tímto principem řídí. Máme-li systém N částic s diskrétními energetickými stavy ε_i a počet částic, které jsou v i-tém energetickém stavu n_i, kde n_i nazýváme obsazovací číslo. Pak u částic, které se neřídí Pauliho vylučovacím principem, může n_i nabývat libovolných nezáporných celočíselných hodnot. V případě, že se jedná o částice řídící se Pauliho vylučovacím principem, pak může n_i nabývat hodnot 0, nebo 1. To má samozřejmě vliv na statistické soubory, konkrétně na Fermi–Diracovo rozdelení.

2.1.2 Bosony

Bosony mají na rozdíl od fermionů celočíselný spin, neřídí se Pauliho vylučovacím principem, obsazovací čísla n_i, energetických stavů ε_i, mohou nabývat libovolných nezáporných celočíselných hodnot. To má za následek, že se řídí podle Bose-Einsteinovým rozdělením namísto Fermi–Diracova. Bosony jsou pojmenovány podle indického fyzika Šatendranátha Boseho, který, analogicky jako Fermi, položil základy Bose-Einstenově statistice.

2.2 Leptony

Leptony existují ve třech generacích - elektron e^-, mion μ^- a tauon τ^-. Ke každému náleží neutrino ν_e, ν_μ a ν_τ. K těmto šesti částicím existují i jejich antičástice, antileptony (e^+, μ^+, τ^+, $\overline{\nu}_e$, $\overline{\nu}_\mu$, $\overline{\nu}_\tau$). Neutrina nenesou, na rozdíl od ostatních leptonů, elektrický náboj. Zbylé leptony (elektron, mion a tauon) mají záporný elementární elektrický náboj a k nim příslušné antileptony nesou kladný elementární náboj. Definice elementárního elektrického náboje je, podle standadního modelu, nejmenší možná hodnota elektrického náboje jedné volné částice. Proto, i když kvarky mají nižší elektrický náboj, než je elementární ($\pm\frac{1}{3}e, \pm\frac{2}{3}e$), je tato definice korektní díky asymptotické volnosti kvarků viz kapitola 3.1. Hodnota elementárního elektrického náboje se tedy občas definuje jako absolutní hodnota náboje elektronu, proto má také označení e. Hodnota této konstanty je $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C.

V části o slabé interakci bude zmíněn rozpad mionu. Mion a tauon jsou nestabilní částice. Mion má střední dobu života asi $\tau_\mu = 2,197 \cdot 10^{-6}$ s, u tauonu je to asi $\tau_\tau = 2,906 \cdot 10^{-19}$ s. Mion se tedy rozpadá

$$\mu^- \to \nu_\mu + W^-. \tag{2.1}$$

Nedlouho po samotném rozpadu mionu se rozpadne i W^- boson

$$W^- \to e^- + \overline{\nu}_e. \tag{2.2}$$

2.3 Kvarky

Kvarky jsou fermiony se spinem $\frac{1}{2}$, které tvoří hadrony. Existují v šesti typech vůní viz tabulka 2.1. Ke každé vůni existuje i její antikvark varianta.

Značka	Vůně	Flavor
d	dolů	down
u	nahoru	up
s	podivný	strange
c	půvabný	charm
b	spodní/krásný	bottom/beauty
t	svrchní/pravdivý	top/truth

Tabulka 2.1: Vůně kvarků, jejich značka, český a anglický název.

Kvarky interagují všemi interakcemi. Příkladem slabé interakce je například β rozpad, kde ve skutečnosti dochází ke změně vůně jednoho z d kvarků v neutronu

$$d \rightarrow u + W^-. \tag{2.3}$$

Princip beta rozpadu ja takový, že neutron je hadron skládající se ze tří kvarků a to d, d, u a proton zase z kvarků d, u, u. K přeměně tedy stačí změnit vůni jednoho z d kvarků na u. Následuje očekávaný rozpad

$$W^- \rightarrow e^- + \overline{\nu}_e. \tag{2.4}$$

Kvarky interagují silnou interakcí a nesou barevný náboj, který typicky označujeme r, g, b. Antikvarky mohou nést barvy $\overline{r}, \overline{g}, \overline{b}$. Důležitá vlastnost je, že kvarky jsou svázány v hadronech, které mají navenek bezbarvý náboj. K tomuto fenoménu se vrátíme v kapitole 3.1.

K tomu, aby hadron měl navenek bezbarvý náboj, může být složen ze tří kvarků, nebo tří antikvarků. Takovému hadronu se říká baryon. Jeho varianta ze tří antikvakrů je nazývaná antibaryonem. V obou případech se jedná o fermiony. V baryonu máme tedy 3 kvarky s nábojem r, g, b. Takováto kombinace udává bezbarvý náboj hadronu, v kterém jsou kvarky svázány. Pro přehlednost půjde o baryon Λ^0, který se skládá z kvarků u, d, s, kde například u má barevný náboj b, d odpovídá náboj g a kvarku s přidělíme barvu r. V zjednodušené formě je tomu tak, že například kvark u s nábojem b emituje gluony s barevným nábojem $b\overline{g}$. Kvark změní svůj barevný náboj emitací z b na g. Gluon bude absorbován kvarkem d a ten změní svůj náboj z g na b. Tento typ procesů se neustále opakuje mezi všemi kvarky v hadronu. Důsledkem je interakce svazující kvarky do sebe.

Dalším příkladem hadronů jsou mezony, v tomto případě se jedná o bosony. V těchto částicích se nachází jeden kvark určité barvy a antikvark s anti variantou barvy jeho společníka. To nám opět dává navenek bezbarvý náboj.

Kvarky existují i v exotických hadronech. Jedná se o částice se čtyřmi a více kvarky. Byly potvrzeny částice s minimálně čtyřmi a pěti kvarky a jsou zde náznaky existence částice s šesti kvarky. Ve všech formách zachovávají navenek bezbarvý náboj.

2.4 Interakce a intermediální částice

2.4.1 Elektromagnetická interakce

Všechny nabité částice interagují elektromagnetickou interakcí. Všechny leptony až na neutrina, všechny kvarky, W^+ a W^- jsou nabité částice. Intermediální částicí této interakce je foton. Foton nenese náboj elektromagnetické interakce, jakožto své interakce, na rozdíl například od gluonů.

Elektrickou a magnetickou interakci spojují Maxwellovy rovnice

$$
\begin{aligned}
&\oiint_{\partial\Omega} \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_{\Omega} \rho \mathrm{d}V & & \nabla\cdot\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\\
&\oiint_{\partial\Omega} \mathbf{B}\cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = 0 & & \nabla\cdot\mathbf{B} = 0\\
&\oint_{\partial\Sigma} \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{L} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_{\Sigma} \mathbf{B}\cdot \mathrm{d}\mathbf{S} & \Longleftrightarrow & \nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\\
&\oint_{\partial\Sigma} \mathbf{B}\cdot \mathrm{d}\mathbf{L} = \mu_0\Big(\iint_{\Sigma} \mathbf{j}\cdot \mathrm{d}\mathbf{S} + \varepsilon_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_{\Sigma} \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{S}\Big) & & \nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\Big(\mathbf{j}+\varepsilon_0\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\Big).
\end{aligned}
$$

Tyto dvě ekvivalentní sady čtyř rovnic popisují vztah mezi intenzitou elektrického pole $\mathbf{E}$ s magnetickou indukcí $\mathbf{B}$, kde $\mathbf{j}$ představuje hustotu elektrického proudu a ρ hustotu elektrického náboje. Maxwellova teorie elektromagnetismu je jako první, ve které se objevují kalibrační invariance. Jinými slovy, kromě Maxwellových rovnic, jsou v této teorii neodmyslytelné vztahy pro vektorový potenciál $\mathbf{A}$ a skalární potenciál φ

$$
\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}
$$

$$
\mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}
$$

a pro ně platí již zmíněná kalibrační symetrie. Nechť máme funkci f, která je dvakrát diferencovatelná, když potenciály transformujeme jako

$$
\mathbf{A} \to \mathbf{A} + \nabla f
$$

$$
\varphi \to \varphi - \frac{\partial f}{\partial t},
$$

pak tyto potenciály nemění intenzitu elektrického pole a ani magnetickou indukci. Maxwellovy rovnice jsou splněny s těmito transformacemi s jedinou podmínkou na druhou diferecovatelnost funkce f.

Dále bude jednodušší paracovat se čtyřpotenciálem A^μ, který je v přirozených jednotkách definován jako

$$
(A^\mu) = (\varphi, \mathbf{A}).
$$

Tímto dostáváme i jednodušší vyjádření kalibrační invariance s funkcí f

$$
A^\mu \to A^\mu - \partial^\mu f,
$$

kde ∂_μ je čtyřdivergence, tedy $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ a změna z kovariantního vektoru na kontravariantní vektor a naopak, tedy posunutí indexu μ, je dosaženo metrickým tenzorem

$$
g = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1).
$$

Konkrétně $\partial^\mu = g^{\mu\nu}\partial_\nu$. Trochu modernější a kompaktnější způsob zápisu Maxwellových rovnic v řeči Faradayova tenzoru $F_{\mu\nu}$, který je definovaný jako

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

Pak Maxwellovy rovnice přejdou na

$$\partial^\mu F_{\mu\nu} = J_\nu, \qquad \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\partial_\beta F_{\mu\nu} = 0,$$

kde J_μ je čtyř proud definovaný jako $(J_\mu) = (\rho, \mathbf{j})$.

Teorie popisující elektromagnetickou interakci ve standardním modelu, tedy na kvantové úrovni, se jmenuje kvantová elektrodynamika, dále už pouze QED (odvozeno z "quantum electrodynamics"). QED spojuje kvantovou teorii pole a speciální teorii relativity a když vezmeme v potaz kalibrační invarianci potenciálu, tak QED je kalibrační teorie Abelovské grupy s grupou symetrie $U(1)$, tedy grupa, která se dá parametrizovat $e^{i\theta}$.

Spojením kvantové mechaniky a speciální teorie relativity dosáhneme Diracovou rovnicí pro částici se spinem $\frac{1}{2}$ a hmotností m

$$(i\partial\!\!\!/ - m)\psi = 0, \tag{2.5}$$

kde u operátoru $\partial\!\!\!/$ je využita Feynmanova slash notace, která pro čtyřvektor O_μ vyjadřuje $O\!\!\!/ = \gamma^\mu O_\mu$, kde γ^μ jsou gamma matice definované jako

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Tedy konkrétně pro čtyřdivergenci máme $\partial\!\!\!/ = \gamma^\mu \partial_\mu$.

Dále přejdeme od kvantové mechaniky ke kvantové teorii pole zavedením hustoty Lagrangianu pro pole se spinem $\frac{1}{2}$ interagující elektromagneticky

$$\mathscr{L}_E = \overline{\psi}(iD\!\!\!\!/ - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu},$$

kde ψ je bispinorové pole částice se spinem $\frac{1}{2}$, tedy například elektron-pozitronové pole. Dále $\overline{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$, kde $\dagger$ značí hermitovské sdružení, tedy komplexní sdružení a transponování. Operátor kalibrační derivace D_μ je definovaný jako $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu + ieB_\mu$, kde A_μ je čtyřpotenciál elektromagnetického pole generovaný samotnou částicí a B_μ je čtyřpotenciál vnějšího elektromagnetického pole. Nakonec elektromagnetický polní tenzor $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

Z hustoty Lagrangianu můžeme dále dostat rovnici pohybu pomocí Euler–Lagrangeovy rovnice

$$\partial_\mu\Big(\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)}\Big) - \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial\psi} = 0. \tag{2.6}$$

2.4.2 Slabá interakce

Slabá interakce je pojmenována interakcí slabou proto, že je 10^{13} krát slabší než interakce silná. Je to jediná interakce která působí na všechny leptony i kvarky. Jejími intermediálními částicemi jsou bosony W^+, W^- a Z, objeveny v laboratoři CERN na urychlovači Super Proton Synchotron (SPS) roku 1983. Jejich střední doba života je asi $\tau_{WZ} = 3\cdot 10^{-25}$ s. Mají značnou hmotnost a to $M_W \approx 80,38$ GeV a $M_Z = 91.19$ GeV [9]. Dosah slabé interakce je omezen na vzdálenost 10^{-3} fm, tedy asi tisícinu poloměru atomového jádra. Takový malý dosah je dán relativně velmi vysokou hmotností W a Z bosonů. I když je tato interakce slabá, je příčinou mnoha procesů a je velmi významná. Příkladem slabé interakce je například rozpad mionu

$$\mu^- \to e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu,$$

což představuje čistě leptonový proces. Dále například konkrétní rozpad tauonu

$$\tau^- \to \rho^- + \nu_\tau,$$

který je příkladem semi-leptonového procesu, nebo rozpad kaonu

$$K^0 \to \pi^+ + \pi^-,$$

který značí čistě hadronový proces. Slabá interakce je jediná interakce která může měnit vůni kvarků. Například

$$c \to s + W^+,$$

kde se kvark c přemění na kvark s s vyzářením bosonu W^+. Nejznámnějším projevem slabé interakce je však radioaktivní rozpad β^-, resp. β^+. Tedy proces

$$n \to p^+ + e^- + \overline{\nu}_e, \tag{2.7}$$

kdy je neutron n přeměněn na proton p^+ s doprovodem vyzářeného elektronu e^- a elektronového antineutrina $\overline{\nu}_e$. Amplituda z Fermiho teorie slabé interakce, jakožto původní teorie slabé interakce, pro tento rozpad je

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}(\overline{\psi}_p\gamma^\mu\psi_n)(\overline{\psi}_e\gamma_\mu\psi_{\overline{\nu}_e}), \tag{2.8}$$

kde $G_F \sim \frac{1}{(300\mathrm{GeV})^2}$ je fermiho konstanta [26]. Fermiho teorie slabého rozpadu má jeden předpoklad, který se neslučuje s realitou a tím je, že slabá interakce splňuje paritní symetrii, jak je možné i vypozorovat z amplitudy v rovnici 2.8.

Slabá interakce je však jediná interakce, která narušuje paritní symetrii, kterou značíme jako P symetrie. Paritní transformace je transformace souřadnic $(t,\mathbf{x}) \to (t,-\mathbf{x})$. Invarianci takovouto transformací, tedy P symetrii, splňují všechny tři zbylé interakce, tedy elektromagnetická, silná a gravitační. V roce 1957 Chen-Ning Yang a Tsung-Dao Lee obdrželi Nobelovu cenu za fyziku za předpovězení narušení této symetrie v oblasti slabé interakce. Jako reakce na toto byla navržena teorie V-A hustoty Lagrangianu, kde slabá interakce působí pouze na částice nalevo. Jde tedy o $SU(2)_L$ kalibrační teorii. Amplituda pro β rozpad je v této teorii

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}[\overline{u}_p\gamma^\mu(\mathbb{1}-\gamma_5)u_n][\overline{u}_e\gamma_\mu(\mathbb{1}-\gamma_5)u_{\nu_e}],$$

kde $\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ a přecházíme k lineární kombinaci bilineárů u_i, která narušuje paritní symetrii od γ^μ k $\gamma^\mu(\mathbb{1}-\gamma_5)$. [26] Jedná se o vektor $\overline{u}\gamma^\mu u$ mínus axialní vektor $\overline{u}\gamma^\mu\gamma_5 u$. Z toho tedy vychází název V-A teorie slabé interakce, tedy vektor mínus axiální vektor. Tento tvar nechává působit slabou inerakci pouze na částici nalevo a antičástice napravo. Po paritní transformaci by tomu bylo s působením slabé interakce na částice a antičástice právě naopak.

Tato hypotéza tedy předpokládala CP symetrii slabé interakce. CP symetrie je symetrie spojením P transformace a C transformace, kde se jedná konjugaci náboje, tedy záměnou částic a antičástic. Nicméně CP symetrie byla vyvrácena v roce 1964. Této nesymetrii je mimo jiné zatím přisuzován nepoměr částic a antičástic v počátku vesmíru a tedy vytvoření vhodných podmínek k existenci hmoty, bez okamžité anihilace s antihmotou. [27]

Ve skutečnosti je nutné vzít v potaz i elektromagnetickou interakci a spontální narušení symetrie Higgsovým bosonem, který působí pouze na slabou část této spojené interakce, která se nazývá elektroslabá interakce.

2.4.3 Elektroslabá interakce

Elektroslabá interakce je popis elektromagnetické a slabé interakce. I když se tyto interakce zdají velmi odlišné, tak při energiích $(\sqrt{2}G_F)^{-\frac{1}{2}} \approx 246,22$ GeV se tyto interakce sloučí do jedné a je nutné k nim přistupovat sjednoceně. [26] Jedná se o kalibrační teorii odpovídající grupě

$$SU(2) \times U(1).$$

I když se na první pohled zdá, že $SU(2)$ část grupy odpovídá slabé interakci a grupa $U(1)$ elektromagnetické, tak to není tak přímé. Elektroslabá interakce je reprezentovaná ve 4 Yang–Millsových polích - třemi slabými isospinovými poli W_1, W_2, W_3 a jedním slabým hypernábojovým polem B, kde $SU(2)$ odpovídá isospinovým polím a $U(1)$ hypernábojovému poli.

Generátor grupy $SU(2)$ je pojmenován jako slabý isospin T a generátor grupy $U(1)$ je pojmenován slabý hypernáboj Y. K těm, jak už bylo zmíněno, náleží pole W_i a B, kterým odpovídají čtyři bosony elektroslabé interakce. Všechny tyto bosony jsou původně nehmotné. Dále však dochází k Higgsově mechanismu a tedy ke spontálnímu narušení symetrie. Toto spontální narušení symetrie převádí právě $SU(2) \times U(1)_Y$ na $U(1)_{em}$. Zde je rozdíl mezi $U(1)_Y$ jakožto symetrie pro hypernáboj a $U(1)_{em}$ jakožto symetrie elektromagnetické interakci, která již byla zmíněna v kapitole 2.4.1. Po spontáním narušení symetrie jsou vyprodukovány známé bosony standardního modelu γ, $W^\pm$ a Z^0. Elektrický náboj Q je vytvořen lineární kombinací třetí komponenty slabého isospinu T_3 a slabého hybernáboje Y jako

$$Q = \left(T_3 + \frac{1}{2}Y\right).$$

Takto utvořený náboj se nepáruje s Higgsovým bosonem. Jinými slovy elektromagnetická interakce není ovlivněna Higgsovým bosonem. Jakákoliv jiná nezávislá lineární kombinace slabého isospinu a hypernáboje s Higgsovým bosonem interaguje. To odpovídá tomu, že slabá interakce a její tři intermediální bosony jsou ovlivněny Higgsovým bosonem.

Bosony W_3 a B generují při Higgsově mechanismu bosony γ a Z^0.

$$\begin{pmatrix} \gamma \\ Z^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ W_3 \end{pmatrix},$$

kde θ_W je Weinbergův úhel. $W^{\pm}$ jsou pak generovány bosony W_1 a W_2

$$W^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1 \mp iW_2).$$

Wienbergův úhel navíc určuje rozdíl v hmotnostech Z a $W^{\pm}$. Platí že hmotnost weak mesonu

$$M_W = M_Z \cos\theta_W.$$

Hmotnost fotonu zůstává nepřekvapivě nulová.

Hustota Lagrangianu je rozdělena pro případ před spontánním narušením symetrie a po spontálním narušením symetrie. Před spontálním narušením symetrie má hustota Lagrangianu 4 členy a to

$$\mathscr{L}_{EW} = \mathscr{L}_g + \mathscr{L}_f + \mathscr{L}_h + \mathscr{L}_y.$$

Jako první člen $\mathscr{L}_g$ značí interakci bosonů W_i a B. Tedy první část Lagrangianu je ve formě

$$\mathscr{L}_g = -\frac{1}{4}W_a^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu},$$

kde $W^{i\mu\nu}$ a $B^{\mu\nu}$ jsou tenzory intenzity pole pro kalibrační pole slabého isospiu a hypernáboje. Takové polní tenzory jsou obecně získány jako

$$X_{\mu\nu}^a = \partial_\mu X_\nu^a - \partial_\nu X_\mu^a + g f^{abc} X_\mu^b X_\nu^c, \tag{2.9}$$

kde X_μ je nahrazeno příslušným polem a f^{abc} příslušnými konstantami. Druhá část $\mathscr{L}_f$ je kinetická část pro fermiony standardního modelu ve tvaru

$$\mathscr{L}_f = \overline{Q}_i i\not{D} Q_i + \overline{u}_i i\not{D} u_i + \overline{d}_i i\not{D} d_i + \overline{L}_i i\not{D} L_i + \overline{e}_i i\not{D} e_i,$$

kde i běží přes tři generace fermionů. Q_i, u_i a d_i jsou kvarkové pole, dále L_i a e_i jsou elektronová pole. Q_i a L_i představují dublety s levou helicitou a u_i, d_i a e_i singlety s pravou helicitou. Helicita je definovaná jako

$$h = \frac{1}{2}\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}\mathbb{I},$$

kde pro nulovou hybnost $\vec{p} = \vec{0}$ jde pouze o projekci spinu. Nakonec kovariantní derivace D_μ je definovaná jako

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g'}{2}YB_\mu - i\frac{g}{2}T_j W_\mu^j,$$

kde g a g' jsou vazebné konstanty. V $\mathscr{L}_f$ je derivace použita pomocí slash notace. Třetím členem hustoty Lagrangianu $\mathscr{L}_h$ je interakce Higgsova pole se sebou samým a s kalibračními bosony a je roven

$$\mathscr{L}_h = |D_\mu H|^2 - \lambda\left(|H|^2 - \frac{v^2}{2}\right)^2,$$

kde H je dvoukomponentní složka Higgsova pole, dále je zde parametr $\lambda > 0$ a pomocí v společně s vazebnými konstantami g a g' lze určit hmotnost bosonů slabé interakce, konkrétně

$$M_W = \frac{1}{2}vg, \qquad M_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}.$$

Také λ a v se svazují s hmotností Higgsova bosonu M_H, konkrétně

$$M_H = \sqrt{2\lambda v^2}.$$

Čtvrtý člen hustoty Lagrangianu $\mathscr{L}_y$ představuje Yukawovu interakci s fermiony. Yukawova interakce popisuje vztah mezi skalárním polem ϕ a Diracovým polem ψ. Speciálně pro interakci Higgsova pole s fermiony. Hustota Lagrangianu Yukawovy interakce je určena 3×3 maticemi $y^{(u)}$, $y^{(d)}$ a $y^{(e)}$. Hustota Lagrangianu Yukawovy interakce je dána

$$\mathscr{L}_y = -y^{(u)}_{ij}\varepsilon^{ab}\overline{Q}_{ia}h^\dagger_b u_j - y^{(d)}_{ij}\overline{Q}_{ia}h^a d_j - y^{(e)}_{ij}\overline{L}_{ia}h^a e_j + h.c.$$

Zde opět indexy i a j jsou přes tři generace fermionů. Vzhledem k tomu, že Q, L a h mají dvě komponenty, tedy indexy a a b jsou přes právě tyto dvě komponenty a ε^{ab} je 2D analogie k Levi-Civitova symbolu. Nakonec $+h.c$ značí hermitovsky sdružený přídavek všech předcházejících členů. To je hustota Lagrangianu před spontálním narušením symetrie.

Hustota Lagrangianu se značně reorganizuje po spontálním narušení symetrie na

$$\mathscr{L}_{EW} = \mathscr{L}_K + \mathscr{L}_N + \mathscr{L}_C + \mathscr{L}_H + \mathscr{L}_{HV} + \mathscr{L}_{WWV} + \mathscr{L}_{WWVV} + \mathscr{L}_Y$$

Jako první člen je zde kinetický člen

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_K = &\sum_f \overline{f}(i\partial\!\!\!/ - m_f)f - \frac{1}{4}A_{\mu\nu}A^{\mu\nu} - \frac{1}{2}W^+{}_{\mu\nu}W^{-\mu\nu} + M_W^2 W^+{}_\mu W^{-\mu} - \\ &- \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2}(\partial^\mu H)(\partial_\mu H) - \frac{1}{2}M_H^2 H^2.\end{aligned}$$

Ten obsahuje polní tenzory generované rovnicí 2.9 a sumu přes všechny fermiony f. Další dva členy jsou hustoty Lagrangianu neutrálního proudu

$$\mathscr{L}_N = eJ^{em}_\mu A^\mu + \frac{g}{\cos\theta_W}(J^3_\mu - J^{em}_\mu \sin^2\theta_W)Z^\mu$$

a nabitého proudu

$$\mathscr{L}_C = \frac{g}{\sqrt{2}}\left(\overline{u}_i\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}V_{ij}d_j + \overline{\nu}\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}e_i\right)W^+{}_\mu + h.c.\,,$$

kde J^{em} a J^3 jsou elektromagnetický a neutrální slabý proud. Ty jsou definovány jako

$$J^{em}_\mu = \sum_f q_f\overline{f}\gamma_\mu f, \qquad J^3_\mu = \sum_f I^3_f\overline{f}\gamma_\mu\frac{1-\gamma^5}{2}f,$$

kde q_f je náboj fermionu a I^3_f je třetí složka slabého isospinu fermionu. Nakonec matice V_{ij}, obsažená v $\mathscr{L}_C$, je matice přechodu, která páruje kvarky u, c a t s kvarky d, s a b. Hustoty Lagrangianu, které odpovídají neutrálnímu a nabitému proudu určují interakci mezi fermiony a neutrálními a nabitými bosony. Při nabitém proudu, tedy interakcí pomocí $W^\pm$, jsou procesy, jako změna vůně kvarku. Tomu odpovídá první polovina $\mathscr{L}_C$, nebo změna leptonu z elektronové rodiny na příslušné neutrino. To odpovídá druhé půlce $\mathscr{L}_C$. Jak již bylo zmíněno u V-A teorie faktor $\gamma_\mu\frac{1-\gamma^5}{2}$ narušuje symetrii v částech proudu, které jsou charakteristické slabou interakcí. Člen s J^{em} tento faktor nemá z důvodu, že se jedná o elektromagnetickou interakci, zajištěnou výměnou virtuálního fotonu. Dalším členem je Higgsova část $\mathscr{L}_H$, která obsahuje 3-bodové a 4-bodobé interakční členy sám se sebou a je dána vztahem

$$\mathscr{L}_H = -\frac{g}{4}\frac{M_H^2}{M_W}H^3 - \frac{g^2}{32}\frac{M_H^2}{M_W^2}H^4.$$

Člen $\mathscr{L}_{HV}$ obsahuje interakci Higgsova pole a vektorových bosonů a je dán jako

$$\mathscr{L}_{HV} = \left(gM_W H + \frac{g^2}{4}H^2\right)\left(W^+{}_\mu W^{-\mu} + \frac{1}{2\cos^2\theta_W}Z_\mu Z^\mu\right).$$

Členy $\mathscr{L}_{WWV}$ a $\mathscr{L}_{WWVV}$, analogicky jako člen $\mathscr{L}_H$, obsahuje interakci kalibračních bosonů samých se sebou. Člen se 3-bodovou interakcí kalibračních bosonů je dán jako

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{WWV} = &- ig(W^+{}_{\mu\nu}W^{-\mu} - W^{+\mu}W^-{}_{\mu\nu})(A^\nu \sin\theta_W - Z^\nu\cos\theta_W) - \\ &- igW^-{}_\nu W^+{}_\mu(A^{\mu\nu}\sin\theta_W - Z^{\mu\nu}\cos\theta_W)\end{aligned}$$

a člen se 4-bodovou interakcí kalibračních bosonů

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{WWVV} = &-\frac{g^2}{4}[2W^+{}_\mu W^{-\mu} + (A_\mu\sin\theta_W - Z_\mu\cos\theta_W)^2]^2 + \\ &+ \frac{g^2}{4}[W^+{}_\mu W^-{}_\nu + W^+{}_\nu W^-{}_\mu + (A_\mu\sin\theta_W - Z_\mu\cos\theta_W)(A_\nu\sin\theta_W - Z_\nu\cos\theta_W)]^2.\end{aligned}$$

Nakonec $\mathscr{L}_Y$ je člen Yukawovy interakce. Yukawův člen je dán jako

$$\mathscr{L}_Y = -\sum_f \frac{g}{2}\frac{m_f}{M_W}\overline{f}fH.$$

Stejně jako v případě před spontálním narušení symetrie, tento člen popisuje interakci fermionů a Higgsova pole. [28]

Pro hustotu lagrangianu $\mathscr{L}_{EW}$ platí, stejně jako pro $\mathscr{L}_E$, Euler-Lagrangeova rovnice 2.6. Z této rovnice obdobně získáme pohybové rovnice. Dostáváme tedy spojenou teorii pro elektromagnetickou a slabou interakci.

2.4.4 Silná interakce

Silná interakce svazeje kvarky tzv. "barevnou silou" do hadronů. Intermediálními částicemi této interakce jsou gluony. Se silnou interakcí spojujeme i barevný náboj, tedy náboj, který nemají pouze kvarky, ale i samotné gluony. Ve standardním modelu je konvence barevný náboj označovat r, g, b (z anglického red, green, blue). Kvarky mohou nabývat třech hodnot tohoto náboje a to r, g, b (červené, zelené a modré). Antikvarky mohou nabývat nábojů $\overline{r}, \overline{g}, \overline{b}$ (antičervené, antizelené a antimodré). Gluony mohou nést jak barevný tak antibarevný náboj v kombinovaných stavech podle principu superpozice z kvantové mechaniky. Mohou tedy nabývat 8 nezávislých barevných stavů

$$\begin{array}{ll}(r\overline{b} + b\overline{r})/\sqrt{2} & -i(r\overline{b} - b\overline{r})/\sqrt{2} \\ (r\overline{g} + g\overline{r})/\sqrt{2} & -i(r\overline{g} - g\overline{r})/\sqrt{2} \\ (b\overline{g} + g\overline{b})/\sqrt{2} & -i(b\overline{g} + g\overline{b})/\sqrt{2} \\ (r\overline{r} - b\overline{b})/\sqrt{2} & (r\overline{r} + b\overline{b} - 2g\overline{g})/\sqrt{6}.\end{array}$$

Tyto stavy jsou ekvivalentními Gell-Mannovým maticím, které jsou lineárně nezávislé.

Z historického hlediska se přišlo na barevný náboj díky Δ^{++} baryonu. Nejprve je ale dobré zmínit isospin silné interakce. Soustřeďme se nyní pouze na u a d kvarky. Ty mají projekci isospinu $I_3 = \frac{1}{2}$ pro kvark u a $I_3 = -\frac{1}{2}$ pro kvark d. Isospin se skládá podobně jako spin. V baryonu jsou obsaženy tři kvarky a tedy tři poloviny isospinu a ty se v baryonu mohou různě poskládat.

Soustřeďme se teď pouze na proton p a neutron n. Proton se skládá z kvarků u, u a d. Neutron se skládá z kvarků u, d a d. Pokud nepohlížíme na drobné rozdíly mezi těmito částicemi, můžeme je považovat za identickou částici s isospinem $\frac{1}{2}$ s rozdílnou projekcí isospinu, $\frac{1}{2}$ pro proton a $-\frac{1}{2}$ pro neutron. [29, 30] Stejně tak přistupujeme i k Δ baryonům. Tyto baryony se stejně jako p a n skládají z kombinace tří u a d kvarků. Nicméně se liší v maximální projekci spinu a isospinu. Spin Δ baryonu je $\frac{3}{2}$ a isospin také $\frac{3}{2}$. Spin s může mít projekci ve $(2s+1)$ možnostech, tedy konkrétně pro $\frac{3}{2}$ jsou čtyři možnosti projekce spinu a to $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ a $\frac{3}{2}$. Stejně tomu je tak i pro isospin a pro částici protonu a neutronu máme dvě možnosti projekci isospinu $\frac{1}{2}$, které odpovídají právě protonu a neutronu. Stejně pro Δ baryony, které s isospinem $\frac{3}{2}$ přichází ve 4 variantách

$$\begin{pmatrix} \Delta^{++} \\ \Delta^{+} \\ \Delta^{0} \\ \Delta^{-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} uuu \\ uud \\ udd \\ ddd \end{pmatrix},$$

kde se může jevit podobnost Δ^{+} s protonem a Δ^{0} s neutronem, nicméně nesmíme zapomenout, že Δ baryony mají spin $3/2$. Pokud má konkrétně Δ^{++} projekci spinu $\frac{3}{2}$ a projekci isospinu taktéž $\frac{3}{2}$, musí všechny tři jeho kanstituenty mít nejen stejnou orientaci isospinu, ale i spinu. Na první pohled není zvláštní, že můžeme naměřit Δ baryon ve verzi Δ^{++} s projekcí spinu $\frac{3}{2}$. Ale nesmíme zapomenout, že kvarky jsou fermiony a tento fakt je neslučitelný s Fermiho statistikou a Pauliho vylučovacím principem. Nemáme tedy jen dvě částice, ale dokonce tři ve stejném energetickém stavu.

Nyní trochu upustíme od kvarků. V minulosti bylo záhadou, proč se v základním stavu hélia mohou nacházet dva elektrony v jednom energetickém stavu. Byl to podnět pro objevení spinu, který tyto energetické hladiny rozlišuje. V našem případě, kdy máme tři fermiony v jednom energetickém stavu, můžeme to vysvětlit tím, že všechny tři se liší nábojem silné interakce. Z důvodů, že tyto náboje se navzájem vyruší a jsou na venek neutrální, je tento náboj pojmenován barevný a přichází v již zmíněných verzích r, g a b.

Vznikla tak teorie, popisující tento barevný náboj a barevnou interakci, jakožto silnou interakci. Teorie popisující silnou interakci se nazývá kvantová chromodynamika, dále už pouze QCD (odvozeno z "quantum chromodynamics"). Poprvé navržena japonsko-americkým fyzikem Yoichirem Nambu roku 1966. QCD pak řádně uvedli David Gross, Frank Wilczek [43] a nezávisle na nich David Politzer [44], kteří v roce 1973 popsali asymptotickou volnost, za kterou v roce 2004 dostali nobelovu cenu [45].

QCD je $SU(3)$ kalibrační teorie. Grupa $SU(3)$ odpovídá vůni kvarků. Podobně jako elektroslabá interakce má spontální narušení symetrie. Zde se jedná o narušení chirální symetrie a symetrie chiralní-vůně $SU(3) \times SU(3)$ přechází na symetrii vůně $SU(3)$. Vlnová funkce kvarku ψ má v první řadě klasické 4 komponenty, které odpovídají Diracovu spinoru. Dále víme, že kvakry jsou v 6 variantách vůně. Vlnovou funkci kvarku konkrétní vůně označujeme, jako $\psi_q = q$. Nakonec je ve třech barevných variantách

$$q \equiv \begin{pmatrix} q_r \\ q_g \\ q_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_{q,1} \\ \psi_{q,1} \\ \psi_{q,1} \end{pmatrix},$$

Kde každá komponenta $q_i = \psi_{q,i}$ má čtyři komponenty, pro indexy platí $i \in \{r, g, b\}$ a $q \in \{u, d, s, c, t, b\}$.

Hustota Lagrangianu QCD je značně jednoduší, než hustota Lagrangianu elektroslabé interakce a je dána jako

$$\mathscr{L}_{QCD} = \sum_q \overline{q}_i (i\not{D}_{ij} - m\delta_{ij}) q_j - \frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_a, \tag{2.10}$$

kde gluonové pole G^a_μ generuje gluonový polní tenzor $G^a_{\mu\nu}$ standardně jako u předchozích interakcí

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu + g f^{abc} G^b_\mu G^c_\nu,$$

kde $g = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ je silná vazebná konstanta a f^{abc} příslušné konstanty struktury grupy. Pohyby indexů a, b a c jsou triviální bez jakékoliv změny. Tyto indexy běží přes 8 verzí gluonů. Dále δ_{ij} značí Kroneckerovu deltu ve 3D, tedy $\mathbb{I}_3$. Nakonec kovariantní kalibrační derivace je ve slash notaci 3×3 matice určena právě 3×3 Gell-Mannovými hermitovskými maticemi λ^a. Je definovaná jako

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij}\partial_\mu + ig\Big(G^a_\mu \frac{\lambda_a}{2}\Big)_{ij}.$$

Gell-Mannovy matice jsou generátory $SU(3)$ grupy, pro které platí následující komutační relace a normalizace

$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2if^{abc}\lambda_c, \qquad \{\lambda_a, \lambda_b\} = \frac{4}{3}\delta_{ab}\mathbb{I} + 2d^{abc}\lambda_c, \qquad \mathrm{tr}(\lambda_a\lambda_b) = \frac{1}{2}\delta_{ab}$$

a jsou zavedeny jako

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Z hustoty Lagrangianu QCD $\mathscr{L}_{QCD}$ můžeme dále obdržet pohybové rovnice

$$(i\not{D} - m_i)q_i = 0, \qquad D^{ab}_\mu G^{\mu\nu}_b = g j^\nu_a.$$

Jedná se o Diracovu rovnici a Yang-Millsovu rovnici. [1] V Yang-Millsově rovnici je barevný proud kvarků j^μ_a definován jako

$$j^\mu_a = \overline{q}\gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2} q.$$

Nyní se podíváme na kalibrační transformace $SU(3)$ v QCD. Vlnovou funkci kvarku q získáme z volné hustoty Lagrangianu

$$\mathcal{L}_0 = \overline{q}(i\partial\!\!\!/ - m)q,$$

která vede po Euler-Lagrangeově rovnici 2.6 na Diracovu rovnici 2.5. Nyní bychom chtěli q kalibračně transformovat jako

$$q(x) \to \tilde{q}(x) = \hat{U}q(x),$$

kde $\hat{U}$ je unitární operátor. Nesmíme zapomenout, že q je tří komponentní složka. Unitární operátor kalibrační transformace je pak dán jako

$$\hat{U} \ = \exp\left(-i\theta_a(x)\frac{\lambda_a}{2}\right),$$

kde λ_a jsou Gell-Mannovy matice jakožto generátory grupy $SU(3)$ a $\theta_a(x)$ je 8 reálných funkcí jakožto parametry. Pomocí Taylorova rozvoje získáme $\hat{U}$ jako matici 3×3

$$\hat{U} = 1 - i\theta_a(x)\frac{\lambda_a}{2} + ...$$

která transformuje tři komponenty vlnové funkce q. Pro infenitizimálně malou transformaci $\theta(x) = \frac{1}{2}\lambda_a\theta_a(x)$, kde bereme pouze lineární člen, $\theta(x)$ pak dostáváme

$$\delta q(x) = -i\theta(x)q(x)$$

Dále můžeme transformovat $G_\mu \equiv \frac{1}{2}\lambda_a G^a_\mu$, $G_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\lambda_a G^a_{\mu\nu}$ a kovariantní derivaci D_μ jako

$$G_\mu \to \tilde{G}_\mu = \hat{U}\left(G_\mu - \frac{i}{g}\hat{U}^\dagger\partial_\mu\hat{U}\right)\hat{U}^\dagger$$

$$G_{\mu\nu} \to \tilde{G}_{\mu\nu} = \hat{U}\ G_{\mu\nu}\hat{U}^\dagger$$

$$D_\mu \to \tilde{D}_\mu = \hat{U}\ D_\mu\hat{U}^\dagger.$$

Grupa $SU(3)$ má ekvivalentní generátory tří 8×8 matic, kde jsou pak rovnice a transormace analogické. [1]

Pro QCD, jakožto polní teorii, je nutné kvůli ultrafialové divergenci zavést pro poruchovou teorii renormalizační parametry a parametry hustoty Largangianu. Parametr energetické škály určující renormalizaci κ pak ovlivňuje hmotnost kvarku, nebo vazebnou konstantu silné interakce. Nicméně neovlivňuje jakékoliv pozorovatelné veličiny. Význam této konstanty a důležitost její korekce pro poruchovou teorii QCD můžeme vidět na účinném průřezu anihilace elektronu a pozitronu vyprodukující kvark anti-kvarkový pár

$$e^+e^- \to q\overline{q}.$$

účinný průřez pro energii v těžišťové soustavě $\sqrt{s}$ je pak rozveden do řady jako

$$\sigma(s) = \frac{4\pi\alpha^2 Q_q^2}{s}\left(1 + C_1\frac{\alpha_s(\kappa)}{\pi} + C_2\frac{\alpha_s^2(\kappa)}{\pi^2} + ...\right),$$

kde uvažujeme produkci kvarků s nulovou hmotností a nábojem Q_q. [1] Dále $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ a $\alpha_s = \frac{q^2}{4\pi}$. Levá strana je pozorovatelná veličina a rozhodně nezávisí na parametru κ. Na pravé straně, až na

$C_1 = 1$, jsou C_i závislé na $\ln(\frac{\sqrt{s}}{\kappa})$. Parametr κ lze volit libovolně. Proto pro případ poruchové teorie volíme parametr $\kappa = \sqrt{s}$. Pak jak konstanty C_i, tak $\alpha(\kappa)$ ztratí závislost na κ a závislost pravé i levé strany zůstane pouze na s. Takto parametrizovaná poruchová řada pak dobře odpovídá realitě pro vysoké hodnoty $\sqrt{s}$. [1]

Pro získání závislosti α a g na parametru κ zavedeme β funkci, která má rozvoj v závislosti na g jako

$$\beta(g) = -\beta_0 g^3 - \beta_1 g^5 - ...,$$

kde konstanta β_0 byla vypočítána Frankem Wilczekem, Davidem Politzerem a Davidem Grossem. Ukazuje se, že konstanty β_i jsou pro 6 vůní kvarků kladné. Z toho dělá funkci β celkově zápornou. Následně je vztah κ, g a funkce β dána diferenciální rovnicí

$$\frac{\partial g}{\partial \kappa} = \frac{\beta}{\kappa},$$

kde přidanou integrační konstantou pro řešení této rovnice nazýváme jako škálový parametr Λ_{QCD}, který se dá získat z experimentálního měření. [1] Analogickou diferenciální rovnici a β funkci lze získat i pro QED. Funkce β je ale pro QED kladná. Tento rozdíl se projeví v řešení diferenciální rovnice tím, že g klesá v závislosti na rostoucím parametru κ a e, který je ekvivalentem g, naopak roste s rostoucím parametrem κ. Toto řešení má přímý vztah s asymptotickou volností. Nakonec dostáváme závislost

$$\alpha_s(\kappa) = \frac{1}{4\pi\beta_0 \ln\left(\frac{\kappa^2}{\Lambda^2_{QCD}}\right)}\left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0}\frac{\ln\left(\ln\left(\frac{\kappa^2}{\Lambda^2_{QCD}}\right)\right)}{\ln\left(\frac{\kappa^2}{\Lambda^2_{QCD}}\right)} + ...\right].$$

Tím pádem $\alpha_s(\kappa)$ klesá logaritmicky s rostoucím κ. Perturbativní přístup je tedy opodstatněný ve chvíli, kdy κ je dostatečně vysoké. [1] Je spousta experimentů jak změřit $\alpha_s(\kappa)$ například hluboký nepružný rozptyl, již zmínění elektron pozitronová anihilace, nebo z těžkých kvarkonií. Experimetnty se dostatečně shodují na tvaru $\alpha_s(\kappa)$, jak je možné vidět v grafu 2.1.

Analogicky se může dojít přes diferenciální rovnici

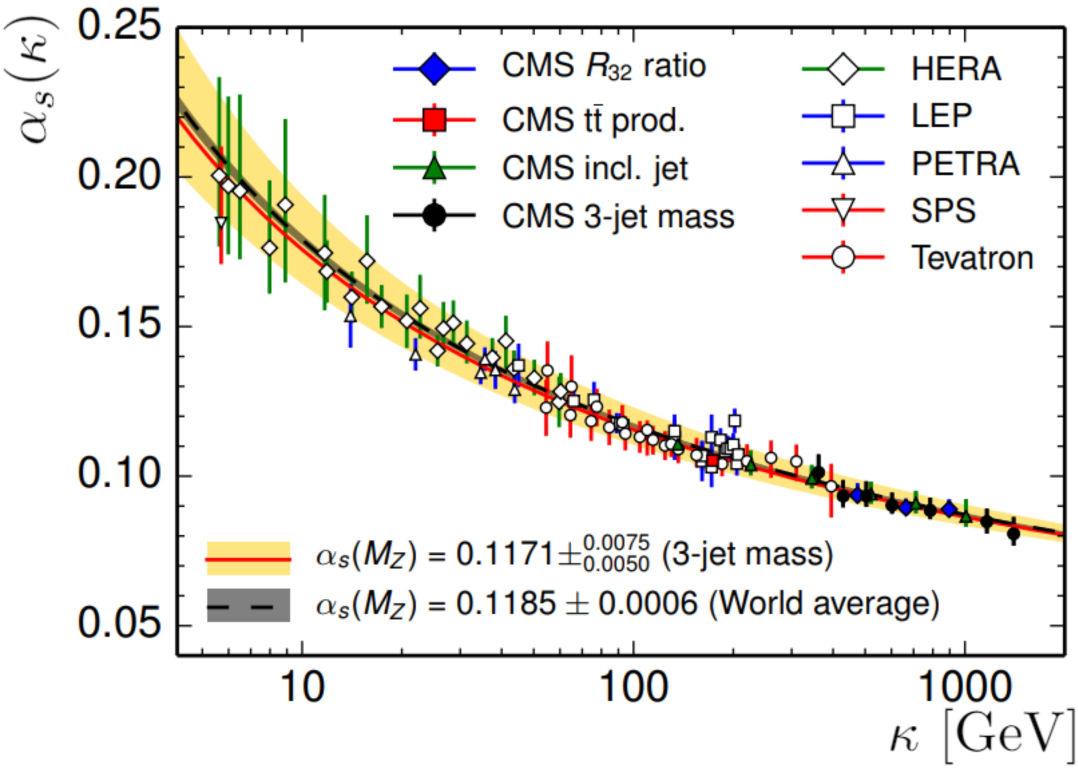
$$\frac{\partial m}{\partial \kappa} = -\gamma(g)\frac{m}{\kappa} \tag{2.11}$$

k hmotnosti kvarku m, kde funkce $\gamma(g) = \gamma_0 g^2 + \gamma_1 g^4 + ...$ je tentokrát kladná. Řešením pak je

$$m(\kappa) = \frac{m_0}{\left(\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\kappa^2}{\Lambda^2_{QCD}}\right)\right)^{\frac{\gamma_0}{2\beta_0}}},$$

kde m_0 je integrační konstanta diferenciální rovnice 2.11. Vychází tedy, že $m(\kappa)$ logaritmicky klesá s rostoucím κ.

QCD se dělí na poruchové QCD (pQCD), které lze počítat poruchovou teorií a neporuchové QCD (nQCD), které takto počítat nelze. Některé modely se soustředí na řešení nQCD. Je důležité zmínit, že model není přesné řešení. Pro hadrony máme bag model [46]. Bag model dává kvarkům a gluonům okrajové podmínky, tak aby barevný náboj neunikal z hadronu. Jedná se o systém v nQCD vakuu, ve kterém se díky okrajovým podmínkám hadronu vytvoří pQCD systém. Bag



Obrázek 2.1: Porovnání výsledků měření $\alpha_s(\kappa)$ v závislosti na $\kappa \leq 1{,}4$ TeV určené několika experimenty zaměřené na zjištění evoluce α_s. Převzato z [31].

model je užitečný k modelování fázového přechodu z kvark-gluonového plazmatu na hadrony.

Dalším nQCD modelem je potenciální model [47]. Potenciální model přistupuje k vázaným stavům pomocí řešení Schrödingerovy rovnice

$$i\partial_t \Psi(x^\mu) = -\frac{\Delta\Psi(x^\mu)}{2m} + \hat{V}(r)\Psi(x^\mu)$$

s potenciálem $\hat{V}$. Ten v základu má Coulombický člen, lineární člen a další korekce. Potenciál tohoto modelu tedy je

$$V = -\frac{a}{r} + br + \dots,$$

kde korekce potenciálu jsou například relativistické korekce, nebo spin-orbitální korekce. To z důvodu, že Schrödingerova rovnice, na rozdíl od Diracovy rovnice, neřeší spin částice a ani relativistické efekty. Tento model se dá využít na fenomenologické určení vázaných stavů těžkých kvarků, které mají veliký uspěch v určení hmotnostních spekter, nebo elektromagnetických vlastností těchto vázaných stavů. [1]

Dalším modelem je NJL model [48, 49], který je pojmenovaný podle Yoichiro Nambu a Giovanni Jona-Lasinio. Model je založen na hustotě Lagrangianu, která popisuje chiralní symetrii QCD. Hustota Lagrangianu

$$\mathscr{L}_{NJL} = \overline{q}(i\partial\!\!\!/ - m)q + \frac{q_{NJL}}{2}\left((\overline{q}\lambda^j q)^2 + (\overline{q}i\gamma_5\lambda^j q)^2\right).$$

Tento model lze použít na studium obnovení narušení chiralní symetrie QCD. I tento model dobře odpovídá realitě. [1]

Další medodou, jak řešit nQCD, je například chiralní poruchová teorie, kdy se zavede efektivní QCD partiční funkce. Tento přístup je užitečný na analyzování termodynamických vlastností hadronové hmoty. [1] Další metodou jsou QCD sumační pravidla. Touto metodou se dají získat hmotnosti kvarků, elektromagnetické vlastnosti a nebo vazebná konstanta g. Je založená na zobecnění Thomas-Reiche-Kuhn sumačního pravidla.

Poslední zde zmíněnou metodou je numerická metoda, nazývaná mřížková (lattice) QCD. Vzhledem k výpočetním možnostem je mřížková QCD nejsilnějším nástrojem řešením nQCD. Mřížková QCD spočívá v diskretizováním časoprostoru. Tedy přechodem

$$(t, x, y, z) \to (an_t, an_x, an_y, an_z).$$

Následně pole fermionů je umístěno na vrcholcích mřížky a gluonové pole je umístěno na spojnicích mezi vrcholky.

2.4.5 Teorie velkého sjednocení

Podobně, jako existuje sjednocení elektromagnetické a slabé interakce do elektroslabé interakce, existuje teorie sjednocení elektroslabé a silné interakce. Tyto tři interakce standadního modelu se dají zapsat do jednotné hustoty lagrangianu. Ta ovšem neznázorňuje sjednocení těchto interakcí. Sjednocení elektromagnetické a slabé interakce nastává, jak už bylo zmíněno, při energiích $(G_F\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}} = 246\text{GeV}$. Teorie velkého sjednocení by měla nastávat v řádech 10^{16}GeV. [32] Energie 10^{16}GeV je o tři řády nižší než Planckova energie.

Tato teorie je technicky dost složitá a vyžaduje zavedení dalších polí, interakcí, nebo prostorových dimenzí. Nejjednoduší grupou symetrie pro tuto teorii je $SU(5)$ grupa. Tato hypotéza se jmenuje Georgi–Glashowův model [50]. Naopak největší jednoduchou grupou zahrnující pouze částice, které známe je grupa $SO(10)$. Tato hypotéza předpokládá i vazby mezi hmotnostmi fermionů, jako například elektronu a d kvarku. Poslední zmíněnou grupou je E_6. Tu využívá teorie strun, která je známá právě zavedením více prostorových dimentí a to konkrétně 27. [32]

Kapitola 3

Kvark-gluonové plazma

Kvark-gluonového plazma, dále už pouze QGP (odvozeno z anglického quark-gluon plasma), je extrémní stav hmoty. Tento stav můžeme najít v několika případech, kdy jedním z nich jsou srážky na urychlovači.

3.1 Asymptotická volnost a uvězněný barevný náboj

Vznik QGP je spojen s fenoménem zmíněným v předchozí kapitole a to s tím, že doposud nebyl experimentálně pozorován izolovaný barevný náboj. Vše naznačuje tomu, že mezi kvarky existuje tzv. asymptotická volnost. To znamená, že kvarky nemohou existovat v odděleném stavu a navíc nemůže vnější barevný náboj být jiný než bezbarvý.

Nejčastěji uváděným příkladem uzavřenosti barevného náboje je, jak se chová QCD v závislosti na vzdálenosti. Při malých vzdálenostech síla QCD klesá a naopak při vyšších rosete. Je tomu právě naopak oproti QED. Řekněme, že bychom chtěli rozdělit $q\overline{q}$ pár, tedy meson. V přapdě oddalování takového páru od sebe by začalo docházet k růstu síly mezi těmito kvarky na základě chování vazebné konstanty pro QCD

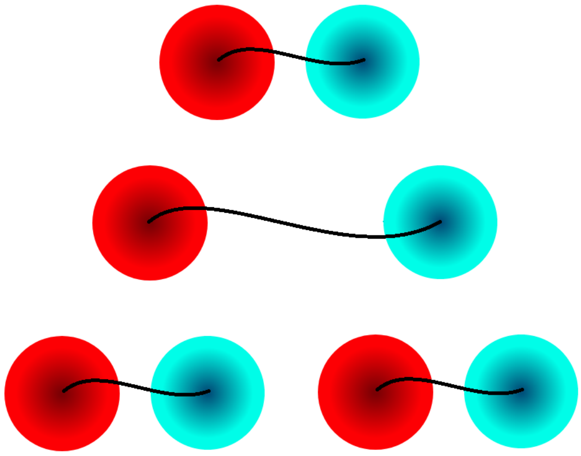
$$\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}, \tag{3.1}$$

jejíž vlastnosti byly zmíněny v kapitole 2.4.4. Takto by to pokračovalo do té doby než by se dosáhlo kritické vzdálenosti. Kritická vzdálenost je hranice překročení fenomenologického potenciálu mezi kvarkem a aniti-kvarkem v mezonu. Při dosažení dostatečné potenciální energie, tedy překročení kritické vzdálenosti, se ve vakuu vytvoří kvark a anti-kvark. Původní $q\overline{q}$ pár se rozdělí na dva viz Obrázek 3.1. Proces bychom tedy mohli takto opakovat, ale rozdělení mezonu a izolování kvarku s barevným nábojem bychom nedosáhli.

Je důležité říct i to, že α_s klesá s rostoucí energií a zároveň klesá i s rostoucí teplotou. Dále jak už bylo uvedeno, α_s klesá se snižující se vzdáleností. [1]

3.2 Vznik QGP

Asymptotická volnost 3.1 nám dává počáteční představu, jak bychom mohli QGP vytvořit. Základním cílem je snížit spojující sílu α_s (3.1). Toho můžeme dosáhnout především dvěma způsoby, zvýšením teploty T, nebo snížením vzdálenosti částic. Snížením vzdálenosti lze dosáhnout zvýšení baryonové hustoty ρ.



Obrázek 3.1: Názorná ukázka odtahování kvarku s barevným nábojem r a antikvarku s barevným nábojem $\overline{r}$ od sebe a jejich asymptotická volnost.

3.2.1 Vznik QGP při vysoké teplotě T

Předpokládejme, že budeme postupně zvyšovat teplotu T v uzavřeném systému s konstantním objemem V, ve kterém je QCD vakuum, tedy vakuum, ve kterém platí zákony QCD. Při nižších teplotách T dochází k tepelné excitaci hadronů z vakua. Jedná se například o piony, kaony atd. Při nižších teplotách vznikají pouze částice s bezbarvým nábojem. Při kritické teplotě T_c dochází k tomu, že hadrony se v uzavřeném systému začnou překrývat. Po pokračování s navyšováním teploty nad T_c se hadrony začnou rozkládat do systému QGP. V QGP nadále vznikají kvarky a antikvarky a počet vzniklých kvarků n_q je roven počtu vzniklých antikvarků $n_{\overline{q}} = n_q$. QGP se modeluje v mřížkové QCD. Simulace pomocí časoprostorové mřížky udávají rozmezí kritické teploty, jako $T_c = 150 \sim 200$ MeV, což je více než 10^5 násobek teploty ve středu slunce. [1] Těchto energií lze dosáhnout při srážkách na urychlovačích.

3.2.2 Vznik QGP při vysoké baryonové hustotě ρ

Mějme opět uzavřený systém tentokrát s konstantní telotou $T \sim 0$. Do systému vložíme vysoký počet baryonů a adiabaticky budeme měnit jeho objem V. Při dostatečném snížení objemu dojdeme, analogicky jako v předchozím případě, ke kritické baryonové hustotě ρ_c. Opět analogicky, když se zvyšovala teplota T, se začnou baryony překrývat. Ve chvíly, kdy ve stlačování budeme pokračovat a zvyšíme v systému baryonovou hustotu $\rho > \rho_c$ dojde k rozložení baryonů do degenerované kvarkové hmoty. Tentokrát, díky tomu, že se QGP vytvářela pouze z baryonů, je $n_q \gg n_{\overline{q}}$. Modely ukazují, že kritická baryonová hustota ρ_c je jen několikanásobně větší než jaderná baryonová hustota $\rho_{nm} = 0,16\ \mathrm{fm}^{-3}$. [1]

3.2.3 Výskyt QGP

V předchozí části bylo řečeno, že QGP vzniká ve dvou případech, při vysoké teplotě T a při vysoké baryonové hustotě ρ. Tyto extrémní podmínky můžeme nalézt na třech místech a to na počátku vesmíru, v kompaktních hvězdách a při srážkách těžkých jader s vysokou energií.

Počátek vesmíru

Díky potvrzení expanze vesmíru, zjištěnou červeným posuvem vzdálených galaxií, můžeme extrapolací zpátky v čase předpokládat, že vesmír vznikl ze singularity. Tento počátek vesmíru popisuje teorie velkého třesku. Ta nám dává představu, jak se formovaly první lehké elementy našeho vesmíru jako helium a lithium. V čase asi $t = 10^{-5}$ s prošel vesmír QCD fázovým přechodem o teplotě asi $T = 150 \sim 200$ MeV a elektroslabým přechodem o teplotě $T = 200$ GeV. Dá se tedy předpokládat, že v čase $10^{-12} - 10^{-6}$ s se ve vesmíru nacházelo QGP, které následně zhadronizovalo. Toto časové období se také nazývá kvarková epocha. [1]

Kompaktní hvězdy

Kompaktními hvězami se myslí hvězdy s velikou hustotou. Kandidáty, kde bychom mohli QGP hledat, je střed neutronové hvězdy a hypotetická kvarková hvězda. Neutronové hvězdy mají velkou hustotu a díky velkému tlaku by mohla v jejím středu vzrůst hustota na $\rho = 5 - 10\rho_{nm}$, kde $\rho_{nm} = 0,16$ fm^{-3}, což je baryonová hustota normální jaderné hmoty. [1] V úvodu, jak může QGP vzniknout pomocí velké baryonové hustoty, je uvedeno, že vzniká už při jen několikanásobku ρ_{nm}. Je tu tedy dost velká pravděpodobnost, že se QGP v neutronových hvězdách formuje tak, že neutrony se rozpustí do studené QGP. [1]

Dalším kandidátem je hypotetická (nepotvrzená) kvarková hvězda. Ve chvíli, kdybychom uvažovali QGP o značné velikosti a složené pouze z kvarků u a d, dojdeme k závěru, že by taková hvězda byla velice nestabilní díky vysokým hodnotám Fermiho energie, ta referuje na rozdíl mezi hodnotou energie mezi jednotlivými částicemi v nejvyšším a nejnižším okupovaném stavu v kvantovém systému. Stability lze dosáhnout buď vysokými teplotami T, nebo vysokou baryonovou hustotou ρ. V centru neutronové hvězdy jsme měli zajištěnou vysokou baryonovou hustotu a proto by se tam QGP mohla formovat. Na povrchu takto uvažované QGP v interstelárním prostoru, kde se nachází tlak blízký nule a udržení takto vysokých teplot je problematické, hvězda se stává nestabilní a eventuálně se rozptýlí v prostoru. Fermiho energie by šla snížit pokud značné množství u a d kvarků nahradíme kvarky s. Vznikne nám tak podivná kvarková hmota (dále SQM, z anglického "strange quark matter"). Ta by podle předpokladů dokázala interstelární prostředí vydržet, zůstat stabilní a formovat objekty, které bychom mohli nazývat podivné hvězdy (strange stars), které by byly tvořeny právě z SQM. Takové podivné hvězdy by nemusely vzniknout pouze z neutronových hvězd, nebo supernov, ale i z počátku rozpínání vesmíru, následovaným po velkém třesku, kde se mohly kvarkové hvězdy zformovat a stabilizovat do SQM dříve, než je nepříznivé podmínky tlaku a tepoly rozptýlily. Takovéto hvězdy mohly dokonce vydržet až do současnosti.

Srážky

Srážky ve smyslu relativistických jádro-jaderných srážkách pomocí hadronových urychlovačů také dokáží utvořit QGP. Urychlovači RHIC a experimentu STAR bude věnována kapitola 6. Na urychlovačích RHIC a LHC je možno dosáhnout při kolizích dvou těžkých jader s energií v těžišťové soustavě více než 100 GeV na nukleon. V tomto případě jádra do sebe narazí a proletí skrze sebe. V místě srážky díky vysoké teplotě T a hustotě energie ε nám vzniká horké QGP. Nicméně s vysokoenergetickými srážkami tohoto typu není přítomna vysoká baryonová hustota ρ, tu můžeme získat při srážkách s enegrií řádově od jednotek, až po desítky GeV, kde je přítomna jak vysoká teplota T, tak i vysoká baryonová hustota ρ.

3.3 Relativistické hydrodynamické modely QGP

Relativistická hydrodynamika nám umožňuje popsat vývoj horké, husté a relativistické hmoty. Hlavní tři relativistické hydrodynamické modely QGP jsou chronologicky od Enrica Fermiho, Leva Landaua a Jamese Bjorkena.

3.3.1 Fermi

Enrico Fermi v roce 1950 publikoval článek s názvem "High energy nuclear events", ve kterém aplikuje na evoluci vysokoenergetických srážek termodynamiku. [13] Nejde tedy o hydrodynamiku takovou, kterou uvedl až Lev Landau, ale jedná se o první termodynamický model. Výhoda tohoto přístupu byla, jako v klasické termodynamice, že není zapotřebí mikroskopický model a znalost jak spolu částice budou interagovat. Článek přináší statistický přístup k výpočtům ve srážce dvou protonů s produkcí nějakého počtu částic. Hlavním předpokladem tohoto modelu je, že všechna enegie se objeví v moment srážky v Lorenzovsky stlačeném objemu V. Dále také, že výsledné pravděpodobnosti zformování nějakého počtu částic ze silné interakce mesonů a nukleonů jsou předurčeny statistickými váhami s několika termodynamickými proměnnými. Tyto váhy Enrico Fermi v modelu [13] určuje a následně uvádí výsledný počet pionů

$$N_\pi = 0,091\left(\frac{V_0 m_n E^2}{c\hbar^3}\right)^{\frac{1}{4}} = 0,54\sqrt{\frac{E}{m_n c^2}} \tag{3.2}$$

a výsledný počet nukleonů a anti-nukleonů

$$N_{n,\overline{n}} = 0,21\left(\frac{V_0 m_n E^2}{c\hbar^3}\right)^{\frac{1}{4}} = 1,3\sqrt{\frac{E}{m_n c^2}}, \tag{3.3}$$

kde V_0 je objem systému bez Lorenzovské kontrakce, m_n je klidová hmotnost nukleonu a E celková energie. Zde je, pro přehlednost ve výsledku, užitečné nepoužívat přirozenou soustavu jednotek. V článku také odůvodňuje číselné faktory v těchto vztazích.

Zásadním problémem tohoto modelu je předpoklad, že počet vyprodukovaných částic by měl být dán nastolením podmínek termodynamické rovnováhy v okamžik srážky. Termodynamická rovnováha sice nastane (zformování QGP), ale interakce mezi, námi již známými, kvarky probíhá dále. Definitivní počet vyprodukovaných částic je určený až je vzdálenost jednotlivých částic dostatečná, aby interakce mezi nimi byla dostatečně malá. [1] Na tento fakt a chybu ve Fermiho modelu následně reaguje Lev Landau už v roce 1953.

3.3.2 Landau

V roce 1955 Lev Dawidowitsch Landau a Vladimir Belinski publikovali článek s modelem, ve kterém kritizují některé nedostatky Fermiho modelu a to konkrétně některé matematické výpočty, distribuce částic v úhlu a energii a již zmíněnému předpokladu. S malou střední volnou dráhou v počátečním stavu jádro jaderné srážky můžeme předpokládat, že vlastnosti QGP mají hydrodynamickou povahu a samotné QGP by se možná dalo považovat za ideální kapalinu, tedy neviskózní a nevedoucí teplo. [2] Zároveň kvůli faktu, že rychlosti jsou jen o něco málo nižší než rychlost světla musíme počítat s relativistickými vlastnostmi QGP. [2] Landau tak přichází s prvním skutečným relativistickým hydrodynamickým modelem QGP.

Ve skutečnosti, nepředpokládáme ideální kapalinu, ale ineální kapalinu, [1] pro kterou platí, že tenzor energie a hybnosti se dá popsat jen pomocí hustoty ρ a tlaku P. Tenzor energie a hybnosti pro ineální kapalinu

$$T^{\mu\nu} = (\rho + P)U^{\mu}U^{\nu} - Pg^{\mu\nu}, \tag{3.4}$$

kde U jsou čtyřrychlostní pole a $g = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1)$ je Minkowského metrika, má v klidovém stavu jednoduchý tvar

$$\begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix},$$

kde $\varepsilon = \rho c^2$ je hustota energie a P představuje tlak. [14] Také je vhodné zmínit, že tenzor energie a hybnosti je vždy symetrický a tedy platí, že $T^{\mu\nu} = T^{\nu\mu}$.

Proces po srážce popisuje Landau a Belinski jako vytvoření složeného systému a uvolnění energie v Lorenzovsky stlačeném objemu. Zde je vytvořeno velké množství částic a střední volná dráha je mnohem menší než dimenze systému. To vede k již zníněné statistické rovnováze. [2] V další fázi dochází k expanzi a pohybu ineální kapaliny, kde střední volná dráha je pořád dostatečně malá na to, abychom mohli použít hydrodynamiku. V těchto dvou fázích dochází k vzniku a absorbci částic, právě díky přetrvávající silné interakci. V tomto přístupu se liší tento model od Fermiho modelu. V posledním kroku se střední volná dráha zvětšuje a interakce slábnou. Jakmile jsou interakce dostatečně slabé, můžeme považovat počet vytvořených částic za finální. Tuto fázi nazýváme jako "freeze-out". Freeze-out nastává, když je střední volná dráha srovnatelná s dimenzemi systému a to odpovídá teplotám $T \approx \mu$, kde μ je hmotnost pionu. Zde je vhodné zmínit použití přirozených jednotek $k_B = c^2 = 1$ a tedy uvedení teploty T a hmotnosti pionu μ v jednotkách energie.

Jak již bylo uvedeno, ineální kapalinu budeme popisovat tlakem P a hustotou energie ε. Ze zákonu záření absolutně černého tělesa dostáváme stavovou rovnici pro hmotu v systému

$$P = \frac{1}{3}\varepsilon. \tag{3.5}$$

Tato rovnice nemá přímý důkaz, ale pro silně stlačenou hmotu a při teplotách $T \gg \mu$ v ultrarelativistickém případě je tento předpoklad přijatelný. [2]

Dále opět ze zákona záření černého tělesa a z faktu, že chemický potenciál ζ (baryonový potenciál) je v rovnovážném stavu zanedbatelný vůči teplotě T dostáváme

$$\zeta = \varepsilon - Ts + p = 0, \tag{3.6}$$

kde s je hustota entropie. Z 3.5 a 3.6 v diferenciálním tvaru dostáváme vztahy úměrnosti pro entropii S a teplotu T

$$S \propto \varepsilon^{\frac{3}{4}} \quad T \propto \varepsilon^{\frac{1}{4}}. \tag{3.7}$$

Tyto vztahy jsou taktéž v souladu se zářením absolutě černého tělesa. [2] Dále je v modelu uvedeno, že poměr entropie S a počtu částic N závisí jen velmi málo na teplotě a dá se považovat za konstantní a tedy platí

$$N = \mathrm{const}S.$$

Po použití vztahu pro entropii 3.7, vypočítání Lorenzovsky stlačeného objemu V a předpovězením konstanty úměrnosti z měření entropie v bezdimenzionálních jednotkách dostáváme vztah pro počet částic po srážce dvou protonů, kerý jsme mohli již vidět ve Fermiho modelu

$$N = K\left(\frac{E}{2m_n c^2}\right)^{\frac{1}{4}}, \tag{3.8}$$

kde K je konstanta, která je řádu jednotek a m_n hmotnost nukleonu. V Landauově modelu je tento vztah mnohem rigorozněji zdůvodněný než ve Fermiho modelu. Dále jednoduchou úvahou můžeme odvodit stejný vztah pro dvě nalétající jádra s atomovým číslem A

$$N = KA^{\frac{3}{4}}\left(\frac{E}{2m_n c^2}\right)^{\frac{1}{4}},$$

kdy rychlost nalétávajících jader je stejná jako rychlost protonů.

V dalším kroku distribuci částic v úhlu a energii model popisuje hydrodynamický pohyb ineální kapaliny. Tenzor energie a hybnosti je v relativitě Noetherovský proud a jeho čtyřdivergence je tedy rovna nule

$$\partial_\nu T^{\mu\nu} = 0, \tag{3.9}$$

kde $\partial_\nu = \frac{\partial}{\partial x^\nu}$. [14]

V případě Lorenzovsky stlačeného disku můžeme problém převést do jedné prostorové dimenze, tedy dvou časoprostorových dimenzí. Pak divergence tenzoru momentu hybnosti v rovnici 3.9 se zjednoduší na

$$\partial_t T^{00} + \partial_x T^{01} = 0, \quad \partial_t T^{01} + \partial_x T^{11} = 0. \tag{3.10}$$

Díky symetričnosti tenzoru energie a hybnosti a převedení problému na jednu dimenzi máme pouze tři složky tenzoru, které jsou definovány v rovnici 3.4. Dále pro rychlostní pole v definici platí relativistický invariantní vztah $U^\mu U_\mu = (U^0)^2 - (U^1) = 1$.

Pokud předpokládáme, že problém je symetrický pro prostorovou souřadnici. Tedy, že se hmota bude pohybovat do kladné i záporné části osy x stejně, můžeme se soustředit pouze na kladnou část a tedy $x > 0$ a $U^1 > 0$. Hmota bude pouze v oblasti $x \in [0, t]$, protože hmota nemůže překročit rychlost větší než rychlost světla. Zároveň v ultrarelativistické oblasti $t - x \ll t$ bude velká část energie a proto je tato část velmi důležitá. Zavádíme tedy substituci $\xi = t - x$ a převádíme rovnice 3.10 na

$$\partial_t T^{00} + \partial_\xi (T^{00} + T^{11}) = 0, \quad \partial_t (T^{00} - T^{11}) + \partial_\xi (T^{00} - 2T^{01} + T^{11}) = 0 \tag{3.11}$$

Složky rychlosti jsou definovány jako $U^0 = \gamma$ a $U^1 = \beta\gamma$. Z relativistického invariantu pro rychlost a z faktu, že v ultrarelativistickém případě $\gamma \gg 1$ a můžeme uděleat první aproximaci

$$U^0 \approx U^1 \equiv U, \quad U^0 - U^1 \approx \frac{1}{2U}.$$

Aplikováním této aproximace a stavové rovnice 3.5 na složky tenzoru energie a hybnosti dostáváme

$$T^{00} \approx \frac{3}{4}\varepsilon U^2, \quad T^{00} - T^{01} \approx \frac{\varepsilon}{3}, \quad T^{00} - 2T^{01} + T^{11} \approx \frac{\varepsilon}{3U^2}. \tag{3.12}$$

Dále pro tloušťku Lorenzovsky stlačeného objemu ve směru osy x Δ zavádíme další transformační vztahy

$$\tau = \ln\frac{t}{\Delta}, \quad \kappa = \frac{\xi}{\Delta}. \tag{3.13}$$

S těmito proměnnými máme řešení rovnic 3.11 s aproximacemi 3.12 pro hustotu energie

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \exp\Big[-\frac{4}{3}(\kappa + \tau - \sqrt{\kappa\tau})\Big], \tag{3.14}$$

kde ε_0 je počáteční hustota energie. [2] Pro případ kdy ξ se blíží t (oblast, kde $\kappa \approx t$) dostáváme hustotu energie

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \exp\Big(-\frac{4}{3}\tau\Big) = \varepsilon_0\Big(\frac{\Delta}{t}\Big)^{\frac{4}{3}}.$$

Nyní se podíváme na rozložení celkové energie a celkové entropie v destičce z původního objemu o tloušťce $d\xi$. Pro tvar objemu jako disk (Lorenzovsky stlačený objem v jednom směru) o poloměru a máme $dE \sim \varepsilon a^2 U^2 d\xi = \varepsilon a^2 U^2 \xi d\kappa$, po úpravě a užitím vlastnosti rychlosti $U^2 \sim \frac{t}{\xi}$, která plyne z řešení rovnic pro tenzor energie a hybnosti, dostáváme diferenciál energie

$$dE \sim \varepsilon \exp\Big[-\frac{1}{3}(\sqrt{\tau} - 2\sqrt{\kappa})^2\Big] d\kappa.$$

Podobným postupem pak pro diferendiál celkové entropie platí

$$dS \sim \exp\Big[-\frac{1}{2}(\sqrt{\tau} - \sqrt{\kappa})^2\Big] d\kappa.$$

Aproximace pro jednu dimenzi platí jen pro malé úhly, které svírá trajektorie vylétajících částic a osa svazku. Tato podmínka má po úpravě tvar jako $t\xi \ll a^2$. [2]

Pro distribuci v úhlu zavedeme dvě nové proměnné

$$e^{-\eta} = \frac{\xi}{a}, \quad e^{-L} = \frac{\Delta}{a},$$

pro které mimo jiné platí, že $\kappa = L - \eta$ a samotná η představuje pseudorapiditu a je tedy závislá na úhlu vylétající částice θ jako

$$\eta = -\ln \tan\frac{\theta}{2}. \tag{3.15}$$

Proto stačí spočítat závislost na pseudorapiditě η abychom dostali požadovanou distribuci v úhlu. Další vlastnosti pseudorapidity jsou popsány v příloze A.2. Pro diferenciál počtu částic pak platí

$$dN = Ce^{\sqrt{L^2-\eta^2}} d\eta$$

To se dá přepsat do řeči úhlu θ a diferenciálu prostorového úhlu Ω jako

$$dN \sim \exp\Big[\sqrt{L^2 - \ln^2\tan\frac{\theta}{2}}\Big]\frac{d\Omega}{\sin^2\theta},$$

nebo do praktičtějšího tvaru

$$dN \sim e^{-\frac{\eta^2}{2L}} d\eta. \tag{3.16}$$

Tedy distribuce v úhlu může být zapsána jako Gaussova funkce pseudorapidity. [2] Stejně tak můžeme převést výsledek 3.14 jako funkci pseudorapidity. Zároveň pro $u \sim t$ máme závislost hustoty energie ε na čase $\varepsilon \sim \frac{1}{t^4}$ a tedy výsledná hustota energie i s časovým faktorem faktorem

$$\varepsilon = \varepsilon_0\Big(\frac{t_1}{t}\Big)^4 \exp\Big[-\frac{4}{3}(2L - \sqrt{L^2 - \eta^2})\Big],$$

kde $t_1 = \frac{a^2}{\xi}$ je čas ve kterém začíná docházet v systému ke značnému posouvání hmoty v příčném směru. Tedy pro čas $t = t_1$ je faktor jedna a odpovídá výsledku 3.14 vyjádřeném v L a pseudorapiditě η. [2]

Pro ultrarelativistickou limitu bereme, že energie je rovna hybnosti $E \approx p$. Proto výslednou energii částice o hmotnosti m (tedy energie odpovídající mu', kde u' značí rychlost v centrální těžišťové soustavě), v moment kdy se částice separuje od je energie částice

$$e' \approx mu' \sim m_n \exp\left(-\frac{L}{6} + \eta + \frac{1}{3}\sqrt{L^2 - \eta^2}\right),$$

kde, pro připomenutí, m_n je hmotnost nukleonu. Tento faktor se přidává kvůli platnosti vztahu pro celkovou energii systému v centrální těžišťové soustavě [2]

$$\int e' \mathrm{d}N = E' \sim m_n A e^L.$$

Po převedení do laboratorní soustavy dostáváme výsledek

$$e \sim m_n \exp\left(\frac{5L}{6} + \eta + \frac{1}{3}\sqrt{L^2 - \eta^2}\right).$$

Koeficienty mohou být zpřesněny pomocí vztahů pro počet částic a celkovou energii

$$\int \mathrm{d}N = N, \quad \int e\mathrm{d}N = E.$$

Tím z modelu dostaneme výslednou distribuci v pseudorapiditě a energii

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\eta} = \frac{KA}{\sqrt{2\pi L}} e^{-\frac{L}{2} + \sqrt{L^2 - \eta^2}}, \quad e = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \frac{m_n}{K} \exp\left(\frac{5L}{6} + \eta + \frac{1}{3}\sqrt{L^2 - \eta^2}\right), \tag{3.17}$$

kde K je konstanta převzatá ze vztahu 3.8.

Závěrem tohoto modelu je, že jak distribuce v úhlu, tak v energii má spektrum přibližně Gaussovské funkci [2] a vylétající částice, na základě 3.17 budou mít nejčastěji energii

$$\tilde{e} = m_n c^2 \left(\frac{E}{2Am_n c^2}\right)^{\frac{7}{12}}$$

pro toto spektrum. [2]

Dá se uvažovat také disipativní kapalinu namísto ineální, s modifikovaným tenzorem energie a hybnosti, čtyřproudem baryonového čísla a čtyřproudem entropie

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + P)U^\mu U^\nu - Pg^{\mu\nu} + \tau^{\mu\nu} \tag{3.18}$$

$$j_B^\mu = n_B U^\mu + \nu_B^\mu$$

$$s^\mu = sU^\mu + \sigma^\mu,$$

kde členy $\tau^{\mu\nu}$, τ_B^μ a σ^μ jsou disipativní členy. [1]

3.3.3 Bjorken

Dalším modelem časoprostorové evoluce QGP je model Jamese Bjorkena, publikovaný v roce 1983. [3] Stejně jako Landau, Bjorken k popisu evoluce přistupuje pomocí relativistické hydrodynamiky, s tím rozdílem, že používá počáteční okrajové podmínky. Model se věnuje jak srážce dvou nukleonů, jádro-jaderným srážkám i jádro-nukleonovým srážkám. Pro všechny tyto typy srážek pro inkluzivní produkci částic závislé na rapiditě předpokládáme "centrální plateau", tedy konstantní hodnotu kolem centrální rapidity $y = 0$. Výška tohoto centrálního pletau bude závislá na energii. Dalším předpokladem je, že pro jádro-nukleonové srážky bude výška tohoto centrálního plateau stejná jako pro jádro-jaderné srážky. Oba předpoklady podporují experimentální data. Třetí a zároveň poslední hlavní předpoklad je, že existuje efekt vedoucího baryonu. To znamená, že celkové baryonové číslo původního nalétajícího projektilu je možné nalézt ve fragmentech s podobnou hybností. Pro podporu posledního předpokladu nyní uvažujme vztažnou soustavu, ve které je jedno z nalétajících jáder v klidu a druhé je Lorenzovsky stlačené a srazí se s nulovým impaktním parametrem, tedy případ, kdy nalétají přesně na sebe. Všechny nukleony v jádře, které je v klidu, budou zasaženy a bude jim předána hybnost. Typická předaná hybnost je několik MeV a tedy se jádro, které bylo původně v klidu, bude pohybovat za nalétajícím jádrem s gamma faktorem $\gamma \sim 2$. To, že je γ konečné a ne moc velké znamená, že baryonové číslo by mělo být nalezeno boblíž, nebo dokonce v místě srážky. [3]

V těžišťové vztažné soustavě srážka vypadá, jako srážka dvou Lorenzovsky stlačených jader, kde po srážce se výrazně nezmění jejich objem, ani rychlost a cestují z místa srážky s gamma faktorem $\gamma \gg 1$. V těchto vylétajících Lorenzovsky stlačených jádrech je právě obsaženo původní baryonové číslo projektilů. [3] V tomto zploštělém objemu je ovšem obsaženo i hodně produktů vytvořených při srážce, které budou rozlišitelné až po velkém čase. Mezi těmito odlétajícími zploštělými účastníky srážky se nachází právě oblast produktů, která nás zajímá.

Pokud v oblasti mezi odlétajícími účastníky srážky zanedbáme efekt kolize vyprodukovaných hadronů, tak hustota energie ε v této oblasti v čase $t_0 \sim 1$ fm je $\varepsilon_0 \approx 1-10$ GeV/fm^3. [3] K nalezení hostoty energie jsou nezbytné první dva předpoklady. Tato hustota energie je rozdělena mezi kvanta v oblasti, kde se mohou jednotlivá kvanta srážet se střední volnou dráhou λ. Pro střední hodnotu energie na kvantum, zhruba 400 MeV, dostáváme hustotu kvant $\rho_0 \sim 2-20$ fm^{-3} a konečně střední volnou dráhu v rozmezí $\lambda_0 \approx \frac{10\mathrm{mb}}{\sigma_{int}}(0,05\ \mathrm{fm} - 0,5\ \mathrm{fm})$, která je dostatečně malá na to, aby nastala termodynamická rovnováha. Ta nám opět zdůvodňuje použití hydrodynamiky.

Nyní uvažujeme stejnou kolizi jen vztažnou soustavu transformujeme Lorenzovským boostem v jednom směru osy svazku s menším gamma faktorem například $\gamma \sim 3$. Vzhledem k jejich vysokým rychlostem s gamma faktorem $\gamma \gg 1$, oproti kterým je gamma faktor Lorenzovského boostu malý, uvidíme stejnou srážku dvou zploštělých jader. Dále uvidíme stejnou produkci v nízké rapiditě a tedy i centrální plateau, zmíněné v prvních dvou předpokladech. Z toho plyne i počáteční hustota energie a závěr z předpokladů, že počáteční podmínky pro kapalinu kvant, vytvořených mezi odlétajícími účastníky srážky, jsou stejné pro všechny vztažné soustavy, které jsou podobné vztažné soustavě těžišťové (například s již zmíněným gamma faktorem $\gamma \sim 3$). [3] Počáteční podmínky v čase $t_0 \sim 1$fm jsou tedy Lorenzovsky invariantní a tedy i evoluce systému by měla mít tuto vlastnost.

Stejně jako v Landauově modelu uvažujeme ineální kapalinu a její tenzor energie a hybnosti v rovnici 3.4. Ten splňuje stejnou stavovou rovnici, díky zachování Noetherovského proudu a to tedy, že čtyřdivergence tenzoru energie a hybnosti je rovna nule odpovídající rovnici 3.9. Bjorken ve svém modelu uvádí, že zanedbání viskozity a tepelné vodivosti není dobře odůvodněné. To bychom mohli například kompenzovat použitím tenzoru energie a hybnosti pro disipativní kapalinu definovanou v rovnici 3.18. Některé modernější modely ve výpočtech tyto disipativní členy uvažují. V Bjorkenově modelu, stejně jako v Landauově, pro krátký čas uvažujeme problém v jedné prostorové dimenzi. Podmínka je, že čas musí být mnohem menší než poloměr jádra, tedy $t \ll 1,2A^{\frac{1}{3}}$ a po té předpokládáme expanzi do tří prostorových dimenzí. V současnosti existují i $1+3$ dimenzionální modely [51].

Proměnné požívané v modelu jsou rapidita

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{t+z}{t-z} \tag{3.19}$$

a vlastní čas

$$\tau = (t^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}, \tag{3.20}$$

pro který platí, když je roven konstantní hodnotě, tak vytvoří v časoprostorovém diagramu parabolu a speciálně pro hodnotu $\tau = \tau_0 = 1$fm je hustota energie $\varepsilon = \varepsilon_0$ a teplota $T = T_0$. [3] Máme tedy veličiny s náležitými počátečními podmínkami

$$\varepsilon = \varepsilon(\tau, y), \quad \varepsilon(\tau_0, y) = \varepsilon_0,$$

$$P = P(\tau, y), \quad P(\tau_0, y) = P_0,$$

$$T = T(\tau, y), \quad T(\tau_0, y) = T_0,$$

$$(U_\mu) = U(\tau, y) = (U_0(\tau, y), 0, 0, U_z(\tau, y)), \quad U(\tau_0, y) = \frac{\tilde{x}_\mu}{\tau_0},$$

kde vlnka nad čtyřvektorem značí značí, že pro $\mu = 1,2$ je veličina nulová, tedy $(\tilde{x}_\mu) = (t, 0, 0, z)$. Když vezmeme v úvahu odvozené tvrzení, že systém je invariantní vůči Lorenzovským transformacím a tedy veličiny nemají závislost na počátečním Lorenzovském úhlovém boostu, tedy rapiditě y. Můžeme pak brát závislost veličin jako

$$\varepsilon = \varepsilon(\tau),$$

$$P = P(\tau),$$

$$\beta = T^{-1} = \beta(\tau),$$

$$U_\mu = \frac{\tilde{x}_\mu}{\tau}$$

a některé derivace

$$\partial_\mu \tau = \frac{\tilde{x}_\mu}{\tau} = U_\mu,$$

$$\partial_\nu U_\mu = \frac{1}{\tau}\tilde{g}_{\mu\nu} - \frac{\tilde{x}_\mu \tilde{x}_\nu}{\tau^3} = \frac{1}{\tau}(\tilde{g}_{\mu\nu} - U_\mu U_\nu),$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} = -\frac{(\varepsilon + P)}{\tau}, \tag{3.21}$$

kde $\tilde{g} = \mathrm{diag}(1, 0, 0, 1)$ a poslední rovnost je zjednodušená rovnice 3.9. [3]

Z termodynamického vztahu

$$TS = U + PV$$

můžeme vyjádřit hustotu entropie $s = \frac{S}{V}$ jako

$$s = \beta(\varepsilon + P) \tag{3.22}$$

a pro čtyřentropii $s_\mu = sU_\mu = \beta(\varepsilon + P)U_\mu$ platí

$$\partial^\mu s_\mu = 0.$$

Jinými slovy čtyřentropie se zachovává. Tento výsledek se ztotožňuje s Landauovým modelem. Tam dojdeme k zachování čtyřentropie pomocí stavové rovnice 3.5. [2] Pokud se entropie v průběhu expanze takto zachovává, pak je produkce π mezonů přímo úměrná hostotě entropie. [1, 2, 3]

Dále pro hustotu entropie platí

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} = -\frac{s}{\tau}$$

a z toho jednoduše plyne

$$s(\tau) = s(\tau_0)\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right) = s_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)$$

Další podmínkou hydrodynamické expanze je, že požadujeme aby stopa tenzoru energie a hybnosti byla pozitivní, tedy

$$\mathrm{tr}(T^\mu_\nu) = T^\mu_\mu \geq 0 \tag{3.23}$$

to pro ineální kapalinu odpovídá podmínce $P = \lambda\varepsilon$, kde $0 < \lambda \leq \frac{1}{3}$. V Landauově modelu jsme uvažovali stavovou rovnici $P = \frac{1}{3}\varepsilon$. Z rovnice 3.21 dále plyne, že

$$\varepsilon(\tau) = \varepsilon_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{1+\lambda}.$$

Nyní si rozepišme rovnici 3.21 jako

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}P}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{(\varepsilon + P)}{\tau} \tag{3.24}$$

Dále podle rovnice 3.22 můžeme rovnici upravit

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}P}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{Ts}{\tau}.$$

Nyní tlak můžeme vyjádřit jako

$$P = -\frac{F}{V},$$

kde F je volná energie a zároveň

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S$$

a konečně

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T} = \frac{S}{V} = s.$$

Další člen je ze zvolené závislosti hustoty energie a tlaku triviálně

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}P} = \frac{1}{\lambda}.$$

Tady můžeme zároveň propojit rychlosti zvuku v médiu c_s a parametr lambda jako $\lambda = c_s^2$. Z těchto dvou členů můžeme rovnici 3.24 upravit

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} = -T\frac{c_s^2}{\tau}$$

A tím získáváme vztah pro teplotu

$$T(\tau) = T_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{\lambda}$$

a tím jsme odvodili $s(\tau)$, $\varepsilon(\tau)$ a $T(\tau)$, s tím že tlak je triviálně $P = c_s^2\varepsilon$. Dostáváme přímé vyjádření všech čtyř veličin. Pro shrnutí tedy

$$s(\tau) = s_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right), \quad \varepsilon(\tau) = \varepsilon_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{1+c_s^2}, \quad T(\tau) = T_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{c_s^2}, \quad P(\tau) = c_s^2\varepsilon_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{1+c_s^2}.$$

Stavová rovnice v Landau modelu byla $\varepsilon = \varepsilon(P)$. Ekvivalentně můžeme vyádřit tlak jako funkci teploty $P = P(T)$. Můžeme získat triviální řešení tlaku pro nízkou a vysokou teplotu. [3] Tyto řešení jsou

$$P = 3\frac{\pi^2}{90}T^4, \quad \text{pro} \quad T \to 0,$$

$$P = (42 \pm 6)\frac{\pi^2}{90}T^4 \quad \text{pro} \quad T \to \infty$$

První řešení odpovídá pionovému plynu a trojka značí tři stupně volnosti a to π^+, π^- a π^0. V druhém se jedná o ideální kapalinu kvarků a gluonů a faktor odpovídá stupňům volnosti gluonu v osmi barených variantách, barva a vůně kvarků a antikvarků a spinový stupeň volnosti. Zároveň bere v potaz rozdíl mezi Bose-Einsteinovou a Fermi-Diracovou statistikou. Výslednou stavovou rovnici můžeme pak vyjádřit jako

$$P = \frac{\pi^2}{90}n(T)T^4.$$

Opět využijeme podmínku na pozitivnost stopy tenzoru energie a hybnosti v rovnici 3.23, z které plyne $\varepsilon \geq 3P$, abychom zjistili vlastnosti $n(T)$. Pak další již použitý vztah hybnosti $P = -\frac{F}{V}$. Energie se dá potom vyjádřit jako

$$E = \varepsilon V = \frac{\partial(\beta F)}{\partial\beta} = -V\frac{\partial(\beta P)}{\partial\beta} = \frac{\pi^2}{90}V\beta^{-4}\left(3n - \frac{\partial n}{\partial\beta}\right).$$

Po úpravě dostáváme rovnost

$$\frac{\varepsilon}{3P} = 1 - \frac{\beta}{3n}\frac{\partial n}{\partial\beta}$$

a s požadavkem pozitivní stopy tenzoru energie a hybnosti 3.23 dostáváme

$$\frac{\partial n}{\partial\beta} \leq 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial n}{\partial T} \geq 0,$$

dostáváme očekávaný výsledek, že $n(T)$ je monotóně rostoucí funkce teploty. [3]

Předpokládáme, že kolem teploty $T_c = 200 \pm 50$MeV dochází k fázovému přechodu prvního druhu mezi QGP a pionovým plynem s uzavřeností náboje. [3] Vlastnosti tohoto přechodu zkoumá například Beam Energy Scan na urychlovači RHIC. Existence tohoto fázového přechodu by $n(T)$ ovlivnila minimálně. Avšak pro

$$\Delta_1(T) = \frac{\partial \ln(n)}{\partial \ln(T)} \quad \text{a} \quad \Delta_2(T) = \frac{\partial^2 \ln(n)}{\partial(\ln(T))^2}$$

dochází v $\Delta_1(T_c)$ ke skoku a tedy v $\Delta_2(T)$ dokonce k výskytu Diracovi delta funkce $\delta_{T_c}(T)$. Navíc Δ_1 a Δ_2 využijeme k určení hustoty energie, hustoty entropie a rychlosti zvuku

$$\varepsilon = P(3+\Delta_1),$$

$$s = \frac{p(4+\Delta_1)}{T},$$

$$c_s^2 = \left(3+\Delta_1+\frac{\Delta_2}{4+\Delta_1}\right)^{-1}.$$

Stejně jako v Landauově modelu můžeme z těchto veličin určit distribuci částic na rapiditě a distribuci v energii. Také můžeme stejně jako Landau rozšířit řešení pro jednu prostorovou dimenzi do transversálního směru.

Kapitola 4

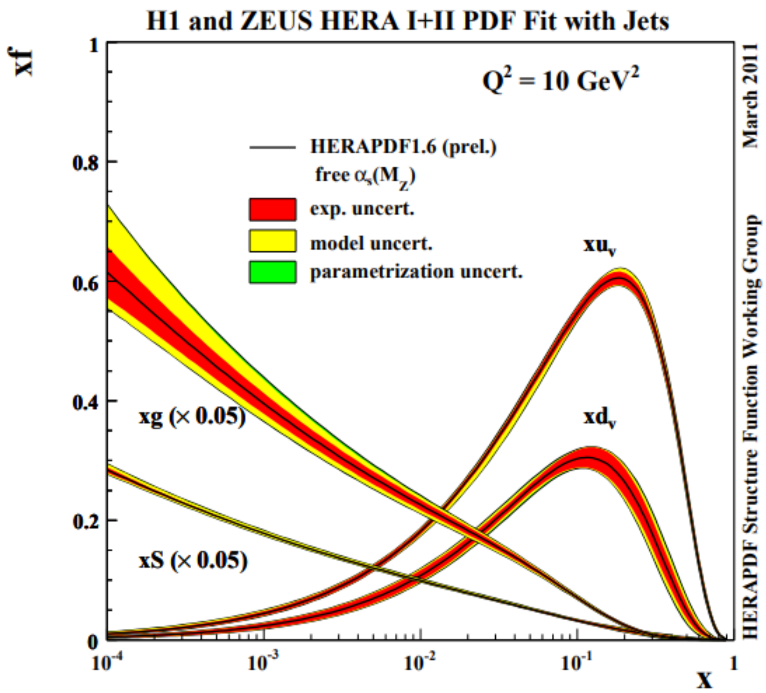
Partonový model a jety

4.1 Partony a partonové distribuční funkce

V úvodu je nutné uvést, co jsou to partony, partonový model a partonové distribuční funkce. Partonový model představil v roce 1969 americký fyzik Richard Feynman. [15] Motivací bylo popsat vnitřní strukturu hadronů a následně evoluci partonových spršek. Dnes již známe vnitřní strukturu hadronů. Například proton se podle kvarkového modelu skládá ze tří kvarků a to u, u, d, které jsou svázány gluony. Partony se tedy ztotožňují s kvarky a gluony. Těmto třem kvarkům říkáme valenční, nebo také konstituentní kvarky. Právě valenční kvarky udávají hadronu jeho kvantová čísla. Tříkvarkový model však neodpovídá experimentům hlubokce nepružného rozptylu. [17, 52] Gluony přispívají v hadronu ještě takzvanými mořskými $q\overline{q}$ páry. Tyto kvarky a antikvarky jsou virtuální částice, tedy částice, které mají vlastnosti reálných částic, ale jejich existence je omezena principem neurčitosti $\sigma_x \sigma_p \geq \frac{\hbar}{2}$. To vede k tomu, že virtuální částice nemůžeme přímo detekovat. V kvantové mechanice reálné i virtuální částice chápeme jako excitace kvantových polí, avšak virtuální jsou dočasné ve smyslu, že nikdy nedosáhnou asymptotického stavu a nepřispívají k S-matici. [16]

V hadronu mohou existovat mořské kvarky a antikvarky, které se vytváří přes jednosmyčkový diagram gluonu. Mořské kvarky, valenční kvarky a gluony pak nazýváme souhrnně partony. Pro hadron s vysokou hybností je hybnost jednotlivých partonů kolineární s hybností hadronu. Tento hadron můžeme považovat za spršku partonů, které nesou část hybnosti hadronu $x_i = \frac{p_i}{p_N}$, kde p_i je hybnost partonu i a p_N je hybnost hadronu N, který obsahuje partony $\{i\}$. Vlastnosti vnitřní struktury hadronu závisí i na energetické škále Q. Energetická škála je definována jako $Q^2 = -q^2$, kde q je předaná čtyřhybnost při srážce, tedy $q = p - p'$, kde p je čtyřhybnost před srážkou a p' je čtyřhybnost po srážce. Důvodem pro tuto závislost je, že energetická škála je ekvivalentní virtualitě $\lambda \sim Q$. Často se hodnota energetické škály uvádí v její druhé mocnině, tedy Q^2. Distribuční funkce jednotlivých partonů pro hodnoty $x \in \langle 0, 1 \rangle$ a Q^2 nazýváme partonové distribuční funkce (PDF). PDF nejsou normované vůči počtu partonů v hadronu. Pokud bychom je normalizovali, tak odpovídají pravděpodobnostnímu rozdělení, že nalezneme parton i s částí momentu hybnosti x_i, při Q^2.

Chování PDF se dá popsat, že pro malé Q^2 dominují v nukleonu právě valenční kvarky a příspěvek mořských kvarků je nižší. S rostoucím Q^2 přibývá mořských kvarků, mezi které se dá rozdělit hybnost nukleonu. Pro vyšší hodnoty části celkové hybnosti x si odnáší většinu valenční kvarky. Pro $x \approx \frac{1}{3}$ odpovídá maximum pro PDF valenčních kvarků viz Obrázek 4.1. Jinak řečeno, tři valenční kvarky si odnesou každý třetinu celkové hybnosti z hadronu. Menší hodnoty části celkové hybnosti odnáší spíše gluony a mořské kvarky.



Obrázek 4.1: Fit partonových distribučních funkcí f vynásobené částí celkové hybnosti x v závislosti na části celkové hybnosti x pro mořské kvarky xS, gluony xg, valenční kvark nahoru xu_v a valenční kvark dolů xd_v, s kvadrátem energie $Q^2 = 10$ GeV^2 z HERAPDF1.5f a HERAPDf1.6 Mořské kvarky a gluony jsou zmenšeny faktorem 20. [17]

4.1.1 DIS

Hluboce nepružný rozptyl, dále už jen DIS (odvozeno z anglického Deep Inelastic Scattering), je nástroj, jak zkoumat vnitřní strukturu hadronů a tedy i odvodit PDF. Rozptyl vysokoenergetických leptonů na nukleonu (resp. na jádře) představuje ideální sondu.

Při takovém rozptylu elektronů na nukleon platí, že jeho invariant

$$W^2 = (p_N + q)^2 = p_N^2 + q^2 + 2p_N \cdot q,$$

kde p_N je čtyřhybnost nukleonu před srážkou a q je předaná řtyřhybnost od elektronu. Výsledná čtyřhybost nukleonu po srážce je tedy $W = (p_N + q)$. Předaná čtyřhybnost q je ve skutečnosti čtyřhybnost virtuálního fotonu, který si elektron vymnění s protonem. Pro kvadrát čtyřhybnosti virtuálního fotonu platí, že $q^2 < 0$ a tedy zavádíme, stejně jako v úvodu pro PDF, $Q^2 = -q^2$. Dále máme definováno Bjorkenovo x_B jako

$$x_B = \frac{Q^2}{2p_N q}$$

Víme, že pro virtuální foton s vlnovou délkou $\lambda \sim \frac{1}{Q}$ platí, že jeho vlnová délka musí být o dost menší než velikost nukleonu. Pro opačný případ, tedy $\lambda \gg r_0 \sim 1$ fm, nastává $W = M$, kde M je hmotnost jaderného terče a $x_B = 1$. V tomto případě dochází k elastickému rozptylu. Pro případ $\lambda \sim r_0$ platí $W > M$, $x_B < 1$ a dochází k excitování jaderné hmoty. Pro případ $\lambda \ll r_0 A^{\frac{1}{3}}$, kde A je počet nukleonů v jádře, dostáváme virtuální foton, který proniká hluboce do jádra $Q^2 \gg M$, navíc dochází k nepružnému rozptylu $W^2 \gg M$ a platí $x_B = \frac{1}{A}$. [21] Dostáváme hluboce nepružný rozptyl elektronů na jádře a můžeme tak zjišťovat vnitřní strukturu jádra. Pokud půjdeme ještě o kousek dále a vezmeme vlnovou délku virtuálního fotonu jako $\lambda \ll r_0$, pak rozptylem takto vysokoenergetických elektronů na protonu můžeme analogicky zkoumat vnitřní strukturu protonu. Pro tyto hodnoty Q^2 zjišťujeme existenci tří valenčních kvarků. Nabízí se otázka, jestli při zvyšování Q^2 nedojdeme k dalšímu narušení průběhu grafu a nedostaneme se na úrovně vnitřní struktury kvarků. K narušení začne docházet, ale toto narušení vysvětluje kvantová teorie pole a dokazuje existenci mořských kvarků vytvořených z gluonů $g \to q\overline{q}$.

Konečně pro DIS na kvarkové úrovni, jinak řečeno, kde Q^2 je dostatečně velké, abychom intermediálními částicemi zjistili vnitřní strukturu protonu. Zde už uvedeno intermediálními částicemi a ne pouze virtuálním fotonem, protože díky tomu, že jak elektron tak kvarky v protonu interagují slabě, mohou si vyměnit virtuální foton γ, Z, nebo $W^{\pm}$. Typ předaných intermediálních částic určujeme podle toho, jestli si předaly náboj. Tedy pro neutrální γ a Z máme klasicky $ep \to eX$, tedy neutrální proud. Pro výměnu $W^{\pm}$ máme variantu s nalétajícím elektronem $ep \to \nu_e X$ a dále alternativy $e^+ p \to \overline{\nu}_e X$, $\nu_e p \to eX$, $\overline{\nu}_e p \to e^+ X$.

Účinný průřez pro DIS s neutrálním proudem je dán vztahem

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}x_B \mathrm{d}y} = x_B s \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}x_B \mathrm{d}Q^2} = \frac{2\pi y \alpha}{Q^4} \sum_j \eta_j L_j^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^j, \tag{4.1}$$

kde suma běží přes $j \in \{\gamma, Z, \gamma Z\}$, odpovídající možné výměně neutrálně nabitých intermediálních částic. [21] Dále platí, že

$$\eta_\gamma = 1, \quad ,\eta_{\gamma Z} = \Big(\frac{G_F M_Z^2}{2\sqrt{2}\pi\alpha}\Big)\Big(\frac{Q^2}{Q^2 + M_Z^2}\Big), \quad \eta_Z = \eta_{\gamma Z}^2.$$

Dále α je konstanta jemné struktury, G_F je Fermiho vazebná konstanta, y a s jsou možné proměnné definované, jako

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \quad s = (k + p)^2,$$

kde k je čtyřhybnost nalétajícího elektronu. Nakonec $L^{\mu\nu}$ a $W_{\mu\nu}$ jsou vertexy. Vertex $L^{\mu\nu}$ představuje leptonový vertex, který se dá vyjádřit ve čtyřhybnostech leptonu před srážkou a po srážce. Vertex $W_{\mu\nu}$ představuje hadronový vertex. Ten ovšem neznáme, ale známe obecný tvar hadronového vertexu

$$W_{\mu\nu} = \Big(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\Big) F_1(x_B, Q^2) + \frac{\hat{P}_\mu \hat{P}_\nu}{p \cdot q} F_2(x_B, Q^2) - i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \frac{q^\alpha p^\beta}{2q \cdot p} F_3(x_B, Q^2), \tag{4.2}$$

kde $\hat{P}_\mu = p_\mu - (p \cdot q)\frac{q_\mu}{q^2}$ a F_i jsou pozorovatelné strukturní funkce. Po dosazení do rovnice 4.1, vezmeme-li v potaz limitu $\frac{M^2}{Q^2} \to 0$ a provedeme-li několik algebraických úprav dostaneme

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}x_B \mathrm{d}y} = \frac{2\pi\alpha}{x_B Q^4} (Y_+ F_2 \pm Y_- x_B F_3 - y^2 (F_2 - 2x_B F_1),$$

kde $Y_\pm = 1 \pm (1-y)^2$. Celé odvození a analogii pro interakci zprostředkovanou W bosonem lze nalézt v [22]. Znaménko před Y_- závisí na tom, pokud do rozptylu vstupuje lepton, pak je zde $+$, nebo antilepton a pak je zde $-$. [21]

Pokud se soustředíme jen na případ, kdy interakce probíhá pouze výměnou virtuálního fotonu γ, pak je $F_3 = 0$. Důvodem je nesplnění parity pro člen stojící před F_3 v obecném tvaru hadronového vertexu 4.2. Člen $F_2 - 2x_B F_1$ je velmi malý. Proto ho experimenty buď zanedbávají a nebo dopočítávají z QCD. [21] Výsledky měření jsou pak uváděny v redukovaném účinném průřezu

$$\sigma_{red}(x_B, Q^2) = F_2(x_B, Q^2) - \frac{y^2}{Y_+}(F_2(x_B, Q^2) - 2xF_1(x_B, Q^2)).$$

Zavedeme si účinný průřez pro interakci kvarku i nesoucí část hybnosti x s elektronem

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}_{ei}}{\mathrm{d}x_B \mathrm{d}Q^2} = \frac{2\pi\alpha^2 e_i^2}{\hat{s}^2}\left(\frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2}\right)\delta(x),$$

kde $\hat{s}$, $\hat{t}$, $\hat{u}$ jdou Mandelstamovy proměnné a e_i elektrický náboj kvarku i. Pomocí tohoto účinného průřezu můžeme vyjádřit vztah 4.1 jako

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}x_B \mathrm{d}y} = \sum_i f_{i/p} \star \frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}_{ei}}{\mathrm{d}x_B \mathrm{d}Q^2} = \sum_i \int_0^1 \mathrm{d}x f_{i/p}(x, Q^2) \frac{2\pi\alpha^2 e_i^2}{\hat{s}^2}\left(\frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2}\right)\delta(x_B - x),$$

kde $f_{i/p}$ značí očekávané PDF a $\star$ je konvoluce rozepsaná pomocí příslušného integrálu. [21] Po několika úpravách, kde uvažujeme pouze interakci pomocí virtuálního fotonu γ, využitím Callan-Grossova vztahu, kde Callan-Grossův vztah říká, že pro kvarky se spinem $\frac{1}{2}$ je $F_2 - 2xF_1 = 0$, a konečně využitím vlastností Diracovy δ funkce dostáváme vztah

$$F_2(x_B, Q^2) = \sum_i e_i^2 x_B f_{i/p}(x_B, Q^2). \tag{4.3}$$

Celé odvození lze nalézt v [21, 22] a závislost $f_{i/p}$ na Q^2 vyplývá až z QCD korekcí, které budou uvedeny dále v textu. Tím dostáváme strukturní funkci pro proton

$$F_2^p = x_B\left(\frac{4}{9}u + \frac{1}{9}d + \frac{4}{9}c + \frac{1}{9}s + \frac{4}{9}t + \frac{1}{9}b + \frac{4}{9}\overline{u} + \frac{1}{9}\overline{d} + \frac{4}{9}\overline{c} + \frac{1}{9}\overline{s} + \frac{4}{9}\overline{t} + \frac{1}{9}\overline{b}\right)$$

a z izospinové invariance pro neutron

$$F_2^n = x_B\left(\frac{4}{9}u + \frac{1}{9}d + \frac{4}{9}c + \frac{1}{9}s + \frac{4}{9}t + \frac{1}{9}b + \frac{4}{9}\overline{u} + \frac{1}{9}\overline{d} + \frac{4}{9}\overline{c} + \frac{1}{9}\overline{s} + \frac{4}{9}\overline{t} + \frac{1}{9}\overline{b}\right).$$

Podobná formulace se dá nalézt i pro interakci zajištěnou nabitým W bosonem. Výsledný součet ukazuje, že kvarky odnáší pouze zhruba polovinu hybnosti a tu druhou nesou gluony. [21] Pro proton a neutron zároveň platí normovací podmínky

$$\int_0^1 (u - \overline{u})\mathrm{d}x = 2, \quad \int_0^1 (d - \overline{d})\mathrm{d}x = 1, \quad \int_0^1 (s - \overline{s})\mathrm{d}x = 0, \quad \ldots$$

respektive pro neutron

$$\int_0^1 (u - \overline{u})\mathrm{d}x = 1, \quad \int_0^1 (d - \overline{d})\mathrm{d}x = 2, \quad \int_0^1 (s - \overline{s})\mathrm{d}x = 0, \quad \ldots$$

které vychází ze zákonů zachování kvantových čísel jako například podivnost ve třetí podmínce. Dále pro hodnoty Q^2 ve škálovací oblasti je splněna sumační normovací podmínka [40] pro hybnost

$$\int_0^1 \sum_i x(q_i + \overline{q}_i + g)\mathrm{d}x = 1.$$

V QCD je možné spočítat logaritmicky rostoucí narušení způsobené $\alpha_s(Q)$. Když začneme brát v potaz tyto QCD korekce pak dostáváme takto uvedené podmínky ve tvaru

$$\frac{F_2}{x} = \int_x^1 \frac{q_i(y)}{y}\sigma_i\Big(\frac{x}{y}, \alpha(Q)\Big)\mathrm{d}y + \mathcal{O}\Big(\frac{1}{Q^2}\Big),$$

kde pro předchozí verzi bez QCD korekcí je $\sigma_i = e_i^2\delta\big(\frac{x}{y} - 1\big)$ a tím dostáváme rovnici 4.3. $sigma_i$ se pak počítá z QCD korekcí pro DIS proces.

4.1.2 DGLAP

DGLAP (Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Alterelli-Parisi) evoluční rovnice jsou pojmenovány podle prvních autorů, kteří je v QCD uvedli. Na západě jsou tím známí Guido Altarelli a Giorgio Parisi, kteří je publikovali v roce 1977. [37] Později se však zjistilo, že v Rusku téhož roku publikoval stejné rovnice Yuri L. Dokshitzer a v roce 1972 jejich ekvivalent uvedli Vladimir Gribov a Lev Lipatov [38, 39].

DGLAP evoluční rovnice je rovnice, kterou splňují strukturní funkce. Pro případ partonových distribučních funkcí je to právě v již několikrát zmiňovaných proměnných x a Q^2. Typicky se evoluce uvadí v proměnné x a v proměnné

$$t = \ln\frac{Q^2}{\Lambda^2},$$

kde Λ je QCD cut-off parametr. Dále je použita proměnná $z = \frac{x}{y}$, kde x i y představují části nesené hybnosti.

Jak bylo řečeno na konci kapitoly 4.1.1, tak σ_i je dána QCD korekcemi. V nQCD můžeme pak faktorizovat hmotnostní singularitu a z korekce na vyzáření reálného gluonu, která je dána funkcí $P(z)$ pro konkrétní kvark, pak redefinujeme původní PDF kvarků jako

$$q_i(x) \to q_i(x,t) = q_i(x) + \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi}\int_x^1 \frac{q_i(y)}{y}P\Big(\frac{x}{y}\Big)\mathrm{d}y$$

a zde také dostáváme slibovanou závislost PDF na Q (resp. na t). Když pro konkrétní kvark i uvedeme konkrétní QCD korekci v σ_i, která je dána funkcí $P(z)$. Tato korekce přímo působí na F_2 a následně můžeme získat následující vztah pro PDF

$$\frac{\mathrm{d}q_i(x,t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi}\int_x^1 \frac{q_i(y,t)}{y}P\Big(\frac{x}{y}\Big)\mathrm{d}y + \mathcal{O}(\alpha_s^2(Q)).$$

Funkce $P(z)$ udávající QCD korekce pak můžeme zobecnit jako rozdělovací funkce P_{ab}, které udávají pravděpodobnost, že parton b vyzáří parton a s částí hybnosti z. Tyto korekce pak můžeme vysčítat a dostáváme DGLAP evoluční rovnici pro PDF

$$\frac{\mathrm{d}f_a(x,t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi}\sum_b\int_x^1 \frac{f_b(y,t)}{y}P_{ab}\Big(\frac{x}{y}\Big)\mathrm{d}y. \tag{4.4}$$

Po zadefinování konvoluce dvou libovolných funkcí

$$f \star g = g \star f = \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} \int_x^1 \frac{f(y)}{y} g\Big(\frac{x}{y}\Big) \mathrm{d}y, \tag{4.5}$$

pak můžeme rovnici 4.4 napsat jako

$$\frac{\mathrm{d}f_a(x,t)}{\mathrm{d}t} = \sum_b f_b \star P_{ab}. \tag{4.6}$$

Přesný tvar rozdělovacích funkcí $P_{ab}(z)$ můžeme získat z QCD [37] a mají tvar

$$\begin{aligned}
P_{qq} &= \frac{4}{3}\Big(\Big(\frac{1+z^2}{1-z}\Big)_+ + \frac{3}{2}\delta(1-z)\Big) + \mathcal{O}(\alpha_s),\\
P_{gq} &= \frac{4}{3}\frac{1+(1-z)^2}{z} + \mathcal{O}(\alpha_s),\\
P_{qg} &= \frac{1}{2}(z^2 + (1-x)^2) + \mathcal{O}(\alpha_s),\\
P_{gg} &= 6\Big(\Big(\frac{z}{1-z}\Big)_+ + \frac{1-z}{z} + z(1-z)\Big) + \frac{33-2n_f}{6}\delta(1-z) + \mathcal{O}(\alpha_s),
\end{aligned}$$

kde n_f značí počet vůní kvarků a pro libovolnou funkci g je index + definován jako

$$\int_0^1 g(x)_+ f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 (f(x) - f(1))g(x)\mathrm{d}x,$$

kde f je libovolná testovací funkce. [37, 40]

4.1.3 Jaderná partonová distribuční funkce

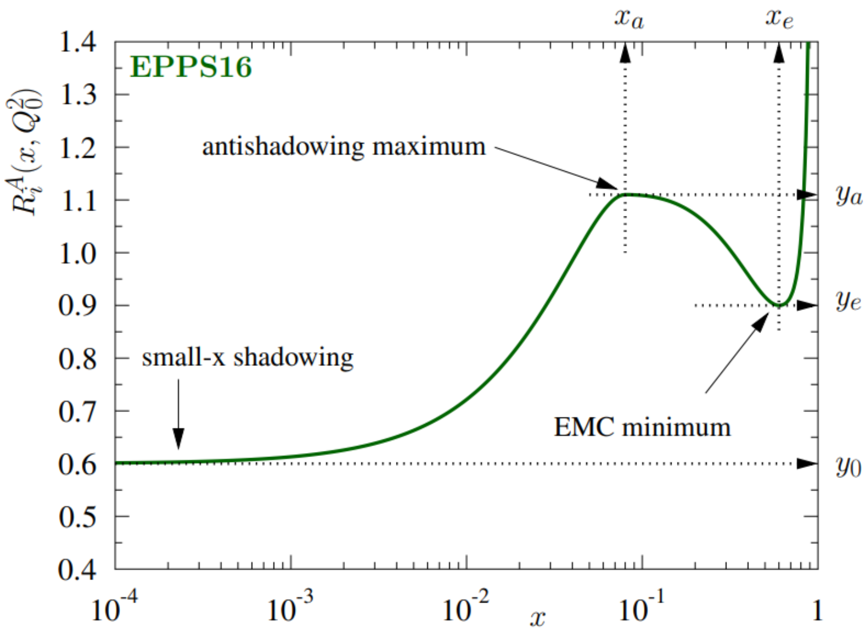
Vnitřní struktura nukleonu v řeči partonových distribučních funkcí se liší od vnitřní struktury nukleonu vázaném v jádře A s protonovým číslem Z a neutronovým číslem $N = A - Z$. Jadernou PDF mužeme napsat jako

$$f_{i/A}(x, Q^2) = \frac{Z}{A} f_{i/p(A)} + \frac{N}{A} f_{i/n(A)},$$

kde $f_{i/p(A)}$ je PDF partonu i pro proton p vázaný v jádře A a $f_{i/n(A)}$ je PDF partonu i pro neutron n vázaný v jádře A. Jak již bylo řečeno na konci kapitoly 4.1.1, neutronovou funkci získáme z protonové na základě izospinové symetrie. PDF nukleonů vázaných v jádře $f_{i/p(A)}$ $f_{i/n(A)}$ jsou oproti klasickým PDF $f_{i/p}$ a $f_{i/n}$ modifikované. Rozdíl těchto dvou funkcí se často vyjadřuje jaderným modifikačním faktorem pro PDF

$$R_{i/A}(x, Q^2) = \frac{f_{i/p(A)}(x, Q^2)}{f_{i/p}(x, Q^2)}.$$

Příklad jaderného modifikačního faktoru můžeme vidět na Obr. 4.2. [23] Analýza probíhá minimalizací funkce χ^2 popisující rozdíl mezi naměřenými daty a pozorovatelnými, které jsou vypočítány z teorie zavislé na parametrech $\{a\}$. Nejprve parametrizujeme PDF pro počáteční Q_0^2. Následně se vyřeší DGLAP evoluce pro Q a spočítají se pozorovatelné. Pozorovatelné se počítají z faktorizačního teorému, který bude uveden v kapitole 4.2.1. Nakonec se určí χ^2 a zjistí se je-li minimalizováno. Více o výsledcích analýzy jaderných PDF a jejich fitech v [24].



Obrázek 4.2: Jaderný modifikační faktor PDF. Převzato z [24].

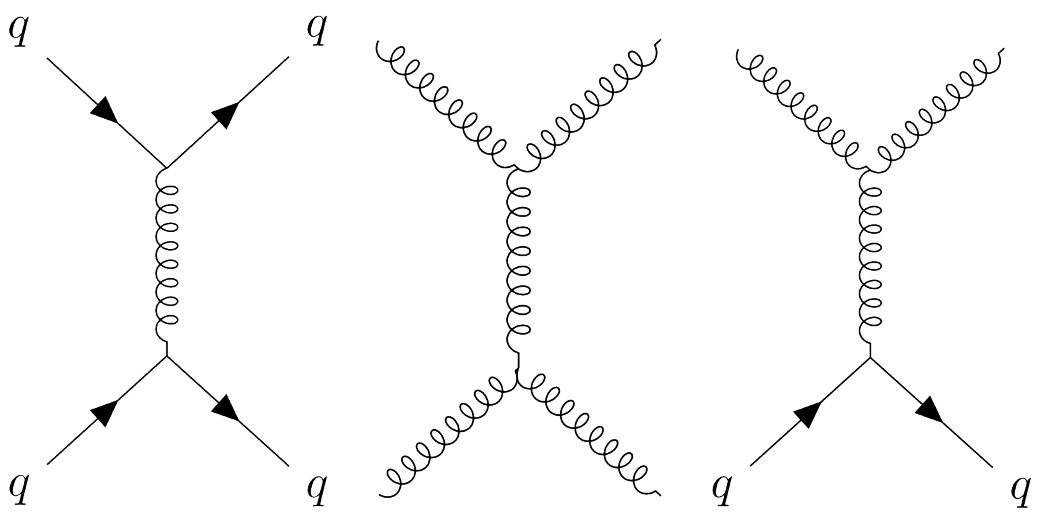
4.2 Jety

Jet je úzká, kuželovitá, kolimovaná sprška částic vytvořená hadronizací. Ve srážce těžkých jader se srazí mezi sebou dva partony s výslednou vysokou příčnou hybností p_T, které následně každý vytvoří jet. Díky zákonům zachování tyto partony a následně jety, budou mít v $(y-\phi)$ prostoru opačné souřadnice, tedy $y_1 = -y_2$ a $\phi_1 = \phi_2 \pm \pi$.

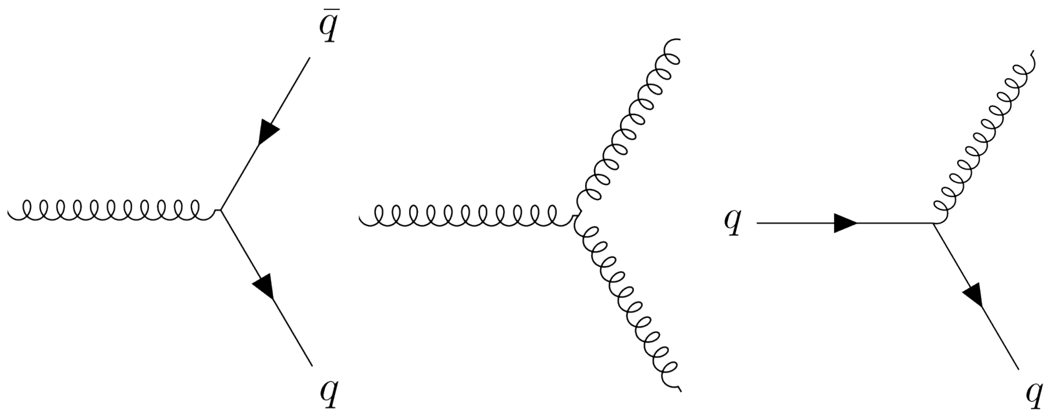
Vzhledem k tomu, že samotná veličina ϕ nabývá hodnot pouze od 0 do 2π, tak znaménko ve vztahu mezi ϕ_1 a ϕ_2 záleží na hodnotě ϕ_2. Jejich vztah je určen zákonem zachování příčné hybnosti a jejího směru. Původní příčná hybnost je nulová, proto musí pro dvoudimenzionální vektor příčné hybnosti v rovině $\tilde{x}$ a $\tilde{y}$ (stejně definované jako v příloze A.2) platit $\mathbf{0} = \mathbf{p}_T^{(1)} + \mathbf{p}_T^{(2)}$. Z toho plyne, že v rovině $\tilde{x}$ a $\tilde{y}$ mají opačný směr, což z definice ϕ v příloze A.2 vede na uvedený vztah mezi ϕ_1 a ϕ_2. V experimentální fyzice přecházíme od rapidity y k pseudorapiditě η.

Předpokládejme, že se v urychlovači srazí těžké ionty a vytvoří tzv. fireball. Fireball bereme jako předem nespecifikované prostředí, ve kterém se nachází partonový pár a z něj se následně vytvoří jety. Po vyhodnocení dat z detektoru, ale pozorujeme silné potlačení jednoho z jetů, tedy snížení celkové příčné hybnosti jetu p_T oproti jeho párovému jetu na opačné straně $(\eta-\phi)$ roviny. Toto se dá vysvětlit tím, že partonový pár se vytvořil někde na okraji fireballu a zatímco jeden jet mohl relativně volně cestovat k detektoru, druhý je zbržděn prostředím fireballu. Fireball je tedy prostředí které značně interaguje silnou interakcí a tím jeho vlastnosti odpovídají kvark-gluonovému plazmatu.

Srazit se mohou buď gluony, valenční kvarky, nebo i mořské kvarky, které jsou obsaženy v hadronech. Srážka je uvedena na Feynmanově diagramu na obrázku 4.3. Po srážce dvou partonů se zaměřme pouze na jeden parton, abychom si přiblížili, jak vzniká samotný jet. Díky tomu, že parton cestuje silně interagujícím prostředím kvark-gluonového plazmatu vyzáří gluon. Z kinematiky tohoto záření vyplývá, že úhel mezi trajektoriemi původního partonu a vyzářeného gluonu je velmi malý. Gluon se následně rozpadne na $q\overline{q}$ pár, nebo vyzáří další gluon a proces pokračuje. Jednotlivé procesy jsou zobrazeny na Feynmanových diagramech na obrázku 4.4. V tomto procesu stále uvažujeme uzavřenost barevného náboje (3.1). Po vytvoření $q\overline{q}$ pokud se kvark q a antikvark $\overline{q}$ od sebe vzdálí na vzdálenost 1 fm, vytvoří se další $q\overline{q}$ pár. Tyto procesy probíhají dokud se všechny částice nedostanou z prostředí kvark-gluonového plazmatu a tím se dostanou do hadronizační fáze. Jak už název napovídá, v této fázi se vytvoří hadrony (2.3). Tyto hadrony nadále putují do detektoru, kde jsou detekovány a jejich kolimovaný klastr je označen jako jet.



Obrázek 4.3: Feynmanovy diagramy pro tvrdý rozptyl dvou partonů



Obrázek 4.4: Feynmanovy diagramy pro rozpad gluonu na $q\overline{q}$ pár, gluon vyzařující gluon a kvark vyzařující gluon

4.2.1 Účinný průřez pro inkluzivní produkci jetů v jádro-jaderných srážkách

K určení účinného průřezu pro inkluzivní produkci jetů v nukleon-nuleonových srážkách využijeme faktorizace, tedy rozdělení celého procesu na jednotlivé podprocesy a ty spojíme konvolucí. K přechodu k jádro-jaderným srážkám využijeme modifikace účinného průřezu inkluzivní produkce jetů v proton-protonových srážkách. Duvod je ten, že procesy, jako mnohonásobné rozptyly a ztráty energie v QGP nelze faktorizovat. Faktorizovat budeme pomocí faktorizačního teorému

$$\mathrm{d}\sigma^{A+B\longrightarrow k+X} = \sum_{abX'} f_{a/A} \star f_{b/B} \star \mathrm{d}\hat{\sigma}^{i+j\longrightarrow k+X'} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right),$$

kde A a B jsou hadrony (resp. jádra), které srážíme, X je jakýkoliv zbytek z reakce a k je požadovaný výsledek, pro nás tedy jet. Nakonec f_i/C je PDF partonu i pro hadron C (resp. jádra C).

V prvním přiblížení rozdělíme proces na dva nalétající partony v protonu a funkci určující, že se tyto partony srazí a utvoří jet. Partony v protonu jsou podmíněny PDF. Dostáváme účinný průřez z faktorizačního teorému

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{p+p\longrightarrow jet+X}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta} = \sum_{ab} f_{a/p} \star f_{b/p} \star \mathscr{H}^{jet}_{ab}, \tag{4.7}$$

kde $f_{i/p}$ je partonová distribuční funkce partonu i, $\mathscr{H}^{jet}_{ab}$ značí tvrdou část procesu pro srážející se partony a a b, s tím že ze srážky vznikne jet. Zde je suma přes všechny partony, jakožto všechny možné kombinace srážky a $\star$ značí konvoluci. [20]

Tvrdou část procesu $\mathscr{H}^{jet}_{ab}$ můžeme spočítat poruchovou teorií, kde je i závislost na algoritmu vyhodnocující jet. Pro vysokoenergetický jet, s malým poloměrem R (blíže popsáno v kapitole 5.1) je $\mathscr{H}^{jet}_{ab}$ dominováno velkým $\ln(R)$. Tato závislost je však citlivá na kolineární záření (blíže popsáno v kapitole 5.1). [20] Můsíme vysčítat $\alpha_s^n \ln^n(R)$, kde α_s je vazebná konstanta silné interakce. [19] Toho dosáhneme rozdělením na $\mathscr{H}^{jet}_{ab}$ na jet-nezávislou partonovou tvrdou část procesu a jet-závislou jetovou funkci. Vysledné rozdělení nám dává účinný průřez

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{p+p\longrightarrow jet+X}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta} = \sum_{ab} f_{a/p} \star f_{b/p} \star \mathscr{H}^{jet}_{ab} = \sum_{ab} f_{a/p} \star f_{b/p} \star \sum_{c} \hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c} \star J_c + \hat{\sigma}^{jet}_{ab},$$

kde $\hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c}(z,Q)$ je jet-nezávislá tvrdá část procesu, že ze srážky se vyprodukuje parton c s příčnou hybností $p_T^c = \frac{p_T}{z}$, kde $p_T \sim Q$. Dále jet-závislá jetová funkce $J_c(z, p_T R, Q)$, která představuje zformování jetu z partonu c. Složka $\hat{\sigma}^{jet}_{ab}$ je buď nezávislá na jet radius R, nebo je dokonce potlačena členem R^2 a pro dostatečně malý jet radius R ji můžeme zanedbat.

Účinný průřez 4.7 se tedy změní na

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{p+p\longrightarrow jet+X}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta} = \sum_{abc} f_{a/p} \star f_{b/p} \star \hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c} \star J_c. \tag{4.8}$$

Takto faktorizovaný účinný průřez byl ověřen na datech pro produkci jednoho jetu při proton-protonových srážkách. Pro $\hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c}$, díky nezávislosti na výsledném jetu, můžeme předpokládat, že je stejná tvrdá složka procesu jako pro účinný průřez, při kterém se vyprodukuje ze srážky dvou partonů a a b jeden hadron h

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{p+p\longrightarrow h+X}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta} = \sum_{abc} f_{a/p} \star f_{b/p} \star \hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c} \star D^h_c,$$

kde D^h_c je hadronová fragmentační funkce. Závislost fragmentační funkce D^h_c na Q je dána DGLAP evoluční rovnicí

$$Q\frac{\mathrm{d}D^h_c}{\mathrm{d}Q} = \sum_{d} P_{dc} \star D^h_d, \tag{4.9}$$

kde $P_{dc}(z)$ je pravděpodobnost, že parton c s částí hybnosti z se přemění na parton d. Evoluce D_c^h je také jednoznačně určena závislostí $\hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c}(z,Q)$ na Q. Tvrdá část procesu $\hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c}$ je jak pro jet, tak produkci jednoho hadronu stejná. Jetová funkce J_c tedy také splňuje DGLAP evoluční rovnici

$$Q\frac{\mathrm{d}J_c(z,p_TR,Q)}{\mathrm{d}Q}=\sum_d P_{dc}(z)\star J_d(z,p_TR,Q),$$

kde $P_{dc}(z)$ je stejná jako pro fragmentační funkci D_c^h. [20] Vyřešením DGLAP evoluční rovnice od jetové invariantní hmotnosti $Q\sim p_TR$ do řádů tvrdých srážek $Q\sim p_T$ vysčítáme $\alpha_s^n\ln^n(R)$. Jak můžeme vidět, J_c má velkou analogii k D_c^h. Nicméně J_c se dá vypočítat z poruchové QCD, zatímco fragmentační funkce D_c^h nikoliv a musí se získat z dat.

Nyní modifikujeme účinný průřez z proton-protonových srážek na jádro-jaderné srážky. Člen $\hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c}$ není nijak ovlivněn přechodem k jádro-jaderným srážkám. Jaderná PDF se liší od nukleonové PDF, ale její příspěvek je velmi malý. Jetová funkce J_c je nejvíce ovlivněna ztrátou energie v médiu a také několikanásobnými rozptyly. Proto přecházíme od jetové funkce k neporuchové, médiem modifikované jetové funkci $J_c\rightarrow J_c^{med}$. Aby se zachovala faktorizace a DGLAP evoluce jetové funkce, tak změníme počáteční podmínky v jetové funkci $Q\rightarrow Q_J=QR$. [20] Podobně jako se analyzují jaderné PDF, nebo jaderné fragmentační funkce, zavádíme médiem modifikovanou jetovou funkci jako vakuovou jetovou funkci s váhovou funkcí W_c

$$J_c^{med}(z,p_TR,Q_J)=W_c(z)\star J_c(z,p_TR,QR), \tag{4.10}$$

kde váhová funkce W_c musí splňovat určité limity. [20] Například, pro velmi periferlální interakce dostáváme $W_c(z)\rightarrow\delta(1-z)$, kde $\delta(x)$ značí Diracovu delta funkci. Váhovou funkci tedy bereme jako

$$W_c(z)=\epsilon_c\delta(1-z)+N_cz^{\alpha_c}(1-z)^{\beta_c},$$

kde parametry ϵ_c, N_c, α_c a β_c jsou určeny pomocí Monte Carlo generování likelihood funkce.

Účinný průřez pro inkluzivní produkci jetů v jádro-jaderných srážkách získáme tak, že ve vztahu 4.8 převedeme jetovou funkci na médiem modifikovanou jetovou funkci definovanou vztahem 4.10. Dostáváme pak výsledný účinný průřez pro inkluzivní produkci jetů v jádro-jaderných srážkách

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{A+A\rightarrow jet+X}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta}=\sum_{abc}f_{a/p}\star f_{b/p}\star\hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c}(z,Q)\star W_c(z)\star J_c(z,p_TR,Q_J). \tag{4.11}$$

Proces jsme faktorizovali jako srážku dvou partonů, jejichž pravděpodobnosti jsou určeny PDF. Tvrdým rozptylem těchto dvou partonu a a b vznikne parton c. Tato část procesu je určena členem $\hat{\sigma}_{a+b\rightarrow c}(z,Q)$. Dále z tohoto partonu vznikne jet, který je modifikován médiem. Zde má vakuová jetová funkce J_c, popisující vznik jetu, modifikovanou počáteční podmínku Q_J a je k ní přidána váhová funkce W_c.

4.2.2 Pozorovatelné v analýze jetů

Pozorování vlastností QGP provádíme přes veličiny $\mathscr{F}$, které nazýváme pozorovatelné. Tyto pozorovatelné je možné vyhodnotit z naměřených dat ze srážek na urychlovačích a dále porovnat s teoretickým modelem. Nejprve nalezneme konstituenty jetu pomocí algoritmu na vyhodnocování jetů. Tato problematika je podrobněji rozepsána v kapitole 5.

Nechť jsme tedy nalezli množinu jetů $jets$ a pro každý jet z této množiny jeho konstituenty, tedy částice, ze kterých je jet složen. Pro jeden jet máme množinu konstituentů $jet = \{i\}$. Těmto konstituentům náleží naměřené čtyřhybnosti (p_i^μ).

Důležitou charakteristikou jetu je příčná hybnost jetu p_{Tjet}. Ta je definovaná jako

$$p_{Tjet} = \sum_{i\in jet} p_{Ti}, \tag{4.12}$$

kde p_{Ti} jsou příčné hybnosti jednotlivých konstituentů. O příspěvku jetu s příčnou hybností p_{Tjet} rozhoduje pak parametr p_{Tcut}, který určuje hranici, kdy jet přispívá do pozorovatelné $\mathscr{F}$ a kdy ne.

Obecně pak pro individuální jet máme funkci

$$\mathscr{F}_{jet} = f(\{p_i^\mu\}_{i\in jet}),$$

která je jakkoliv závislá na kinematice konstituentů. Základní skupinou pozorovatelných pro inkluzivní jet $\mathscr{F}$ v jednom eventu pak definujeme jako

$$\mathscr{F}(p_{Tcut}, R) = \sum_{jet\in jets} \mathscr{F}_{jet}\Theta(p_{Tjet} - p_{Tcut}),$$

kde $\mathscr{F}$ je také závislé na poloměru jetu R. Význam poloměru jetu R bude blíže popsán v kapitole 5. $\Theta(x)$ není pak nic jiného, než Heavisidova skoková funkce. Třemi nejzákladnějšími pozorovatelnými pro inkluzivní jet jsou pak multiplicita jetu N_{jet}, vysčítaná skalární příčná hybnost H_T a nakonec chybějící příčná hybnost jetu $\not{p}_T$. Ty jsou definované jako

$$\begin{aligned} N_{jet}(p_{Tcut}, R) &= \sum_{jets} \Theta(p_{Tjet} - p_{Tcut}) \\ H_T(p_{Tcut}, R) &= \sum_{jets} p_{Tjet}\Theta(p_{Tjet} - p_{Tcut}) \\ \not{p}_T(p_{Tcut}, R) &= \left| \sum_{jets} p_{\vec{T}jet}\Theta(p_{Tjet} - p_{Tcut}) \right|. \end{aligned}$$

Zhášení jetů

V případě srážek dvou protonů, respektive dvou těžkých jader, se hodnoty pozorovatelných pro hadrony s vysokou příčnou hybností p_T liší. Zkoumání těchto odlišností mezi srážkami dvou protonů a srážkami těžkých jader označujeme jako zhášení jetů (anglicky jet quenching). Podobně jako při přecházení od proton protonových srážek ke srážkám dvou těžkých jader pro účinný průřez produkce inkluzivních jetů můžeme uvažovat počáteční podmínky. Konkrétně například přechod PDF k nPDF. Tyto efekty ovšem, stejně jako pro účinný průřez produkce inkluzivních jetů, jsou nepatrné. To ovšem neznamená, že by byly úplně zanedbatelné. Nicméně právě proto je jet quenching soustředěn spíše na modifikace způsobené vytvořeným QCD médiem, tedy QGP.

Jet quenching má dvě hlavní motivace. První z nich je zkoumání QGP pomocí tvrdé sondy, jakožto jetu. Tím můžeme zkoumat poruchové a neporuchové vlastnosti QCD. Druhá z nich využívá faktu, že partony, které jsou součástí jetu mají vysokou příčnou hybnost p_T a tedy jsou daleko od statistické rovnováhy, zatímco QGP můžeme považovat ve statistické rovnováze. Zkoumání útlumu médiem a izotropizace jetu nám pak dává informace, jak se QCD systém vyvíjí do statistické rovnováhy.

Pro modely zkoumající modifikace jetu médiem je pak esenciální měření zhášených jetů, tedy "quenched jets". Ke zkoumání zhášených jetů se pojí různé pozorovatelné. Pro případ, kdy máme dva detekované jety, které jsou umístěny na opačných stranách v $(\eta-\phi)$ prostoru, respektive $(y-\phi)$ prostoru, kdy každý z nich má příčnou hybnost p_{T1}, respektive p_{T2}, která je definovaná vztahem 4.12, zavádíme jejich společnou příčnou hybnost, nazývanou jako upravená příčná hybnost

$$p_{Tg} = p_{T1} + p_{T2}.$$

Pak definujeme upravenou část příčné hybnosti

$$z_g = \frac{\min(p_{T1}, p_{T2})}{p_{Tg}}.$$

Nyní uvažujme libovolný $1 \to 2$ štěpící kinematický proces, kde z bude představovat část sdílené hybnosti. Pro z, dipólový rozdělující úhel θ a celkovou dipólovou hybnost p_T definujeme dipólovou invariantní hmotnost

$$M^2 = z(1-z)p_T^2\theta^2$$

Časová škála takového $1 \to 2$ rozdělujícího procesu pak bude

$$t_f = \frac{2p_T}{M^2},$$

který se nazývá formační čas.

Nyní můžeme přejít k M_g a t_{fg}, kde pro M_g nahradíme celkovou dipólovou hybnost p_T upravenou příčnou hybností p_{Tg} a z nahradíme z_g. Analogicky pro upravený formační čas

$$t_{fg} = \frac{2p_{Tg}}{M_g^2}.$$

Dalšími důležitými charakteristikami jsou vzdálenost mezi subjekty ΔR_{12} v $(\eta-\phi)$ prostoru, respektive $(y-\phi)$ prostoru a poměr upravené invariantní hmotnosti a příčnou hybností jednoho z jetu

$$\frac{M_g}{p_{Tjet}}.$$

Máme tedy soubor základních pozorovatelných pro jet quenching

$$z_g, \qquad \Delta R_{12}, \qquad \frac{M_g}{p_{Tjet}}.$$

Tyto pozorovatelné nám ukazují, jak se jet vyvíjí a tedy větví v médiu. Proto, abychom uvažovali větvení pouze v médiu, zavádíme podmínku $t_{fg} < L$, kde L je rozměr média.

Dalšími pozorovatelnými pro jet quenching jsou jaderný modifikační faktor R_{AA}, R_{CP} a hybnostní nerovnováha $x_{J\gamma}$. Jaderný modifikační faktor je definován jako

$$R_{AA} = \frac{\frac{\mathrm{d}N_{AA}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y}}{\langle T_{AA}\rangle \frac{\mathrm{d}\sigma_{pp}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y}}, \tag{4.13}$$

kde $\langle T_{AA}\rangle$ je jaderná funkce překryvu pro danou centralitu. Jadernou funkci překryvu můžeme vyjářit i ve smyslu počtu binárních srážek

$$\langle T_{AA}\rangle = \frac{\langle N_{bin}\rangle}{\sigma_{ine}^{pp}},$$

kde σ_{ine}^{pp} je účinný průřez neelastického rozptylu při srážce dvou protonů. Nicméně obecně T_{AB} je závislá v první řadě na volbě rozdělení hustoty v jádře. Ta je obvykle volena jako Wood-Saxonův tvar. Ten, bez deformačních modifikací, má tvar

$$\rho_A(r) = \rho_0 \frac{1}{1+\exp\frac{r-R_A}{z}},$$

kde R_A je poloměr jádra. Ten je určen z mnoha experimentů, jako například rozptyl rychlých elektronů, energetických rozdílů zrcadlových jader, změny Coulombovské interakce, nebo isotopových posunů jako $R_A \approx r_0 A^{1/3}$ fm, kde r_0 je pozorováno v oblasti $r_0 = 1,2$. Z podobných experimentů je tloušťka slupky z volena v oblasti $z = 0,5$ fm. Nakonec parametr ρ_0 je doplněn z normalizačního vztahu

$$\int_\Omega \rho_A(r)\mathrm{d}V = m_A.$$

Od hustoty jaderné hmoty $\rho(r)$ přejdeme velice jednoduše k hustotě nukleonů n_A a zavedeme tloušťkovou funkci závislou na impaktním parametru b

$$T_A(b) = \int_{beam} n(\sqrt{b^2+z^2})\mathrm{d}z,$$

kde se integruje přes osu svazku z. Nakonec obecně pro jádro A a B zavádíme jadernou funkci překryvu

$$T_{AB} = T_A \star T_B,$$

kde $\star$ značí konvoluci a samotná jaderná funkce překryvu T_{AA} je závislá pouze na impaktním parametru b. Jaderná funkce překryvu se pak dá získat z Glauberova Monte Carlo modelu. [34]

Podobně jako jaderný modifikační faktor R_{AA} nám udává rozdíl mezi jádro-jadernými a proton-protonovými srážkami, můžeme studovat i rozdíl mezi periferálními a centrálními srážkami. Tím se myslí jádro-jaderné srážky s velkým, respektive malým impaktním parametrem. Taková pozorovatelná pak bude analogií k jadernému modifikačnímu faktoru a je dána jako

$$R_{CP} = \frac{\frac{\mathrm{d}N_c}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta}}{\frac{\mathrm{d}N_p}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta}} \cdot \frac{\langle T_{AA}^c\rangle}{\langle T_{AA}^p\rangle},$$

kde $\frac{\mathrm{d}N_c}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta}$ představuje distribuci pro centrální srážky a $\frac{\mathrm{d}N_p}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta}$ představuje distribuci pro srážky periferální. Centrální srážky pak mají jadernou funkci překryvu T_{AA}^c a periferální T_{AA}^p

Existují případy, kdy jeden jet je klasická partonová sprška a druhý, jeho protějšek, je elektroslabě interagující částice, tedy například foton γ. Pak druhá polovina jetu takřka neinteraguje s médiem. To vede k tomu, že není prakticky vůbec zhášena a dochází k asymetrickému poměru hybnosti fotonu $p_{T\gamma}$ a hybnosti první poloviny jetu p_{Tjet}. Tento poměr

$$x_{J\gamma} = \frac{p_{Tjet}}{p_{T\gamma}}$$

pak je pozorovatelnou pro tyto eventy.

Kapitola 5

Algoritmy na rekonstrukci jetů

Jety jako kolimované spršky stabilních částic pocházejících z hadronizace a fragmentace přilétají do detektorů a nesou s sebou důležité informace o srážkách. Algoritmy na rekonstrukci jetů využívají kalorimetrické a dráhové detektory k účelům nalezení jetů. Nejdůležitější z algoritmů, které se na rekonstrukci jetů dají použít jsou anti-k_t, k_t, Camrige-Aachen a SISCone. V této kapitole budou popsány principy, výhody a nevýhody jednotlivých algoritmů a na jaké úlohy jsou vhodné.

5.1 Vlastnosti algoritmů

Poloměr jetu (anglicky jet radius) je parametr algoritmů rekonstrujících jety, který nemá žádnou dimenzi. V následující části bude definován pro každý algoritmus zvlášť. Poloměr jetu se značí R.
Infračervená bezpečnost, dále už jen IR bezpečnost (odvozeno z anglického "infra-red") je vlastnost algoritmů znamenající, že v případě, když modifikujeme event přidáním měkkého záření (málo penetrující, tedy například s nízkou příčnou hybností), tak se nalezené jety v eventu nezmění.
Kolineární bezpečnost (anglicky Collinear safety) je další vlastností algoritmů, která podobně jako IR bezpečnost nemění nalezené jety v eventu po modifikaci daného eventu. V tomto případě se jedná o přidání kolineárních rozpadů, tedy rozpad částice, která se podílela na evoluci jetu, na více produktů.

Spojením vlastností IR bezpečnosti a kolineární bezpečnosti získáme vlastnost **IRC bezpečnost**. To je velmi důležitá, dokonce by se dalo říct až nezbytná vlastnost algoritmů. Kolineární rozpady a měkké záření jsou neporuchové efekty které jsou přítomny v eventu náhodně a jejich příspěvky lze těžko předpovídat. [11] V QCD výpočtech jsou IRC efekty spojovány s divergentními maticovými elementy s opačným znaménkem, které by se měly odečíst. U jetového algoritmu, který není IRC bezpečný tyto dva maticové elementy mohou vést k jiným jetům a tedy se tyto divergentní členy nemusí odečíst. To vše vede na nekonečný účinný průřez v poruchové teorii. [11] Proto bychom chtěli, aby zrekonstruované jety byly IRC bezpečné a tím pádem nebyly náchylné na výše uvedené efekty a divergentní maticové elementy se v pQCD odečetly.

5.2 Kuželové algoritmy

5.2.1 IC-PR

IC-PR je interaktivní kuželový algoritmus s tzv. progressive removal (zkratka je odvozena z anglického "iterative cone algorithm with progressive removal"). Algoritmus není kolineárně bezpečný. U tohoto algoritmu se předpokládá, že jet má kuželovitý tvar a R zde opravdu představuje poloměr. Princip tohoto algoritmu spočívá v nalezení nejtvrdší složky (částice s největší příčnou hybností) a tu prohlásíme za tzv. seed. Dále v $\eta - \phi$ prostoru kolem této částice vytyčíme kruh o poloměru R a sečteme všechny čtyřhybnosti složek v této oblasti. Výsledný vektor nazveme osou jetu. Ve chvíli kdy se směr osy jetu shoduje se směrem seedu, prohlásíme vytyčenou oblast za jet. V opačném případě, když se liší, prohlásíme osu jetu za seed a proces opakujeme dokud se směr osy jetu neshoduje se směrem seedu. V posledním kroku odebereme všechny částice prohlášené za jet ze seznamu a hledáme opět nejtvrdší složku. Celý proces opakujeme dokud nejtvrdší složka nemá energii $E < E_{cut}$, kde E_{cut} je další parametr tohoto algoritmu. [6]

5.2.2 IC-SM

Algoritmus IC-SM je interaktivní kuželový algoritmus s tzv. split-merge procedurou (zkratka je odvozena za anglického "iterative cone algorithm with the split merge procedure"). Algoritmus není IR bezpečný. Algoritmus nejprve nalezne všechny tvrdé složky s podmínkou $E > E_{cut}$ a prohlásí je za seedy. Dále podle stejné procedury jako v předchozím algoritmu nalezne protojety. Protojety se následně zpracují pomocí split-merge procedury na jety. Split-merge procedura má daší parametry $p_{t,cut}$ a f, kde f se volí mezi $0,5$ a $0,75$. [6]
Dělící procedura [12]:

Odstranit všechny protojety s příčnou hybností $p_t < p_{t,cut}$;
Cyklus(dokud nezbývají žádné protojety)
{
  Najít nejtvrdší protojet i;
  Najít nejtvrdší protojet $j \neq i$, který sdílí částice s i;
  Pokud(j neexistuje)
    i je jet;
  Jinak
  {
    Pokud($p_{t,sdilene} < f p_{t,j}$)
    {
      Rozdělit částice podle toho, ke které ose jsou blíže;
      Přepočítat hybnosti protojetů;
    }
    Jinak
      Spojit protojety i a j do jednoho protojetu;
  }
}

5.2.3 SISCone

SIScone (odvozeno z anglického "seedless infra-red safe cone") algoritmus je jako jediný kuželový algoritmus IRC bezpečný. Nalezení jetů pomocí tohozo algoritmu začíná tak, že pro částici

i nalezne všechny částice ve vzdálenosti $2R$. Pokud zde žádné nejsou, pak prohlásí i za protojet. Pokud tu je částice j, tak vytvoří dvě oblasti z kruhů o poloměru R, kde obě částice leží na jejich hranicích a vypočítá hybnosti v těchto oblastech. Dále nalezneme všechny permutace oblastí, kdy dvě částice, které byly v oblasti obsaženy, se dotýkají okraje dané oblati. Pro dané oblasti provede zkoušku stability a stabilní oblasti prohlásí za protojet. V posledním kroku se provede dělící procedura, která je zmíněná u předchozího algoritmu.

5.3 Sekvenční rekombinační algoritmy

Základ tohoto typu algoritmů je, že předpokládáme, že částice, které jsou součástí jetu, budou mít malé rozdíly v příčných hybnostech p_T. Charakteristickou vlastností těchto algoritmů je, že tvar oblasti jetu v $(y-\phi)$ prostoru (resp. $(\eta-\phi)$ prostoru) nemá typický tvar pro všechny eventy. To platí i pro SISCone, ale ne pro zbytek kuželových algoritmů, které mají kruhové oblasti jetu v $(y-\phi)$ prostoru (resp. $(\eta-\phi)$ prostoru). Z historické hlediska byly sekvenční rekombinační algoritmy preferované spíše teoretickými fyziky. Důvodem byla nedostatečná výpočetní rychlost a složitá implementace. V současnosti je situace mnohem jednodušší právě díky softverovému balíčku FastJet. [8] Ten řeší problém s rychlostí i s implementací.

Sekvenční rekombinační algoritmy mají dvě další proměnné $d_{ij}(R_{ij}, R, a, p_{Ti}, p_{Tj})$ a $d_{iB}(p_{Ti})$, kde pro dvě částice i a j máme jejich vzdálenost R_{ij} v $(y-\phi)$ prostoru (resp. $(\eta-\phi)$ prostoru) a jejich příčné hybnosti p_{Ti} a p_{Tj}. V poslední řadě máme exponent hybnosti a, používaný v konkrétním algoritmu. d_{iB} nazýváme vzdáleností v hybnostním prostoru mezi částicí i a osou svazku.

Nejprve se pro všechny částice s indexem i vypočítá vzdálenost od osy svazku d_{iB}. Následně ke každé částici spočítáme d_{ij} a spočítá se minimum z množiny $\{d_{iB}, d_{ij}\}$. Pokud je minimum d_{ij}, pak jsou částice i a j prohlášeny za jednu částici a jejich čtyřvektory se sečtou. Pokud je minimum d_{iB}, pak je částice i prohlášena za jet a odebrána ze seznamu částic. Tento proces se opakuje dokud všechny částice nejsou součástí jetů se vzájemnou vzdáleností os jetů větší než R, nebo do doby, kdy nemáme požadovaný počet jetů. První způsob je metoda inkluzivního klastrování. V druhé metodě se jedná o exkluzivní klastrování. [6]

5.3.1 k_t algoritmus

k_t algoritmus preferuje zpracování nejprve měkkých částic (částic s nízkou příčnou hybností p_T). [6] To vede k tomu, že tento algoritmus je velmi citlivý na pile-up efekty (PU) a underlying eventy (UE). Je možné ho využít k vyhodnocování subjetů. k_t je IRC bezpečný algoritmus. [6, 8]

V tomto algoritmu je hodnota exponentu hybnosti $a = 2$. To vede na

$$d_{ij} = \min(p_{ti}^2, p_{tj}^2) \times \frac{R_{ij}^2}{R} \tag{5.1}$$

a vzdálenosti v hybnostním prostoru částice i od osy svazku

$$d_{iB} = p_{ti}^2. \tag{5.2}$$

5.3.2 anti-k_t algoritmus

Anti-k_t algoritmus je citlivý na tvrdé částice, tedy s vysokou příčnou hybností. To vede k tomu, že je odolný na měkké záření a oblast, která je tímto algoritmem označena jako jet, skoro nefluktuuje. Není citlivý na UE a PU. Všechny tyto vlastnosti ho řadí na první místo na klastrování jetů. Anti-k_t je IRC bezpečný algoritmus.

Pro hodnotu exponentu hybnosti $a = -2$ dostáváme anti-k_t parametry

$$d_{ij} = \min\left(\frac{1}{p_{ti}^2}, \frac{1}{p_{tj}^2}\right) \times \frac{R_{ij}^2}{R}, \tag{5.3}$$

$$d_{iB} = \frac{1}{p_{ti}^2}. \tag{5.4}$$

5.3.3 Cambridge-Aachen algoritmus

Cambridge-Aachen algoritmus je speciální v tom, že exponent hybnosti je nulový, $a = 0$, a tedy parametry se velmi zjednoduší na

$$d_{ij} = \frac{R_{ij}^2}{R}, \tag{5.5}$$

$$d_{iB} = 1. \tag{5.6}$$

Oba parametry jsou nezávislé na hybnosti a tedy nepreferuje měkké respektive tvrdé částice, na rozdíl od k_t respektive anti-k_t. Je přiměřeně citlivý na UE a PU. Díky vlastnostem parametrů je dobrý na deklastrování jetů a nejlepší na studium jejich struktury. [6] Cambridge-Aachen algoritmus je IRC bezpečný. [8]

Kapitola 6

Experiment STAR na urychlovači RHIC

6.1 RHIC

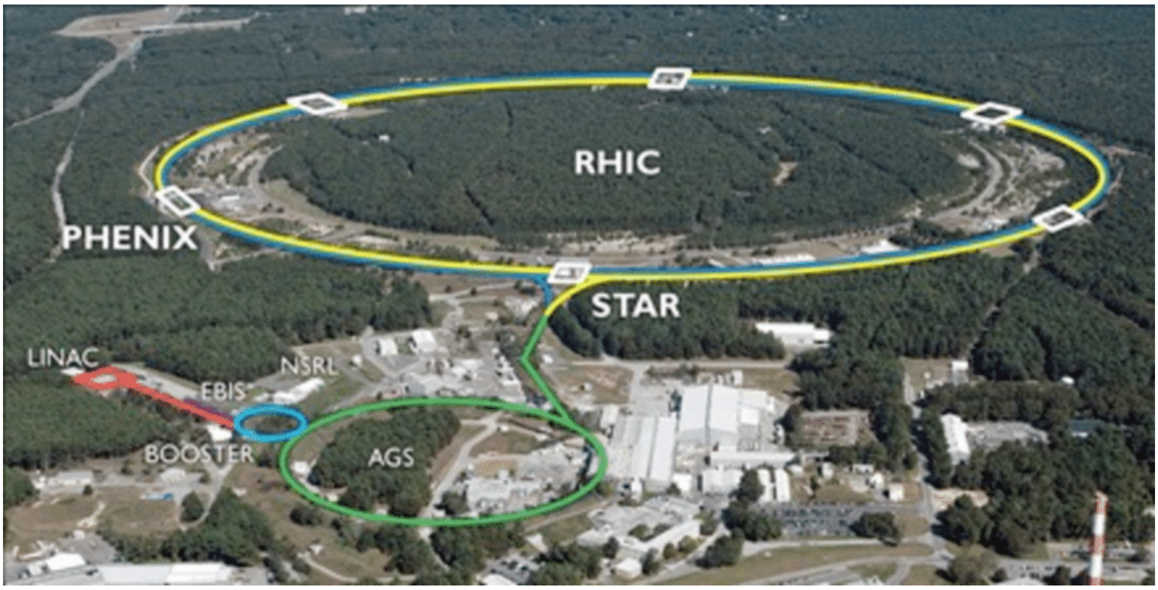
Relativistic Heavy Ion Collider (dále už pouze RHIC), v překladu relativistický urychlovač těžkých iontů, je jedním ze dvou velkých operujících urychlovačů těžkých iontů. Druhým velkým operujícím urychloačem těžkých iontů je LHC. Výhodou tohoto urychlovače je možnost spinově polarizovaných srážek a větší rozmanitosti typech srážek. Nejen že se sráží symetricky například protony, izotopy $^{63}_{29}$Cu, $^{197}_{79}$Au a $^{238}_{92}$U, ale také se zde provádí asymetrické srážky, jako například p-Au, d-Au, He-Au a Cu-Au. RHIC je typ urychlovače na principu akumulačního prstence s křížením. Je tvořen dvěma na sobě nezávislými prstenci, ve kterých obíhají subjekty srážky. Délka těchto prstenců je necelé 4 km. To je oproti LHC, které má 27 km, mnohem kompaktnější. Nicméně v této vzdálenosti je umístěno na urychlovači RHIC 1740 supravodivých niob-titanových magnetů, které produkují magnetickou indukci o velikosti $3,45$ T.

Na urychlovači RHIC se nachází 4 experimenty a to STAR, PHENIX, PHOBOS a BRAHMS. V současné době je v provozu pouze experiment STAR. PHOBOS a BRAHMS úspěšně završili svůj fyzikální program. Experimet PHENIX se plánuje obnovit v roce 2022 jako sPHENIX. [56]

Protony ze zdroje putují do urychlovače LINAC (Linear Particle Accelerator), ze kterého vychází energií asi 200 MeV. Pak putují do synchotronu BOOSTER a opouští ho s energií asi 2 GeV. Posledním urychlovačem před urychlovačem RHIC je AGS (Alternating Gradient Synchrotron), který dostane protony na energii 23 GeV. Nakonec jsou po svazcích vpouštěny do urychlovače RHIC, kde se urychlí na energii 100 nebo 250 GeV.

Prvním krokem v urychlení těžkých iontů je urychlovač TANDEM Van den Graaf. Ten těžké ionty urychlí na energii 1 MeV na nukleon. Podobně jako u protonů jsou dále vedeny do urychlovačů BOOSTER a AGS. Urychlovač BOOSTER opouští s energií 72 MeV na nukleon a následně AGS s energií 10 GeV. Nakonec se v urychlovači RHIC urychlí až na energii 200 GeV.

Jak již bylo řečeno tak RHIC umožňuje spinově polarizovat srážející se protony. Takto spinově polarizované slouží ke studiu spinu protonu, kteý je velkou otázkou už skoro 40 let. Při takto spinově polarizované srážce je pak distribuce částic velmi preferovaná do jednoho směru. Také lze srážet polarizované protony s těžkými jádry. Tyto srážky pak slouží ke studiu nasicení gluonů a hostotě gluonového pole uvnitř jádra.



Obrázek 6.1: Schéma komplexu urychlovače RHIC. Převzato z [42].

6.2 STAR

Solenoidal Tracker at RHIC (dále už pouze STAR) je hlavním experimentem na urychlovači RHIC. Jeho primární cíl je studium QGP, ale dále se zabývá například studiem protonu. Většina tohoto experimentu je umístěna v solenoidálním magnetickém poli. Tento magnet je dlouhý 6,9 m a je 5 m vysoký. Nominální intenzita magnetického pole je 0,5 T. Celý válcový detektor má pak 7 m na výšku, váží 1200 tun a má pseudorapiditní rozsah $|\eta| \leq 1,7$. Experiment star je tvořen několika dílčími detektory. Tyto dílčí detektory budou popsány ve zbytku této kapitoly.

TPC: Time Projection Chamber je časově projekční komora a je jedním z nejdůležitějších detektorů experimentu STAR. Měří hybnost částic a jeho schopností je i určit ztráty energie a tím identifikovat prolétající částici. Tento detektor je naplněn plynem P10. Jedná se o směs, která se skládá z 10% metanu a 90% argonu. Na délku má TPC pouze 4,5 m, což udává pseudorapiditní rozsah $|\eta| \leq 1$. Vnitřní obvod je pak 0,5 m a vnější 4 m. [55] TPC byla inovována o nové vnitřní **iTPC**. Jedná se o rozšíření navržené v roce 2015. Jeho výsledkem je lepší hybnostní rozlišení a lepší rozlišení ztrát energie $\frac{dE}{dx}$. Nejdůležitější je však zvýšení pseudorapiditního rozsahu na $|\eta| \leq 1,7$.

HFT: Heavy Flavor Tracker je detektor určený k lepší detekci rozpadových vertexů krátko žijících částic, které obsahují těžké kvarky. HFT se skládá ze tří částí: Silicon Strip Detector (SSD), Intermediate Silicon Tracker (IST) a Pixel Detector (PXL). Poloměr SSD je 22 cm a jeho délka 106 cm. Poloměr IST je 17 cm a jeho účelem je propojit SSD a PXL. PXL je pak nejdůležitější část HFT a je založena na MAPS technologii. Je dobré zmínit, že PXL má vynikající rozlišení $\sigma = 7,8\ \mu$m.

BEMC: Barrel Electro-Magnetic Calorimeter je kalorimetr sloužící k detekci nabitých částic. Určuje energie částic s příčnou hybností vyšší než 2 GeV. Je 4,4 m dlouhý a pokrývá, stejně jako TPC, pseudorapiditní rozsah v oblasti $|\eta| \leq 1$. [54] Součástí BEMC je i **BSMD** (Barrel Shower-Max Detector), který slouží k rozlišení fotonů s vysokou hybností z fotonového páru vzniklého rozpadem π a η mesonů. [57]

BTOF: Barrel Time Of Flight identifikuje částice na základě doby letu. Skládá se ze dvou scintilátorů, kde pak časový rozdíl v detekci signálu značí dobu letu na určitou vzdálenost. Doplňuje BEMC tím, že je právě určen pro částice s nižší příčnou hybností, než 2 GeV. Jeho pseudorapiditní rozsah je $|\eta| \leq 0,9$.

EEMC: Endcap Electro-Magnetic Calorimeter je další kalorimetr, který se však nachází mimo hlavní válec detektoru. Je umístěn na západní straně a jeho pseudorapiditní rozsah je $1 \leq |\eta| \leq 2$.

FGT: Forward GEM Tracker je detektor v dopředné rapiditě.

VPD: Vertex Position Detector je určen na lokalizaci vertexů ve srážce. Jsou to ve skutečnosti dva detektory umístěné na každé straně blízko prstence. Je vzdálený 5,7 m od primárního interakčního bodu a díky této poloze pokrývá pseudorapiditní rozsah v oblasti $4,24 \leq |\eta| \leq 5,1$.

ZDC: Zero Degree Calorimeter pomáhá při určení centrality srážky. To dělá tak, že v oblasti dopředné rapidity detekuje částice, které se účastnily srážky a pokračovaly dále. Je umístěný 18 m od primárního bodu srážky. Také se využívá ke spuštění měření (tzv. trigger) v experimentu STAR.

MTD: Muon Telescope Detector jak název napovídá je detektor specializovaný na detekci mionů. Tato specifikace napomáhá ke studiu kvarkonií. Jeho efektivita je asi ~ 90% pro miony s příčnou hybností vyšší jak 3 GeV. [58]

BBC: Beam-Beam Counter je velmi užitečný při polarizovaných proton-protonových srážkách a poskytuje minimum bias trigger.

Kapitola 7

Analýza jetů v jádro-jaderných srážkách

Samotná kapitola věnovaná analýze jetů v jádro-jaderných srážkách je rozdělena na diskusi aktuálních výsledků týkajících se inkluzivní produkce jetů na urychlovačích RHIC a LHC. Dále se práce věnuje rekonstrukci jetů a určení spekter příčné hybnosti p_T pro inkluzivní jety na datech naměřených na experimentu STAR. Nakonec se tato práce věnuje určení tzv. trigger faktoru pro data naměřená pomocí HT triggeru v elektro-magnetickém kalorimetru BEMC experimentu STAR vůčii datům z tzv. minimálně biasovaných Au+Au srážek.

7.1 Měření inkluzivní produkce jetů v A+A srážkách na urychlovačích LHC a RHIC

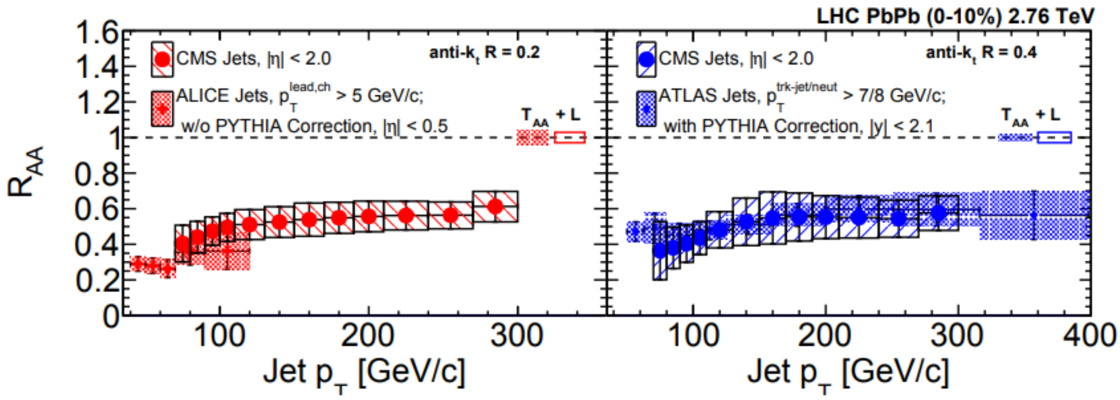
V této sekci shrneme několik nejnovějších měření inkluzivní produkce jetů v jádro-jaderných srážkách na urychlovačích LHC a RHIC. Energie srážky dosažitelné na urychlovači LHC v laboratoři CERN umožňují detailně studovat produkci jetů v jádro-jaderných srážkách díky podstatně většímu účinnému průřezu produkce jetů oproti nižším energiím srážky na urychlovači RHIC. Měřením produkce jetů na LHC se zabývají experimenty ATLAS, CMS i ALICE. Například experimenty ATLAS a CMS jsou unikátní právě v tom, že mají dostatek statistiky. ATLAS a CMS mají větší pokrytí v rapiditě než například experiment ALICE, mohou měřit jety pro vysoké hodnoty příčné hybnosti p_T a analyzují je pro velké hodnoty poloměru jetu R. Na druhé straně experiment ALICE umožňuje měření jetů při malých příčných hybnostech, což je velmi zajímavé pro pochopení zhášení jetů a redistribuce ztracené energie v jaderné hmotě.

Pro kvantifikaci efektů jaderné hmoty na inkluzivní produkci jetů se nejčastěji setkáváme s pozorovatelnou, tzv. jaderným modifikačním faktorem

$$R_{AA} = \frac{\frac{\mathrm{d}^2 N^{AA}_{jet}}{\mathrm{d}p_T \mathrm{d}\eta}}{\langle T_{AA}\rangle \frac{\mathrm{d}^2\sigma^{pp}_{jet}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}\eta}}, \quad R_{AA} = \frac{\frac{\mathrm{d}^2 N^{AA}_{jet}}{\mathrm{d}p_T \mathrm{d}y}}{\langle T_{AA}\rangle \frac{\mathrm{d}^2\sigma^{pp}_{jet}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y}},$$

kde R_{AA} je složené ze tří pozorovatelných a těmi jsou jsou spektrum pro inkluzivní produkci jetů N^{AA}_{jet} naměřené z jádro-jaderných srážek, účinný průřez inkluzivní produkce jetů v proton-protonových srážkách σ^{pp}_{jets} a jaderná funkce překryvu $\langle T_{AA}\rangle$. Jaderná funkce překryvu se získá z Monte Carlo symulací Glauberova modelu. [34]

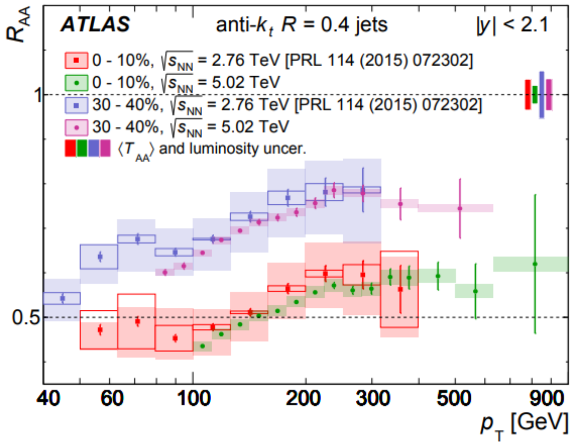
Prvním zde zmíněným experimentem bude experiment CMS, který naměřil jaderný modifikační faktor pro centrální Pb+Pb srážky při těžišťové energii na nukleon-nuleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV. [63] Tento jaderný modifikační faktor je vynesen na obrázku 7.1.



Obrázek 7.1: Jaderný modifikační faktor pro inkluzivní produkci jetů R_{AA} získaný z centrálních Pb+Pb srážek naměřený na experimentu CMS při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV. Poloměr jetu je $R = 0,2$ pro pravou stranu a $R = 0,4$ pro levou stranu. Pseudorapiditní rozsah je $|\eta| < 2$. Práh na hybnost vedoucí částice je $p_{T,lead} > 5$ GeV. Převzato z [63].

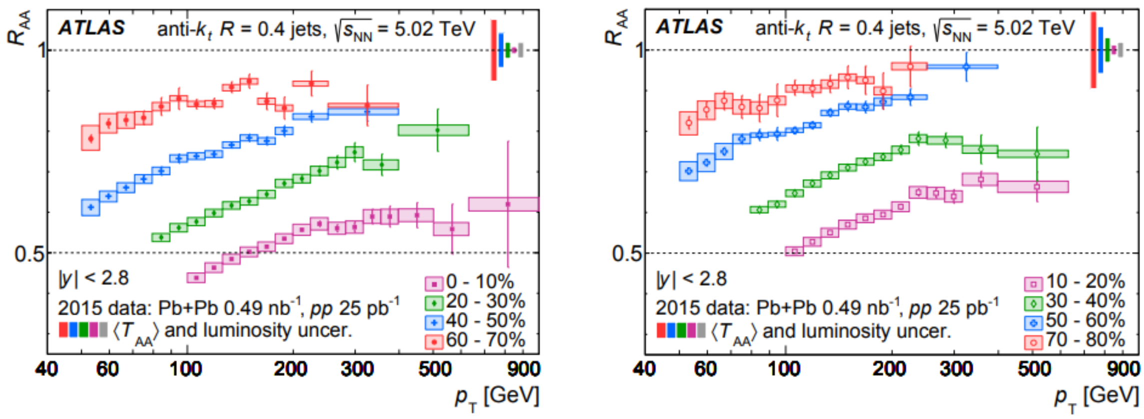
Na vyneseném jaderném modifikačním faktoru naměřeném na experimentu CMS na obrázku 7.2 můžeme vidět právě tři největší výhody CMS. Tím jsou vysoké hodnoty p_T, kdy jaderný modifikační faktor R_{AA} není problém určit do hodnot 300 GeV příčné hybnosti jetu $p_{T,jet}$. Druhá je dobrá statistika, která umožňuje tyto naměřná data takto využít. Nakonec třetí výhoda experimentu CMS je pseudorapiditní rozsah, který je $|\eta| < 2$.

Dalším experimentem na urychlovači LHC je experiment ATLAS. Stejně jako na experimentu CMS tak i zde byl naměřen jaderný modifikační faktor. Avšak výsledky, jsou uvedeny v rapiditě y, na rozdíl od CMS, kde výsledky byly v pseudorapiditě η. Jaderný modifikační faktor R_{AA} byl určen z Pb+Pb srážek naměřených na experimentu ATLAS pro těžišťové energie na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV [62] a $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ TeV [61]. Na obrázku 7.2 lze vidět hodnoty jaderného modifikačního faktoru pro různé centrality Pb+Pb srážky.



Obrázek 7.2: Jaderný modifikační faktor pro inkluzivní produkci jetů R_{AA} získaný z Pb+Pb srážek na urychlovači LHC, naměřený na experimentu ATLAS při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV a $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ TeV. Srážky jsou v centralitě $0-10\%$ a $30-40\%$. Poloměr jetu je $R = 0,4$. Rapiditní rozsah je $|y| < 2,1$ Převzato z [61].

Jak můžeme opět vidět, stejně jako u experimentu CMS, výhodu rapiditního rozsahu $|y| < 2,8$ a $|y| < 2,1$. Navíc oproti CMS je zde vynesen jaderný modifikační faktor R_{AA} ještě do vyšších hodnot příčné hybnosti p_T a to až do 900 GeV pro centrální srážky při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ TeV. To je díky měřícímu rozsahu příčné hybnosti p_T od 40 GeV do 1000 TeV [61, 62]. Na obrázku 7.3 pak můžeme vidět vynesený jaderný modifikační faktor R_{AA} pro několik centralit ních binů v Pb+Pb srážkách při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ TeV. Je zajímavé, že i u jetů pozorovaných na experimentech ATLAS a CMS, které mohou mít i příčnou hybnost stovky GeV, je viditelné potlačení těchto vysokoenergetických jetů způsobené QGP.

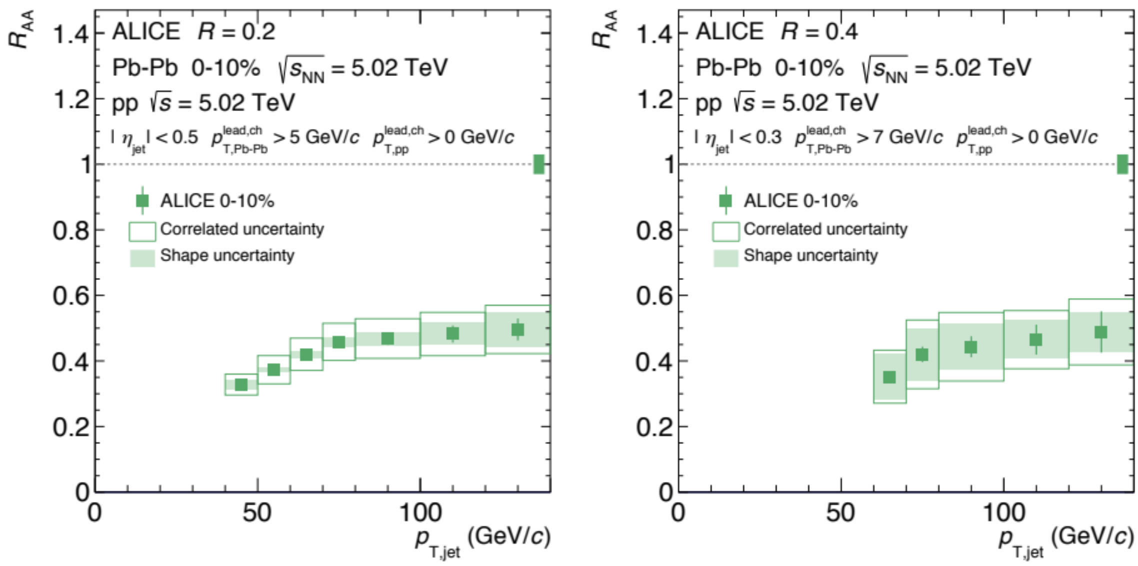


Obrázek 7.3: Jaderný modifikační faktor pro inkluzivní produkci jetů R_{AA} získaný z Pb+Pb srážek na urychlovači LHC, naměřený na experimentu ATLAS při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ TeV. Srážky jsou v centralitě od $0-10\%$ až po $70-80\%$. Poloměr jetu je $R = 0,4$. Rapiditní rozsah je $|y| < 2,8$ Převzato z [61].

Experiment ALICE se výrazně liší oproti experimentům CMS a ATLAS. V první řadě má o dost menší pseudorapiditní rozsah a to pouze $|\eta| < 0,7$. Takže už pro poloměr jetu $R = 0,4$ je tento rozsah omezen pro jety pouze na $|\eta| < 0,3$. Dále měří v nižších hodnotách p_T a to do 140 GeV.

Měření jetových spekter pro nižší hodnoty příčné hybnosti je ve skutečnosti velmi důležité oproti experimentům CMS a ATLAS. Experiment ALICE tak může proměřit například jaderný modifikační faktor v nižších oblastech příčné hybnosti p_T. Proměřování spekter inkluzivních jetů v nižších oblastech p_T je experimentální výzva díky fluktuujícímu pozadí. Avšak díky sofistikovaným korekcím, jak tyto nežđoucí efekty potlačit, to je možné. Měření pro tento rozsah p_T pak přináší zajímavé výsledky obvzlášť při zkoumání zhášení jetů.

Na experimentu ALICE byla změřena spektra pro inkluzivní jety v proton-protonových srážkách a v centrálních Pb+Pb srážkách. Obě měření, diskutovaná v této práci, proběhla při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ TeV [60]. Z toho pak byl určen jaderný modifikační faktor pro inkluzivní produkci jetů R_{AA}, který je vynesen na obrázku 7.4.



Obrázek 7.4: Jaderný modifikační faktor pro inkluzivní produkci jetů R_{AA} získaný z proton-protonových a centrálních Pb+Pb srážek na urychlovači LHC, naměřený na experimentu ALICE při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ TeV. Na levé straně pro poloměr jetu $R = 0,2$ a na pravé straně pro poloměr jetu $R = 0,4$. Byly voleny prahy hybností vedoucí částice jako $p_{T,lead}^{PbPb} > 5$ GeV a $p_{T,lead}^{pp} > 0$ GeV na levém histogramu a $p_{T,lead}^{PbPb} > 7$ GeV a $p_{T,lead}^{pp} > 0$ GeV na pravém histogramu. Převzato z [60].

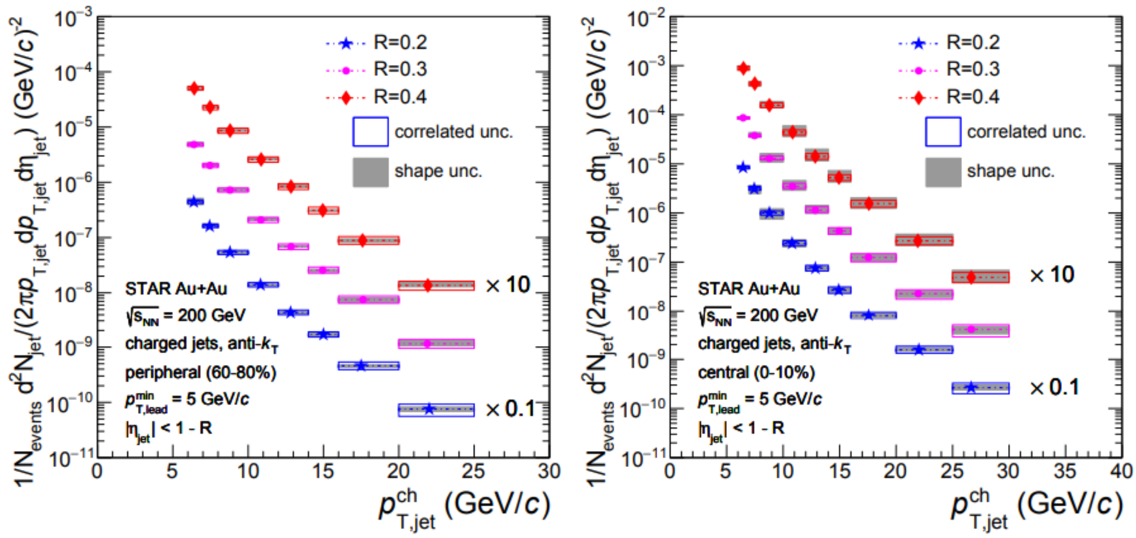
Kromě toho, že je nutné měřit produkci jetů při nižších hodnotách příčné hybnosti p_T, tak je potřeba i studovat produkci jetů při nižší těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}}$. Takové srážky se provádí na urychlovači RHIC. Experiment STAR na urychlovači RHIC pak umožňuje měřit Au+Au srážky při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. STAR měří v podobné kinematické oblasti jako ALICE a díky tomu mohou být data mezi těmito experimenty porovnávána. Nicméně na urychlovači RHIC je situace ztížena kromě velkého a fluktuujícího pozadí ještě malým účinným průřezem produkce jetů.

Tato práce se dále věnuje i vyhodnocením nekorigovaných spekter pro produkci inkluzivních jetů a dále bude uvedeno jak taková spektra získat. Abychom následně přešli od nekorigovaným ke korigovaným spektrům je nutné provést korekce na detektorové efekty a již zmíněné korekce na fluktuaci pozadí. Po provedených korekcích dostáváme korigovaná spektra inkluzivních jetů, které je možné vidět na obrázku 7.5 publikovaných v [59].

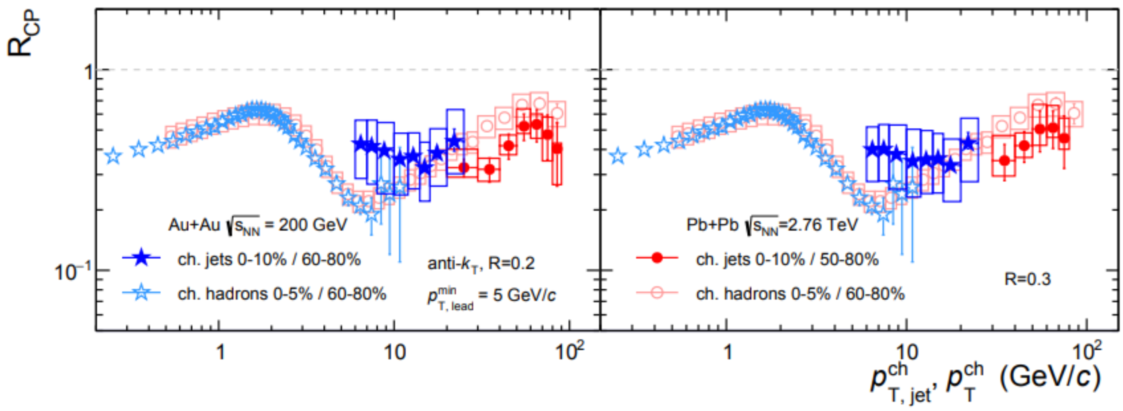
Podobně jako se měří jaderný modifikační faktor R_{AA}, existuje analogický jaderný modifikační faktor R_{CP}. R_{CP} se běžně používá tam, kde nejsou dostupná referenční experimentální data z p+p srážek a jako referenční se berou data z periferálních jádro-jaderných srážek, kde nedochází ke vzniku QGP. R_{CP} tedy udává poměr R_{CP} udává poměr mezi centrální a periferní srážkou. Samozřejmě, stejně jako v případě R_{AA}, bereme v potaz jadernou funkci překryvu $\langle T_{AA}\rangle$ pro obě srážky. R_{CP} faktor je pak v tomto případě definován jako

$$R_{CP} = \frac{\langle T_{AA}^{60-80\%}\rangle \frac{\mathrm{d}^2 N_{jet}^{0-10\%}}{\mathrm{d}p_T \mathrm{d}\eta}}{\langle T_{AA}^{0-10\%}\rangle \frac{\mathrm{d}^2 N_{jet}^{60-80\%}}{\mathrm{d}p_T \mathrm{d}\eta}},$$

kde centrální srážky bereme typicky v centralitě $0-10\%$ a periferní v centralitě $60-80\%$. Takto zadefinovaný R_{CP} faktor pro inkluzivní spektra jetů v závislosti na $p_{T,jet}$ je možný vidět na obrázku 7.6. Na tomto obrázku jsou měření v Au+Au srážkách z urychlovače RHIC při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV porovnávána s výsledky v Pb+Pb srážkách z urychlovače LHC při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV. Pro porovnání je zde i vynesen R_{CP} faktor pro nabité hadrony v Au+Au srážkách z urychlovače RHIC při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV a v Pb+Pb srážkách z urychlovače LHC při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV. Naměřená data ukazují, že potlačení produkce hadronů i jetů při energiích na urychlovači RHIC a LHC je překvapivě relativně velmi podobné, přestože horká a hustá jaderná hmota, která v A+A srážkách vzniká má odlišné vlastnosti.



Obrázek 7.5: Korigovaná p_T spektra pro inkluzivní nabité jety v Au+Au srážkách při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV s prahem hybnosti vedoucí částice $p_{T,lead} > 5$ GeV. Na levé straně pro periferní srážky a na pravé pro srážky centrální. Modrá značka odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, růžová značka odpovídá pak poloměru jetu $R = 0,3$ a červená odpovídá poloměru jetu $R = 0,4$. Převzato z [59].



Obrázek 7.6: R_{CP} pro jety a nabité hadrony z Au+Au srážek z urychlovače RHIC při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV a Pb+Pb srážky z urychlovače LHC při těžišťové energii na nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV. Na levé straně je poloměr jetu $R = 0,2$ a na pravé poloměr jetu $R = 0,3$. Data z urychlovače RHIC jsou vyznačena modrými hvězdami a data z urychlovače LHC jsou vyznačena čevenými a růžovými kruhy. Převzato z [59].

Zmíněná korigovaná p_T spektra inkluzivních jetů a R_{CP} faktor získaný z urychlovače RHIC byl analyzován z Run11. Tato práce pak dělá rekonstrukci jetů z Run14. Navíc oproti této analýze se v této práci neberou v potaz pouze nabité jety, ale plné jety. Run 14 má větší statistiku a v této práci jsou zároveň zpracovávána BEMC triggerovaná data, která obsahuje Run14.

7.2 Praktická část

Praktická část této práce se skládá ze dvou částí. První je rekonstrukce jetů pomocí anti-k_T algoritmu který byl uveden v kapitole 5. Při této analýze je použit i k_T aloritmus, opět uvedený v kapitole 5, který sloužil k určení hustoty pozadí ρ, která bude ještě zmíněna dále v textu. Oba tyto algoritmy byly použity ze softwarového balíčku FastJet [8]. Druhou částí bylo vyhodnocení analyzovaných dat.

Data, která byla pro tuto analýzu použita, byla naměřena na urychlovači RHIC kolaborací STAR a jedná se o Run14 Au+Au srážek při těžišťové energii nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. Práce je zaměřena na data s minimum bias triggerem (dale už pouze MB) a high triggerem (dále už pouze HT). HT trigger funguje na principu, že v případě, kdy v některých věžích BEMC dojde k depozici energie nad daným prahem stanoveným typem HT triggeru, tak se tato událost zapíše. K těmto triggerům jsou přidělena ID triggeru. Pro MB trigger je to 450010, 450020, 450008 a 450018. Pro HT jsou ID pak 45202 a 45212. Hlavním cílem práce je pak porovnat data s MB triggerem a data s HT triggerem.

Centralita je v rozsahu 0 – 80% (v histogramech je centralita rozdělena na úrovních 0 – 10%, 10 – 20%, 20 – 30%, 30 – 40%, 40 – 50%, 50 – 60%, 60 – 80%). Data jsou ve třech úrovní luminozity a to nízká, střední a vysoká. Analýza byla provedena pro tři různé hodnoty poloměru jetu R, který je blíže uveden v kapitole 5. Analýza byla provedena pro poloměr jetu $R = 0,2$, $R = 0,3$ a $R = 0,4$. Nakonec byl proveden výběr hybnosti (tzv. selection cut) vedoucího hadronu $p_{T,lead}$. Hybnost vedoucího hadronu udává hodnotu hybnosti nejtvrdší složky jetu, tedy hadronu s největší příčnou hybností p_T. V histogramech jsou pak vyneseny jednotlivé prahové hodnoty pro hybnost vedoucího hadronu v jetu odpovídající hodnotám 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV.

7.2.1 Rekonstrukce jetů

Jak už bylo řečeno, jety byly v této práci rekonstruovány pomocí anti-k_T algoritmu. V první řadě se berou v potaz dráhy nabitých částic z TPC, ale následně i nenabité příspěvky z BEMC. Dráhy nabitých částic se berou v rozmezí od $0,2$ GeV až 30 GeV. Přičemž horní hranice je omezena schopností TPC určit ze zakřivení dráhy částice v magnetickém poli její hybnost. Naměřená data z TPC a BEMC jsou pak zkombinovány do plného jetu. Kalorimetrický detektor je rozdělen na tzv. věže. Při analýze je pak podmínka na energie ve věžích kalorimetru, které vstupují do jetové rekonstrukce, nastavena stejně jako u nabitých částic, tj. $0,2-30$ GeV. Pokud jsou tyto podmínky pro věž splněny, udělá se 3×3 klastr. Energie v tomto klastru se pak rovnoměrně rozdělí.

Před samotnou rekonstrukcí jetů proběhne ješte tzv. hadronická korekce, která zabraňuje tomu, aby hybnost dráhy částice z TPC, pokud míří do věže v BEMC, byla započtena dvakrát. Pak proběhne samotná rekonstrukce jetů. Plocha Plocha jetu je určena pomocí tzv. "ghost"jetu. [8] Díky IR bezpečnosti algoritmu se výsledek analýzy nezmění pokud přidáme do eventu extrémně měkký ghost jet. Tento jet je přidán do eventu několikrát a je určeno kdy skončí v oblasti analyzovaného jetu. Plocha jetu závisí na poloměru jetu R.

V dalším kroku je použit k_T algoritmus právě na určení již zmíněného pozadí. Bohužel není možné rozlišit, které detekované částice jsou opravdu součástí QCD jetu a pochází z tvrdého procesu. Nicméně víme, že úroveň nežádoucího pozadí je přímo úměrná ploše jetu. To nám problém může zjednodušit na odečtení hustoty energie ρ násobené ploše jetu A

$$p_{T,jet}^{reco} = p_{T,jet}^{raw} - \rho A,$$

kdy tento postup doporučují i autoři softwarového balíčku FastJet. [8] Na tento úkol je vhodný k_T algoritmus díky jeho citlivosti na měkké částice, tedy částice s malou příčnou hybností p_T. Ve chvíli kdy k_T algoritmus určí všechny jety v eventu tak se určí hustota energie pozadí jako

$$\rho = \text{med}\left\{\left(\frac{p_{T,jet}}{A}\right)_i\right\},$$

kde i je index nalezeného jetu. V centrálních srážkách (centralita $0-10\%$) jsou pak dva nejtvrdší jety odebrány. U zbylých centralit je odebrán pouze jeden nejtvrdší jet. Pozadí se určuje s poloměrem jetu $R = 0,3$.

Tímto je provedena korekce na střední hodnotu pozadí v dané srážce, avšak samotné pozadí ještě výrazně fluktuuje od srážky ke srážce [59]. Tyto fluktuace musí být následně korigovány včetně korekce na detektorové efekty pomocí dekonvoluce, což je ale nad rámec bakalářské práce.

7.2.2 Výsledky analýzy jetů v Au+Au srážkách

Analýza byla provedena přes vzdálený přístup k výpočetnímu klastru RACF (RHIC and ATLAS Computing Facility) v laboratoři BNL. Jak již bylo zmíněno, analýza byla provedena pro Run14 Au+Au srážky při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV a byla provedena pro HT a MB trigger. Dále pro nízkou, střední a vysokou luminozitu a nakonec pro tři hodnoty poloměru jetu. Takto byla vyhodnocena p_T spektra jetů v 7 intervalech centrality. V histogramech lze potom vidět 5 různých prahových hodnot na vedoucí částice jetu $p_{T,lead}$. Všechny histogramy byly vykresleny pomocí C++

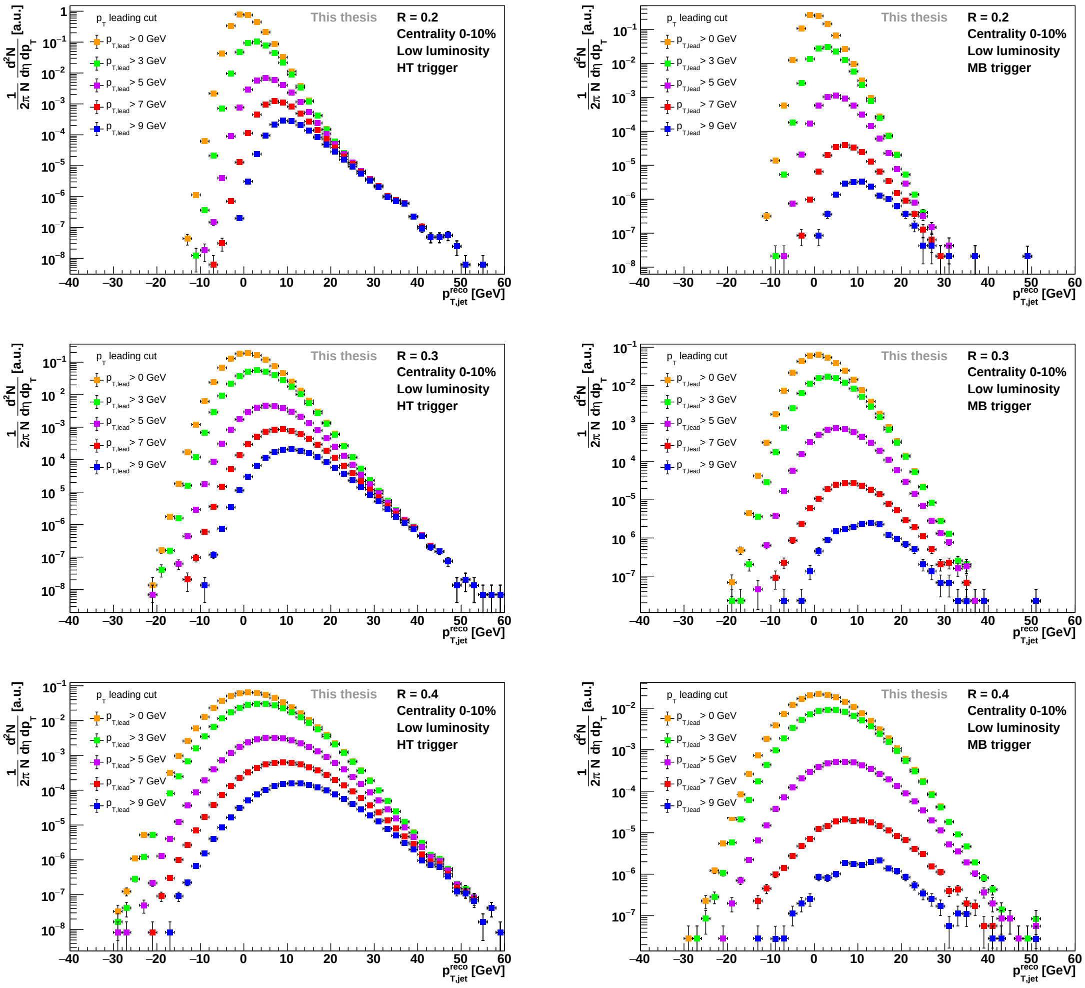
knihovny ROOT @ cern. [64]

Pro p_T spektra jetů je na vodorovné ose vyneseno $p_{T,jet}^{reco}$, které se získalo z analýzy již popsané v této kapitole. Samotný počet jetů v každém binu $p_{T,jet}^{reco}$ je pak normovaný $\frac{1}{2(1-R)}$, $\frac{1}{2\pi}$ a $\frac{1}{N}$. První člen odpovídá pseudorapidnímu rozsahu. Ten je v tomto případě 2, ale v případě kdy je jet nalezen bléže okraji detektoru než je hodnota R pak se jet nepočítá do výsledné analýzy. Druhý faktor odpovídá normování vůči souřadnici ϕ a nakonec N značí počet eventů. Nakonec dostáváme svislou osu

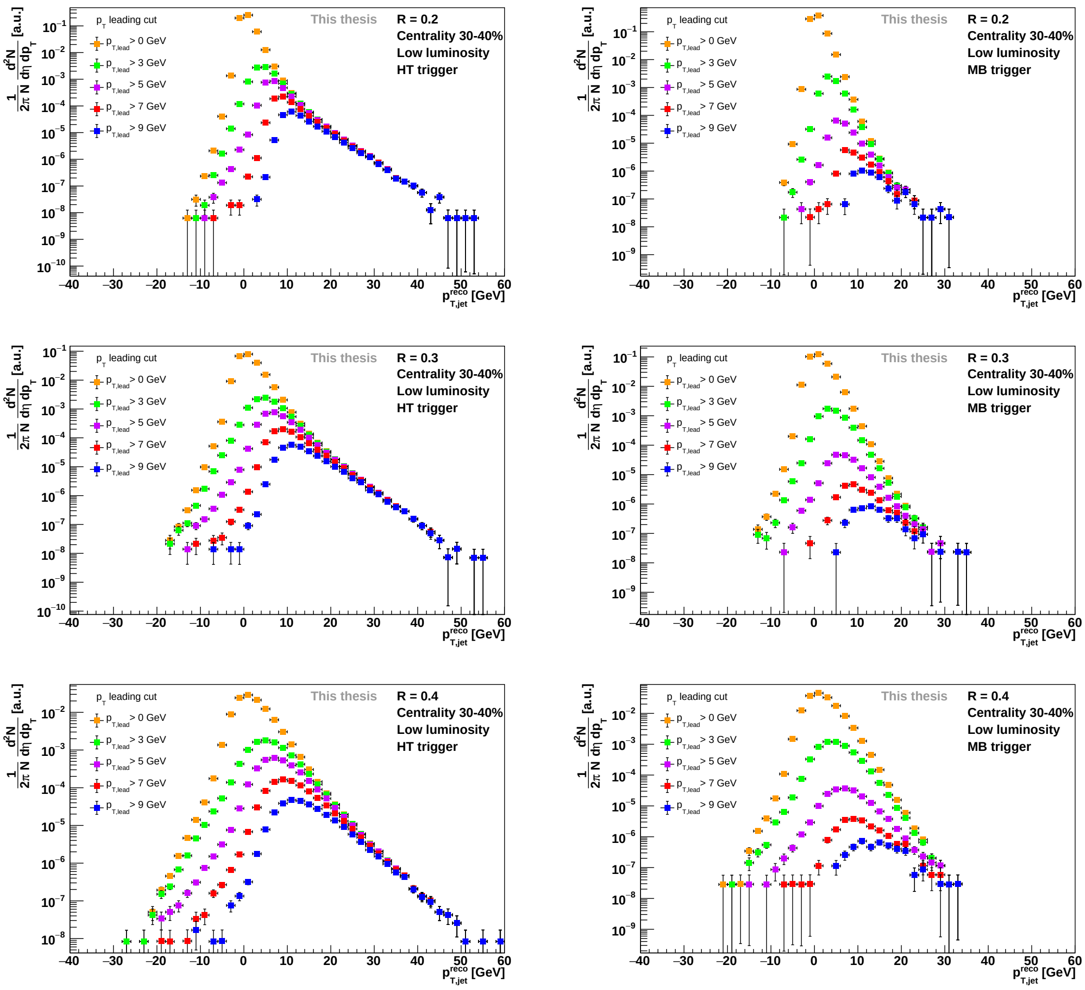
$$\frac{1}{2\pi N}\frac{\mathrm{d}^2N}{\mathrm{d}\eta\mathrm{d}p_T}.$$

Šířka binů v histogramech je 2 GeV.

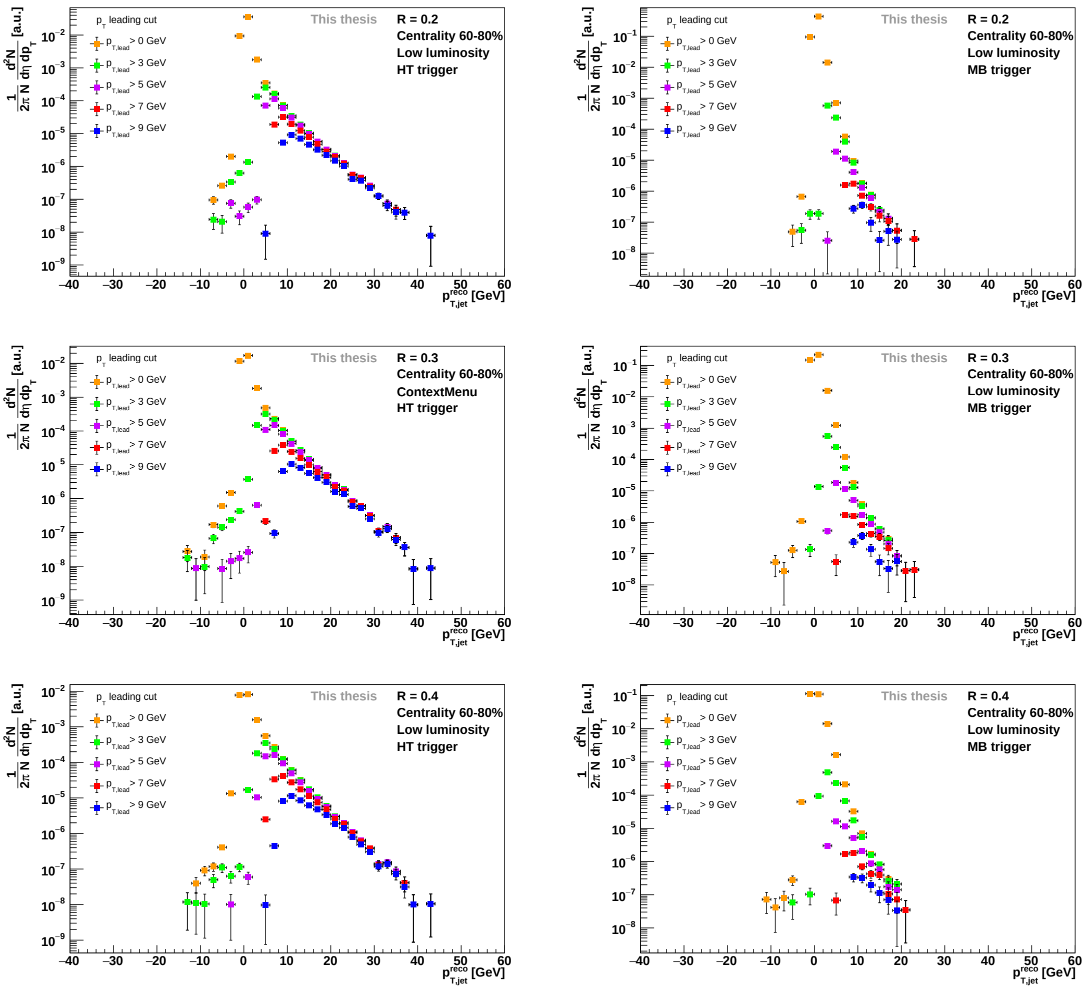
Centrální p_T spektra jetů pro HT a MB trigger můžete vidět na obrázcích 7.7, 7.10 a 7.13, pro nízkou, střední a vysokou luminozitu. Na obrázcích je vidět i rozdíly v p_T spektru při použití jiného poloměru jetu R. Stejně tak jsou určeny p_T spektra jetů v oblasti 30 – 40% centrality, která lze vidět na obrázcích 7.8, 7.11 a 7.14 a následně periferní srážek, která lze vidět na obrázcích 7.9, 7.12 a 7.15. Nakonec p_T spektra jetů ve zbylých intervalech centrality lze nalézt v příloze B. Konkrétně je lze vidět na obrázcích B.1, B.2, B.3 a B.4 pro nízkou luminozitu, B.5, B.6, B.7 a B.8 pro střední luminozitu, B.9, B.10, B.11 a B.12 pro vysokou luminozitu.



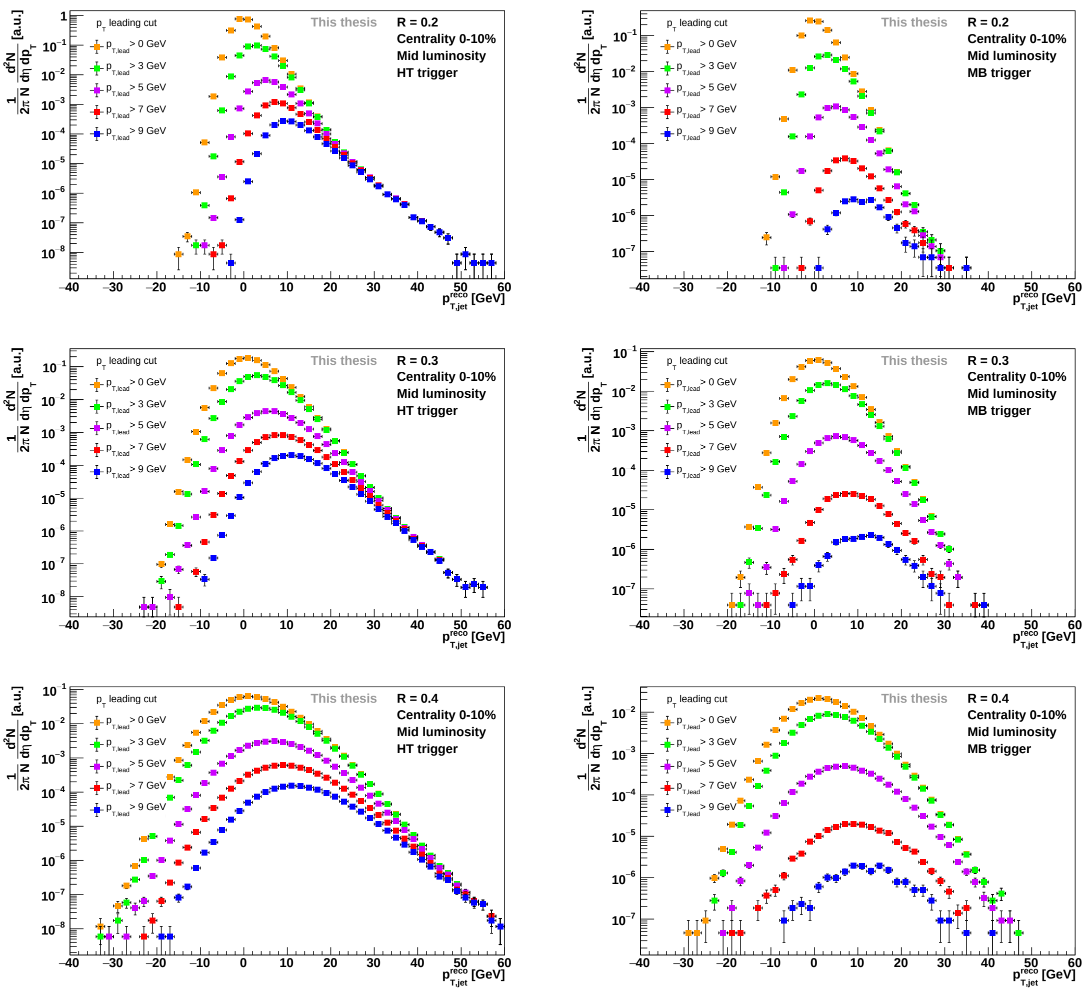
Obrázek 7.7: p_T spektra jetů pro data s nízkou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} =$ 200 GeV v centralitě 0-10%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



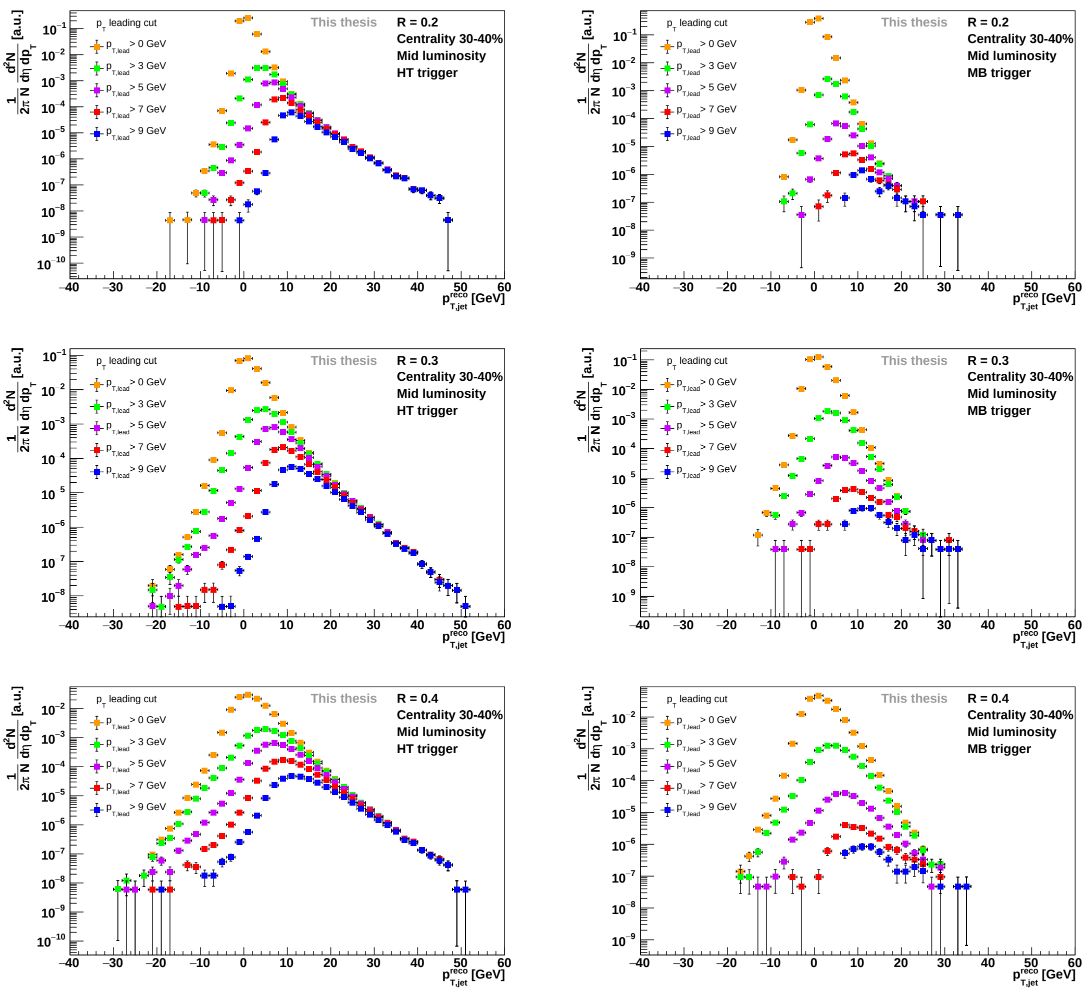
Obrázek 7.8: p_T spektra jetů pro data s nízkou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV v centralitě 30-40%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



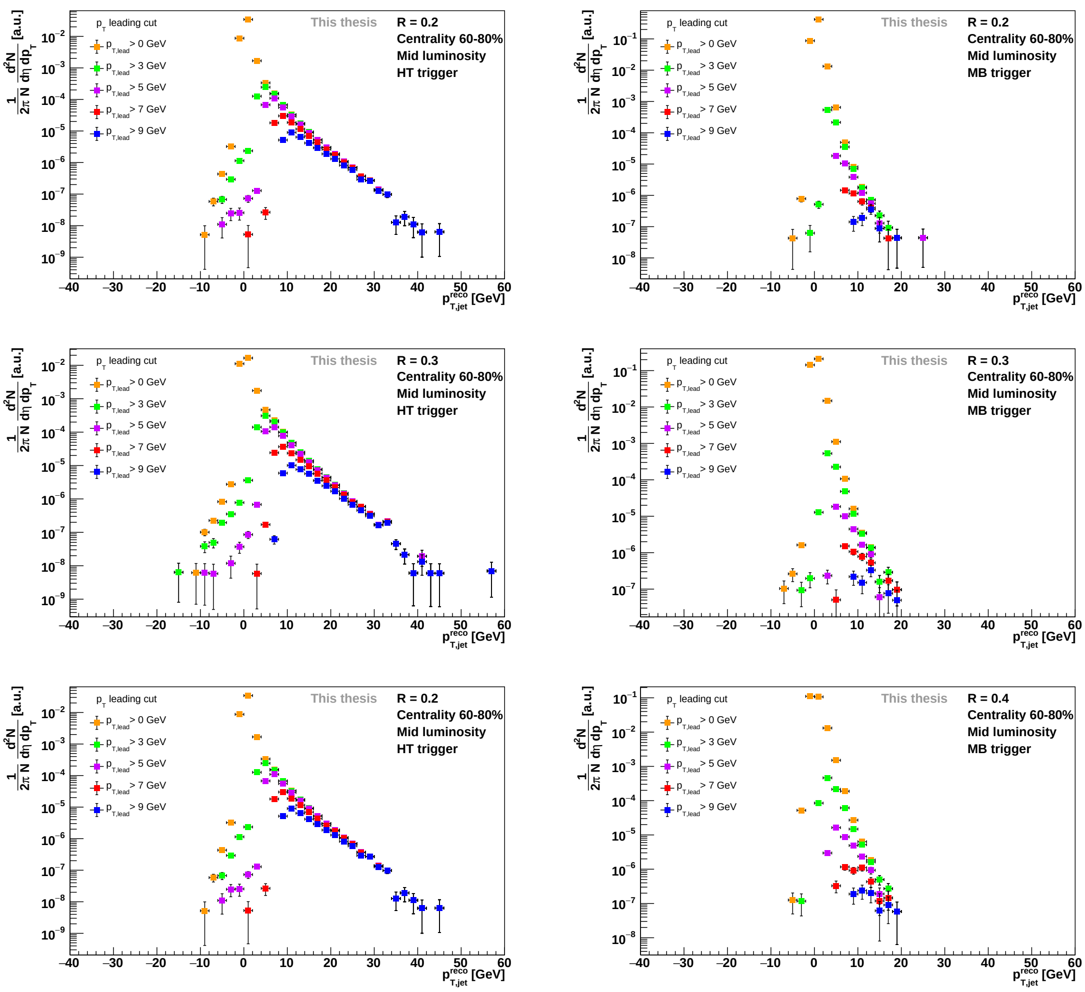
Obrázek 7.9: p_T spektra jetů pro data s nízkou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} =$ 200 GeV v centralitě 60-80%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



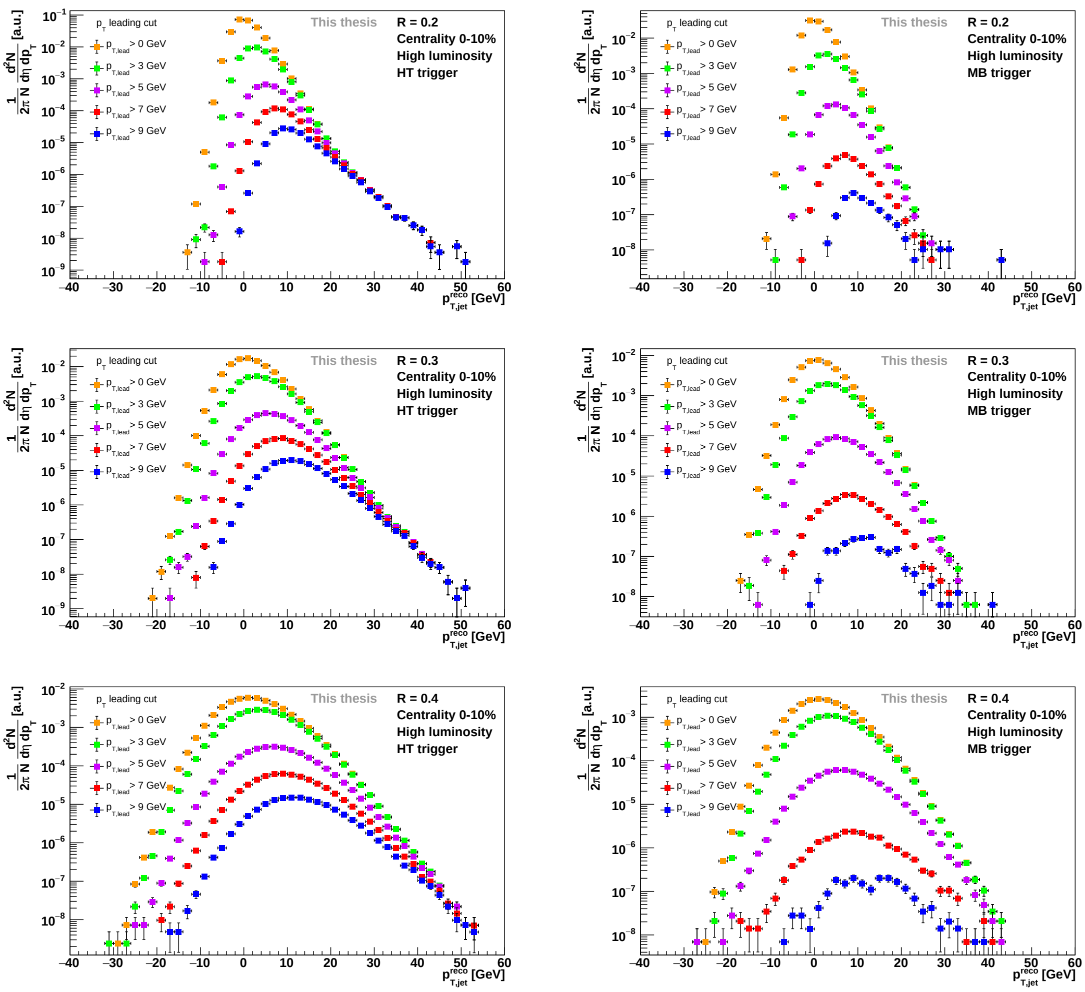
Obrázek 7.10: p_T spektra jetů pro data se střední luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 0-10%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



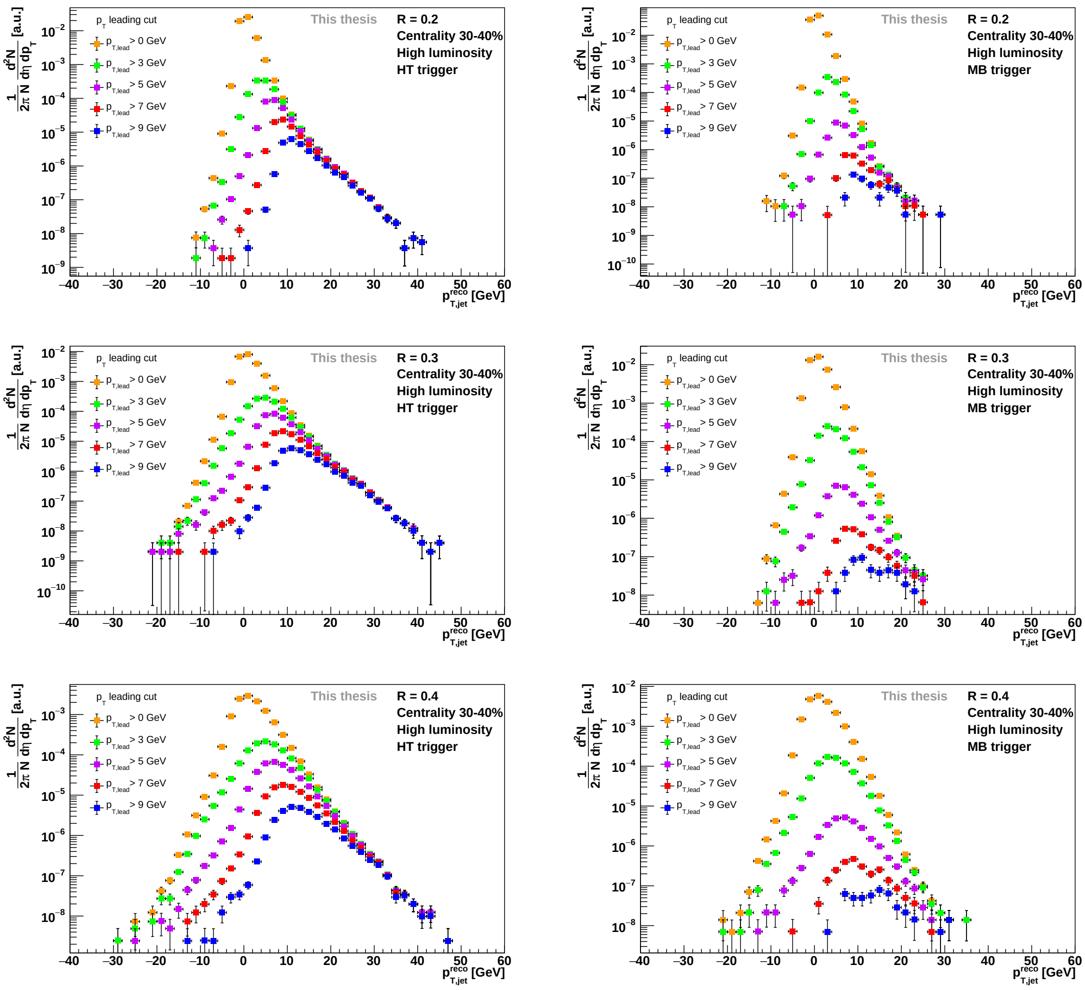
Obrázek 7.11: p_T spektra jetů pro data se střední luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 30-40%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



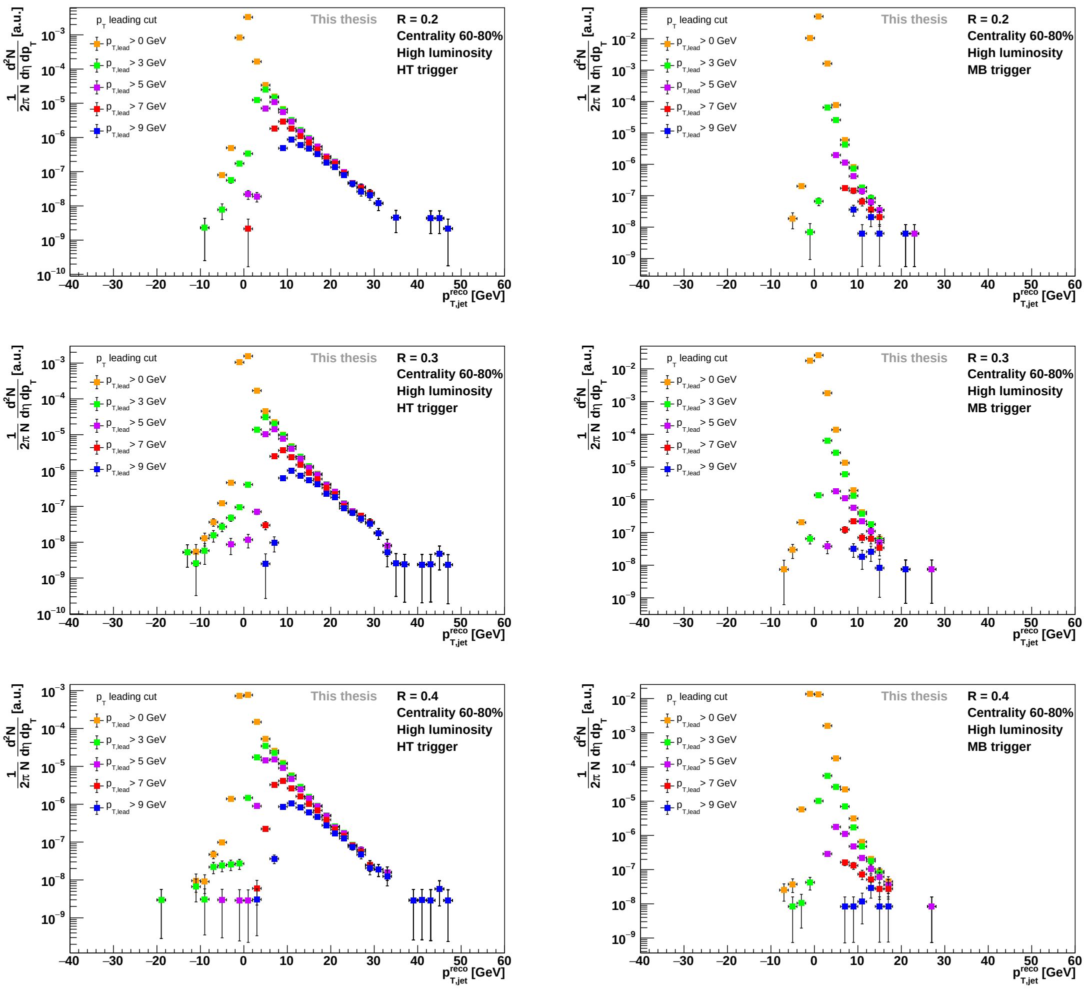
Obrázek 7.12: p_T spektra jetů pro data se střední luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 60-80%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



Obrázek 7.13: p_T spektra jetů pro data s vysokou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV v centralitě 0-10%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



Obrázek 7.14: p_T spektra jetů pro data s vysokou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 30-40%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



Obrázek 7.15: p_T spektra jetů pro data s vysokou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 60-80%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).

Dalším cílem této práce bylo určit poměr p_T spekter jetů mezi MB a HT triggerovanými daty

$$\left(\frac{1}{N}\frac{\mathrm{d}^2 N}{\mathrm{d}\eta \mathrm{d}p_T}\right)_{HT} \Bigg/ \left(\frac{1}{N}\frac{\mathrm{d}^2 N}{\mathrm{d}\eta \mathrm{d}p_T}\right)_{MB}.$$

Tím dále zjistit jestli je v určité oblasti $p_{T,jet}^{reco}$ konstantní oblast, na které by bylo vidět v jakém poměru je v této oblasti $p_{T,jet}^{reco}$ zvýšená produkce jetů v HT triggeovaných datech oproti MB triggerovaným datům.

Stejně jako v případě p_T spekter jetů tak máme poměr pro centrální srážky na obrázcích 7.16, 7.17 a 7.18 pro nízkou, střední a vysokou luminozitu. Tyto tři sety histogramů jsou pak vyneseny společně bez chybových úseček v obrázku 7.25. Opět analogicky jako pro p_T spektra jetů jsou zde uvedeny poměry mezi HT a MB v oblasti centrality 30 – 40% a pro periferní srážky. Ty lze vidět na obrázcích 7.19, 7.20, 7.21 pro cetralitu v oblati 30 – 40% a 7.22, 7.23 7.24 pro periferní srážky. Poměry ve zbylých oblastech centrality lze najít v příloze B. Konkrétně je možné je vidět na obrázcích B.13, B.16, B.19, B.22 pro nízkou luminozitu, B.14, B.17, B.20, B.23 pro střední luminozitu a B.15, B.18, B.21, B.24 pro vysokou luminozitu. Všechny tyto histogramy mají šířku binu 0,5 GeV.

Hitogramy podílu HT a MB triggerů, kde lze vidět chování všech tři luminozity zároveň bez chybových úseček, lze opět najít v příloze B. Konkrétně na obrázcích B.25, B.26, B.27, B.28, B.29 a B.30. Tyto histogramy mají šířku binu 1 GeV.

Na spektrech můžeme vidět, že pochopitelně pro vyšší $p_{T,lead}$ klesá počet jetů a pro nižší centralitu se snižuje oblast, kde by se dal určit podíl MB a HT triggerů lehce určit.

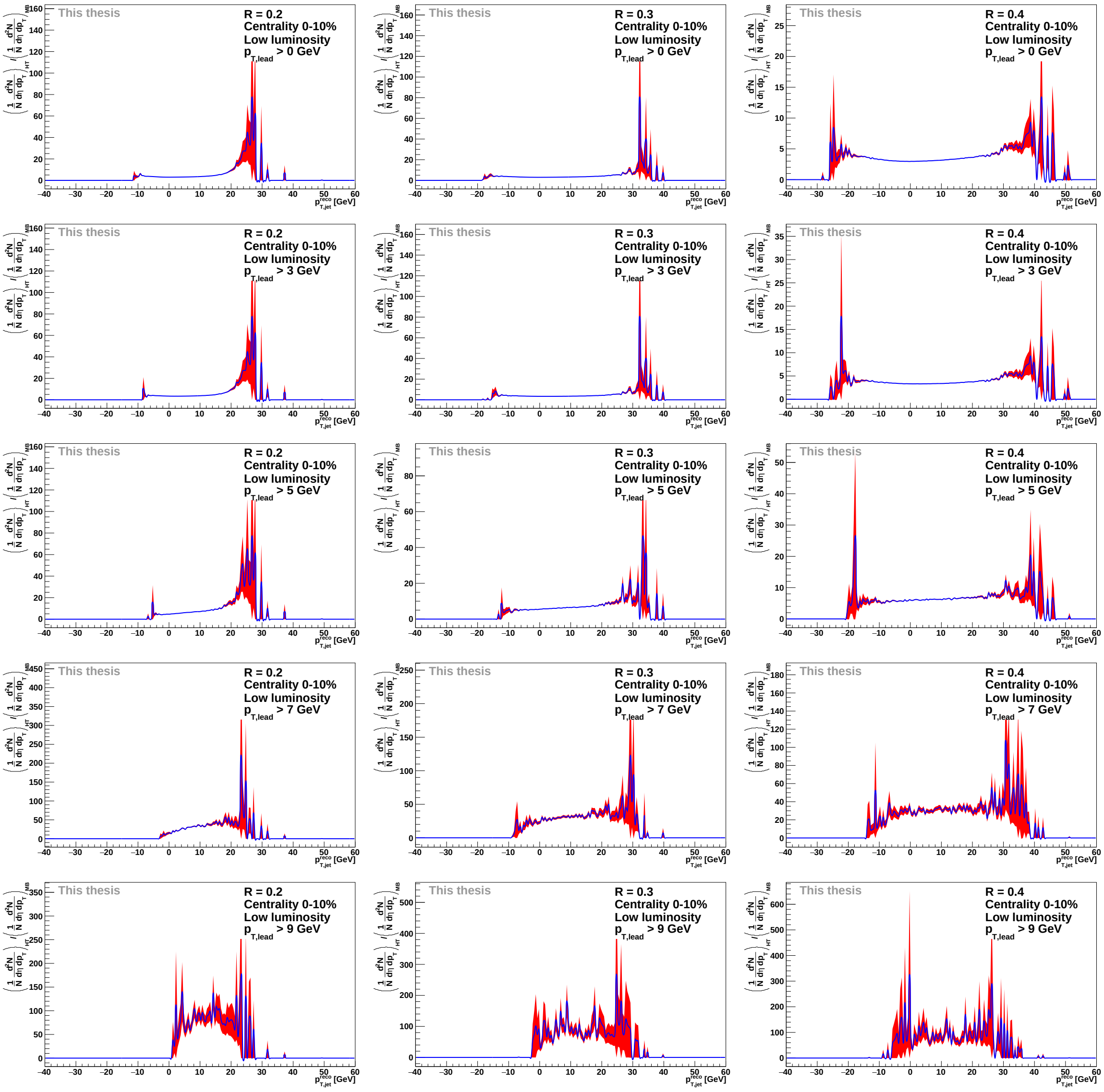
Na histogramech podílu spekter pro HT a MB triggerovaná data ůžeme vidět vliv vyžších hodnot $p_{T,lead}$ prahu, nebo cetrality. Konstantní oblast v podílu je pak čím dál tím těžší určit až úplně zanikne.

Naopak pro nišší hodnoty $p_{T,lead}$ prahu je dost vysoké pozadí a průběh v oblasti překryvu se značně prohýbá a není konstantní. Vhodný $p_{T,lead}$ prah pro co nejpřesnější určení poměru mezi HT a MB triggerovanými daty v oblasti překryvu by nejspíše byl $p_{T,lead} > 3$ GeV. Pro centrální srážky je pak tato oblast, ze které se dá vyčíst tento poměr je velmi rozsáhlá. Jedná se o rozsah od 30 GeV pro $R = 0,2$ až k rozsahu 50 GeV pro $R = 0,4$. Zároveň v této oblasti je velmi nízká chyba tohoto podílu. Pro centrální srážku a tento $p_{T,lead}$ prah jsou orientační hodnoty v tabulce 7.1.

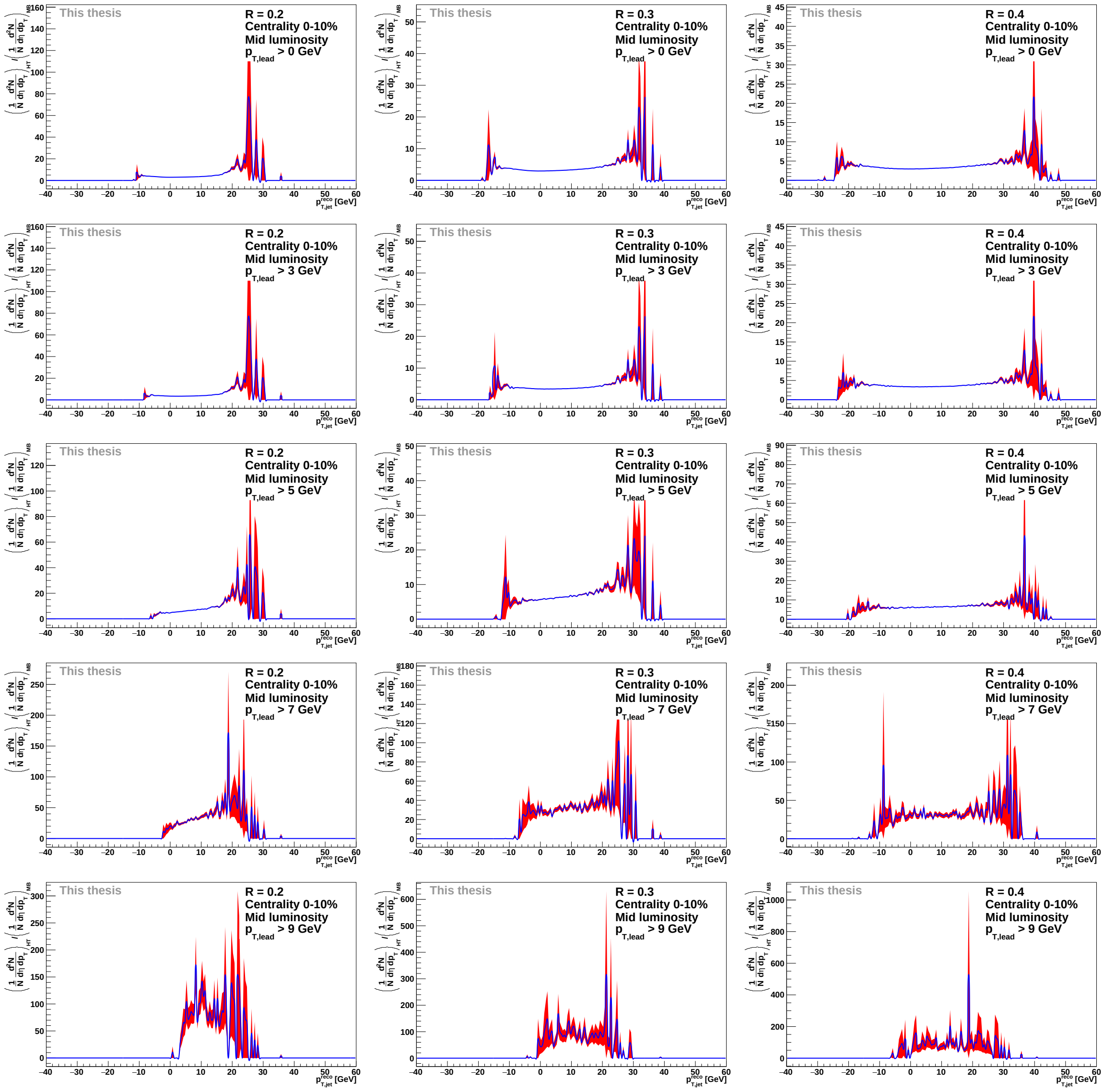
Další zajímavý fakt se dá vypozorovat z histogramů, kde je vynesena nízká, střední i vysoká luminozita zároveň. Rozdíl mezi nízkou a střední luminozitou je v oblasti překryvu minimální. Pro vysokou luminozitu pak je hodnota poměru nišší.

Luminozita	$R = 0,2$	$R = 0,3$	$R = 0,4$
Nízká	3,41	3,38	3,37
Střední	3,45	3,41	3,39
Vysoká	2,75	2,69	2,70

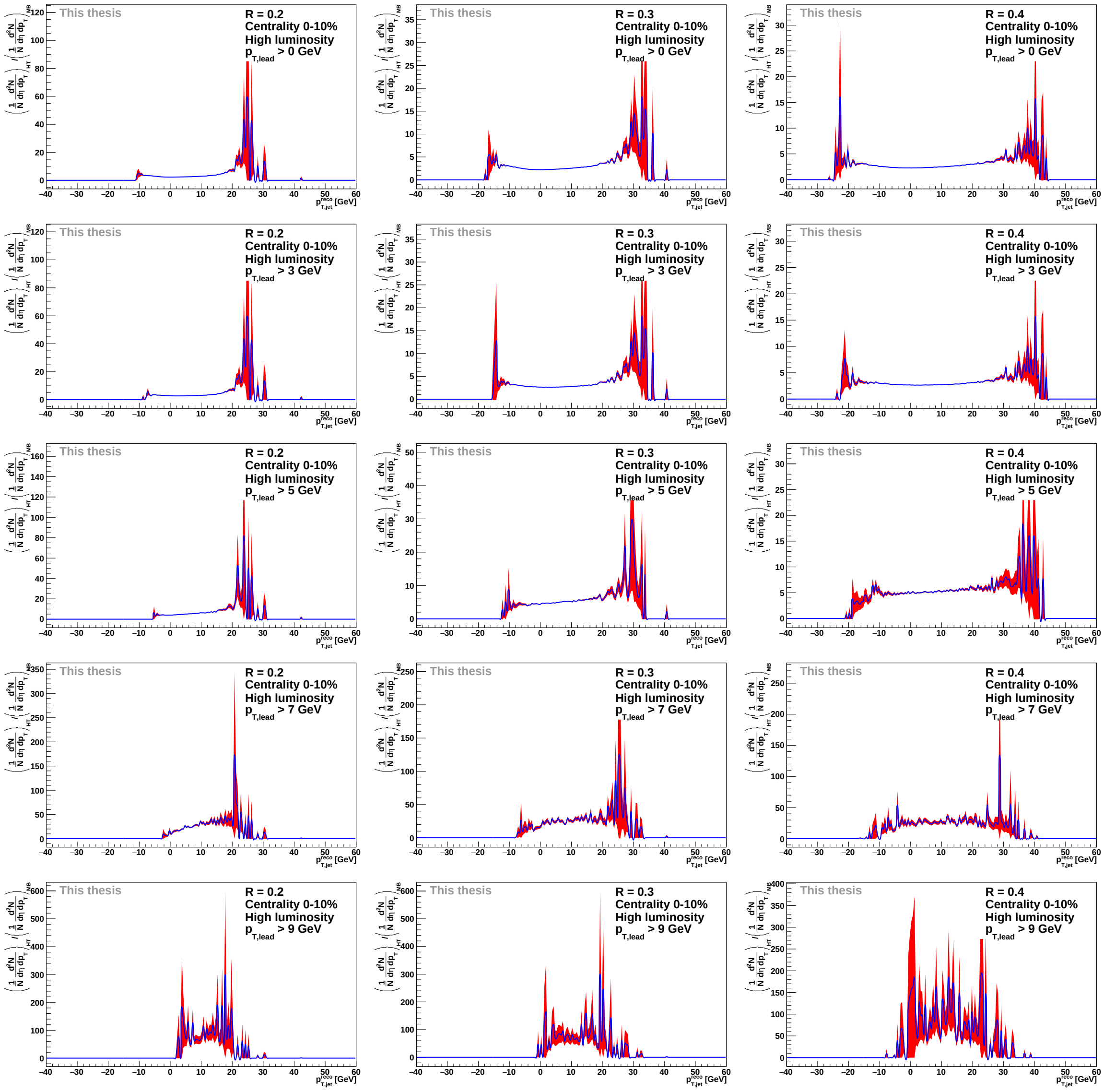
Tabulka 7.1: Poměr p_T spekter jetů mezi HT a MB triggerovanými daty pro centrální srážky s $p_{T,lead}$ prahem 3 GeV v úzké, takřka konstantní oblasti.



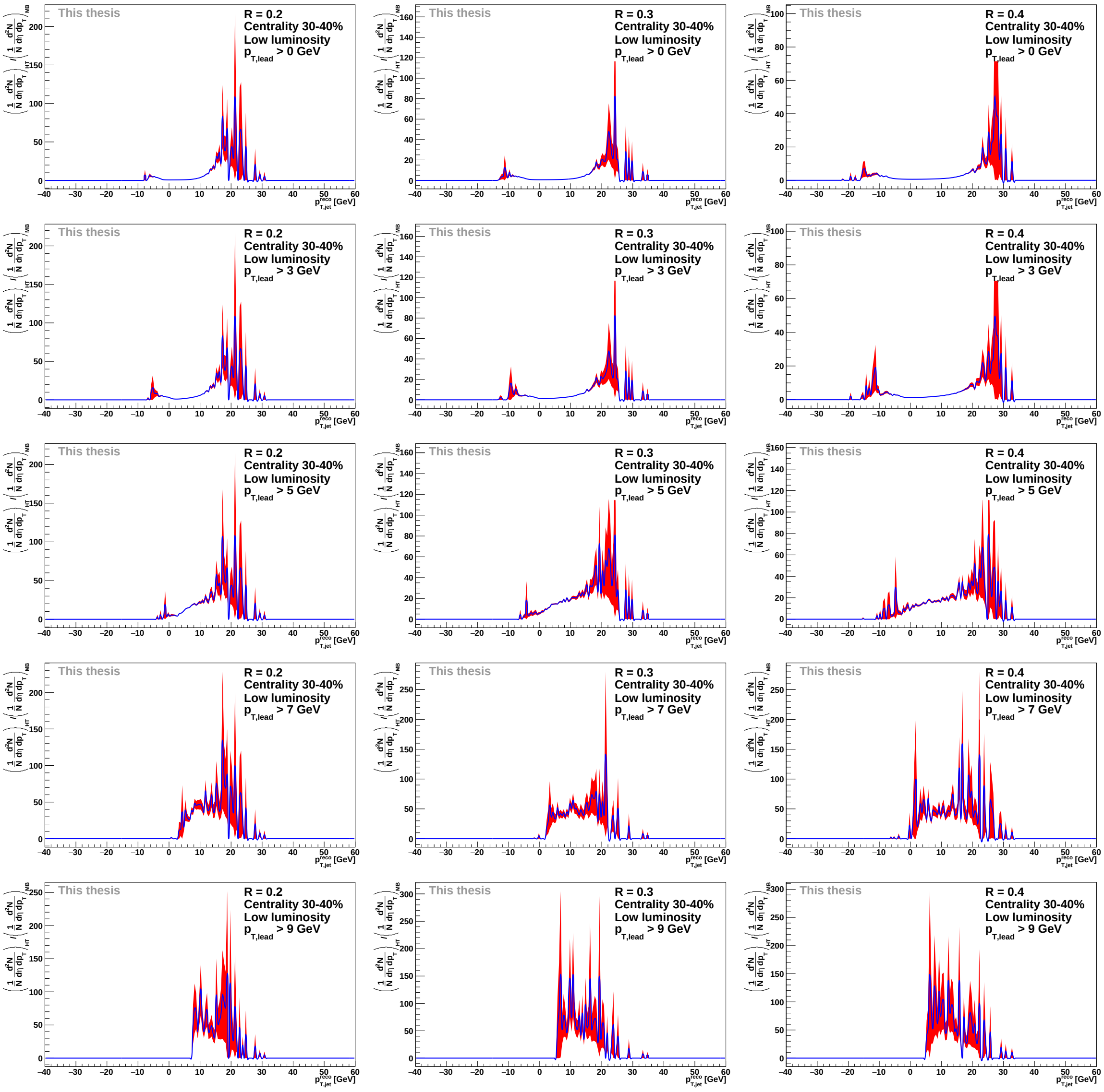
Obrázek 7.16: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou v nízké lumitozitě a pro 0-10% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



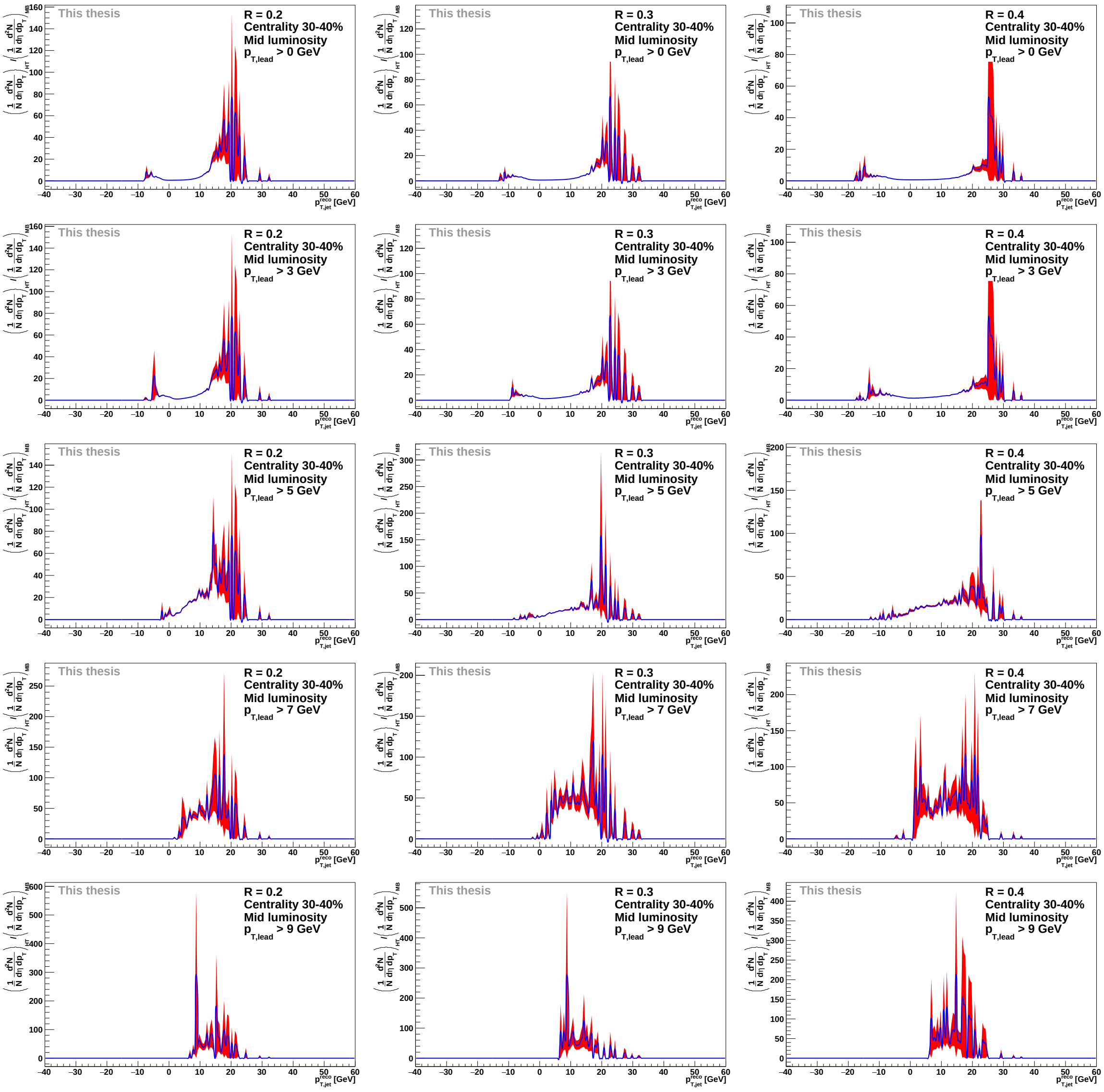
Obrázek 7.17: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve střední luminozitě a pro 0-10% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



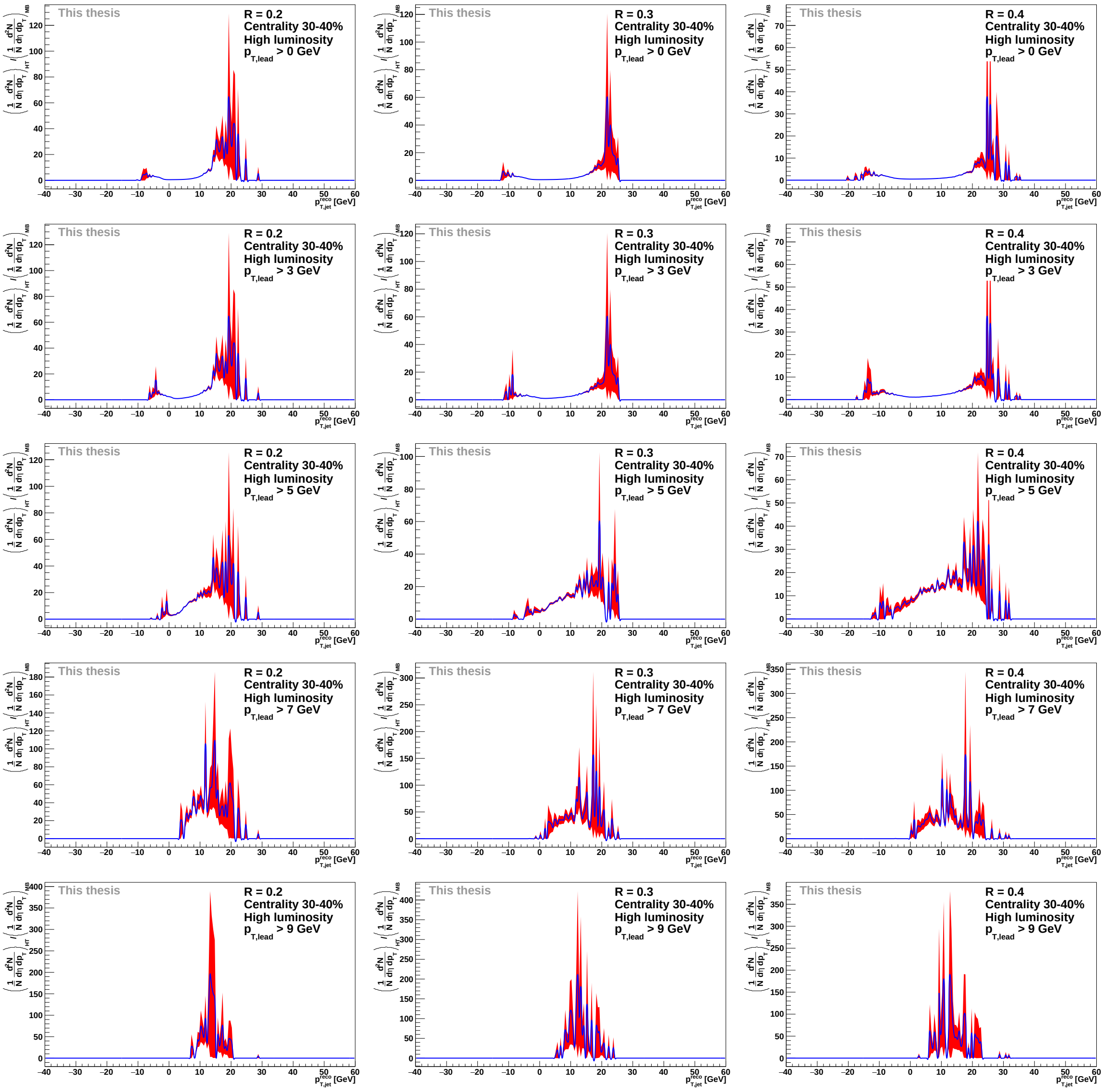
Obrázek 7.18: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve vysoké luminozitě a pro 0-10% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



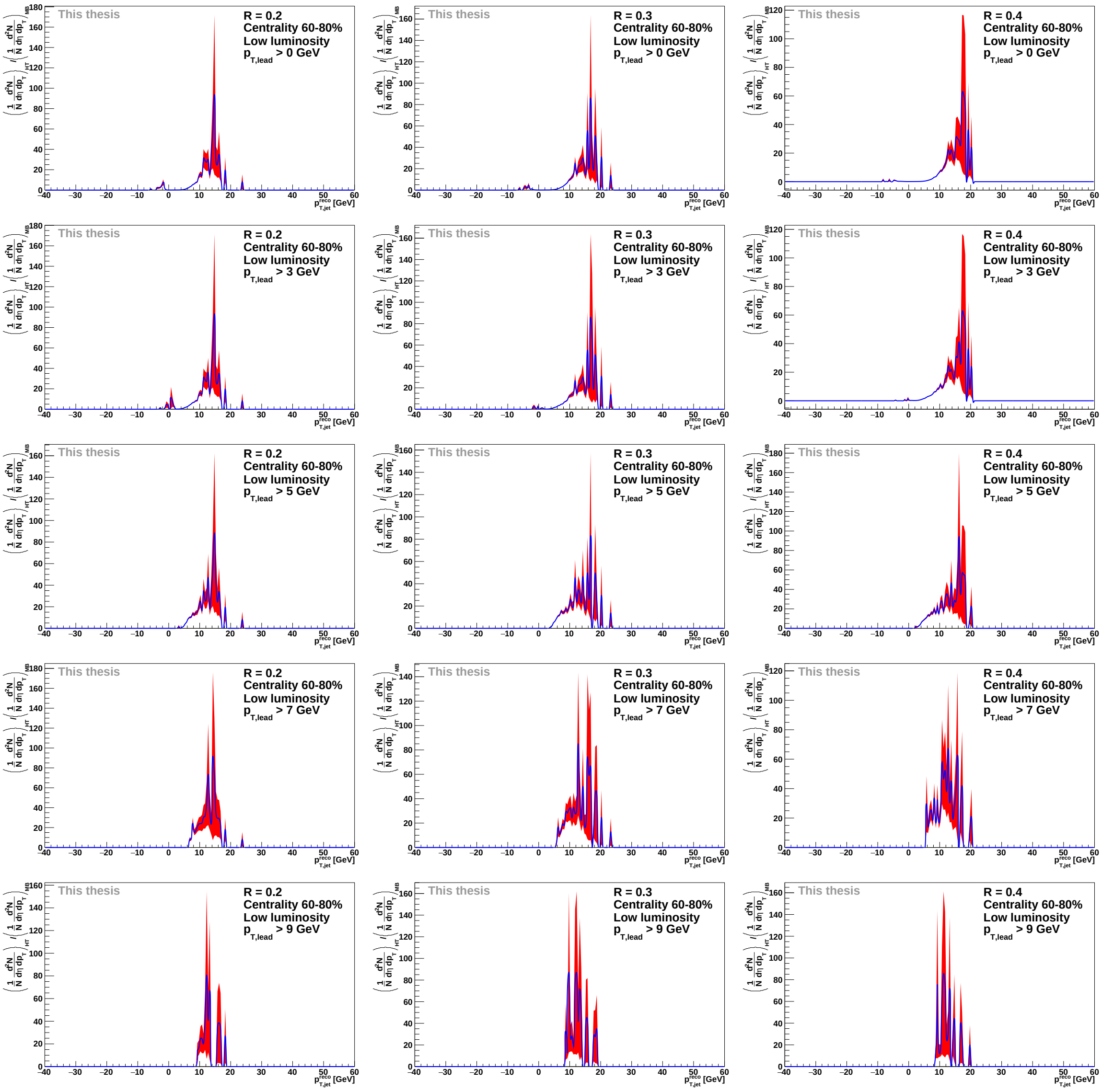
Obrázek 7.19: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou v nízké lumitozitě a pro 30-40% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



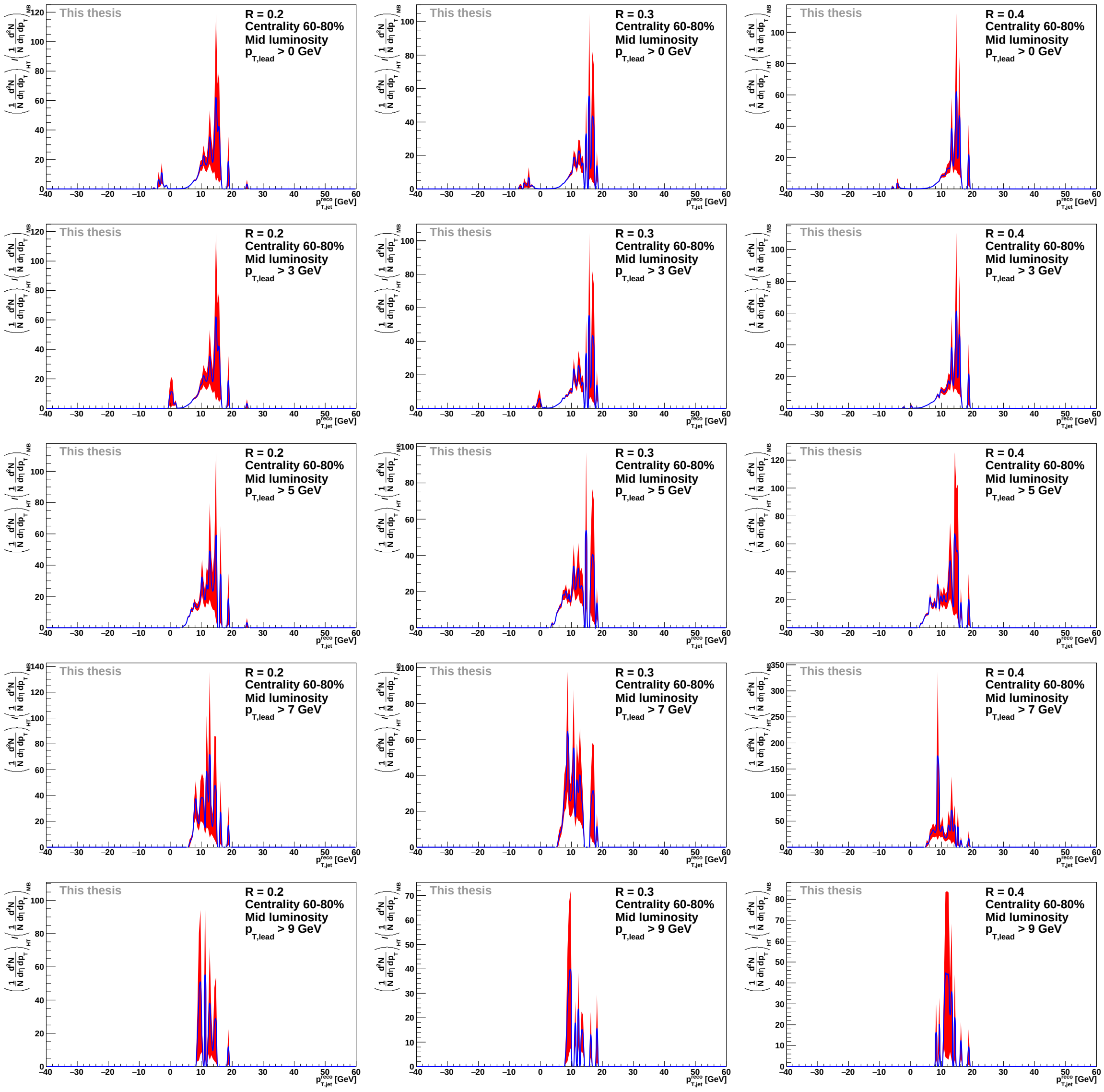
Obrázek 7.20: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve střední luminozitě a pro 30-40% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



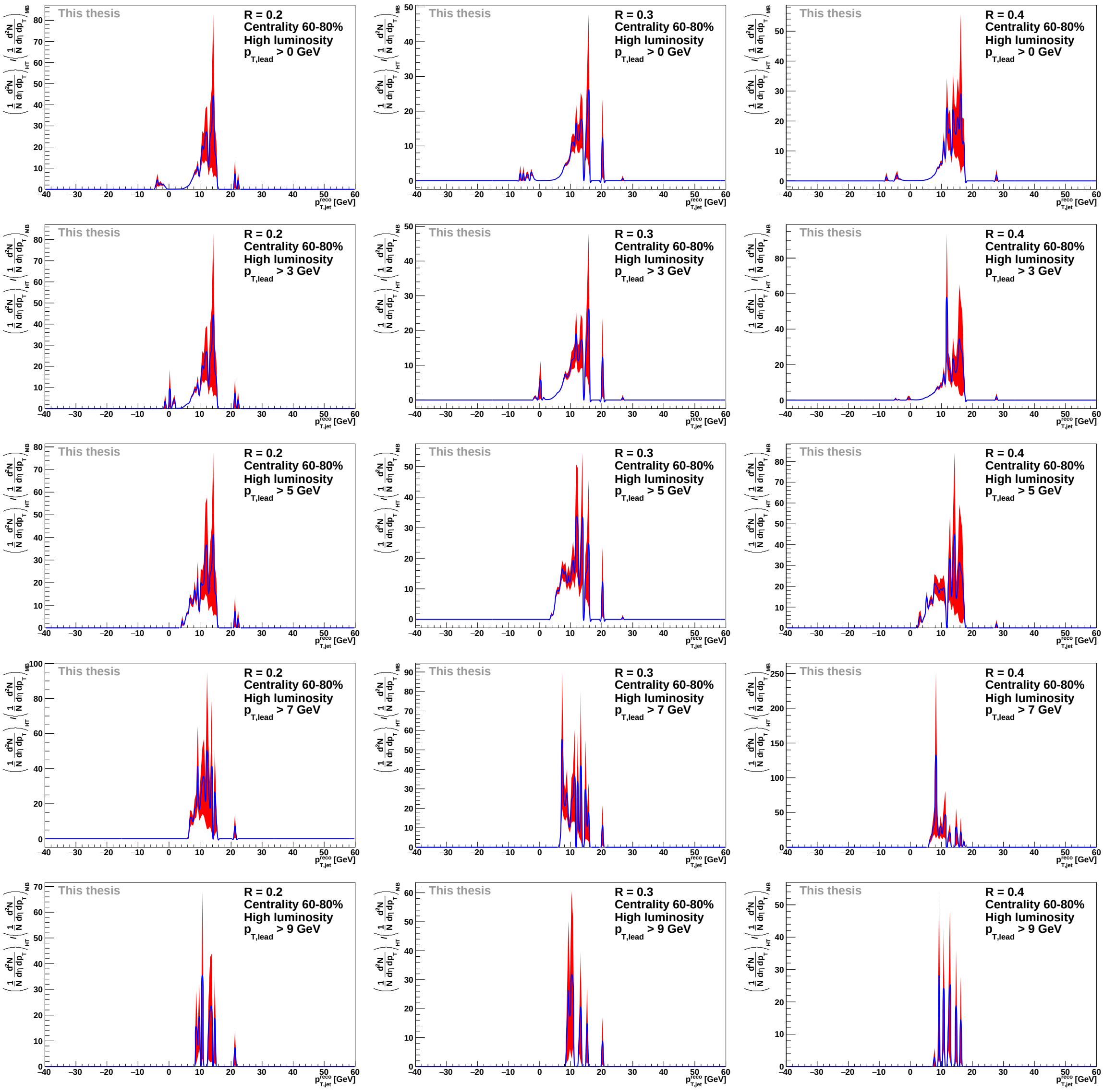
Obrázek 7.21: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve vysoké luminozitě a pro 30-40% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



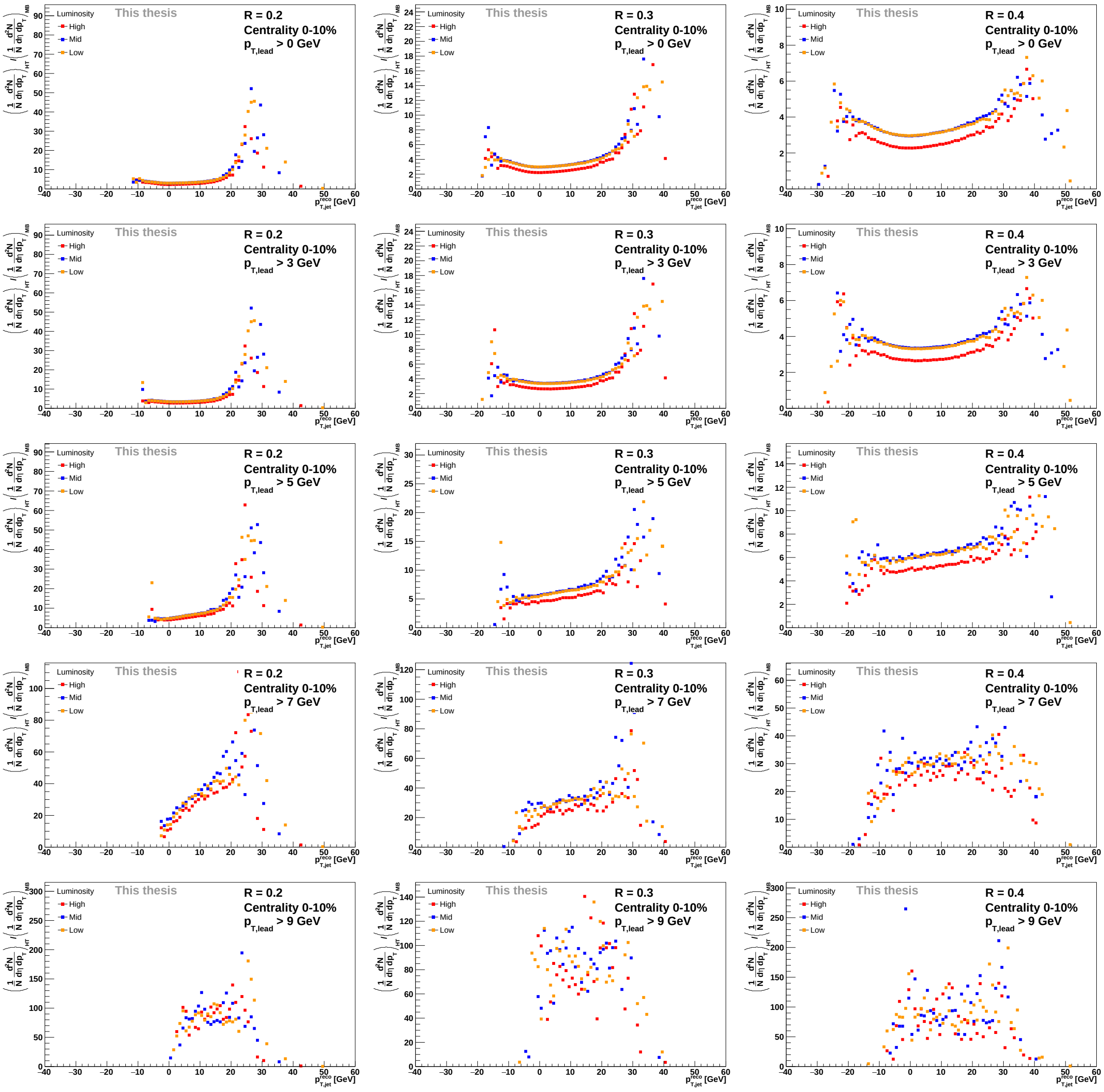
Obrázek 7.22: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou v nízké lumitozitě a pro 60-80% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



Obrázek 7.23: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve střední luminozitě a pro 60-80% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



Obrázek 7.24: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve vysoké luminozitě a pro 60-80% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



Obrázek 7.25: Histogramy podílu p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Barvy představují luminozity (viz legenda), v centralitě 0-10%. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV Jednotlivé histogramy s chybovými oblastmi jsou vyneseny v 7.16, 7.17 a 7.18.

Kapitola 8

Závěr

Cílem práce bylo provést analýzu dat z urychlovače RHIC naměřených kolaborací STAR. Konkrétní použitá data byla změřena v Run14 a jednalo se o Au+Au srážky při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. Z těchto naměřených dat pak bylo cílem vyextrahovat nekorigovaná inkluzivní spektra jetů.

V prvním kroku bylo nutné vyhodnotit samotná p_T spektra jetů v těchto srážkách. K tomu byly použit algoritmus anti-k_T k nalezení jetů a algoritmus k_T na určení pozadí. Oba tyto algoritmy byly použity ze softwarového balíčku FastJet. Následně byla tato spektra vynesena do grafu pomocí C++ knihovny ROOT.

Tato nekorigovaná p_T spektra jetů byly určeny pro high tower (HT) a minimum bias (MB) trigger, ve třech úrovních luminozity a pro tři hodnoty poloměru jetu R. Histogramy pak byly rozděleny do 7 intervalů centrality. V poslední řadě byl zohledněn při vykreslování výběr na příčnou hybnost vedoucího hadronu $p_{T,lead}$.

Druhým krokem bylo porovnat HT a MB triggerovaná data a pokusit se najít oblast překryvu v p_T, kde by p_T spektra jetů měla podobný průběh, ale vyšší hodnotu pro HT trigger. To by se pak v poměru projevilo jako existence konstantní oblasti, která by se pak dala určit a zjisti škálovací faktor v této oblasti.

Problém bylo, že pro srážky s menší centralitou se oblast podobného průběhu dost rychle zužuje a tedy pro periferní srážky je takřka nemožné tuto oblast efektivně určit. Dalším faktorem je, že pro zvyšující se $p_{T,lead}$ práh se taktéž tato oblast dost rychle zužuje. Na druhou stranu pro práh $p_{T,lead} > 0$ GeV tato oblast není konstantní, protože je zde hodně nežádoucího kombinatorického pozadí. Ideální pak pro určení této oblasti jsou centrální srážky s centralitou 0-10% a pro $p_{T,lead}$ cut od 3 GeV do 5 GeV. Šířka této oblasti závisí i na volbě poloměru jetu R.

Pro centrální srážky a práh hybnosti vedoucí částice $p_{T,lead} > 3$ GeV je tato oblast od asi 30 GeV pro $R = 0,2$ až do takřka 50 GeV pro $R = 0,4$. Tato oblast není úplně konstantní, ale požadovaný faktor by se dal určit. Obzvlášť pokud by se brala uzší oblast p_T. V uzší, takřka konstantní oblasti ~ 10 GeV (závislé například na poloměru jetu R), se tento faktor pohybuje od $2,69$ až do $3,45$, kde nižší hodnota odpovídá vysoké luminozitě a vyšší odpovídá luminozitám nízké a střední, které se od sebe tímto faktorem takřka neliší.

Jedná se o první studii určení korekčního faktoru mezi HT a MB spektry, po provedení dekonvoluce spekter jetů na detektorové efekty a fluktuace pozadí zvlášť pro HT a MB Au+Au srážky, budou tyto korekční faktory ještě upřesněny.

Příloha A

Teoretická část

A.1 Přirozená soustava jednotek

V této práci je použita přirozená soustava jednotek, tedy pokládáme $\hbar = c = k_B = 1$, kde $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ je redukovaná Planckova konstanta, c je rychlost světla a k_B je Boltzmannova konstanta. S touto volbou je zde vhodné zmínit konstanty na převod jednotek $\hbar c = 197,3$ MeV fm.

Veličiny	SI	Natural	Faktor
Energie E	kg m^2 s^{-2}	eV	1
Hmotnost m	kg	eV	c^{-2}
Hybnost p	kg m s^{-1}	eV	c^{-1}
Délka l	m	eV^{-1}	$\hbar c$
Čas t	s	eV^{-1}	$\hbar$
Rychlost v	m s^{-1}	-	c
Moment hybnosti L	kg m^2 s^{-1}	-	$\hbar$
Účinný průřez σ	m^2	eV^{-2}	$(\hbar c)^2$
Síla F	kg m s^{-2}	eV^2	$(\hbar c)^{-1}$
Náboj Q	C = A s	-	1
Teplota T	K	eV	k_B^{-1}

Tabulka A.1: Fyzikální veličiny a jejich jednotky v SI a následně v přirozené soustavě jednotek

A.2 $(\eta - \phi)$ prostor

Nechť máme 3D prostor s bazickými vektory $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$. Pro souřadný systém srážek svazku částic si zvolíme osu $\tilde{z}$ jako směr srážejícího se svazku. Dále souřadný úhel v rovině $\tilde{x}$ a $\tilde{y}$ nazveme ϕ, který nabývá hodnot od 0 do 2π a souřadný úhel svírající s osou $\tilde{z}$ nazveme θ. Vektory (např. hybnost $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$) budou mít kolmou složku k ose $\tilde{z}$ (např. p_T), rovnoběžnou složku k ose $\tilde{z}$ (např. $p_{||} = p_z$) a normu vektoru (např. $p = ||\mathbf{p}||$). Mimo jiné platí vztahy $p_T = p \sin\theta$ a $p_{||} = p \cos\theta$.

Pro experimentální fyziku vysokoenergetických srážek je velmi důležitý tzv. $(\eta - \phi)$ prostor, což je prostor se dvěmi souřadnicemi η, tzv. pseudorapidita a úhel ϕ. Taktéž se používá souřadný systém $(y-\phi)$, kde se místo pseudorapidity η používá rapidita y. Výhoda rapidity y je, že je pevně definována a je tedy celkově teoreticky mnohem vhodnější. V experimentální fyzice se spíše setkáme s pseudorapiditou η, ke které není potřeba znát energii částice, nebo její hybost a stačí pouze změřit úhel θ. Je tedy mnohem jednoduší pro měření. Nejprve si zadefinujeme rapiditu

$$y \equiv \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E+p_z}{E-p_z}\right), \tag{A.1}$$

jako funkci energie částice E a dopředné hybnosti částice p_z. Pro čtyřhybnost částice p_μ platí

$$(p_\mu) = (E = m_T \cosh y\ ,\ p_x\ ,\ p_y\ ,\ p_z = m_T \sinh y),$$

kde konvenčně nazývaná "příčná hmotnost" m_T je dána jako

$$m_T^2 = m^2 + p_x^2 + p_y^2.$$

S touto veličinou se rapidita dá také zapsat jako

$$y = \ln\left(\frac{E+p_z}{m_T}\right),$$

nebo pomocí inverzní funkce pro hyperbolický tangens

$$y = \operatorname{arctanh}\left(\frac{p_z}{E}\right).$$

Rapiditu y můžeme rozvinout následujícím způsobem

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{\cos^2(\theta/2) + m^2/4p^2 + \dots}{\sin^2(\theta/2) + m^2/4p^2 + \dots},$$

kde pro ultrarelativistickou limitu $p \gg m$ se dá napsat

$$y \approx \frac{1}{2}\ln\frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)} = -\ln\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \equiv \eta.$$

Pro pseudorapiditu η tedy platí, že je ultrelativistickou aproximací rapidity y. Z definice pseudorapidity lze dále odvodit tyto identity

$$\sinh\eta = \cot\theta\ ,\ \cosh\eta = \sin^{-1}\theta\ ,\ \tanh\eta = \cos\theta$$

A.3 Mandelstamovy proměnné

Mandelstamovy proměnné jsou proměnné, které Lorenzovsky-invariantně spojují energie a hybnosti ve dvou částicových rozptylových procesech. Tyto proměnné zavedl Stanley Mandelstam v roce 1958.

Pro Minkowskiho metriku

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

zavedeme Mandelstamovy proměnné jako

$$
\begin{aligned}
s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\
t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2 \\
u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2,
\end{aligned}
\tag{A.3}
$$

kde p_1 je 4-hybnost jedné vstupující částice a p_2 4-hybnost druhé která se rozptyluje s první. p_3 a p_4 jsou 4-hybnosti vystupujících částic.

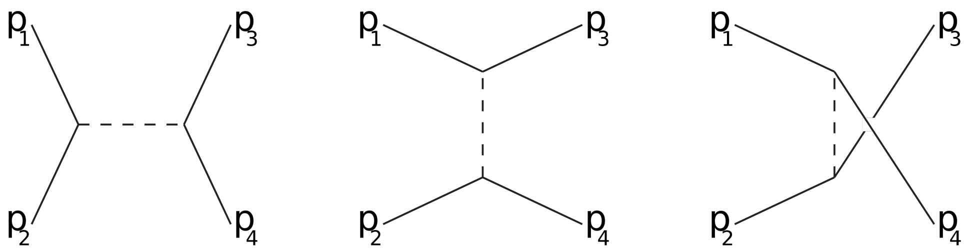
Pro součet Mandelstamovy proměnných platí

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2,$$

kde m_i jsou hmotnosti částic.

A.3.1 Feynmanovy diagramy pro Mandelstamovy proměnné

Různé Mandelstamovy proměnné mohou reprezentovat různé rozptylové procesy. Zde opět platí, že p_i představují 4-hybnosti a přerušovaná čára značí výměnu intermediální částice.



(a) s-kanál (space-channel) (b) t-kanál (time-channel) (c) u-kanál (u-channel)

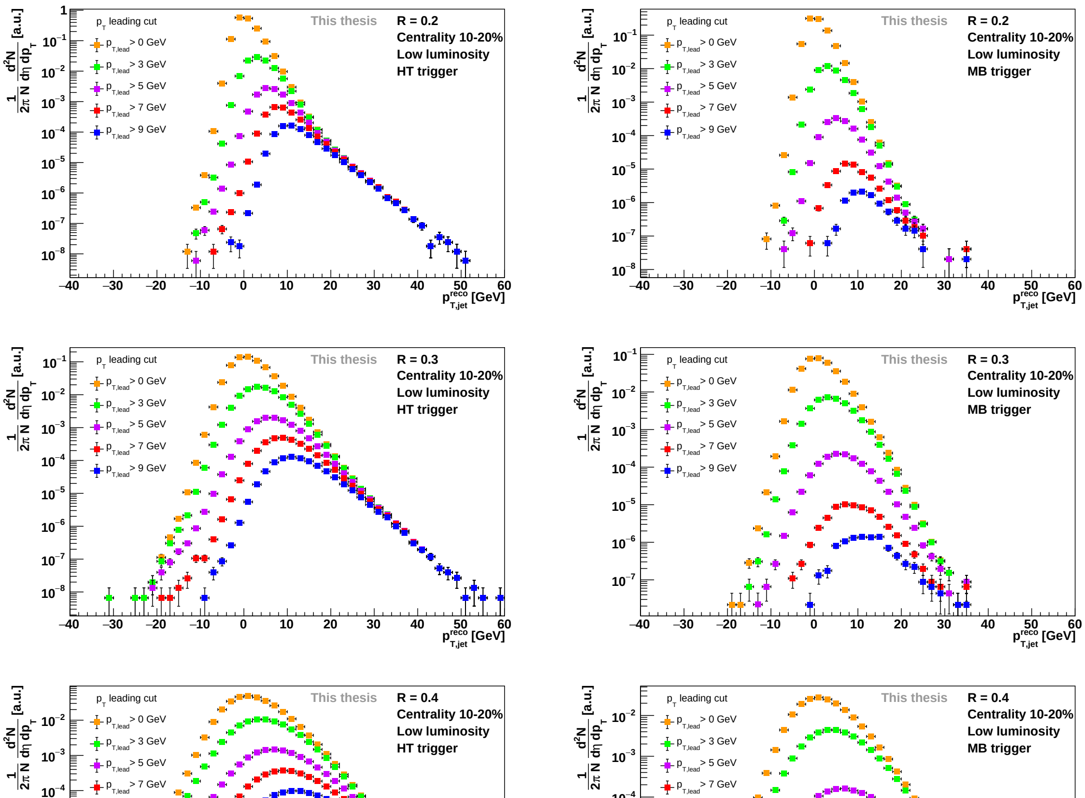
A.3.2 Ultrarelativistická limita pro Mandelstamovy proměnné

Vyjdeme z relativistického invariantu pro energii $E^2 = p^2 + m^2$. Pro hybnost $p \gg m$ zanedbáme v původním invariantu klidovou energii m a získáme vztah pro ultrarelativistickou aproximaci energie $E \approx p$.

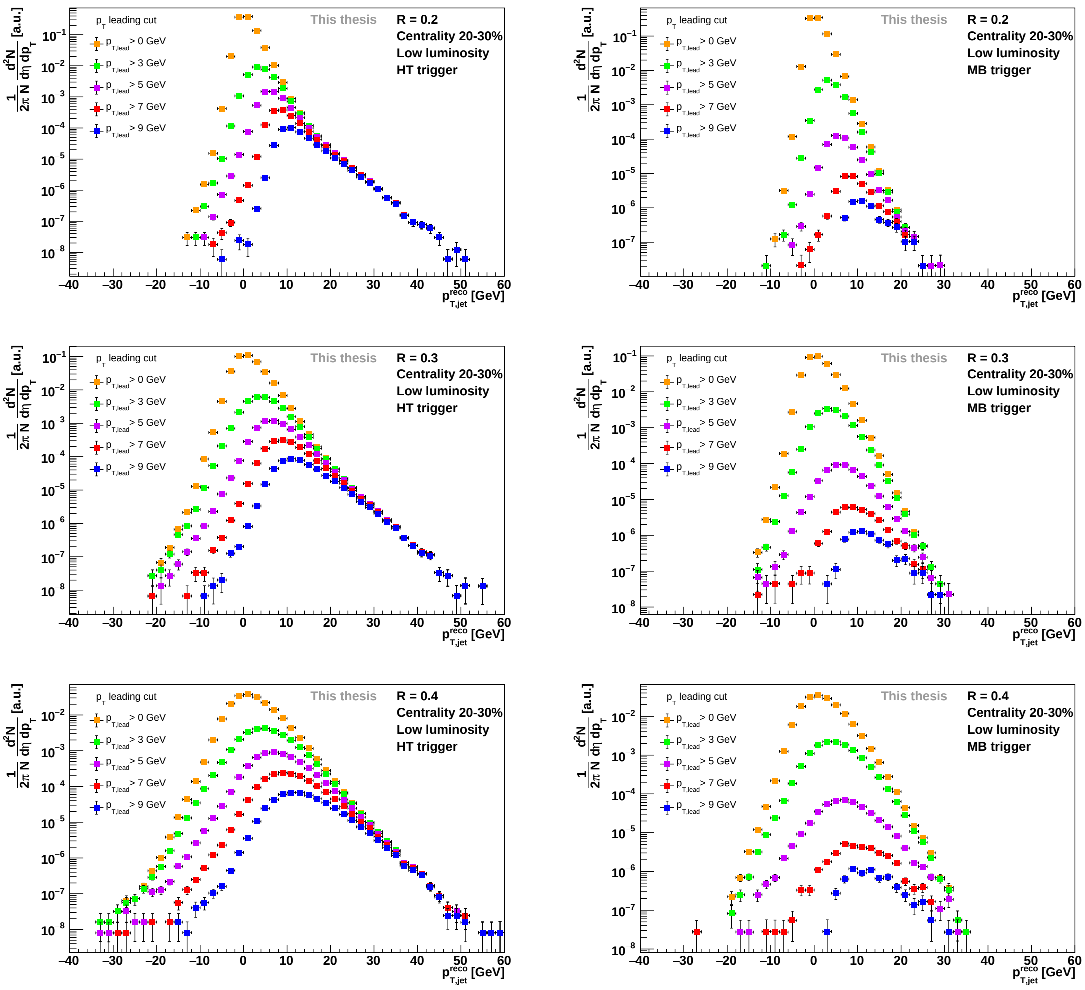
$$
\begin{aligned}
s &\approx 2p_1p_2 &&\approx 2p_3p_4 \\
t &\approx -2p_1p_3 &&\approx 2p_2p_4 \\
u &\approx -2p_1p_4 &&\approx 2p_3p_2,
\end{aligned}
$$

Příloha B

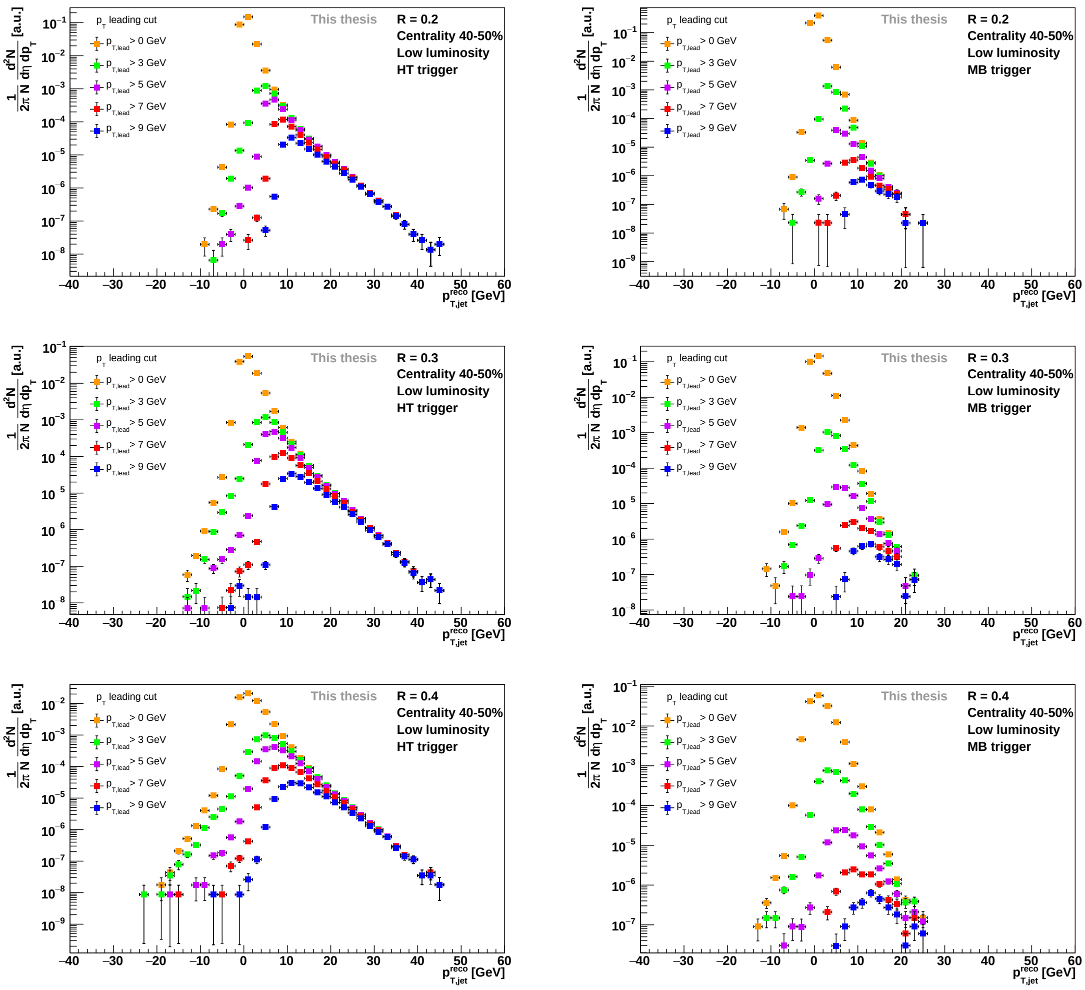
Praktická část



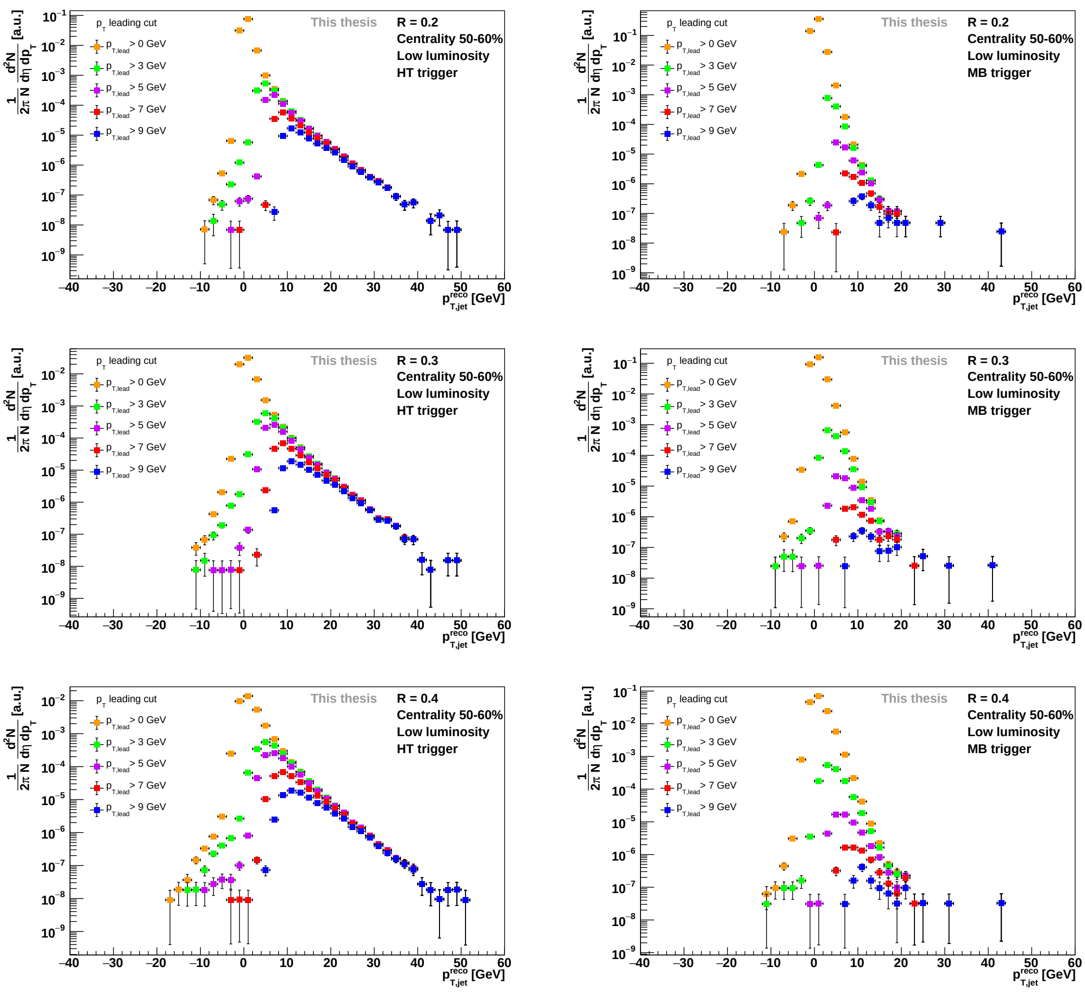
Obrázek B.1: p_T spektra jetů pro data s nízkou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 0-10%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



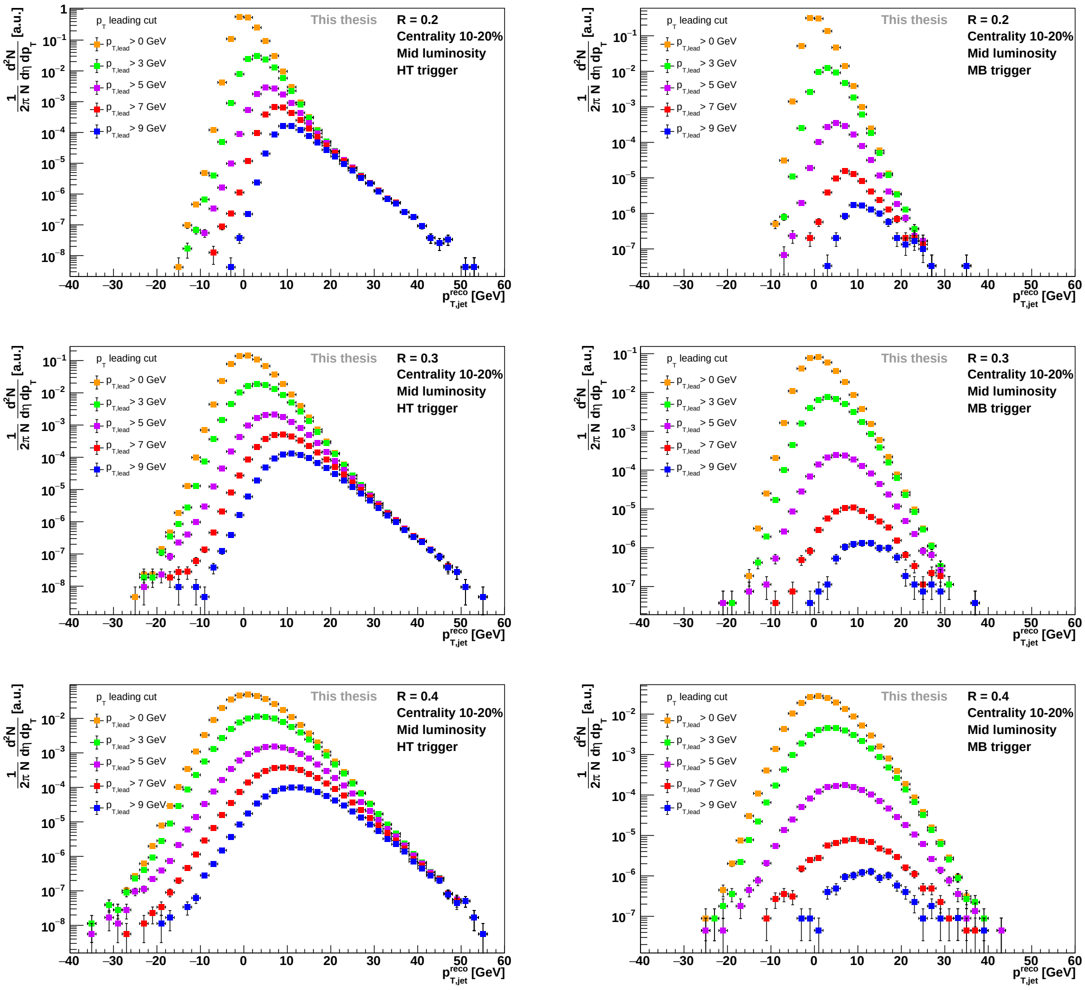
Obrázek B.2: p_T spektra jetů pro data s nízkou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} =$ 200 GeV v centralitě 20-30%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



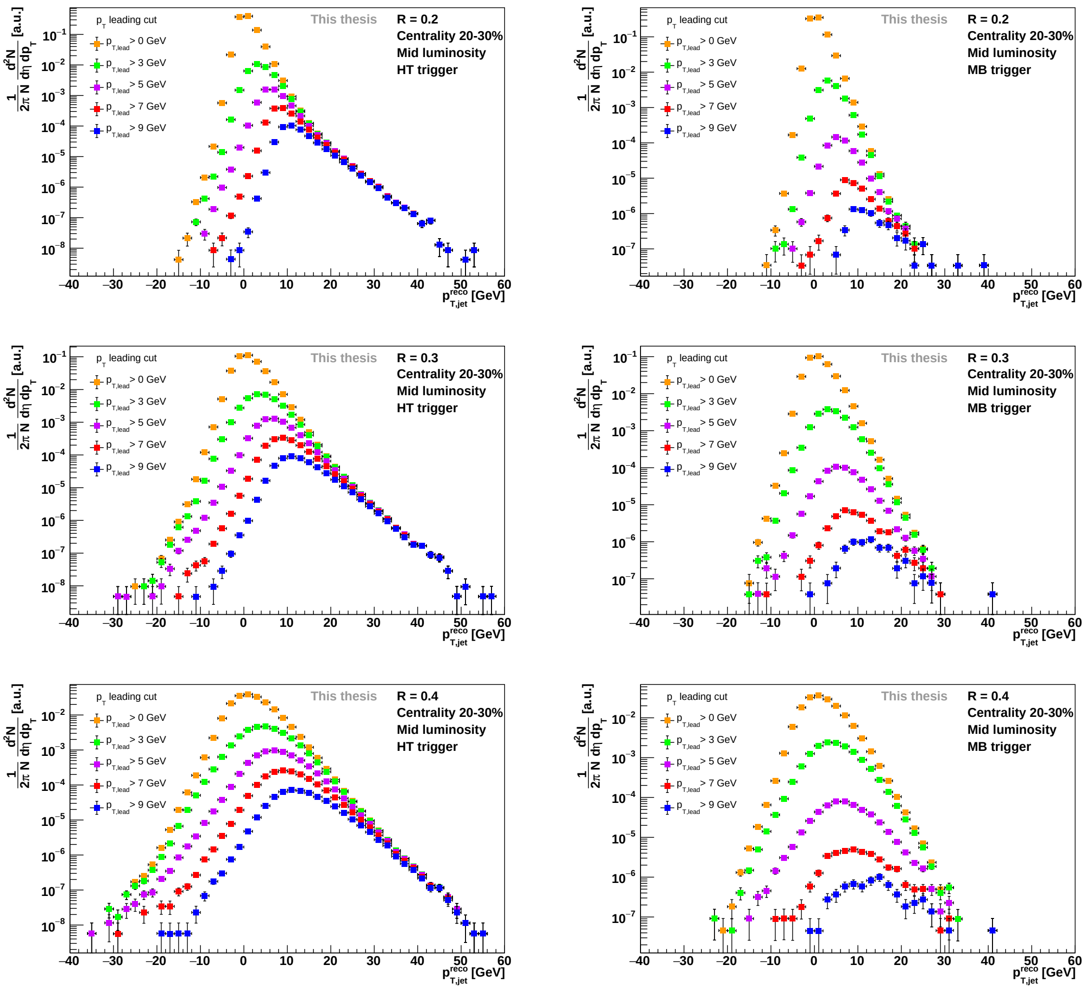
Obrázek B.3: p_T spektra jetů pro data s nízkou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV v centralitě 40-50%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



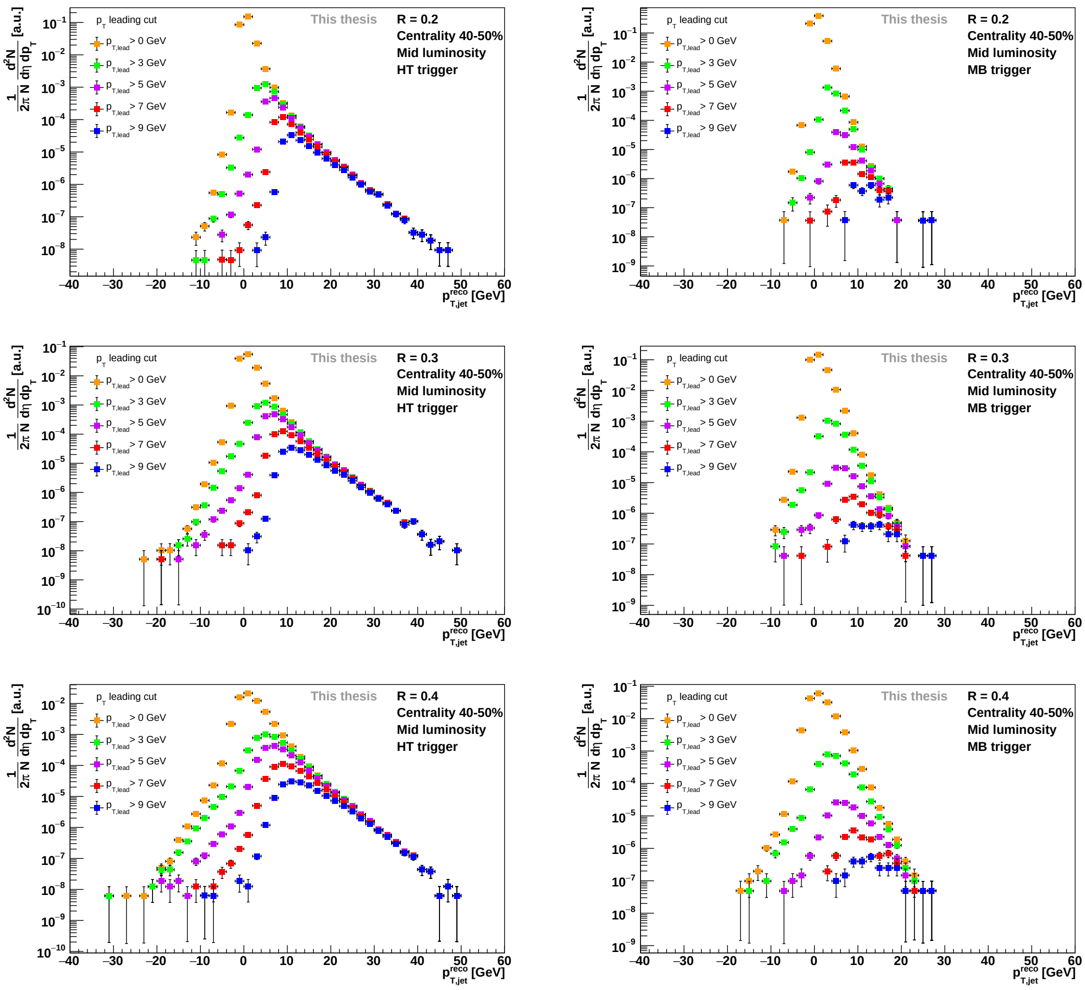
Obrázek B.4: p_T spektra jetů pro data s nízkou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV v centralitě 50-60%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



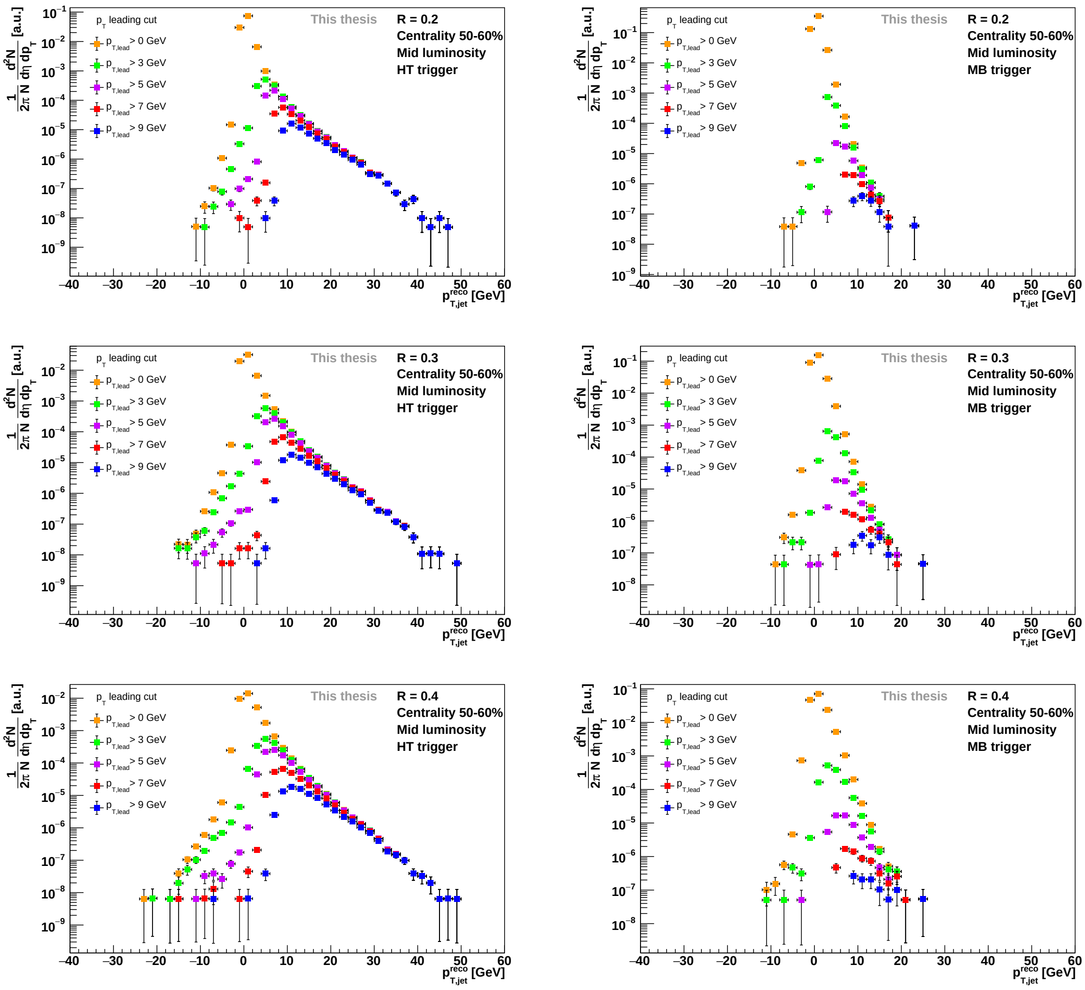
Obrázek B.5: p_T spektra jetů pro data se střední luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 10-20%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



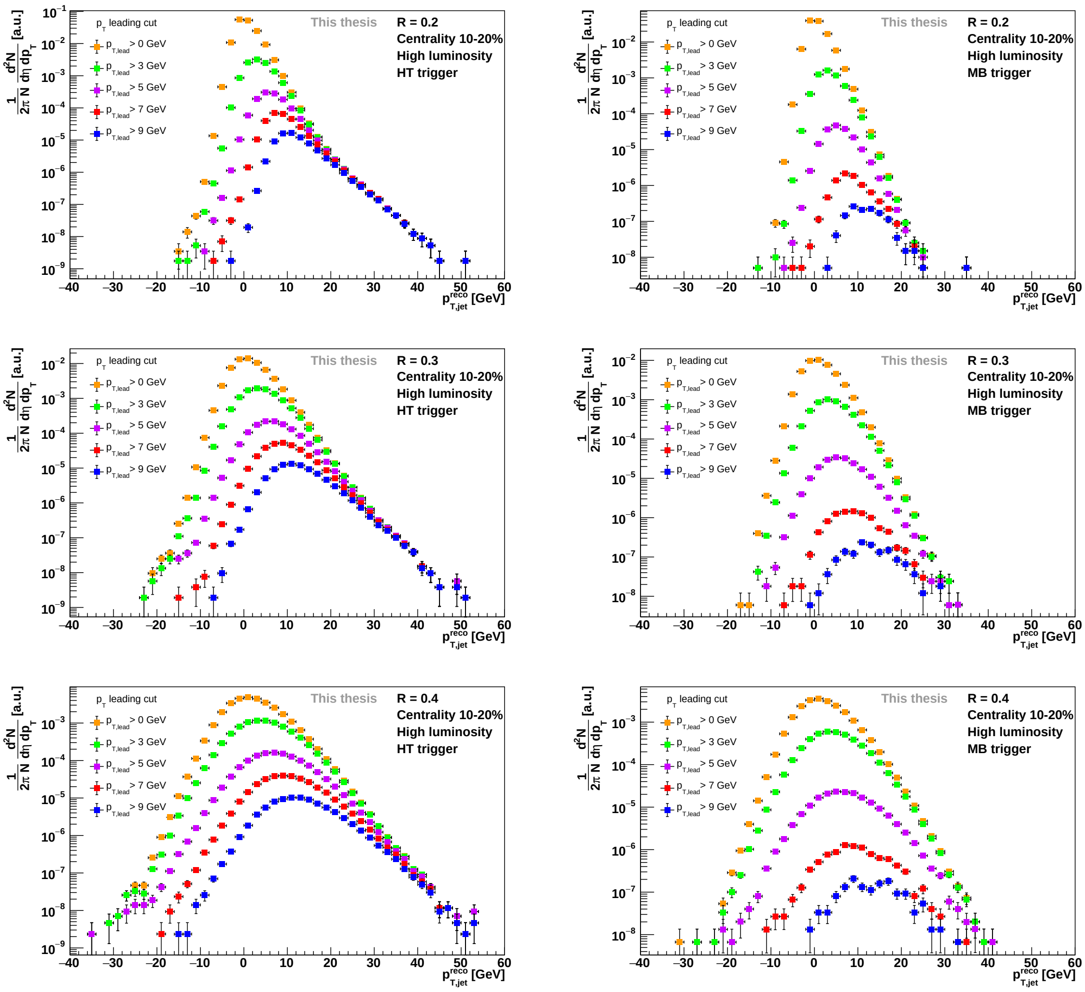
Obrázek B.6: p_T spektra jetů pro data se střední luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 20-30%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



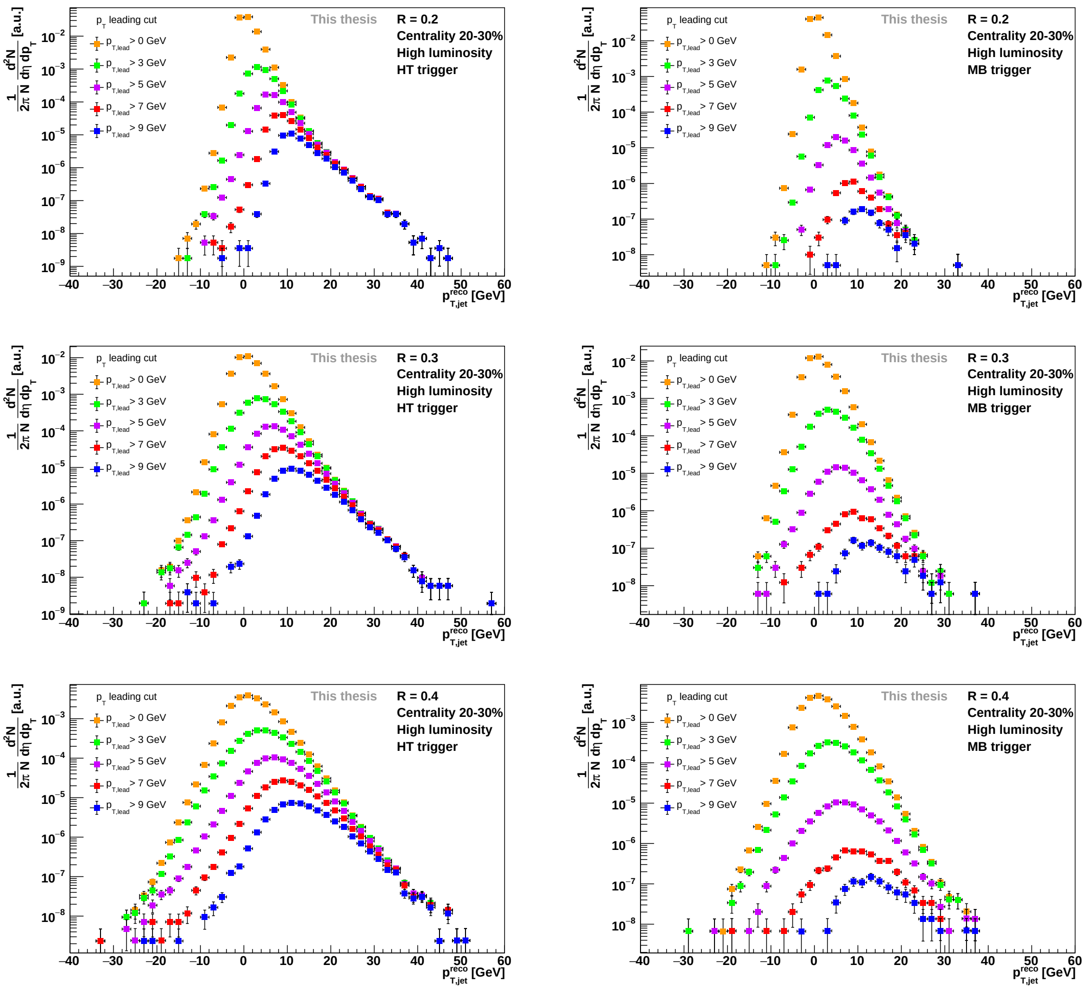
Obrázek B.7: p_T spektra jetů pro data se střední luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV v centralitě 40-50%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



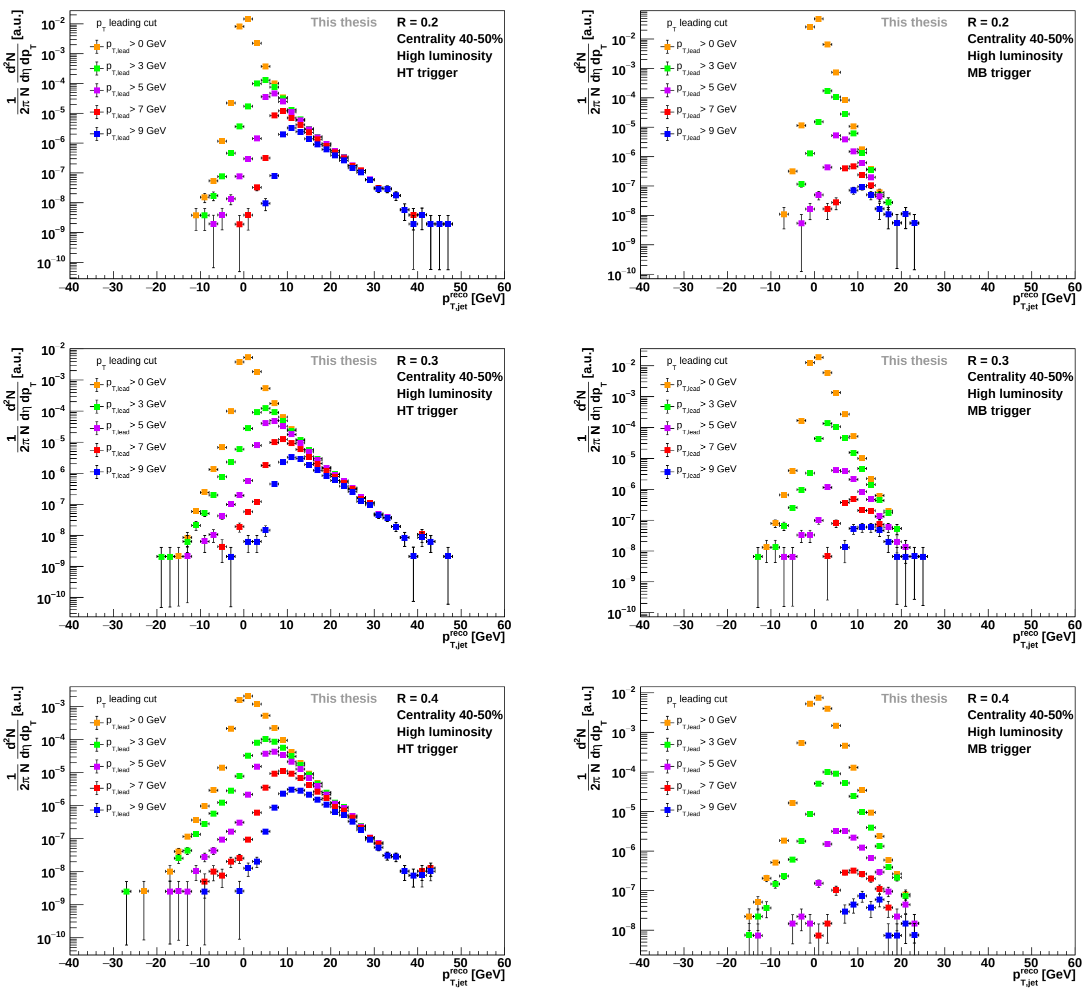
Obrázek B.8: p_T spektra jetů pro data se střední luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV v centralitě 50-60%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



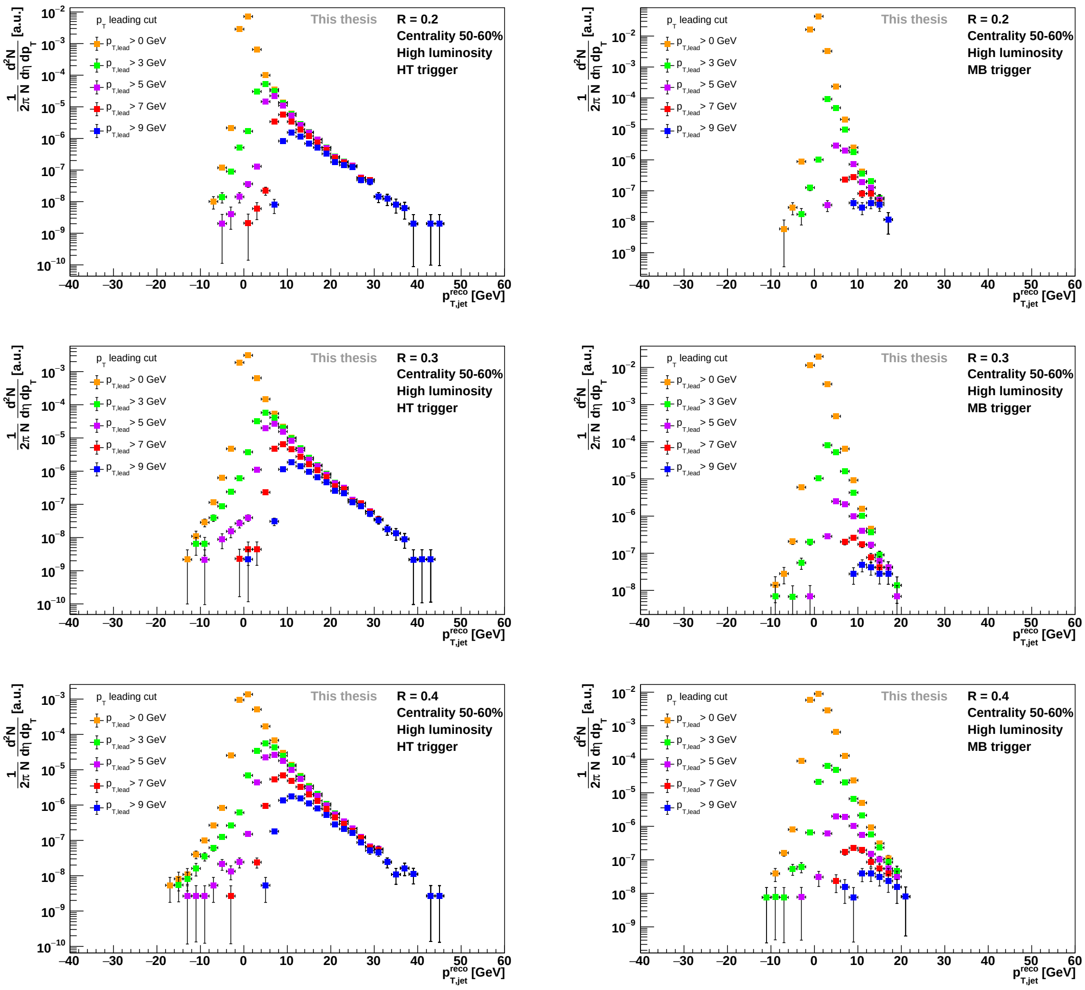
Obrázek B.9: p_T spektra jetů pro data s vysokou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 10-20%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



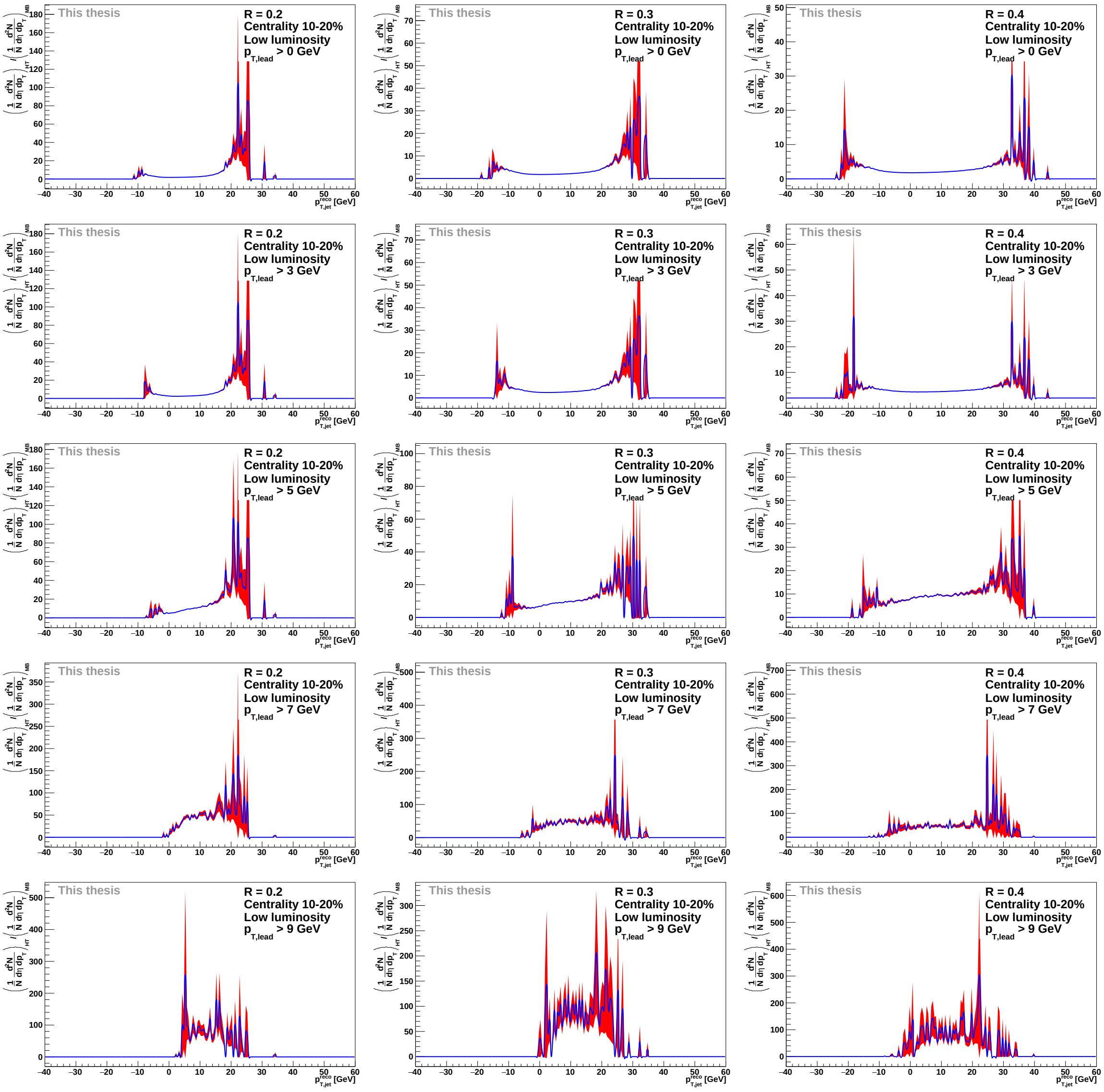
Obrázek B.10: p_T spektra jetů pro data s vysokou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV v centralitě 20-30%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



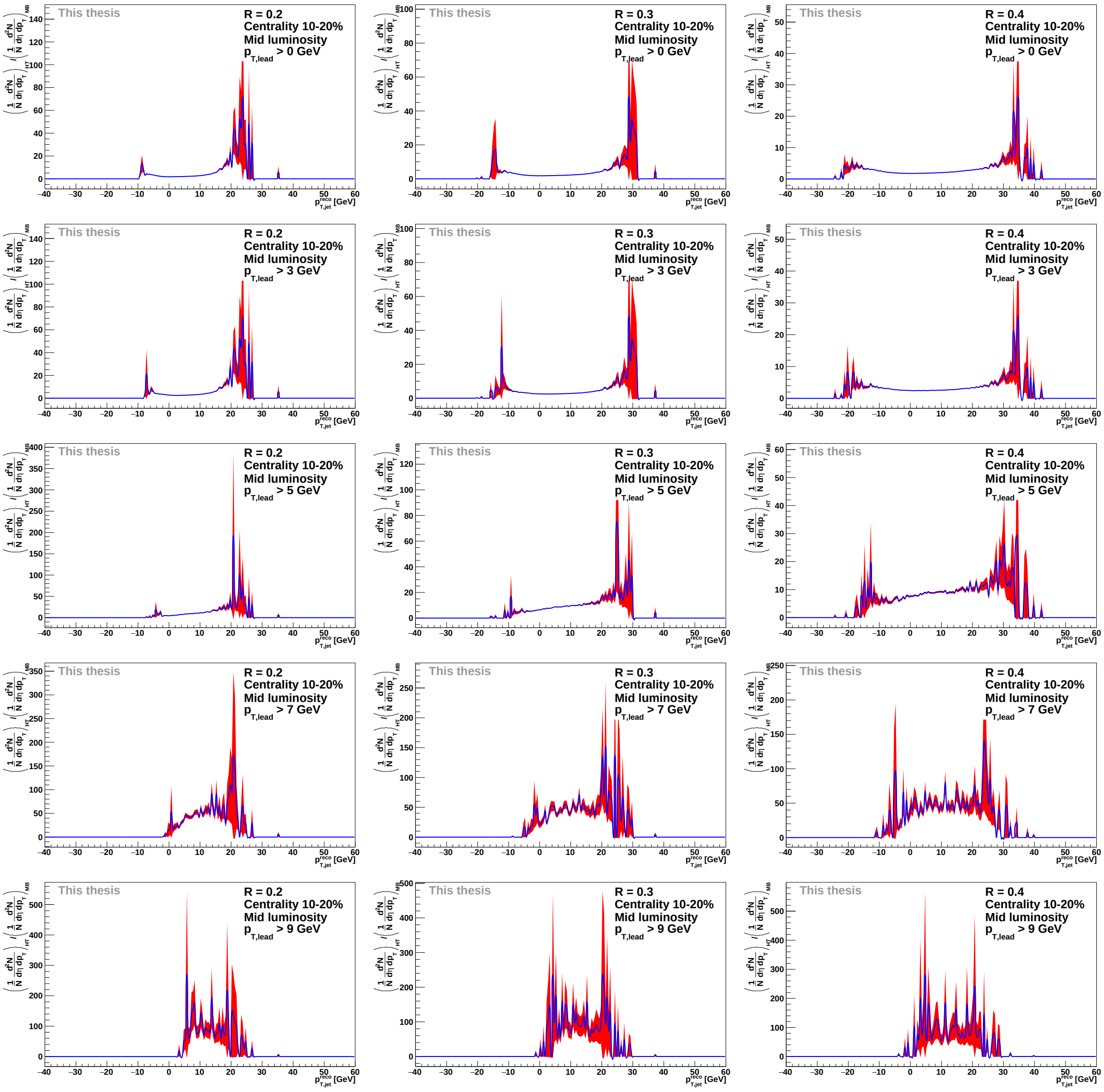
Obrázek B.11: p_T spektra jetů pro data s vysokou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV v centralitě 40-50%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



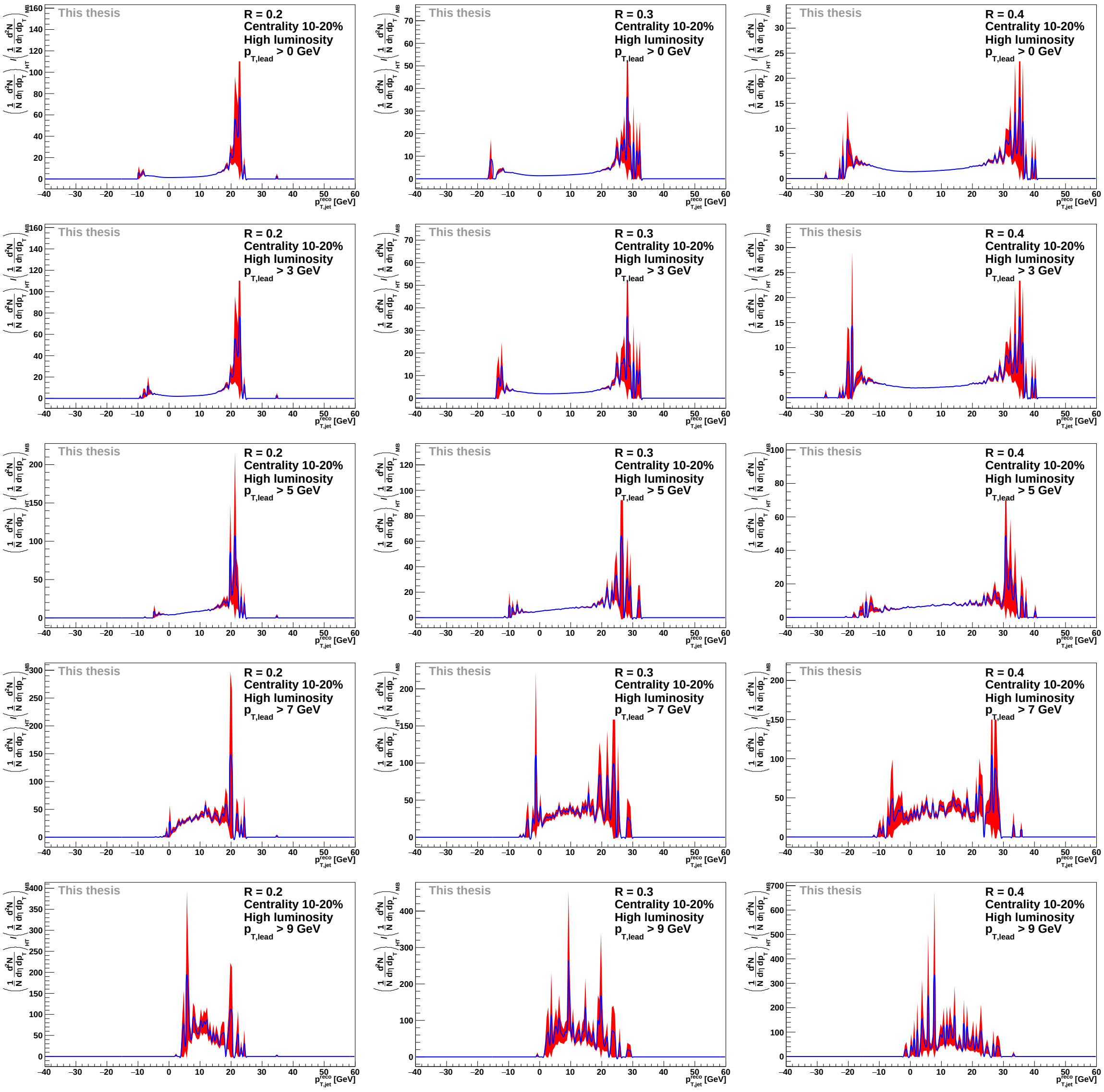
Obrázek B.12: p_T spektra jetů pro data s vysokou luminozitou v Au+Au srážkách při energii $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV v centralitě 50-60%. V levém sloupci jsou p_T spektra s HT triggerem a v pravém p_T spektra s MB triggerem. První řádek odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé barvy pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV (viz legenda).



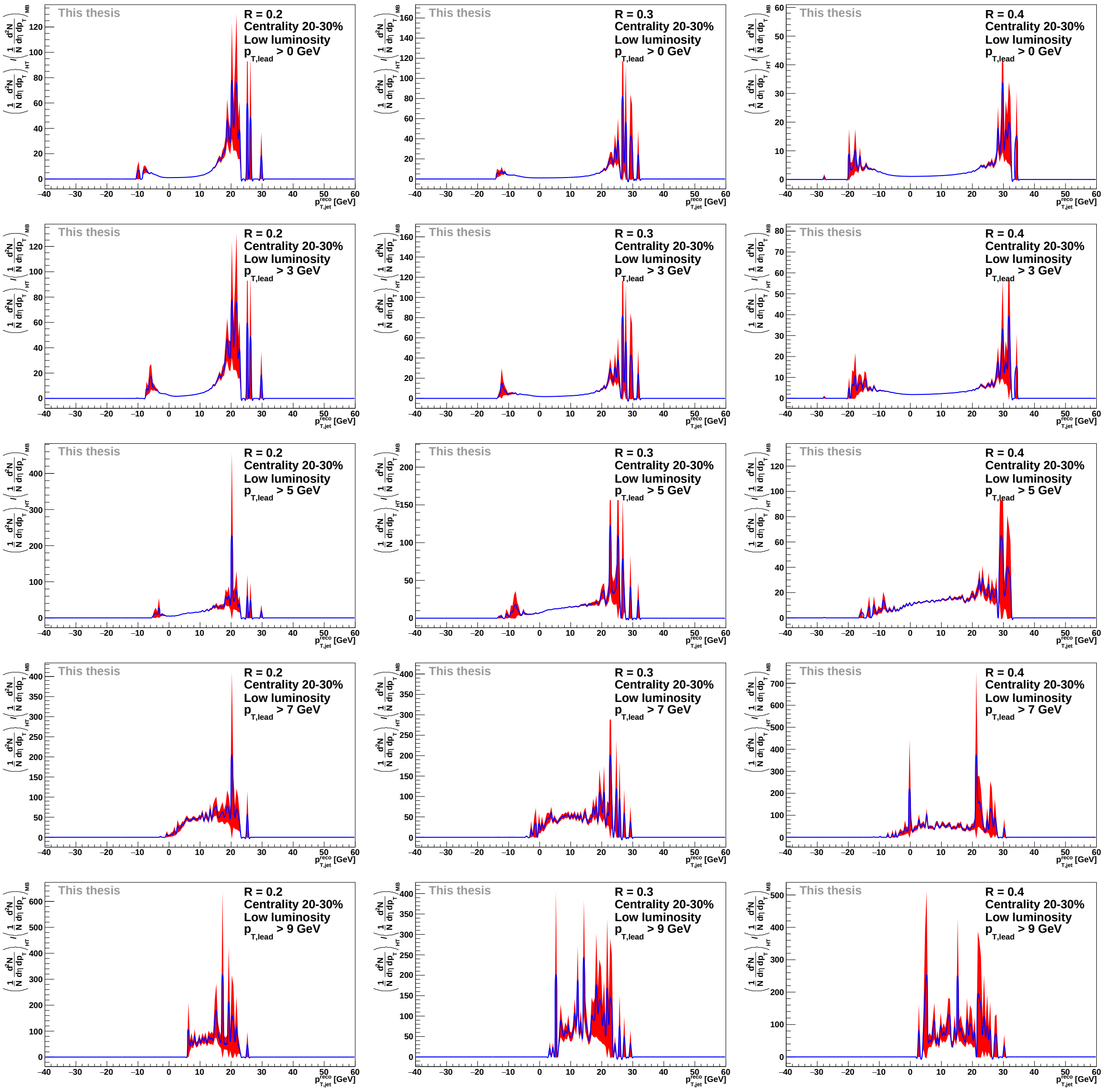
Obrázek B.13: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou v nízké lumitozitě a pro 10-20% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



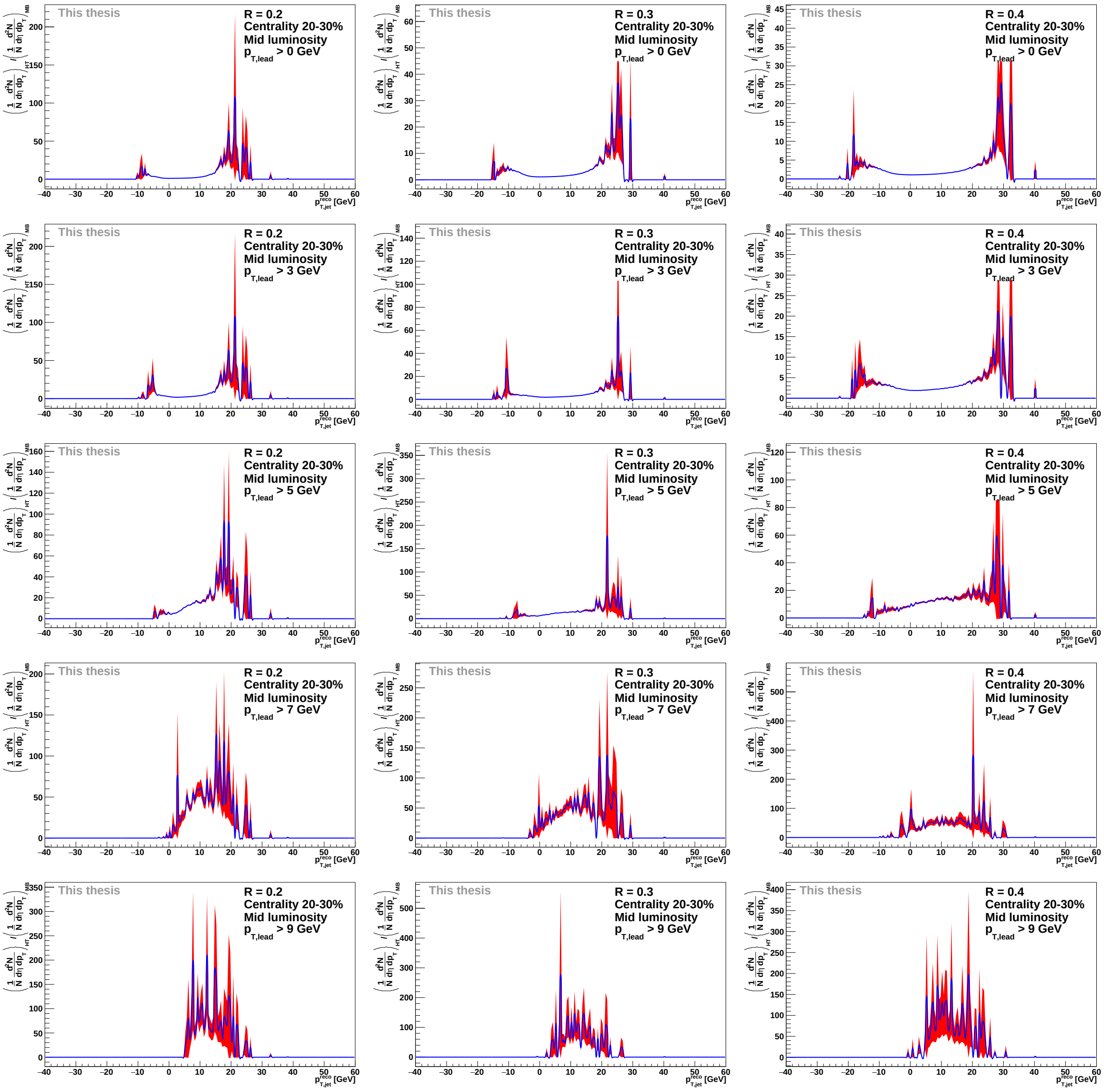
Obrázek B.14: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve střední luminozitě a pro 10-20% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



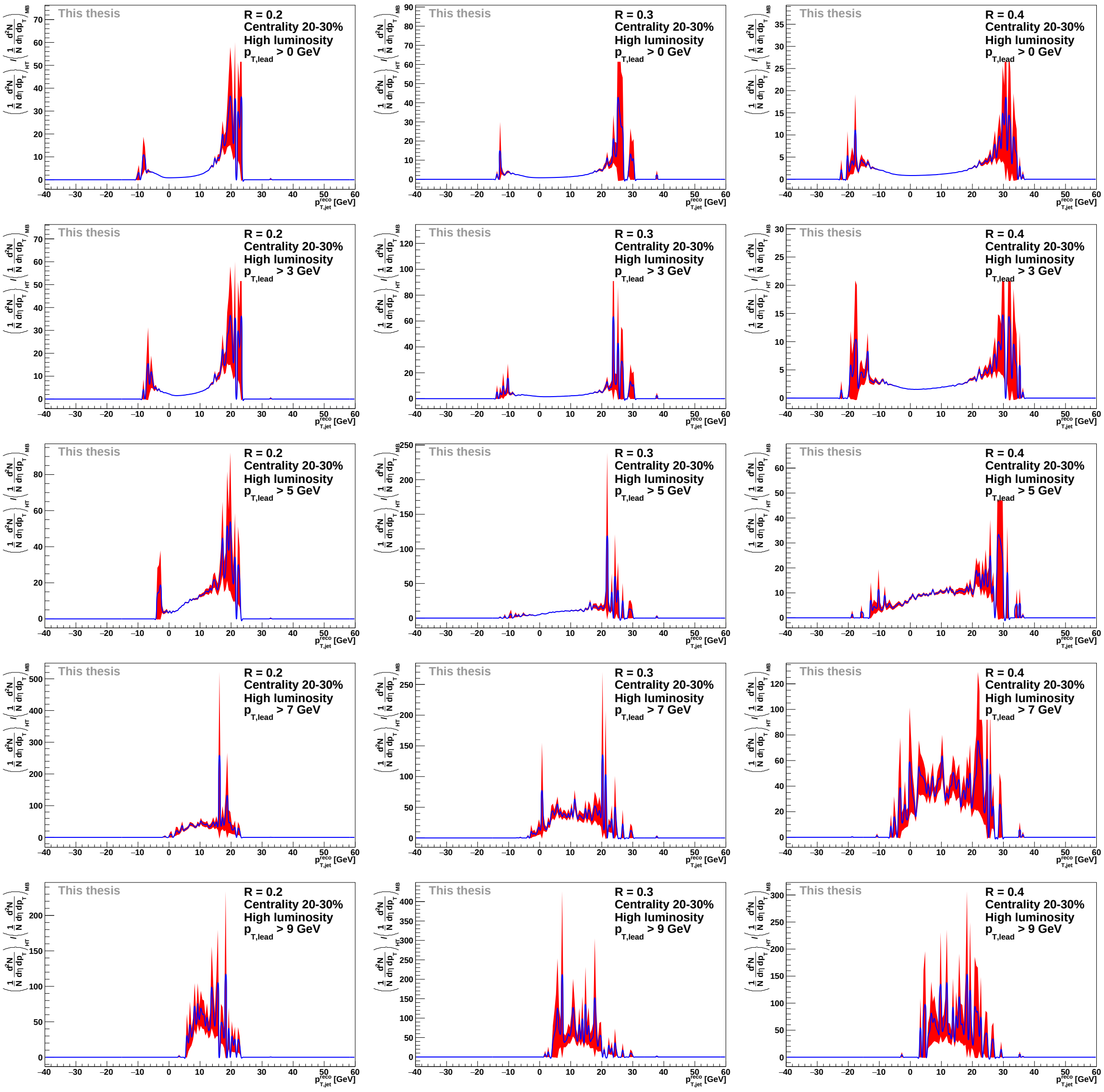
Obrázek B.15: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve vysoké luminozitě a pro 10-20% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



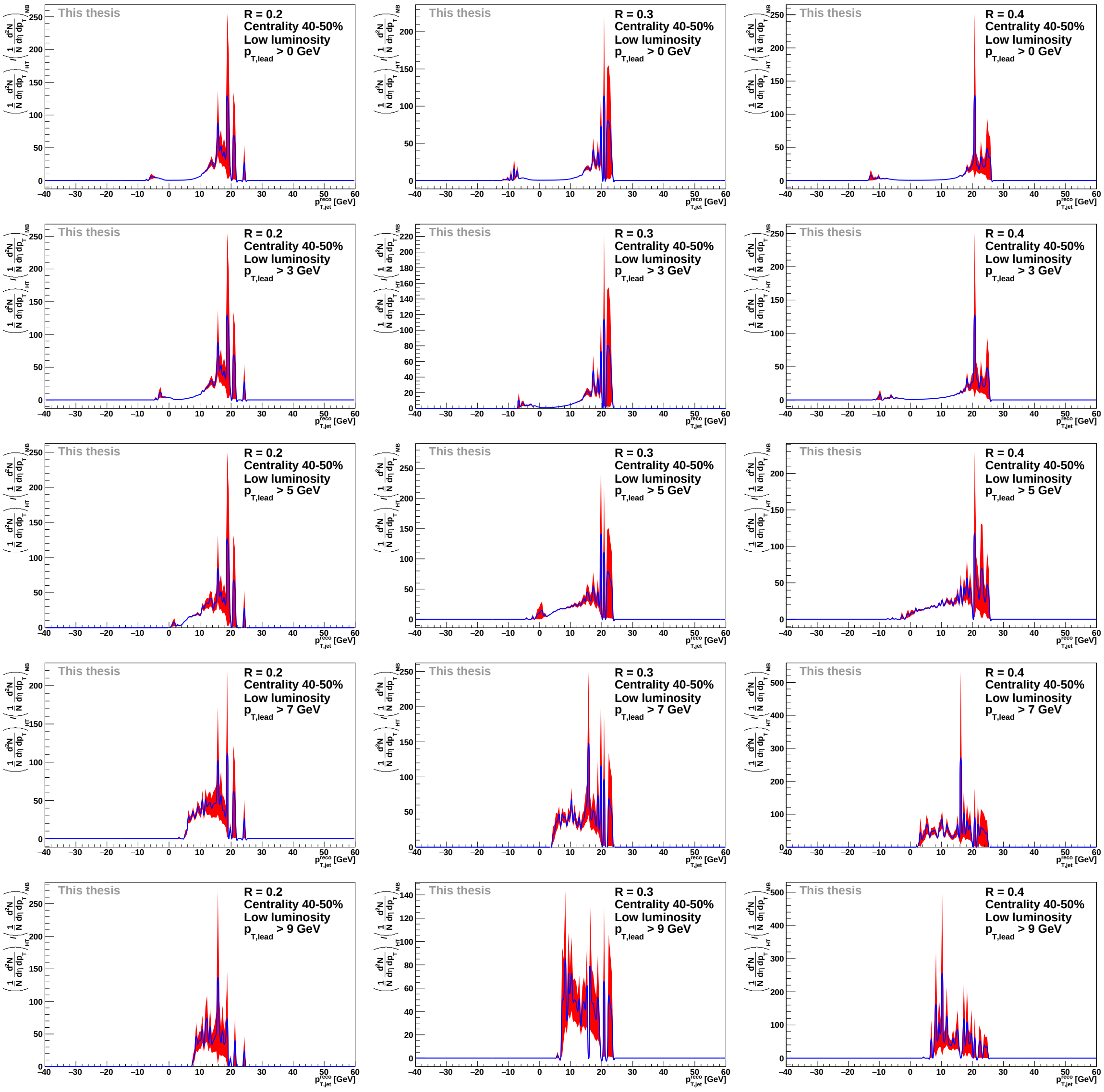
Obrázek B.16: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou v nízké lumitozitě a pro 20-30% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



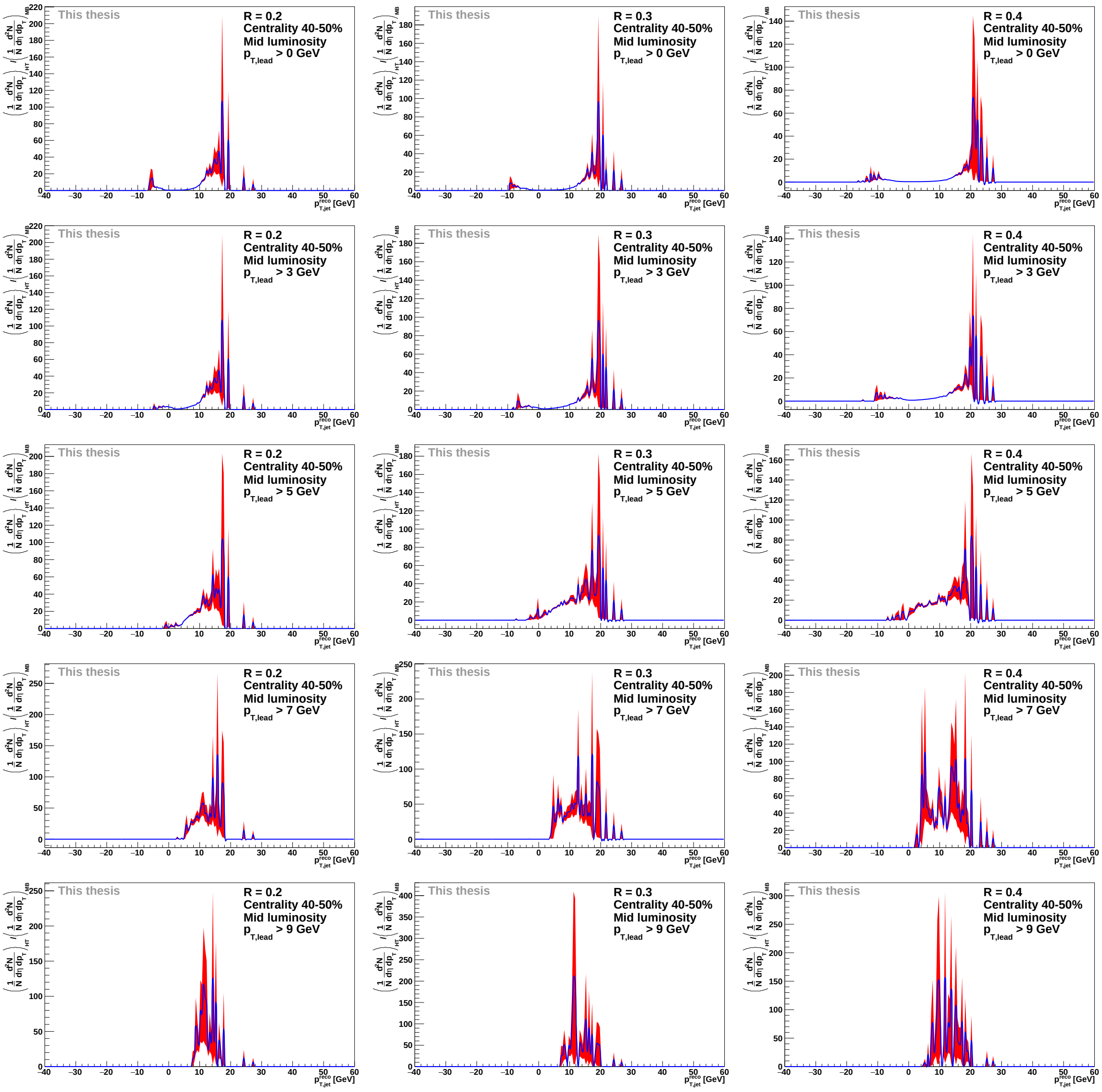
Obrázek B.17: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve střední luminozitě a pro 20-30% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



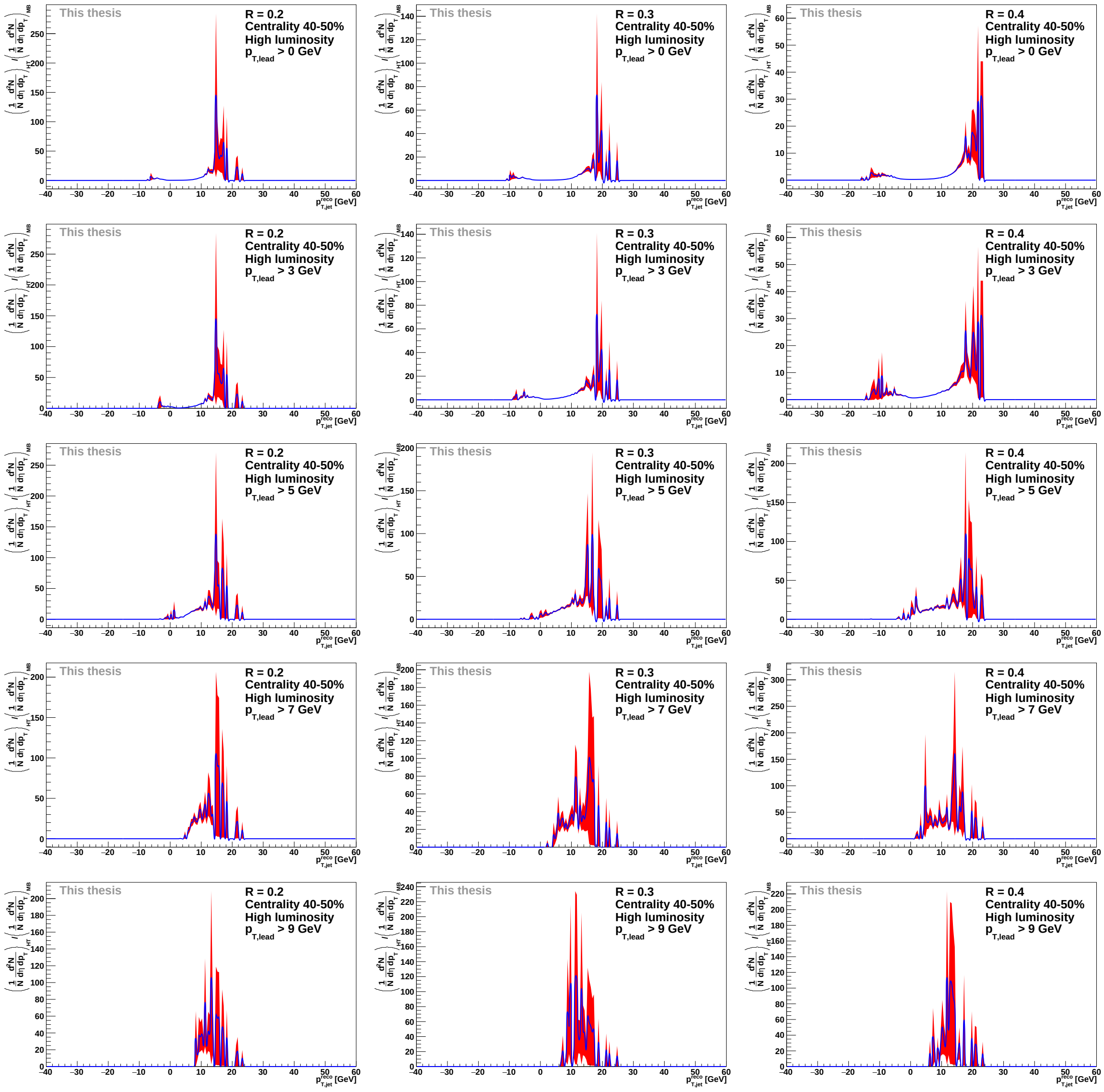
Obrázek B.18: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve vysoké lumitozitě a pro 20-30% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



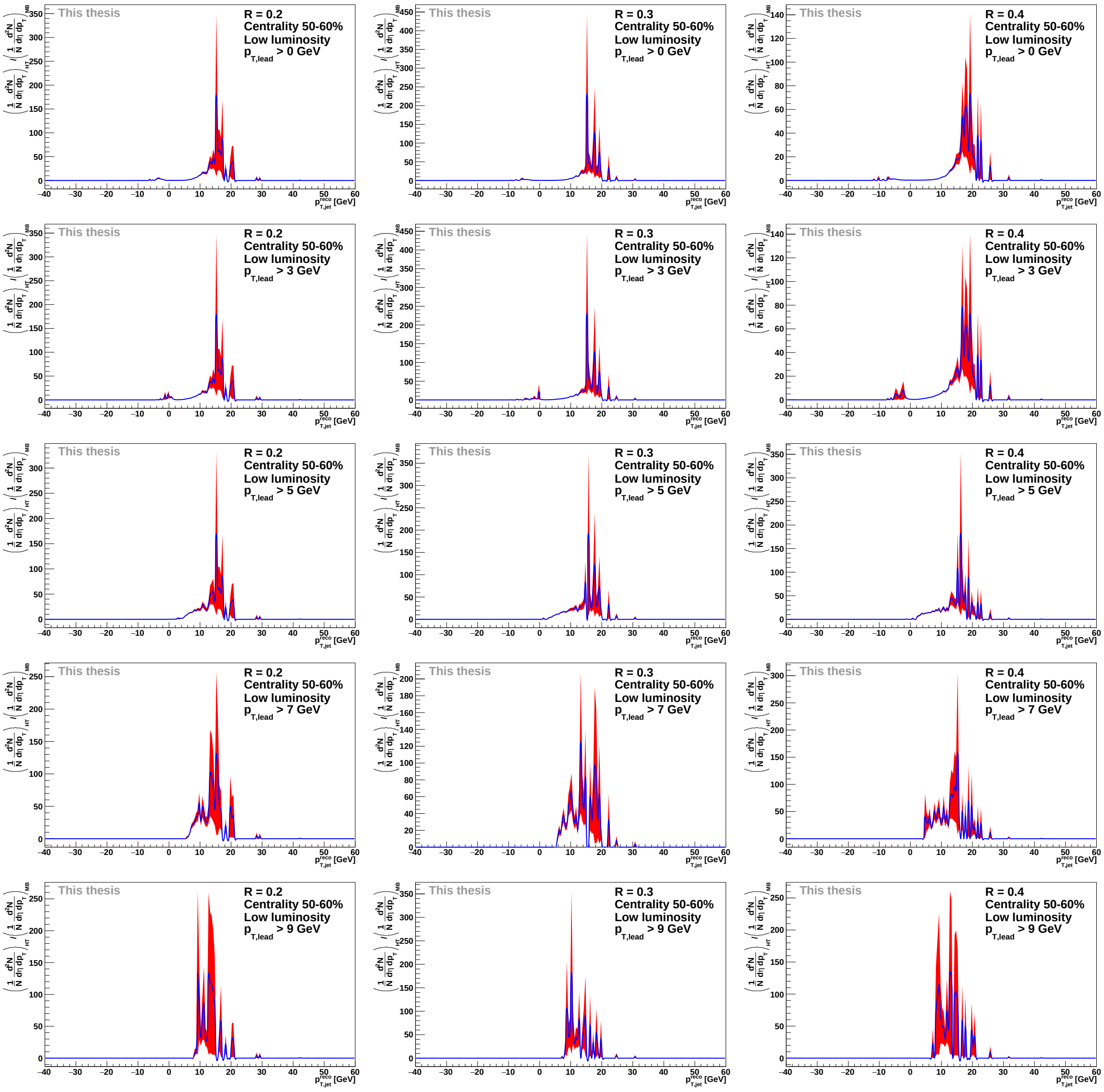
Obrázek B.19: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou v nízké lumitozitě a pro 40-50% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



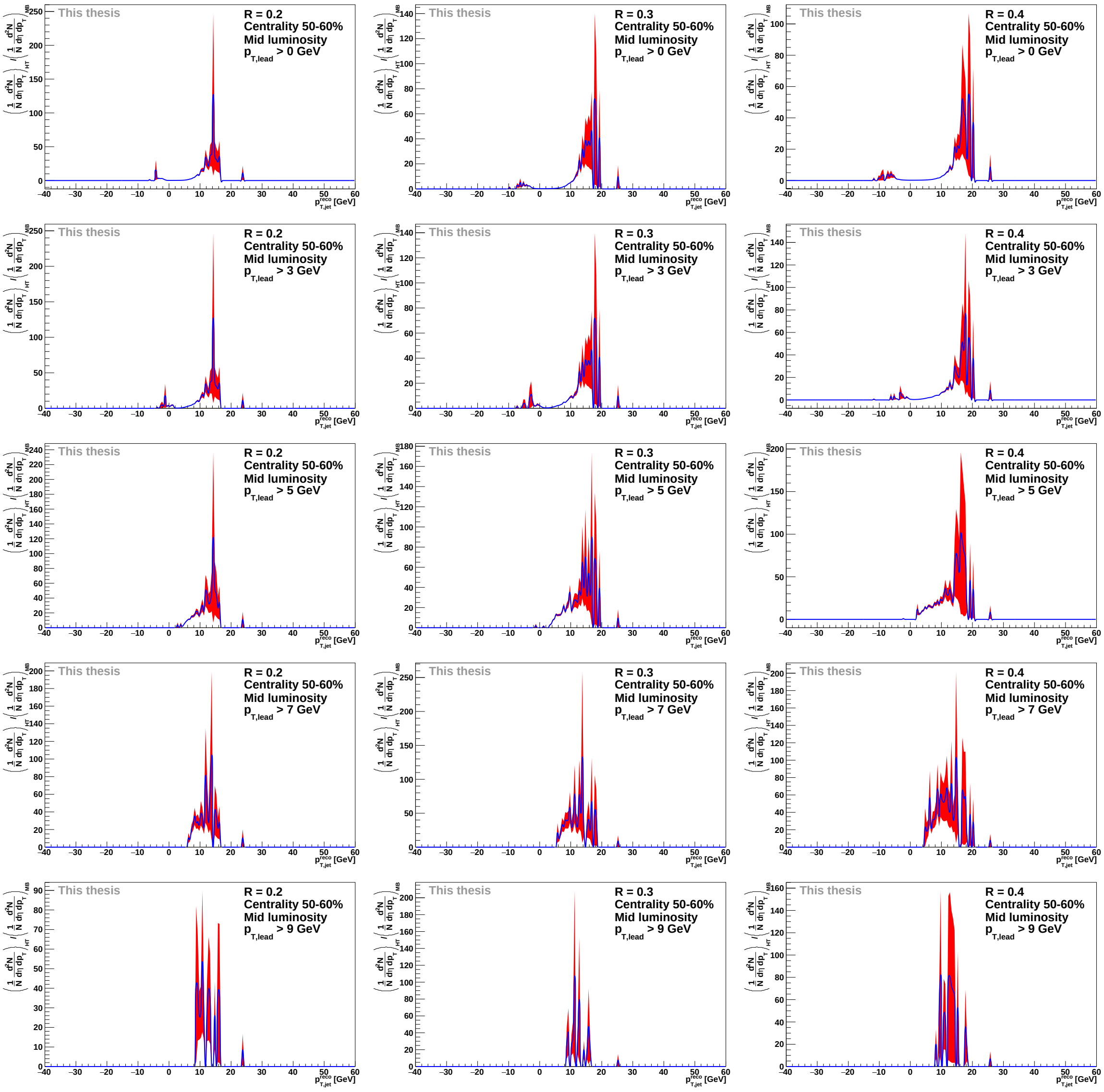
Obrázek B.20: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve střední luminozitě a pro 40-50% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



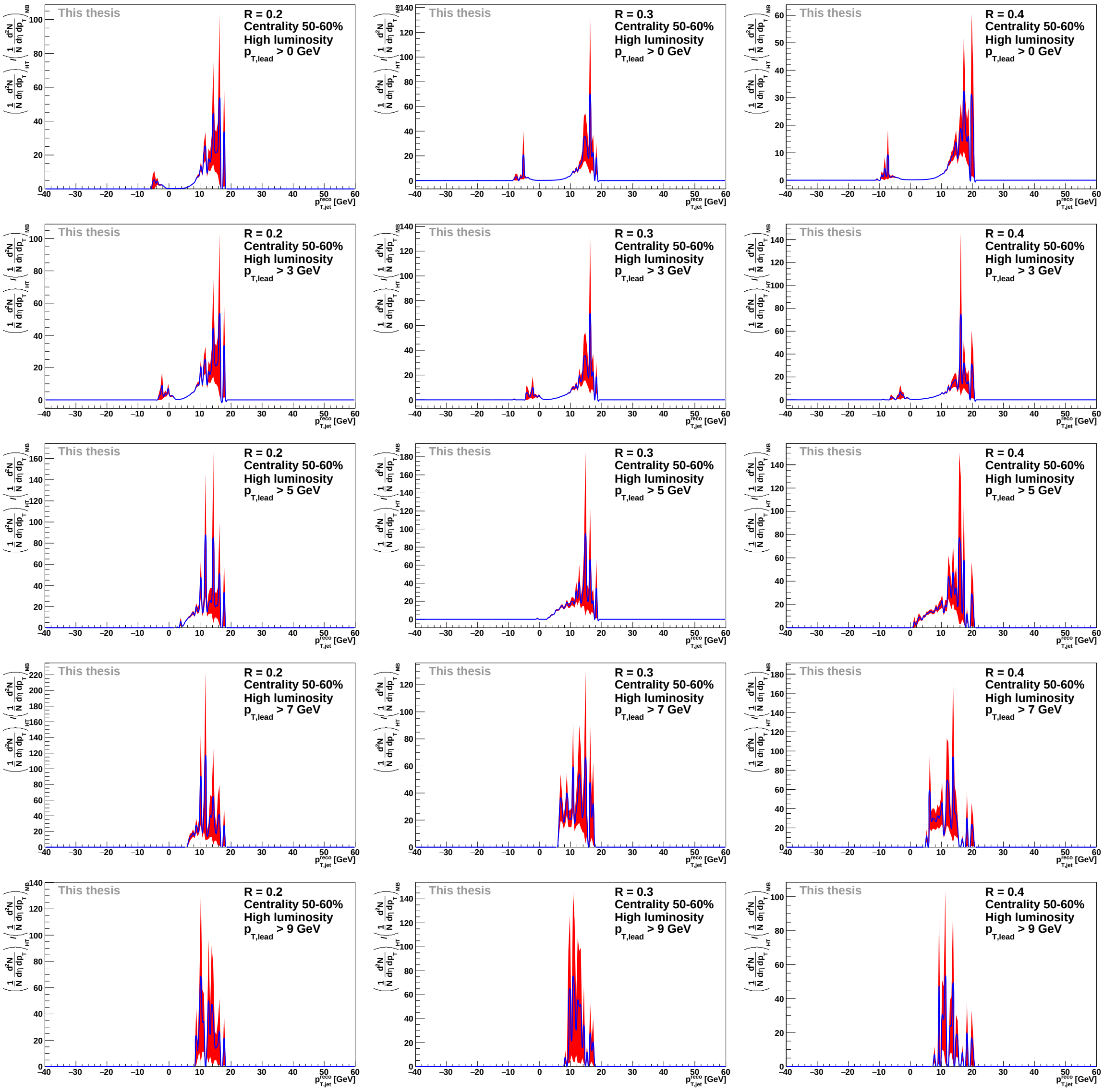
Obrázek B.21: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve vysoké luminozitě a pro 40-50% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



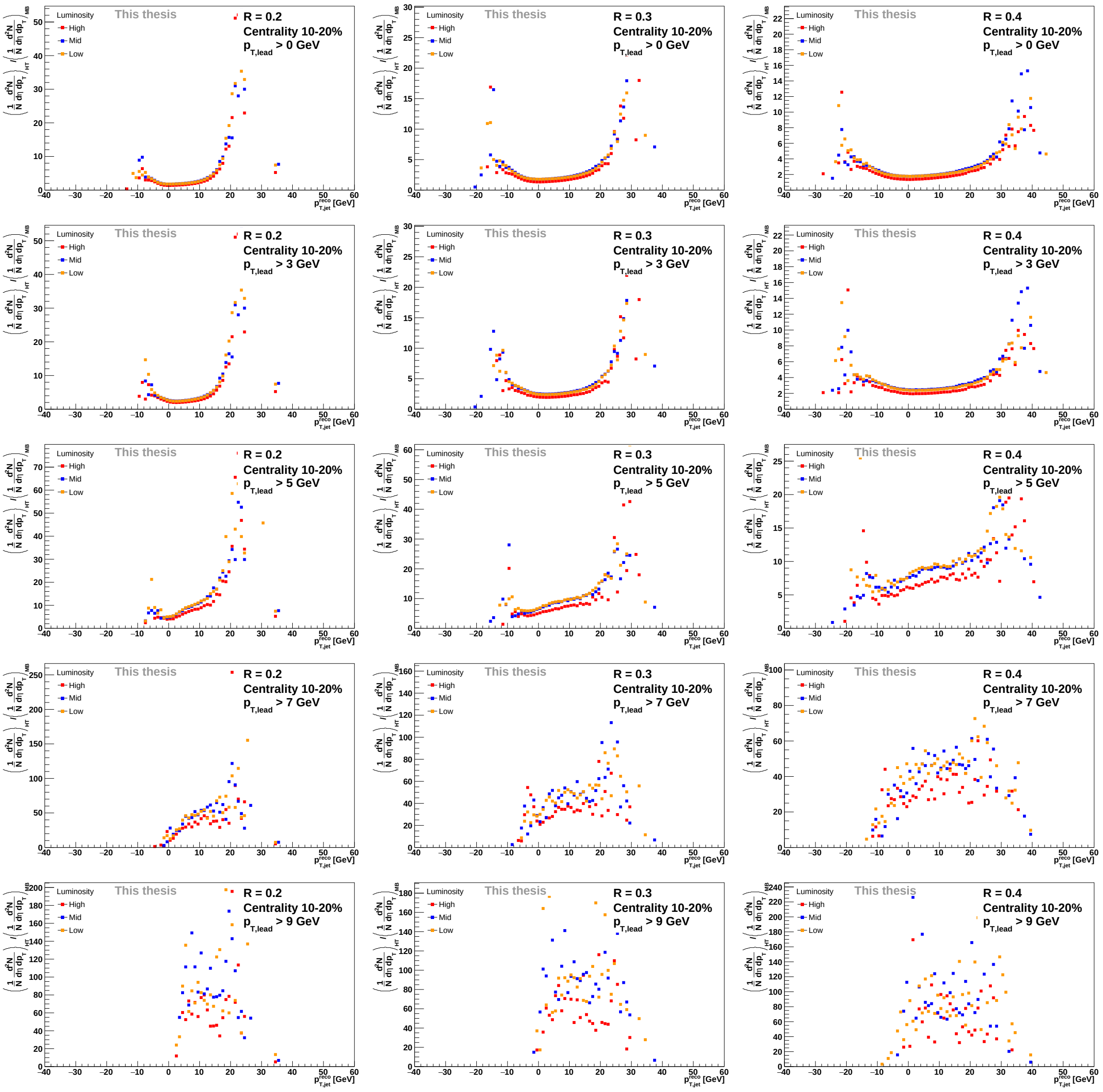
Obrázek B.22: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou v nízké lumitozitě a pro 50-60% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



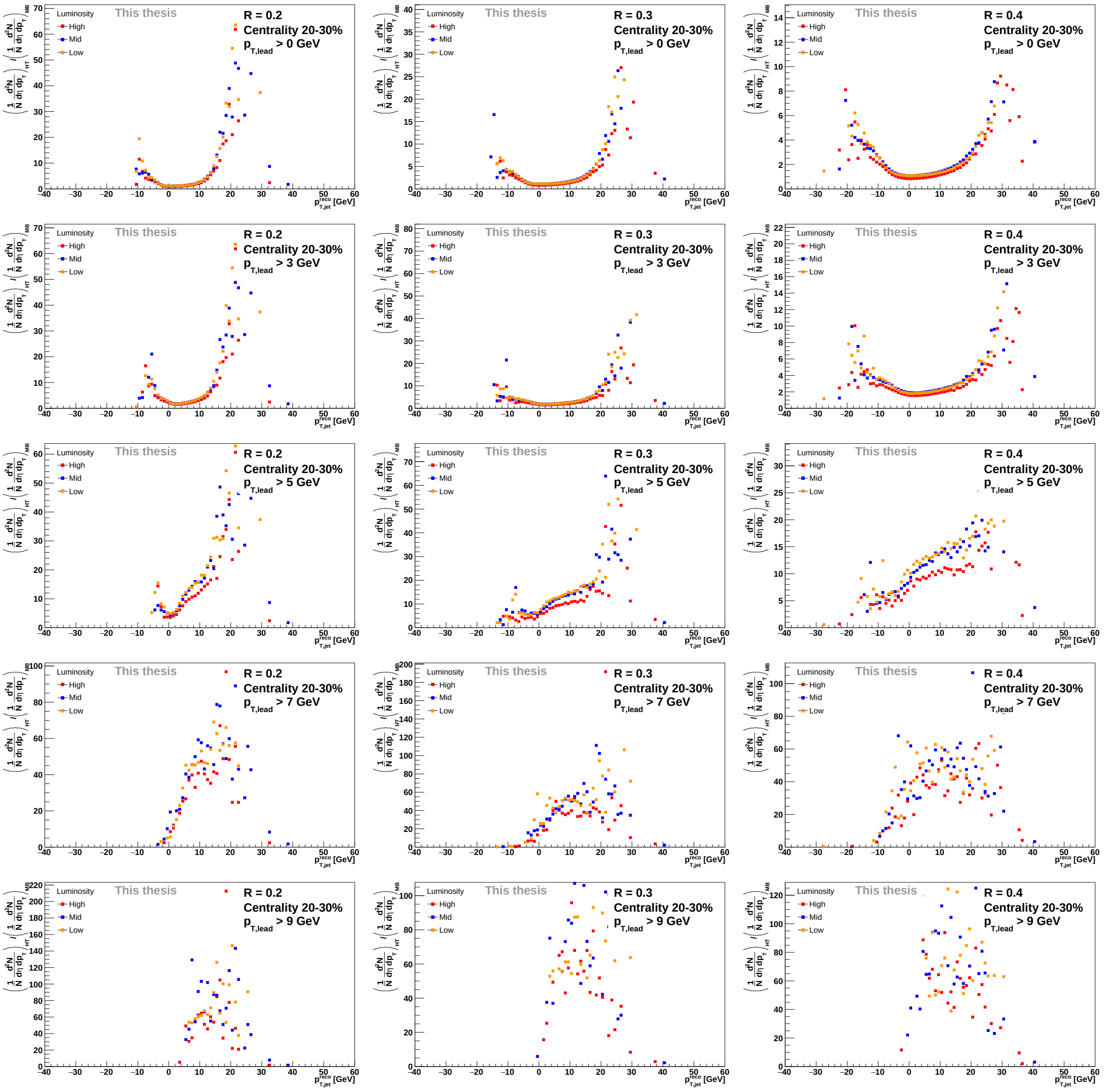
Obrázek B.23: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve střední luminozitě a pro 50-60% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



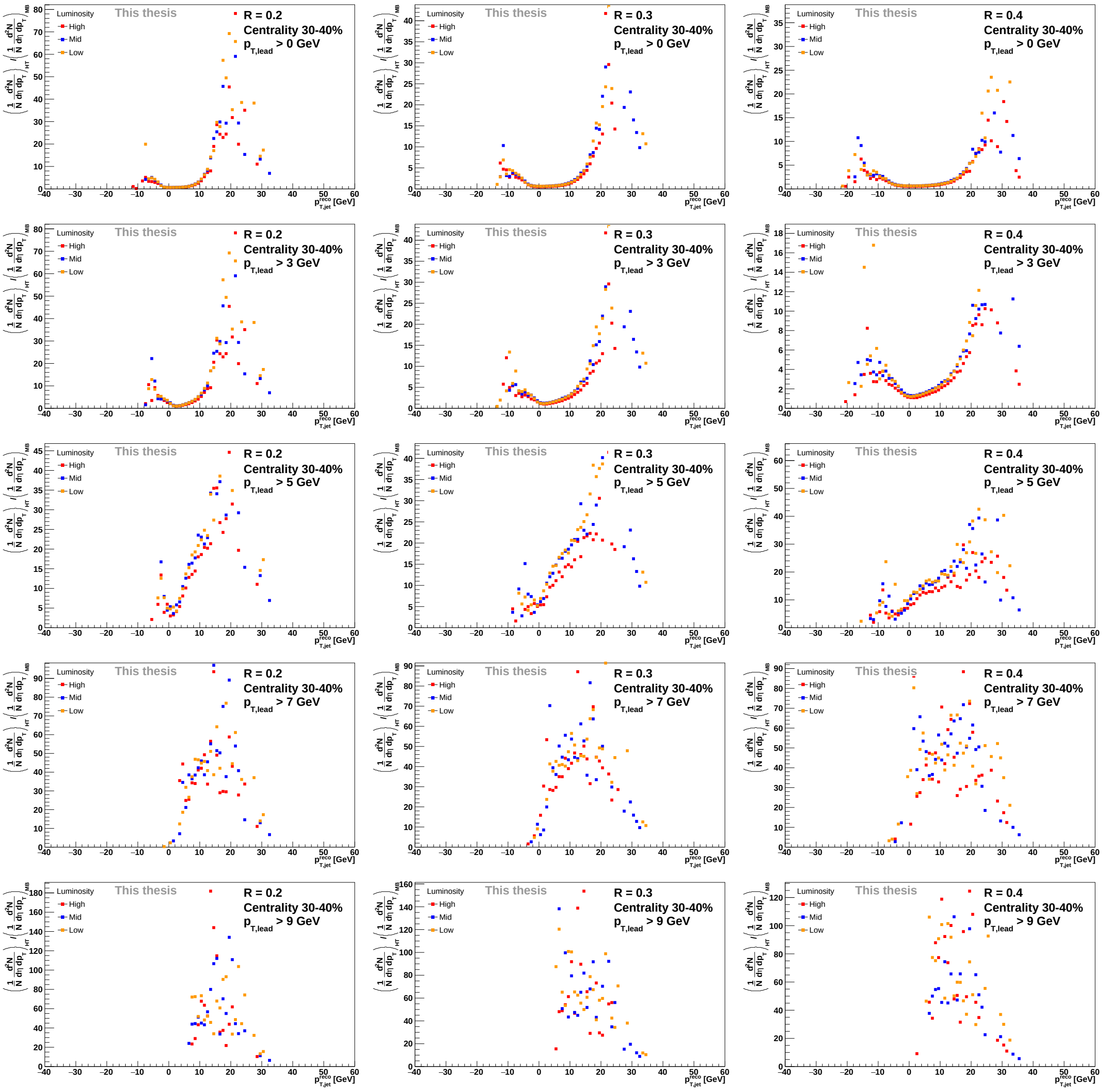
Obrázek B.24: Modrá čára představuje podíl p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Červená oblast pak představuje statistickou chybu. Data jsou ve vysoké luminozitě a pro 50-60% centralitu. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV



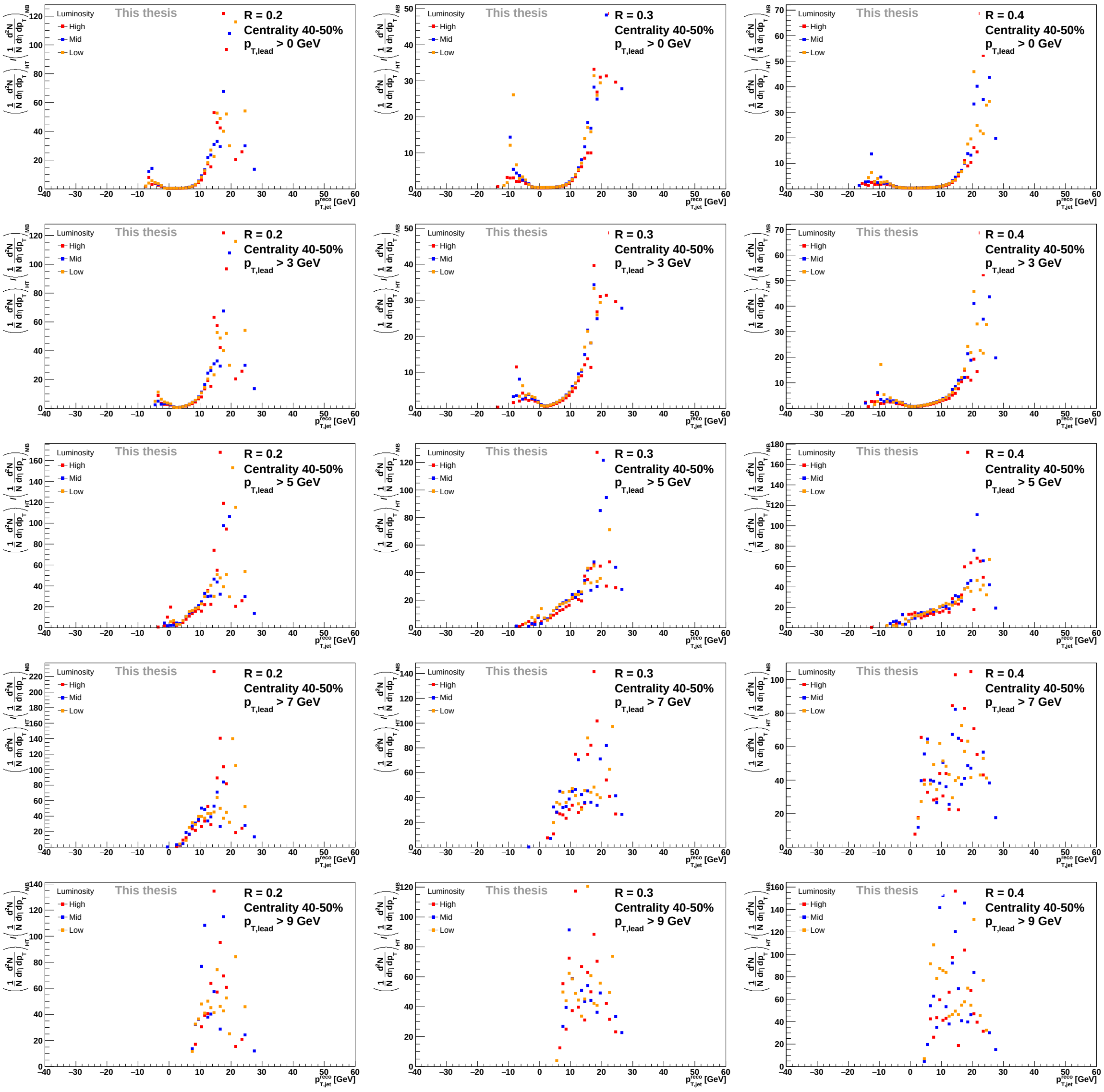
Obrázek B.25: Histogramy podílu p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Barvy představují luminozity (viz legenda), v centralitě 10-20%. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV Jednotlivé histogramy s chybovými oblastmi jsou vyneseny v B.13, B.14 a B.15.



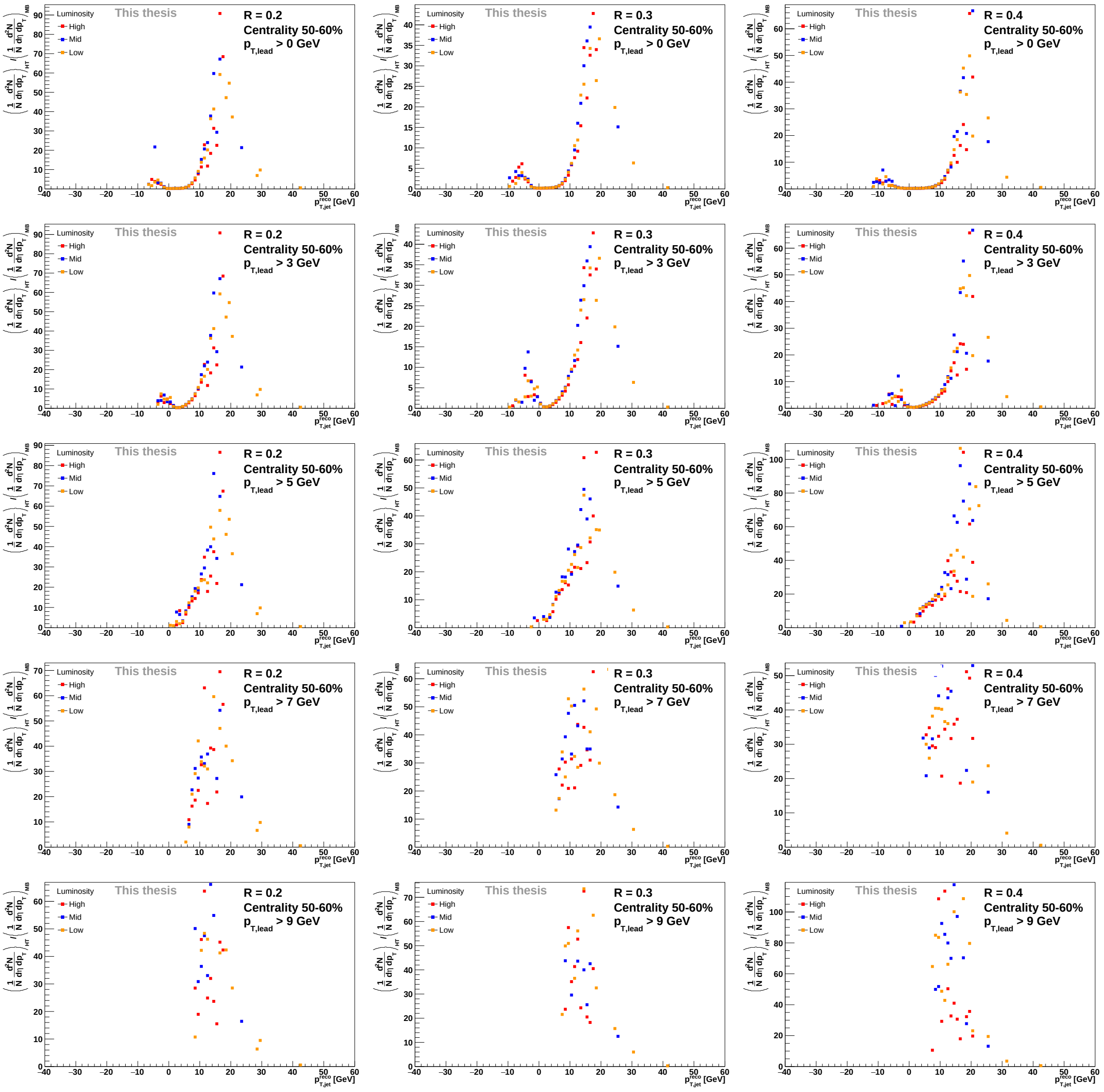
Obrázek B.26: Histogramy podílu p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Barvy představují luminozity (viz legenda), v centralitě 20-30%. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV Jednotlivé histogramy s chybovými oblastmi jsou vyneseny v B.16, B.17 a B.18.



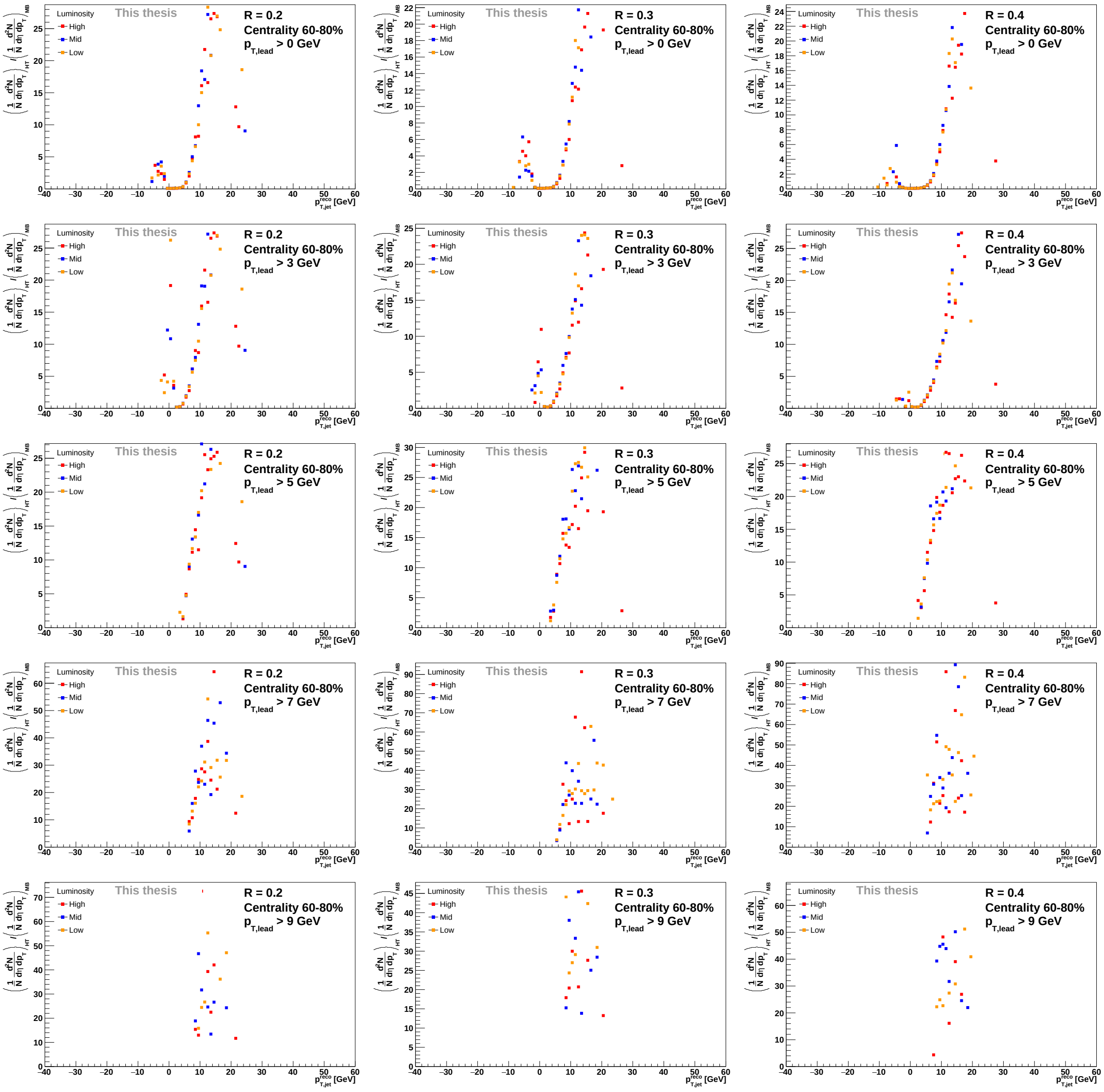
Obrázek B.27: Histogramy podílu p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Barvy představují luminozity (viz legenda), v centralitě 30-40%. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV Jednotlivé histogramy s chybovými oblastmi jsou vyneseny v 7.19, 7.20 a 7.21.



Obrázek B.28: Histogramy podílu p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Barvy představují luminozity (viz legenda), v centralitě 40-50%. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV Jednotlivé histogramy s chybovými oblastmi jsou vyneseny v B.19, B.20 a B.21.



Obrázek B.29: Histogramy podílu p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Barvy představují luminozity (viz legenda), v centralitě 50-60%. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV Jednotlivé histogramy s chybovými oblastmi jsou vyneseny v B.22, B.23 a B.24.



Obrázek B.30: Histogramy podílu p_T spektra pro HT trigger ku p_T spektru pro MB trigger (HT/MB). Barvy představují luminozity (viz legenda), v centralitě 60-80%. První sloupec odpovídá poloměru jetu $R = 0,2$, druhý pak $R = 0,3$ a třetí $R = 0,4$. Jednotlivé řádky pak odpovídají kritériu na hybnost vedoucího baryonu, která jsou 0 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 7 GeV a 9 GeV Jednotlivé histogramy s chybovými oblastmi jsou vyneseny v 7.22, 7.23 a 7.24.

Příloha C

Seznam konstant

$h = 6,626\,070 \cdot 10^{-34}$ JHz^{-1}	Planckova konstanta
$\hbar = 1,054\,571 \cdot 10^{-34}$ JHz^{-1}	Redukovaná Planckova konstanta
$c = 299\,792\,458$ ms^{-1}	Rychlost světla ve vakuu
$\sqrt{\hbar c^5/G} = 1,220 \cdot 10^{19}$ GeV	Planckova energie
$\sqrt{\hbar G/c^3} = 1,616 \cdot 10^{-35}$ GeV	Planckova délka
$\hbar c = 197,32$ MeVfm	
$k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23}$ JK^{-1}	Boltzmannova konstanta
$e = 1,602\,176 \cdot 10^{-19}$ C	Elementární náboj
$\mu_0 = 1,256\,637 \cdot 10^{-6}$ NA^{-2}	Magnetická permeabilita v vakuu
$\varepsilon_0 = 8,854\,187 \cdot 10^{-12}$ Fm^{-1}	Elektrická permitivita va vakuu
$\alpha = 7,297\,352 \cdot 10^{-3}$	Konstanta jemné struktury
$G_F = 1,166\,378 \cdot 10^{-5}$ GcV^{-2}	Fermiho vazebná konstanta
$m_p = 1,672\,621 \cdot 10^{-27}$ kg	Hmotnost protonu
$m_p c^2 = 938,272$ MeV	Klidová energie protonu
$m_n = 1,674\,927 \cdot 10^{-27}$ kg	Hmotnost neutronu
$m_n c^2 = 939,565$ MeV	Klidová energie neutronu
$m_e = 9,109\,383 \cdot 10^{-31}$ kg	Hmotnost elektronu
$m_e c^2 = 0,510\,998$ MeV	Klidová energie elektronu
$M_W c^2 = 80,38$ GeV	Klidová energie $W^\pm$ bosonu
$M_Z c^2 = 91,19$ GeV	Klidová energie Z bosonu
$M_H c^2 = 125$ GeV	Klidová energie Higgsova bosonu
$\sin^2\theta_W = 0.222$	Druhá mocnina sinu z Weinbergova úhlu
$\Lambda_{QCD} = 218 \pm 24$ MeV	QCD škálový parametr
$\tau_\mu = 2,197 \cdot 10^{-6}$ s	Střední doba života mionu
$\tau_\tau = 2,906 \cdot 10^{-19}$ s	Střední doba života tauonu
$\tau_{WZ} = 3 \cdot 10^{-25}$ s	Střední doba života W a Z bosonu
$\rho_{nm} = 0,16$ fm^{-3}	Hustota jaderné hmoty

Literatura

[1] Yagi, K., Hatsuda, T., & Miake, Y. (2016). *Quark-Gluon plasma: from big bang to little bang.* Cambridge: Cambridge University Press.

[2] Collected papers of L.D. Landau, D. Ter Haar ed., Pergamon, Oxford (1965)

[3] Bjorken, J. D. (1983). Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region. *Physical Review D, 27*(1), 140–151. doi: 10.1103/physrevd.27.140

[4] Qiu, et al. "Factorization of Jet Cross Sections in Heavy-Ion Collisions." *ArXiv.org*, 5 Mar. 2019, arxiv.org/abs/1903.01993.

[5] Cacciari, et al. "The Anti-k_t Jet Clustering Algorithm." *ArXiv.org*, 21 Apr. 2008, arxiv.org/abs/0802.1189.

[6] Atkin, R. (2015). Review of jet reconstruction algorithms. *Journal of Physics: Conference Series*, 645, 012008. doi: 10.1088/1742-6596/645/1/012008

[7] Adams, J., et al. "Experimental and Theoretical Challenges in the Search for the Quark–Gluon Plasma: The STAR Collaboration's Critical Assessment of the Evidence from RHIC Collisions." *Nuclear Physics A*, North-Holland, 17 May 2005, www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947405005294.

[8] Cacciari, et al. "FastJet User Manual." ArXiv.org, 25 Nov. 2011, arxiv.org/abs/1111.6097.

[9] Particle Data Group. "Particle Data Group - 2019 Review." *Particle Data Group - 2019 Review*, pdg.lbl.gov.

[10] Mandelstam, S. (1958). "Determination of the Pion-Nucleon Scattering Amplitude from Dispersion Relations and Unitarity". *Physical Review.* 112 (4): 1344. Bibcode:1958PhRv..112.1344M. doi:10.1103/PhysRev.112.1344.

[11] Salam, G. P. (2010). Towards jetography. *The European Physical Journal C*, 67(3-4), 637–686. doi: 10.1140/epjc/s10052-010-1314-6

[12] Salam, G. P., & Soyez, G. (2007). A practical seedless infrared-safe cone jet algorithm. *Journal of High Energy Physics, 2007*(05), 086–086. doi: 10.1088/1126-6708/2007/05/086

[13] Enrico Fermi, High Energy Nuclear Events, *Progress of Theoretical Physics*, Volume 5, Issue 4, July 1950, Pages 570–583, https://doi.org/10.1143/ptp/5.4.570

[14] Hawking, S. W., & Ellis, G. F. R. (1973). *The large scale structure of space-time.* London: Cambridge University Press.

[15] Feynman, R. P. (1973). *The Behavior of Hadron Collisions at Extreme Energies.* High Energy Collisions: Third International Conference at Stony Brook, N.Y. Gordon & Breach.

[16] Jaeger, Gregg (2019). *Are virtual particles less real?.* Entropy. 21 (2): 141.

[17] Cooper-Sarkar. (2011). PDF Fits at HERA. https://arxiv.org/abs/1112.2107

[18] Liu, X., Moch, S.-O., & Ringer, F. (2018). Phenomenology of single-inclusive jet production with jet radius and threshold resummation. *Physical Review D, 97*(5). doi: 10.1103/physrevd.97.056026

[19] Berger, E. L., Qiu, J., & Zhang, X. (2002). QCD factorized Drell-Yan cross section at large transverse momentum. *Physical Review D*, 65(3). doi: 10.1103/physrevd.65.034006

[20] Qiu, J.-W., Ringer, F., Sato, N., & Zurita, P. (2019). Factorization of Jet Cross Sections in Heavy-Ion Collisions. *Physical Review Letters, 122*(25). doi: 10.1103/physrevlett.122.252301

[21] Martin, & D., A. (2008, February 1). Proton structure, Partons, QCD, DGLAP and beyond. Retrieved from https://arxiv.org/abs/0802.0161

[22] Yao, W. M., Amsler, C. D., Asner, D. M., Bamett, R. M., Beringer, J., Burchat, P. R., ... Particle Data Group (2006). Review of particle physics. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 33*(1), [001]. https://doi.org/10.1088/0954-3899/33/1/001

[23] Paakkinen, & Petja. (2018, February 16). Nuclear parton distribution functions. https://arxiv.org/abs/1802.05927

[24] Eskola, J., K., Paakkinen, Hannu, Salgado, & A., C. (2017, March 22). EPPS16: Nuclear parton distributions with LHC data. https://arxiv.org/abs/1612.05741

[25] Peskin, M. E., & Schroeder, D. V. (2005). *Introduction to quantum field theory.* Kolkata, India: Levant Books.

[26] Böhm Manfred, Denner, A.,& Joos, H. (2001).*Gauge Theories of the Strong and Electroweak Interaction.* Wiesbaden: Vieweg Teubner Verlag.

[27] Langacker, P. (1989). CP Violation and Cosmology. *Advanced Series on Directions in High Energy Physics CP Violation,* 552–572. doi: 10.1142/9789814503280_0014

[28] Pich, A. (2005, February 1). The Standard Model of Electroweak Interactions. Retrieved from https://arxiv.org/abs/hep-ph/0502010

[29] Greiner, W., & Müller Berndt. (1989).*Quantum mechanics: symmetries.* Berlin: Springer.

[30] Krane, K. S. (1988). *Introductory nuclear physics.* New York, NY: Wiley.

[31] Cms. (2015, May 1). Measurement of the inclusive 3-jet production differential cross section in proton-proton collisions at 7 TeV and determination of the strong coupling constant in the TeV range. Retrieved from https://arxiv.org/abs/1412.1633

[32] Ross, G. G. (1984). *Grand unified theories.* Menlo Park, CA: Benjamin/Cummings Pub. Co.

[33] Eskola, K.j., et al. “Nuclear Overlap Functions.” *International Journal of Modern Physics A,* vol. 10, no. 20n21, 1995, pp. 3087–3090., doi:10.1142/s0217751x95001467.

[34] Miller, et al. “Glauber Modeling in High Energy Nuclear Collisions.” 17 Jan. 2007, arxiv.org/abs/nucl-ex/0701025.

[35] Arthur, Harry, et al. “Novel Tools and Observables for Jet Physics in Heavy-Ion Collisions.”, 30 Apr. 2020, arxiv.org/abs/1808.03689.

[36] Bertolini, Daniele, et al. “Jet Observables without Jet Algorithms.” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2014, no. 4, 2014, doi:10.1007/jhep04(2014)013.

[37] Altarelli, G., & Parisi, G. (1977). Asymptotic freedom in parton language. *Nuclear Physics B, 126*(2), 298-318. doi:10.1016/0550-3213(77)90384-4

[38] Dokshitzer, Y.L. (1977). Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e+ e- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics. *Sov.Phys.JETP* 46 (1977) 641-653

[39] Gribov, V.N., & Lipatov, L.N. (1972). Deep inelastic e p scattering in perturbation theory. *Sov.J.Nucl.Phys.* 15 (1972) 438-450

[40] Altarelli, G. QCD evolution equations for parton densities. Načteno 23. července 2020, http://www.scholarpedia.org/article/QCD_evolution_equations_for_parton_densities

[41] Fundamental Physical Constants; 2018 CODATA recommended values. NIST, Načteno 23. července 2020. https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html

[42] Vasiliev, A. N., Astapov, I. I., Barbashina, N. S., Lozovskij, D. L., & Moshkova, D. M. (2019). Research projects of the Mega-science class in Nuclear University. *Journal of Physics: Conference Series, 1406*, 012001. doi:10.1088/1742-6596/1406/1/012001

[43] Gross, D. J., & Wilczek, F. (1973). Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. *Physical Review Letters, 30*(26), 1343-1346. doi:10.1103/physrevlett.30.1343

[44] Politzer, H. D. (1973). Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Physical Review Letters, 30*(26), 1346-1349. doi:10.1103/physrevlett.30.1346

[45] The Nobel Prize in Physics 2004. Načteno 31. července 2020, http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2004/

[46] Johnson, K. (1983). *The M.I.T. Bag Model in the context of QCD*. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, Center for Theoretical Physics.

[47] Gupta, S. N., & Johnson, J. M. (1995). Quantum-chromodynamic potential model for light-heavy quarkonia and the heavy quark effective theory. *Physical Review D, 51*(1), 168-175. doi:10.1103/physrevd.51.168

[48] Nambu, Y., & Jona-Lasinio, G. (1961). Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. I. *Physical Review, 122*(1), 345-358. doi:10.1103/physrev.122.345

[49] Nambu, Y., & Jona-Lasinio, G. (1961). Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. II. *Physical Review, 124*(1), 246-254. doi:10.1103/physrev.124.246

[50] Georgi, H., & Glashow, S. L. (1974). Unity of All Elementary-Particle Forces. *Physical Review Letters, 32*(8), 438-441. doi:10.1103/physrevlett.32.438

[51] Chaudhuri, A. K. (2013). Viscous Hydrodynamic Model for Relativistic Heavy Ion Collisions. *Advances in High Energy Physics*, 2013, 1-25. doi:10.1155/2013/693180

[52] Kendall, H. W. (2000). Deep Inelastic Scattering: Experiments on the Proton and the Observation of Scaling. *A Distant Light*, 94-126. doi:10.1007/978-1-4419-8507-1_9

[53] Ackermann, K., Adams, N., Adler, C., Ahammed, Z., Ahmad, S., Allgower, C., . . . Zubarev, A. (2003). STAR detector overview. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 499*(2-3), 624-632. doi:10.1016/s0168-9002(02)01960-5

[54] Beddo, M., Bielick, E., Fornek, T., Guarino, V., Hill, D., Krueger, K., . . . Wang, Q. (2003). The STAR Barrel Electromagnetic Calorimeter. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 499*(2-3), 725-739. doi:10.1016/s0168-9002(02)01970-8

[55] Anderson, M., Berkovitz, J., Betts, W., Bossingham, R., Bieser, F., Brown, R., . . . Zhang, W. (2003). The STAR time projection chamber: A unique tool for studying high multiplicity events at RHIC. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 499*(2-3), 659-678. doi:10.1016/s0168-9002(02)01964-2

[56] Adare, A., Afanasiev, S., Aidala, C., Ajitanand, N., Akiba, Y., Akimoto, R., . . . Franz, A. "An Upgrade Proposal from the PHENIX Collaboration."25 Jan. 2015, https://arxiv.org/abs/1501.06197

[57] Ackermann, K., Adams, N., Adler, C., Ahammed, Z., Ahmad, S., Allgower, C., . . . Zubarev, A. (2003). STAR detector overview. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 499*(2-3), 624-632. doi:10.1016/s0168-9002(02)01960-5

[58] Brandenburg, J. D. (2019). Muon Identification using Neural Networks With the Muon Telescope Detector at STAR. *Nuclear Physics A, 982*, 192-194. doi:10.1016/j.nuclphysa.2018.10.036

[59] STAR Collaboration, Adam, J., Adamczyk, L., Adams, J., Adkins, J., Agakishiev, G., . . . Huang, H. Measurement of inclusive charged-particle jet production in Au+Au collisions at $sqrts_{NN}$=200 GeV. 31 May 2020, https://arxiv.org/abs/2006.00582

[60] ALICE Collaboration. Measurements of inclusive jet spectra in pp and central Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}}$=5.02 TeV. 20 Sep. 2019, https://arxiv.org/abs/1909.09718

[61] ATLAS Collaboration. Measurement of the nuclear modification factor for inclusive jets in Pb+Pb collisions at $sqrts_{NN} = 5.02$ TeV with the ATLAS detector. 04 Mar. 2019, https://arxiv.org/abs/1805.05635

[62] ATLAS Collaboration. Measurements of the Nuclear Modification Factor for Jets in Pb+Pb Collisions at $sqrts_{NN} = 2.76$ TeV with the ATLAS Detector. 06 Mar. 2015, from https://arxiv.org/abs/1411.2357

[63] CMS Collaboration. Measurement of inclusive jet cross sections in pp and PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. 09 Oct. 2017 https://arxiv.org/abs/1609.05383

[64] Team ROOT. ROOT @ cern. https://ph-root-2.cern.ch/