

CZECH TECHNICAL UNIVERSITY IN  
PRAGUE

Faculty of Nuclear Sciences and Physical  
Engineering

Department of Physics



## Bachelor thesis

**Jet properties in processes at the LHC accelerator**

**Sedláček Ondřej**

**Supervisor: Mgr. Marek Taševský Ph.D**

**Prague, 2017**

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE  
Fakulta Jaderná a Fyzikálně Inženýrská  
Katedra Fyziky



**Bakalářská práce**

**Vlastnosti jetů v procesech na urychlovači LHC**

**Ondřej Sedláček**

**Supervisor: Mgr. Marek Taševský Ph.D**

**Praha, 2017**



Katedra: fyziky

Akademický rok: 2016/2017

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: Ondřej Sedláček

Studijní program: Aplikace přírodních věd

Obor: Experimentální jaderná a čisticová fyzika

Název práce: Vlastnosti jetů v procesech na urychlovači LHC  
(česky)

Název práce: Jet properties in processes at the LHC accelerator  
(anglicky)

### Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se se základy teorie čisticové fyziky, tedy se základy Standardního modelu a se základními pojmy Kvantové chromodynamiky.
2. Seznamte se se základy experimentální čisticové fyziky, tedy se základními pojmy v oblasti detektorů a urychlovačů využívaných ve fyzice vysokých energií.
3. Seznamte se s pojmy jet, jetový algoritmus a teoretická bezpečnost jetových algoritmů. Proveďte rešerši definic a použití hlavních jetových algoritmů.
4. Osvojte si základy operačního systému Linux a programovacího jazyka C++.
5. Osvojte si základy práce s programem root pro zpracování experimentálních i umělých dat, používaný ve fyzice vysokých energií a s programem FastJet pro použití jetových algoritmů.
6. Pomocí generátoru umělých případů vytvořte vzorky dat pro procesy s libovolným počtem jetů a pro difrakční procesy se dvěma jety. Porovnejte základní charakteristiky jetů v obou vzorcích dat, zejména v závislosti na poloměru jetů.

*Doporučená literatura:*

- [1] G. P. Salam: PhD-level lectures, <http://gsalam.web.cern.ch/gsalam/teaching/PhD-courses.html> (2010-2011)
- [2] G. Soyez: Lectures about jet physics, <https://indico.cern.ch/event/441794> (2015)
- [3] M. Cacciari, G. P. Salam and G. Soyez: The anti-k(t) jet clustering algorithm, JHEP 0804, 063 (2008)
- [4] M. Cacciari, G. P. Salam and G. Soyez: FastJet user manual, Eur. Phys. J. C 72, 1896 (2012)
- [5] G. P. Salam: Towards jetography, Eur. Phys. J. C 67, 637 (2010)

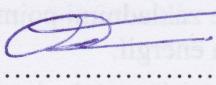
*Jméno a pracoviště vedoucího bakalářské práce:*

Mgr. Marek Taševský, Ph.D., Fyzikální ústav, AV ČR, v.v.i., Praha

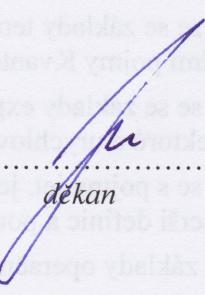
*Datum zadání bakalářské práce:* 20.10.2016

*Termín odevzdání bakalářské práce:* 10.07.2017

*Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.*



vedoucí katedry



děkan

V Praze dne 20.10.2016

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady ( literaturu, software, atd. ) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne

*Title:*

**Jet properties in processes at the LHC accelerator**

*Author:* Sedláček Ondřej

*Specialization:* Experimental nuclear and particle physics

*Sort of project:* Bachelor's thesis

*Supervisor:* Mgr. Marek Taševský Ph.D, Institute of Physics of the Academy of Sciences of the Czech republic

*Abstract:* Jets are an important part of many analyses of high energy collisions of leptons, hadrons or nuclei. Diffractive processes contribute nontrivially into cross section of high energy inelastic proton-proton collisions. Therefore, the practical part of this thesis is focused on comparisons of kinematic observables of jets in single dissociative and nondiffractive processes for various jet radii  $R$ . Most of the observables are compared in events where at least two jets were found with transverse momenta greater than 20 GeV. Differences between diffractive and nondiffractive processes are discussed as well as distributions of each type of processes. Program FASTJET was used for reconstruction of jets at particle level, with the usage of anti- $k_t$  jet algorithm. Furthermore, transverse energy flow was simulated, discussed and compared to study carried out by collaboration ATLAS. All the simulated events were generated by MC generator Pythia 8.2 at center-of-mass energy  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . In the theoretical part of this thesis basics of Standard model are described as well as diffraction and certain key properties of jet algorithms.

*Key words:* diffraction, hard scale, jets, anti- $k_t$ , MC generator Pythia 8.2

*Název práce:*

**Vlastnosti jetů v procesech na urychlovači LHC**

*Autor:* Sedláček Ondřej

*Vedoucí práce:* Mgr. Marek Taševský, PhD., Fyzikální ústav AV ČR, v.v.i.

*Abstrakt:* Jety jsou nedílnou součástí mnoha analýz experimentálních dat vysokoenergetických srážek leptonů, hadronů i jader. Difrakční procesy tvoří významnou část celkového účinného průřezu vysokoenergetických neelastických proton-protonových srážek. Proto je praktická část této práce zaměřena na srovnání kinematických veličin jetů v difrakčních procesech s jedním disociovaným protonem a nedifrakčních procesech. Většina srovnání je studována v případech s alespoň dvěma jety pro různé poloměry jetů  $R$  a podmínkou na minimální hybností jetu  $p_t^{jet} > 20 \text{ GeV}$ . Diskutovány jsou jak rozdíly mezi difrakčními a nedifrakčními procesy, tak tvary rozdělení veličin pro každý typ procesů. Jety byly rekonstruovány pomocí programu FASTJET na částicové úrovni, za použití jetového algoritmu anti- $k_t$ . Dále byl simulován tok příčné energie, srovnán a diskutován s daty kolaborace ATLAS. Všechny případy v této práci byly generovány pomocí MC generátoru Pythia 8.2 při těžišťové energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . V teoretické části práce je shrnut základ Standardního modelu, popsána difrakce a vysvětleny vybrané klíčové vlastnosti jetových algoritmů.

*Klíčová slova:* difrakce, jety, anit- $k_t$ , MC generátor Pythia 8.2

## **Acknowledgement**

I would like to thank my father, who gave me an opportunity to continue in studying and all people who supported me while completing this thesis. My profound thanks go to my supervisor Marek Taševský for all his time spent helping me solve problems, giving me advices, explaining physics and providing corrections.

# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>1 Úvod do Standardního modelu</b>	<b>2</b>
1.1 Částice . . . . .	2
1.1.1 Elementární částice . . . . .	2
1.1.2 Kompozitní částice . . . . .	3
1.2 Základní interakce . . . . .	4
1.3 QCD . . . . .	5
1.3.1 Vazbové parametry QCD a QED . . . . .	6
1.4 Kinematické veličiny . . . . .	7
<b>2 Difrakce</b>	<b>10</b>
2.1 Regge teorie . . . . .	12
2.2 Měkká difrakce . . . . .	13
2.3 Tvrdá difrakce . . . . .	13
<b>3 Jetы a Jetové algoritmy</b>	<b>17</b>
3.1 Jetové algoritmy . . . . .	18
3.1.1 Princip sekvenčních klastrovacích algoritmů . . . . .	18
3.2 Vlastnosti jetových algoritmů . . . . .	19
3.2.1 Infračervená a kolineární divergence a bezpečnost . . . . .	20
3.3 Algoritmus anti- $k_t$ . . . . .	22
<b>4 Monte Carlo generátory</b>	<b>24</b>
4.1 Princip simulace srážky . . . . .	24
4.2 Pythia 8 . . . . .	26

<b>5</b>	<b>Výsledky</b>	<b>27</b>
5.1	Tok příčné energie . . . . .	27
5.2	Srovnání charakteristkých veličin v SD a ND eventech . . . . .	31
5.3	Srovnání kinematických veličin jetů v SD a ND eventech pro různé poloměry	33

# Úvod

S vývojem urychlovačů bylo umožněno studium energetických částic, dříve vyskytujících se pouze v kosmickém záření. Ačkoliv existují částice v kosmickém záření, které dalece přesahují možnosti dnešních urychlovačů, důležitost urychlovače je především v množství srážek a kontrole vstupních parametrů. Proto stavba největšího urychlovače hadronů *Large Hadron Collider* (LHC) umožnila studium nové fyziky, například zkoumání tvrdých procesů při těžištových energiích až  $\sim 14 \text{ TeV}$ . Charakteristickými jevy tvrdých procesů jsou jety, které jsou předmětem zájmu této práce. Difrakční procesy tvoří značnou část celkového průřezu vysokoenergetických neelastických proton-protonových srážek. Proto je také difrakce zařazena do této práce.

Zpočátku je pozornost věnována teorii. V první kapitole je shrnut Standardní model. Zde jsou popsány některé vlastnosti částic a základní interakcí, vybrané myšlenky z kvantové chromodynamiky a poslední podkapitola se věnuje některým kinematickým veličinám.

Následně je v druhé kapitole přiblížen pojem difrakce, popsána, pro difrakci důležitá, Regge teorie, měkká difrakce a podrobněji probrána tvrdá difrakce.

Dále jsou ve třetí kapitole probrány jety a jetové algoritmy spolu s fyzikální motivací jetů. Další podkapitoly se věnují základním principům jetových algoritmů, pojmu infračervené a kolineární bezpečnosti a na konci kapitoly jsou shrnuty vlastnosti jetových algoritmů a popsán algoritmus anit- $k_t$ .

Teoretická část končí čtvrtou kapitolou, která přibližuje princip simulace srážek pomocí Monte Carlo generátorů spolu s některými vlastnostmi Monte Carlo generátoru Pythia.

Poslední pátá kapitola obsahuje praktickou část této práce. Zde je simuloval tok příčné energie a srovnán s reálnými daty kolaborace ATLAS. Poté jsou simulovány a studovány kinematické veličiny jetů v difrakčních a nedifrakčních procesech. Mezi studované veličiny patří například rozdělení počtu jetů, pseudorapidity a energie. Ke konci je podrobněji popsáno rozdělení příčné hybnosti systému dvou jetů s uvedením pojmu úniku transverzální hybnosti ( *$p_t$  leakage*). Veškeré simulace jsou provedeny pomocí Monte Carlo generátoru Pythia 8.2 při těžištové energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  a rekonstrukce jetu pomocí programu FASTJET za použití jetového algoritmu anti- $k_t$ .

# Kapitola 1

## Úvod do Standardního modelu

Standardní model poskytuje nejlepší popis mikrosvěta dnešní doby. Jedná se o kvantovou teorii pole založenou na neabelovské grupě symetriei  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , popisující silnou interakci (grupa  $SU(3)$ ) a elektroslabou interakci (grupa  $SU(2) \times U(1)$ ) [1].

Předpovědi, které jsou poskytnuty touto teorií, byly potvrzeny již velkým množstvím experimentů s dobrou přesností. Avšak nejde o teorii konečnou, neboť například nedokáže vysvětlit vstupní parametry, neobsahuje popis gravitace a další. Rozvíjejí se i teorie přesahující Standardní model (*beyond the Standard Model*), které se snaží zahrnout i gravitaci či jiné oblasti nepopsané Standardním modelem, například Strunová teorie, teorie Supersymetrií a další [1].

V podkapitole 1.1 jsou probrány částice, následně v podkapitole 1.2 jsou shrnutы klíčové vlastnosti interakcí, dále jsou v podkapitole 1.3 probrány základy kvantové chromodynamiky (QCD) a nakonec v podkapitole 1.4 jsou popsány významy a definice vybraných důležitých kinematických veličin.

### 1.1 Částice

Pojem částice se používá s různými významy, vždy záleží na kontextu. Například částice může znamenat elektron, nebo foton, ale také hadron a další. Proto se částice dělí na fundamentální (viz sekce 1.1.1) a kompozitní částice (viz sekce 1.1.2). Často používaným termínem je také *parton*, který vyjadřuje gluon, či kvark (elementární částice). Jde o termín staršího původu, který byl zaveden v době, kdy částice ještě nebyly natolik rozdeleny a vyjadřuje části hadronu [2].

#### 1.1.1 Elementární částice

Elementární, fundamentální, či základní částice jsou dle současné fyziky nedělitelné a shrnutы jsou na Obrázku 1.1. Lze si všimnout tří barevně odlišených sekcí, fialově jsou kvarky,

zeleně leptony, ružové vektorové bosony a běžově skalární boson Higgs. Všechny vyobrazené částice mají i své antičástice, nehmotné částice jsou svými antičásticemi [1].

## Fermiony

Protože kvarky a leptony mají poločíselný spin, dle definice jsou to fermiony. Dále první tři sloupce znázorňují tři kvarkové a leptonové generace. Každý kvark má navíc další stupeň volnosti zvaný barva neboli barevný náboj<sup>1</sup>, který může nabývat tří barev  $r$  (červená),  $g$  (zelená),  $b$  (modrá) a antikvarky nesou tři příslušné antibarvy  $\bar{r}\bar{g}\bar{b}$ , proto 6 zobrazených kvarků v tabulce 1.1 symbolizuje kvarků 18<sup>2</sup> [3]. Leptony jsou také v generacích, ve které je vždy elektron  $e$ , mion  $\mu$ , nebo tau  $\tau$  a příslušné neutrino. Za zmínku stojí malá, ovšem nenulová hmotnost neutrin dokázána jejich oscilacemi<sup>3</sup>, ovšem zatím nebyly zjištěny přesné hmotnosti, pouze horní limity [6].

## Bosony

Vektorové bosony jsou polní částice, které zprostředkovávají interakce mezi částicemi (podrobněji v podkapitole 1.2). Higgsův boson dokazuje existenci Higgsova pole, které je stežejní v tzv. Higgsově mechanismu<sup>4</sup>, pomocí kterého nabývají některé fermiony část své hmotnosti.

Mezi vektorové bosony patří velmi hmotné bosony  $W^\pm$  a  $Z^0$ , které jsou zodpovědné za slabou interakci, také nehmotný foton  $\gamma$ , zprostředkovávající elektromagnetickou interakci a nehmotný gluon. Gluon přenáší barevný náboj a sám nese vždy barvu a antibarvu, existuje tedy 9 kombinací, ovšem barevný singlet  $\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$  je barevně neutrální a v interakci není započítáván [1]. Proto by v tabulce namísto jednoho gluonu opět mělo být gluonů 8, tvořících barevný oktet<sup>5</sup>. Gluony proto nejsou barevně neutrální. Tato vlastnost je velice důležitá pro QCD, neboť vede k jednomu ze stavebních bloků QCD, a to interakci gluonu s gluonem, která odlišuje QCD a QED, podrobněji, v podkapitole 1.3.

### 1.1.2 Kompozitní částice

Kompozitní či složené částice jsou složeny z elementárních částic, konkrétně kvarků popsaných v předchozí sekci 1.1.1. Výsledné objekty se nazývají také *hadrony* a ačkoliv jsou

<sup>1</sup>Analogie s elektrickým nábojem, který může nabývat pouze dvou hodnot a to  $\pm 1$  [1]

<sup>2</sup>Je předpokládáno, že silná interakce je invariantní vůči zámeně barvy, proto je v tabulce 1.1 zobrazeno pouze 6 kvarků namísto 18 [1].

<sup>3</sup>Oscilace značí transformace elektronového neutrina na mionové a podobně, více například v [4, 5, 6].

<sup>4</sup>Tento jev je důležitý v teorii elektroslabé interakce, avšak nebude podrobněji popisován, neboť svojí komplexností přesahuje tuto práci, více o Higgsově mechanismu lze zjistit v [7]

<sup>5</sup>barevné kombinace jsou například:  $r\bar{g}, r\bar{b}, b\bar{g}, b\bar{r}, g\bar{r}, \frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r} - b\bar{b}), \frac{1}{6}(r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})$ . Avšak tento soubor není jednoznačně daný, lze nalézt i další sady barevných kombinací, ovšem o stejném počtu [1]

hmotnost →	$\approx 2.3$ MeV/c <sup>2</sup>	$\approx 1.275$ GeV/c <sup>2</sup>	$\approx 173.07$ GeV/c <sup>2</sup>	0 MeV/c <sup>2</sup>	$\approx 126$ GeV/c <sup>2</sup>
náboj →	$2/3$	$2/3$	$2/3$	0	0
spin →	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	0
KVARKY	<b>u</b>	<b>c</b>	<b>t</b>	<b>g</b>	<b>H</b>
	$\approx 4.5$ MeV/c <sup>2</sup>	$\approx 95$ MeV/c <sup>2</sup>	$\approx 4.18$ GeV/c <sup>2</sup>	0 MeV/c <sup>2</sup>	
	$-1/3$	$-1/3$	$-1/3$	0	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
LEPTONY	<b>d</b>	<b>s</b>	<b>b</b>	$\gamma$	
	0.511 MeV/c <sup>2</sup>	105.7 MeV/c <sup>2</sup>	1.777 GeV/c <sup>2</sup>	91.2 GeV/c <sup>2</sup>	
	-1	-1	-1	0	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
BOSONY	<b>e</b>	<b><math>\mu</math></b>	<b><math>\tau</math></b>	<b>Z</b>	
	$< 2.2$ eV/c <sup>2</sup>	$< 0.17$ MeV/c <sup>2</sup>	$< 15.5$ MeV/c <sup>2</sup>	80.4 GeV/c <sup>2</sup>	
	0	0	0	$\pm 1$	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	<b>W</b>	

**Obrázek 1.1:** Přehled elementárních částic a jejich vlastností, jmenovitě: hmotnost, elektrický náboj a spin. Převzato z [3].

bezbarvé (barevně neutrální), podléhají reziduální silné interakci, která je také označována jako nukleární, protože působí mezi nukleony[8].

Dále se hadrony dělí na *baryony*, které jsou složeny ze tří kvarků (nejčastějším příkladem je proton a neutron) a *mesony*, které jsou složeny z kvarku a antikvarku. Označení, že hadrony obsahují tři kvarky či kvark a anti-kvark, není přesné. Přesněji hadrony obsahují celé moře měkkých gluonů a  $q\bar{q}$  (kvark-antikvark) systémů, proto zmíněné tři kvarky, resp. kvark anti-kvark jsou označovány jako valenční<sup>6</sup>. V experimentech reagují především valenční kvarky, ovšem moře  $q\bar{q}$  a gluonů může mít netriviální důsledky, podrobněji v [1, 9].

## 1.2 Základní interakce

Základní interakce popsané dnešní fyzikou jsou čtyři, gravitační, elektromagnetická, slabá a silná, jejichž vlastnosti jsou shrnutы v Tabulce 1.1.

Lze si všimnout, že gravitační interakce je oproti ostatním silám na této škále velice slabá, dokonce i zanedbatelná. Proto je gravitace v částicové fyzice často opomíjena, avšak je teoreticky předpovězeno, že při energiích  $\sim 5 \cdot 10^{14}$  GeV by se síly interakcí měly vyrovnat [1]. Zanedbání gravitace je tedy přijatelným přiblžením pouze pro zatím nejvýše

<sup>6</sup>Termín valenční kvark je zaveden v analogii s valenčním elektronem.

interakce	polní částice	dosah [m]	relativní síla
silná	gluon $g$	$10^{-15}$	1
elektromagnetická	foton $\gamma$	$\infty$	$10^{-2}$
slabá	boson $W^\pm, Z^0$	$10^{-18}$	$10^{-7}$
gravitační	graviton $G$	$\infty$	$10^{-39}$

**Tabulka 1.1:** Souhrn základních vlastností fundamentálních interakcí. Popsané vlastnosti zahrnují polní částici, dosah a relativní sílu. Silná interakce použita jako referenční s relativní silou = 1. Graviton je pouze teoreticky předpovězen, experimentálně stále nebyl nalezen. Převzato z [1].

dosažitelné energie  $\sim 10 \text{ TeV}$  na LHC. Gravitace je popisována Obecnou teorií relativity, kterou se nepodařilo zatím sloučit se Standardním modelem, proto Obecná teorie relativity v této práci nebude dále zmiňována.

Elektromagnetická interakce je popisována kvantovou elektrodynamikou (QED) a zprostředkována pomocí fotonu  $\gamma$ , který působí na všechny elektricky nabité částice. Díky nulové hmotnosti a elektrické neutralitě fotonu je dosah elektromagnetické interakce nekonečný [2].

Slabá interakce je popisována teorií slabé interakce a zprostředkována pomocí bosonů  $W^\pm, Z^0$ . Tato interakce působí na všechny leptony i kvarky a jako jediná síla dokáže měnit vůni<sup>7</sup> (*flavor*) kvarků. Z toho důvodu se teorie slabé interakce označuje za kvantovou dynamiku vůní (*quantum flavourdynamics*). Dosah slabé interakce je velice malý, neboť bosony  $W^\pm, Z^0$  jsou značně těžké ( $m_W \approx 80 \text{ GeV}$  a  $m_Z \approx 91 \text{ GeV}$ ) a rychle se rozpadají [1].

Teorie slabé a elektromagnetické interakce byla sloučena do teorie elektroslabé interakce (EW), neboť se zjistilo, že při vysokých energiích jde o tutéž interakci [1].

Silná interakce je popsána kvantovou chromodynamikou (QCD), kde vybrané základy jsou popsány v podkapitole 1.3. Tato síla je zprostředkována gluony, které jak již bylo zmíněno v sekci 1.1.1, jsou barevně nabité. Proto ačkoliv jsou nehmotné, mají jen velmi malý dosah [1]. Tato síla působí na dvou vzdálenostních škálách, uvnitř hadronů jsou částice podléhající této interakci barevně nabité, tedy kvarky a ostatní gluony. Druhá škála silné interakce se často označuje jako nukleární síla a jde o sílu reziduální mezi barevně neutrálními hadrony, které obsahují barevné kvarky [10, 2].

### 1.3 QCD

Kvantová chromodynamika popisuje silnou interakci mezi kvarky a gluony. Jde o kvantovou teorii pole založenou na grupě symetrií  $SU(3)$ . Ačkoliv na první pohled mají QCD a QED společné rysy, zásadním rozdílem je barevné nabité gluonu oproti elektricky neutrálnímu fotonu [3]. Tento rozdíl má velice netriviální důsledky, například jiný vývoj vazbového

---

<sup>7</sup>Vůně kvarků jsou ekvivalentní k druhu kvarků, kupříkladu  $u, d, s$  jsou kvarky různých vůní.

parametru, viz sekce 1.3.1. Velikost silné sily mezi gluonem a barevně nabitými kvarky a ostatními gluony natolik velká, že jsou veškeré barevně nabité částice pevně svázány v hadronech [10]. Proto je efektivní vzdálenost velice malá  $\sim 10^{-15}$  [1].

### 1.3.1 Vazbové parametry QCD a QED

Protože jsou QCD a QED teorie pole, v procesu renormalizace<sup>8</sup> lze předpovědět závislost vazbového parametru  $\alpha$  na kvadrátu předané hybnosti  $Q^2$  a hodnotě parametru při referenční<sup>9</sup> škále procesu  $\alpha(Q_0^2)$  pomocí vztahu [12]:

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(Q_0^2)}{1 - \beta\alpha(Q_0^2) \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}}. \quad (1.1)$$

Rozdíl mezi vazbovými parametry elektromagnetické a silné interakce je právě v parametru  $\beta$ , který je počítán pomocí:

$$\beta_{qcd} = -\frac{(11N_c - 2N_f)}{12\pi}, \quad \beta_{qed} = \frac{1}{3\pi}. \quad (1.2)$$

Tento vztah platí pouze pro jednosmyčkový vazbový parametr (*one-loop running coupling constant*) a je použita approximace vedoucího logaritmu (*leading log approximation*<sup>10</sup>) [12].  $N_c$  představuje počet barev (3), člen  $\frac{11N_c}{12\pi}$  přispívá k fenoménu zvanému antistínění<sup>11</sup> barevného náboje [1].  $N_f$  je počet vůně kvarků (6 pro Standardní model), zde příspěvek  $\frac{2N_f}{12\pi}$  přispívá ke stínění<sup>12</sup> barevného náboje, jedná se o stejný člen jako  $\frac{1}{3\pi}$ , který se vyskytuje i v  $\beta_{qed}$  [12].

Lze si všimnout, že pro  $N_c = 3$  a  $N_f = 6$  je  $\beta_{qcd} = -\frac{7}{4\pi} < 0$ , zatímco  $\beta_{qed} > 0$ , proto  $\alpha_{qcd}$ <sup>13</sup> klesá (viz Obrázek 1.2) s rostoucí přenesenou hybností, zatímco  $\alpha_{qed}$ <sup>14</sup> roste, viz rovnice (1.1).

Tento jev je velice důležitý pro QCD, protože umožňuje rozvinout výpočty v parametru  $\alpha_{qcd} \ll 1$ , tzv. *poruchové výpočty*. Jedná se o zjednodušení výpočtů v QCD, které by jinak byly extrémně komplikované a ve většině případů dnešními metodami nemožné [3]. Tato oblast QCD se nazývá *poruchová QCD*, značeno pQCD.

Spočtení účinných průřezů do všech řádů poruchového rozvoje je technicky neproveditelné. Některé procesy ovšem vykazují značnou konvergenci a přiblížení vedoucím členem (*leading-order approximation*, LO) je postačující. Pro většinu procesů je ovšem potřeba zahrnout i vyšší řády, které jsou více, či méně složité. Pro některé procesy se další řády (*next-to-leading order*, NLO), či (*next-to-next-to-leading order*, NNLO) již spočítat podařilo [13].

---

<sup>8</sup>Proces renormalizace je matematický proces pro odstranění divergencí, více například v [11].

<sup>9</sup>Referenční hodnota bývá naměřena experimentálně, výsledky jsou nezávislé na referenční hodnotě.

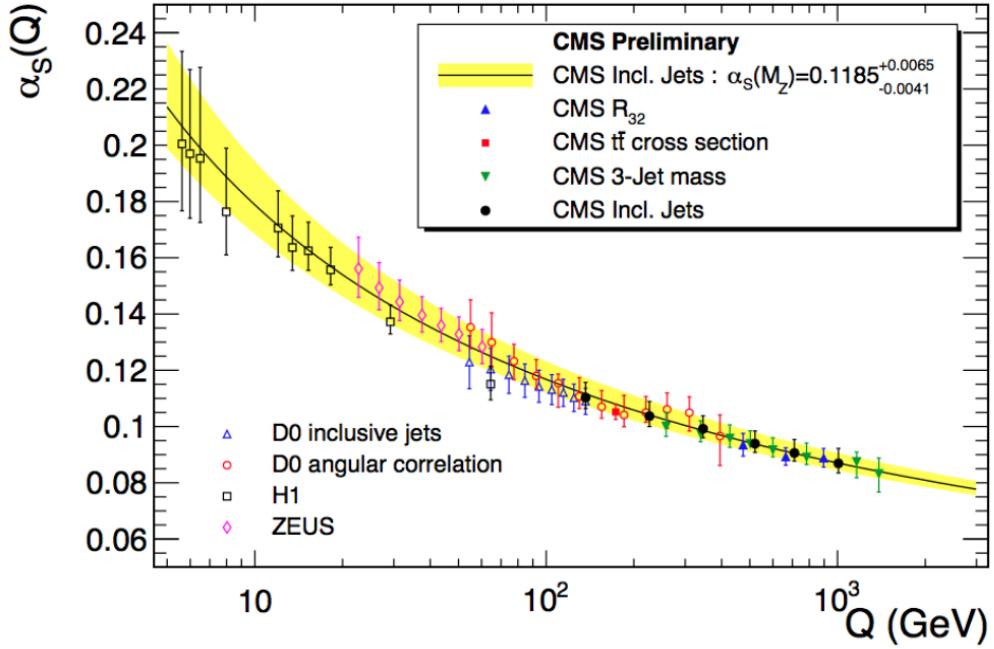
<sup>10</sup>Více například v knize [13].

<sup>11</sup>Antistínění je jev, který zvětšuje efektivní barevný náboj způsobený polarizací vakua [1].

<sup>12</sup>Stínění je jev, který změnuje efektivní náboj (elektrický, barevný) způsobený polarizací vakua.

<sup>13</sup>často označováno  $\alpha_s$

<sup>14</sup>často označováno  $\alpha$



**Obrázek 1.2:** Změřený vývoj vazbového parametru silné interakce  $\alpha_s$  v závislosti na předané hybnosti  $Q$ . Převzato z [14].

## 1.4 Kinematické veličiny

V této práci jsou použity tzv. přirozené jednotky, tedy redukovaná Planckova konstanta  $\hbar = 1$  a rychlosť světla  $c = 1$ .

V částicové fyzice vysokých energií je třeba brát v potaz relativistické efekty, neboť energie urychlených častic i vzniklých produktů jsou velké v porovnání s klidovými hmotnostmi.

Velice důležitou pozorovatelnou je *příčná hybnost*, značena  $p_t$ . Jedná se o Lorenzovsky invariantní veličinu, vyjadřující hybnost ve směru kolmém na svazek, lze ji vypočítat například vztahem [3]:

$$p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}. \quad (1.3)$$

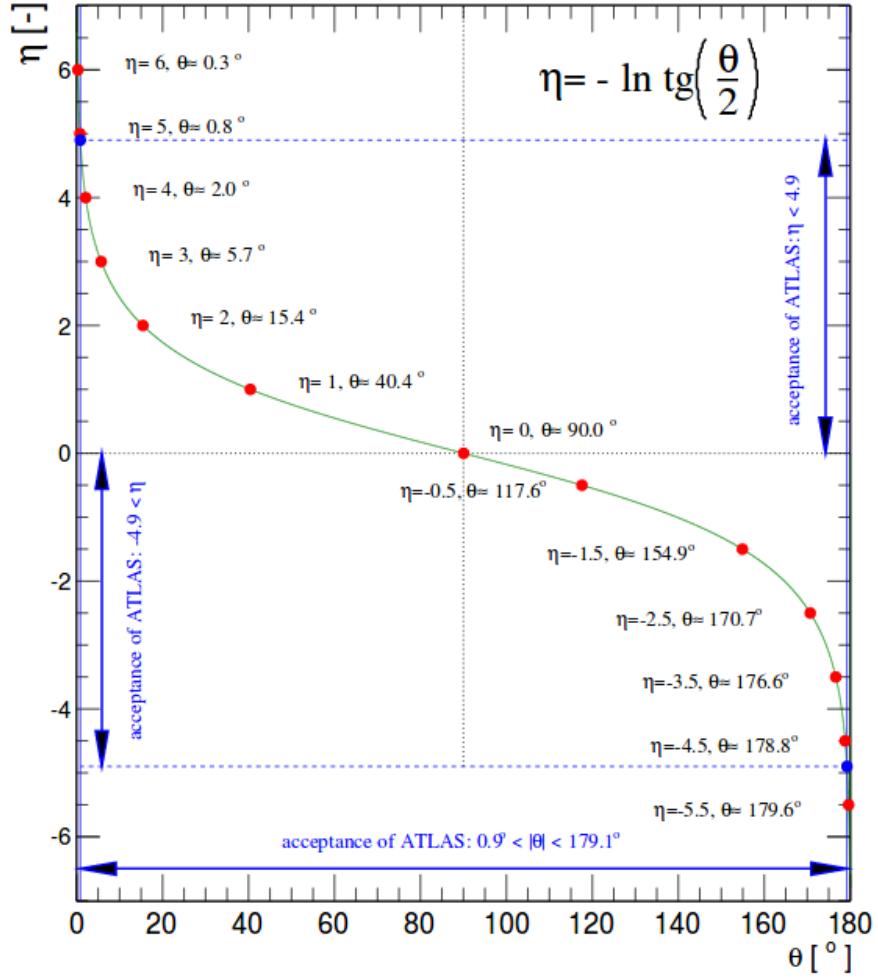
Další používanou kinematickou proměnou je rapidita  $y$ . Jedná se o bezrozměrnou veličinu zavedenou vztahem [3]:

$$y = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{E + p_z c}{E - p_z c}\right) \quad (1.4)$$

kde  $E$  je energie částice a  $p_z$  podélná hybnost. Podobnou kinematickou proměnnou je pseudorapidita  $\eta$  zavedená vztahem[15]:

$$\eta = -\ln \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1.5)$$

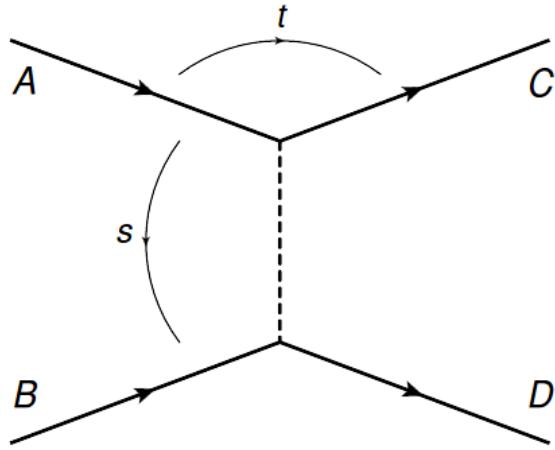
Rapidita i pseudorapidita jsou si podobné<sup>15</sup>, jde o vyjádření polárního úhlu  $\theta$  měřeného od osy svazku. Rapidita se používá pro částici, jejíž hmotnost nelze zanedbat vůči jejímu impulu. Výhodou těchto vyjádření je Lorenzovsky invariantní změna v rapiditě, resp. pseudorapiditě, neboli  $\Delta y' = \Delta y$ , resp.  $\Delta\eta' = \Delta\eta$ . Ve fyzice vysokoenergetických srážek je používanější pseudorapidita, pro představu je na Obrázku 1.3 zobrazena závislost pseudorapidity na polárním úhlu  $\Theta$  [15].



**Obrázek 1.3:** Závislost pseudorapidity  $\eta$  na polárním úhlu  $\Theta$  s vyznačenou akceptancí detektoru ATLAS. Převzato z [3].

---

<sup>15</sup>Pseudorapidita přechází ve vysokoenergetické limitě (při použití 1. řádu Taylorova polynomu) v rapiditu [3].



**Obrázek 1.4:** Schéma rozptylového procesu s naznačenými Mandelstamovými proměnnými. Převzato z [16].

Při popisu rozptylových procesů typu  $ab \rightarrow cd$  jsou často používány tzv. *Mandelstamovy proměnné*, schématicky znázorněny na Obrázku 1.4. Nejčastěji používané jsou  $t$ , resp.  $s$  vyjadřující kvadrát předané hybnosti, resp. těžištové energie interakce, zavedeny pomocí vztahů [16]:

$$s = (A + B)^2 = (C + D)^2 \approx 2A \cdot B \approx 2C \cdot D, \quad (1.6)$$

$$t = q^2 = -Q^2 = (A - C)^2 = (B - D)^2 \approx -2A \cdot C \approx -2B \cdot D, \quad (1.7)$$

kde A,B,C a D jsou čtyřhybnosti částic před a po rozptylu. Aproximace ve vzorcích (1.6) a (1.7) jsou používány při vysoké energii, tedy v případech, že klidová energie částic může být zanedbána.

# Kapitola 2

## Difrakce

Pojmu difrakce ve fyzice vysokých energii se používá především díky analogii s optickou difrakcí. Této podobnosti si lze všimnout na intenzitě paprsku světla po průchodu otvorem. Při malých úhlech  $\theta$  a velkých vlnových číslech  $k$  platí pro intenzitu paprsku po průchodu [17]:

$$I(\theta) = I(0)(1 - B_{opt}\theta^2 k^2)$$

Pro srovnání diferenciální účinný průřez pro hadronovou difrakci, při malé předané hybnosti  $t$  lze vyjádřit jako [17]:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dt}(0)(1 - B_{had}|t|)$$

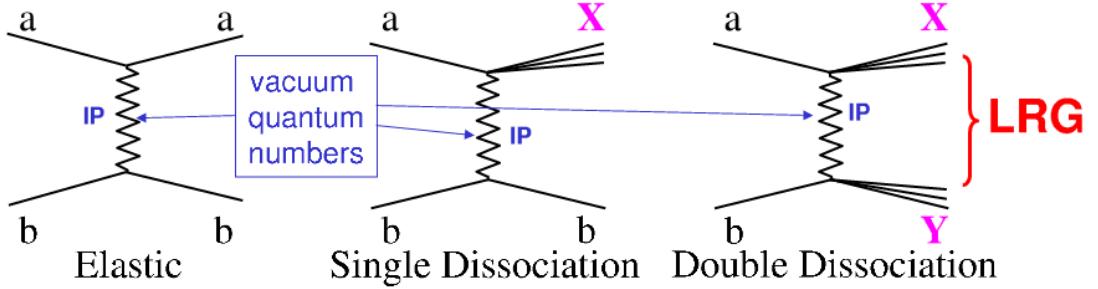
$B_{opt}$  je zde úměrný čtverci poloměru otvoru a  $B_{had}$  kvadrátu poloměru cílového hadronu [17].

V částicové fyzice lze difrakční proces definovat jako vysokoenergetickou reakci, kde žádné kvantové číslo (kromě kvantových čísel vakua) není mezi reakčními částicemi změněno [17].

Tedy při difrakčních procesech si částice smějí vyměňovat pouze objekty s kvantovými čísly vakua (např. Pomeron více v podkapitole 2.1 o Regge teorii)[17, 18]. Z toho vyplývá, že výsledné částice či systémy častic mají stejná kvantová čísla jako měly původní částice[19]. V této definici je klíčová vysoká energie, neboť zmíněné kritérium na kvantová čísla jsou pouze nutnou nikoliv postačující podmínkou. Avšak nedifrakční procesy, které tuto definici splňují, jsou při vysokých energiích výrazně potlačeny, viz níže [17].

Používanou ekvivalentní definici pro identifikování difrakčních procesů zavedl J. D. Bjorken ve článku [20]. Statisticky vzato výskyt large rapidity gap (LRG) v koncovém stavu je neexponenciálně potlačen pro difrakční procesy [20].

LRG je největší mezera v rapiditě měřená od svazku (případně od kraje detektoru) bez jakékoliv hadronové aktivity[21]. Ačkoliv v názvu LRG figuruje rapidita  $y$ , je používanější pseudorapidita  $\eta$ , proto rapidity gap bude v této práci označován jako  $\Delta\eta$  neboli přesněji pseudorapidity gap.



**Obrázek 2.1:** Schéma elastické srážky vlevo, single, resp. double disociativní procesy uprostřed, resp. vpravo při výměně pomeronu  $P$  v  $t$ -kanálu mezi hadrony  $a$ ,  $b$ . Finální stavy částic jsou odděleny LRG. Převzato z [19].

Zmíněné neexponenciální potlačení LRG dává do souvislosti ony nedifrakční procesy, které obsahují LRG, avšak jsou potlačeny exponenciálně. Tedy pro difrakční eventy přibližně platí [17]:

$$\frac{dN}{d\Delta\eta} \sim \text{const} \quad (2.1)$$

A pro nedifrakční:

$$\frac{dN}{d\Delta\eta} \sim e^{-\Delta\eta} \quad (2.2)$$

Difrakční procesy mohou být například elastické, single diffractive dissociation (které budou nadále označovány jako single diffraction (SD), neboli jednoduchá difrakce) a double diffractive dissociation (které budou nadále označovány jako double diffraction (DD), neboli dvojitá difrakce)[19]. Schémata těchto procesů jsou na Obrázku 2.1 vlevo, uprostřed a vpravo.

Elastické procesy jsou krajním případem difrakce, protože obě částice jsou před a po reakci beze změny. U jednoduché, resp. dvojité difrakce se jedna, resp. obě částice disociují na systémy částic na Obrázku 2.1 označené jako  $X$  a  $Y$  oddělené LRG[17].

Experimentálně se tedy jednoduše difrakční případy izolují v proton-protonových srážkách tak, že se požaduje neporušený proton zachycený v dopředném detektoru protonů, případně doprovázený prázdnou oblastí v centrálním detektoru. Studium difrakčních procesů je důležité především proto, že tvoří značnou část účinného průřezu hadronových srážkových experimentech a proto, že velkou část analýz tvoří pozadí. Obecně lze účinný průřez rozdělit na[21]:

$$\sigma_{\text{tot.}} = \sigma_{\text{elas.}} + \sigma_{\text{neelas..}}$$

Kde účinný průřez elastických procesů  $\sigma_{\text{elas.}}$  tvoří přibližně 20% a procesy neelastické zbylých 80% celého účinného průřezu  $\sigma_{\text{tot.}}$ . Dále SD a DD tvoří 25 – 30% neelastických procesů při LHC energiích [16].

Difrakce se dělí na měkkou a tvrdou. Před teorií silné interakce QCD, byla difrakce popisována fenomenologickou Regge teorií založenou na výměně tzv. regge trajektorií [19].

Ovšem tento přístup popisuje pouze měkké interakce<sup>1</sup> [22]. S nástupem QCD lze popsat difrakci i na škále tvrdých<sup>2</sup> interakcí, tedy interakcí na úrovni partonů [22]. Použití poruchové QCD (pQCD) umožňuje proto zkoumat pomeronovou strukturu [22].

Tvrdá difrakce je popisována pomocí pQCD [19]. Ovšem při menších předaných hybnostech, výpočty pQCD již neodpovídají měřením. Proto měkká difrakce je popsána různými modely zejména Regge teorií [16]. Nyní se studuje difrakce měkká i tvrdá [22]. Je zde snaha o vysvětlení Regge teorie pomocí QCD, avšak tento problém zatím zůstává nevyřešen [19]. V následujících podkapitolách budou ve stručnosti shrnuty klíčové myšlenky z Regge teorie a měkké difrakce. Na konci této kapitoly bude probrána tvrdá difrakce [17].

## 2.1 Regge teorie

Regge teorie vznikla již v 60 letech minulého století, tedy ještě před QCD [19]. Jde o feno-menologickou teorii, založenou na měřeních hmot. Významnou charakteristikou je rozvoj momentu hybnosti  $l$  do komplexních hodnot, namísto pouze přirozených čísel, a unitarita rozptylové matice  $S$ , pro kterou platí [18]:

$$|f\rangle = S|i\rangle . \quad (2.3)$$

Kde  $|f\rangle$  je finální stav po srážce a  $|i\rangle$  původní stav. Tato teorie popisuje hadronové reakce pomocí výměny objektů zvaných Reggeony či Regge póly [17]. Tyto objekty jsou interpretovány jako póly parciálních vlnových amplitud pro dané  $l$  (podrobněji v [18]). Interpolací těchto pólů získáme přímku zvanou Regge trajektorie parametrizovanou [16]:

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t. \quad (2.4)$$

V Regge teorii jsou difrakční procesy popisovány výměnou Reggeonu s kvantovými čísly vakua. Takový Reggeon se nazývá Pomeron [17].

Proměna často používaná v difrakci je  $\xi$  definovaná jako frakce čtyřhybnosti původní nalétávající částice předané do srážky:

$$\xi = \frac{(P - P') \cdot q}{P \cdot q} = \frac{M_x^2}{s}. \quad (2.5)$$

Kde  $\mathbf{P}$  a  $\mathbf{P}'$  je původní a finální čtyřhybnost protonu,  $q$  je předaná čtyřhybnost,  $M_x$  je invariantní hmotnost systému X (viz Obrázek 2.1) a  $s$  je kvadrát těžišťové energie [21]. V případech  $\alpha_{\mathbb{P}}(0) \sim 1$  a malých  $\xi$  platí [21]:

$$\frac{d\sigma}{d \ln \xi} \approx const. \quad (2.6)$$

---

<sup>1</sup>interakce s malou předanou hybností

<sup>2</sup>interakce s velkou předanou hybností

Tento vztah dává vzniknout tzv. Difrakční plateau. Kde  $\xi$  je frakce ztracené hybnosti částice, definována jako [21]:

Při malých hodnotách  $\xi$  se Pomeron jeví jako částice, ovšem o částici nejde [17]. Při větší předané hybnosti (tvrdé škále procesu) se projevuje Pomeronová struktura a zjišťuje se, že jde o komplikovaný shluk gluonů, tyto reakce jsou již popisované pomocí pQCD [16] (podrobněji v podkapitole 2.3) [18].

## 2.2 Měkká difrakce

Jak již bylo zmíněno, měkké difrakční procesy se vyznačují malými hodnotami předané hybnosti (měkká škála procesu). Tedy neprobíhají interakce na úrovni partonů a především netvoří se jetы.

Jako příklad lze kromě elastické srážky uvést SD, kde jeden z protonů emituje pomeron  $\mathbb{P}$ , který interaguje s druhým protonem a výsledkem této interakce je systém hadronů oddělený LRG od prvního protonu [17].

Pro přehlednost nechť proton B emituje pomeron  $\mathbb{P}$  a proton A se po interakci disociuje na systém hadronů X, jak je znázorněno na Obrázku:2.1. Proton B tedy ztrácí velmi malou frakci své hybnost  $\xi$  definovanou vztahem (2.5). Pro velikost LRG  $\Delta\eta$  pak platí přibližný vztah [15]:

$$\Delta\eta \sim -\ln \xi \quad (2.7)$$

Tedy čím menší  $\xi(M_X)$  (nebo také čím menší  $M_X$ ) tím větší prázdná oblast v detektoru [16].

Dále, pro diferenciální účinný průřez lze napsat [16]:

$$\frac{d^2\sigma_{SD}}{dM_X^2 dt} = f_{\mathbb{P},B}(M_X^2, t)\sigma_{\mathbb{P}A}(M_X^2). \quad (2.8)$$

Kde  $\sigma_{\mathbb{P}A}(M_X^2)$  je účinný průřez interakce pomeronu s částicí A,  $f_{\mathbb{P},B}(M_X^2, t)$  se nazývá pomeron flux a popisuje pravděpodobnost vyzáření pomeronu z částice B definován jako:

$$f_{\mathbb{P},B}(M_X^2, t) = \frac{|g_{\mathbb{P}}|^2}{16\pi^2 s} \left( \frac{s}{M_X^2} \right)^{2\alpha_{\mathbb{P}}(t)-1} = \frac{|g_{\mathbb{P}}|^2}{16\pi^2 s} \xi^{-2\alpha_{\mathbb{P}}(t)+1} \quad (2.9)$$

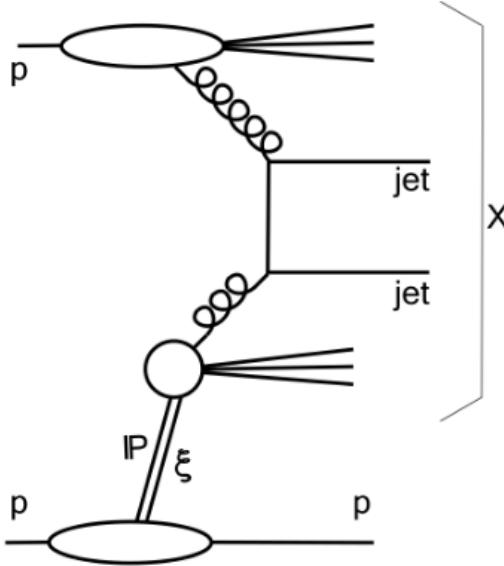
Zde je  $g_{\mathbb{P}}$  funkce korespondující s trojím pomeron vertexem<sup>3</sup> a  $\alpha_{\mathbb{P}}(t)$  je definované pomocí (2.4).

## 2.3 Tvrdá difrakce

Tvrdé difrakční procesy se značí velkou předanou hybností (tvrdá škála procesu). Hlavní rozdíl oproti měkké difrakci je partonová interakce a tedy nejčastěji tvorba jetů znázorněná pro SD na Obrázku 2.2. Proto nyní struktura pomeronu hráje velkou roli.

---

<sup>3</sup>termín podrobněji popsán v publikaci [18]



**Obrázek 2.2:** Produkce dvou jetů v procesu s jedním disociovaným (nahoře) a jedním netknutým protonem (dole), jenž je zdrojem Pomeronů a jenž je také doprovázen prázdnou oblastí bez hadronové aktivity. Převzato z [22].

Účinný průřez tvrdého difrakčního rozptylu lze faktorizovat pomocí konvoluce difrakční partonové distribuční funkce protonu (DPDF) a účinného průřezu tvrdých částicových subprocesů  $\hat{\sigma}_i$  [16]:

$$\sigma = \sum_i f_i^D(x, Q^2, \xi, t) \otimes \hat{\sigma}_i(x, Q^2). \quad (2.10)$$

Kde  $f_i^D(x, Q^2, \xi, t)$  je zmiňovaná DPDF a značí pravděpodobnost nalezení partonu v protonu, který zůstal neporušený a je doprovázen velkou prázdnou oblastí, a  $\otimes$  značí konvoluci. Dále je možné DPDF rozdělit na pomeron flux faktor  $f_{\mathbb{P},p}(\xi, t)$ <sup>4</sup> a partonovou distribuční funkci pomeronu  $f_{i/\mathbb{P}}$  [16]:

$$f_i^D(x, Q^2, \xi, t) = f_{\mathbb{P},p}(\xi, t) f_{i/\mathbb{P}}(x, Q^2). \quad (2.11)$$

Partonová distribuční funkce  $f_{i/\mathbb{P}}$ <sup>5</sup> vyjadřuje pravděpodobnost nalezení partonu  $i$  v pomeronu [22].  $\xi$  je opět frakce předané energie původního nalétávajícího protonu definována vztahem 2.5.

Dále nechť proměnná  $z_{\mathbb{P}}$  vyjadřuje část hybnosti pomeronu odnesenou partonem do tvrdého podprocesu [16]. Tuto veličinu lze vyjádřit pomocí invariantní hmotnosti systému difrakčního finálního stavu  $M_X$  a energetické škály tvrdého procesu  $Q^2$  nebo pomocí

<sup>4</sup>Tento pomeron flux faktor se vztahuje na Pomeron a proton, proto se liší od  $f_{\mathbb{P},A}(\xi, t)$ .

<sup>5</sup>Strukturní funkce pomeronu je zavedena v analogii se strukturními funkcemi hadronů, ačkoliv pomeron není částice

Björken  $x$  proměně [15]:

$$z_{\mathbb{P}} = \frac{Q^2}{Q^2 + M_X^2} = \frac{x}{\xi}. \quad (2.12)$$

Důležitou otázkou je partonová distribuční funkce pomeronu. Často se data fitují pomocí této funkce:

$$zf_{i/\mathbb{P}}(z, Q^2) = A_i z^{B_i} (1-z)^{C_i}. \quad (2.13)$$

Kde  $z$  je frakce podélné hybnosti protonu odnesené partonem do subprocesů, definovaná vztahem 2.12 a  $A_i, B_i, C_i$  jsou fitovací a normovací konstanty [16].

Tyto DPDF byly fitovány ve studii [23]. Výsledky pro produkci jetů naznačují, že většinu hybnosti pomeronu při malých  $z_{\mathbb{P}}$  nesou gluony a pouze malou část kvarky [22]. Předpokládalo se, že partonové distribuční funkce získané na urychlovači HERA [23] jsou univerzální, neboli že se mohou použít pro předpovědi procesů i při jiných srážkách, například hadronových srážkách. Avšak při srovnání těchto předpovědí s měřeními na urychlovači Tevatron lze pozorovat značnou neshodu, a to až faktorem  $\sim 10$ , viz Obrázek 2.3.

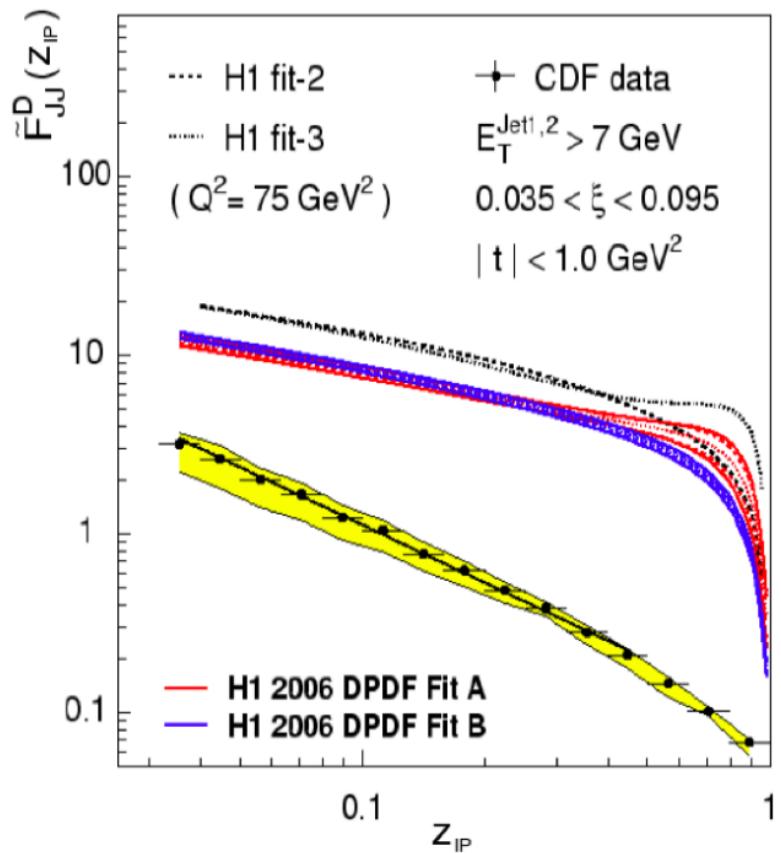
Problém leží ve faktorizaci (2.10), dobře fungující v elektron-protonových srážkách na urychlovači HERA, které byly studovány ve studii [23]. Ovšem zmíněná faktorizace v proton-antiproton srážkách na Tevatronu se ukázala jako neplatná (viz Obrázek 2.3). Tento jev nazývaný narušení faktorizace (*factorization breaking*) je způsoben v hadron hadronových srážkách především dalšími měkkými interakcemi partonů [15].

Tyto měkké interakce produkovají dodatečné částice, které mohou z části či úplně zaplnit rapidity gap. Tento efekt je popisován veličinou zvanou pravděpodobnost přežití gapu (*gap survival probability*), značen  $S^2$ . Tato veličina tedy udává pravděpodobnost, že měkké interakce nenaruší mezeru v rapiditě bez hadronové aktivity [16]. Difrakční účinný průřez v hadron hadronových urychlovačích pak může být vyjádřen jako účinný průřez tvrdého rozptylu vynásoben  $S^2$ .

Pravděpodobnost přežití gapu v SD případech s právě dvěma jety na urychlovači Tevatron byla určena jako  $S^2 \approx 0.1$ . Tato hodnota odpovídá právě pozorovanému potlačení faktorem  $\sim 10$  na Obrázku 2.3. Dále pomocí KMR modelu [24] byla pro procesy se dvěma jety předpovězena hodnota pro LHC  $S^2 \approx 0.1$  či mírně menší pro případy s centrální těžištěm energií  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ .

Měření difrakčních případů s právě dvěma jety bylo provedeno na detektoru CMS a porovnáno s MC simulacemi. Výsledek odpovídající vedoucímu rádu MC generátoru je  $S^2 \approx 0.12 \pm 0.04$  [16].

Také kolaborace ATLAS změřila  $S^2 = 0.16 \pm 0.04$  (stat.)  $\pm 0.08$  (exp.) na základě dat a simulací MC modelů publikovaných ve studii [25]. Výsledky kolaborace ATLAS i CMS jsou díky velkým relativním chybám ve shodě, jak s měřenými hodnotami tak předpovědmi teoretických modelů. Podrobnější informace lze naleznout například v dizertační práci [16].

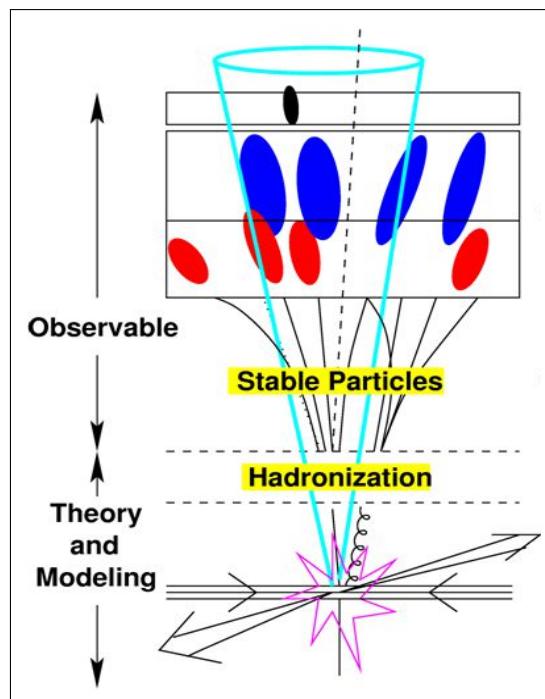


**Obrázek 2.3:** Závislost DPDF pomeronu na  $z_{\mathbb{P}}$ . Srovnání dat z urychlovače Tevatron (žlutá oblast) s předpověďmi založenými na fitech studie [23] získanými z dat urychlovače HERA (modré, červené a černé křivky). Převzato z [26]

# Kapitola 3

## Jety a Jetové algoritmy

Jety představují významný směr toku částic. Ve většině případů se jet vztahuje k partonu, který vylétá z tvrdé srážky. Vývoj tohoto partonu je schématicky znázorněn na Obrázku 3.1.



**Obrázek 3.1:** Schéma vývoje jetu. Dole vyobrazen svazek a srážka následovaná partonovou úrovni, poté hadronizací, stabilními částicemi ( $c\tau \sim 10^{-15}$  m) a nahoře barevně znázorněny signály částic v detektorech. Převzato z [27]

Takový parton odlétá z místa srážky s vysokou příčnou hybností, ovšem díky velkému zrychlení a barevnému náboji emituje gluony, které se mohou rozpadat na kvarkové páry nebo opět vyzářit další gluony. Tímto principem vzniká partonová sprška, označována jako jet na partonové úrovni. Tato fáze je počítaná pomocí poruchové QCD, ale jde pouze o teoretickou předpověď, tuto fázi nelze pozorovat. Díky asymptotickému uvěznění tvoří partony z vakua za použití své kinetické energie další partony tak, aby vytvořily barevně neutrální částice (hadrony). Tento proces se nazývá hadronizace. Jedním z modelu hadronizace je napínání strun QCD pole. Z partonové spršky se proto vytvořila sprška částic a zde jsou jety na částicové úrovni. V reálných srážkách se tyto částice pozorují v detektorech jako dráhy a/nebo tzv. kalometrické věže (signál v kalorimetru) a jety rekonstruované z těchto objektů jsou nazývány jety na detektorové úrovni [3].

Původní partonová sprška ztrácí příčnou hybnost při vytvoření klidových hmotností partonů z vakua při procesu hadronizace. Avšak transverzální hybnost původního partonu je většinou natolik velká ( $>10$  GeV), že je tato ztráta zanedbatelná a většina hybnosti původního partonu je uložena právě v hybnosti

částic. Proto měřením vlastností těchto částic lze dobře popsat původní parton [28].

## 3.1 Jetové algoritmy

Výše je probrána fyzikální motivace, avšak jak lze pozorovat na Obrázku 3.1, světle modře znázorněný jet neobsahuje veškeré částice z původního partonu. Jednoznačná definice je zavedena pouze ve smyslu rekonstruovaného jetu a zde záleží na zvoleném jetovém algoritmu a sadě vstupních parametrů. Jetové algoritmy se dělí dle principu rekonstrukce jetu na kuželové a sekvenční klastrovací [15].

Kuželové algoritmy využívají topologických vlastností větvení a hadronizace. Shluk částic o dostatečné energii (*flow energy*) obklopují kuželem o poloměru  $R$ . Tento kužel je následně označen za jet. Zatímco sekvenční klastrovací algoritmy zpětně slučují (klastrují) detekované částice, kde opakováním klastrováním (protojetu<sup>1</sup> a přiřazované částice) se snaží rekonstruovat původní částici [3]. Sekvenční klastrovací algoritmy jsou podrobněji popsány v následující sekci 3.1.1 a nejpoužívanější sekvenční klastrovací algoritmus anti- $k_t$  je popsán v podkapitole 3.3.

### 3.1.1 Princip sekvenčních klastrovacích algoritmů

Vstupní parametry klastrovacích sekvenčních algoritmů jsou typicky minimální hybnost  $p_t^{min}$  a poloměr jetu  $R$ . Obecně lze definovat tyto algoritmy pro hadronové srážky pomocí vztahů [3]:

$$d_{iB} = p_{t_i}^{2a}, d_{ij} = \min(p_{t_i}^{2a}, p_{t_j}^{2a}) \cdot \frac{\sqrt{\Delta\phi_{ij}^2 + \Delta y_{ij}^2}}{R}, \quad (3.1)$$

kde  $d_{iB}$ , resp.  $d_{ij}$  jsou vzdálenosti v prostoru  $\phi \times y$  mezi protojetem  $i$  a svazkem  $B$ , resp. protojetem  $i$  a částicí  $j$ .  $p_{t_i}$  je příčná hybnost objektu  $i$  a  $\Delta\phi_{ij}$ , resp.  $\Delta y_{ij}$  je rozdíl v azimutálním úhlu  $\phi$ , resp. v pseudorapiditě  $y$  mezi protojetem  $i$  a částicí  $j$ . Lze si všimnout, že v definici (3.1) hraje důležitou roli parametr  $a$ , který se vyskytuje v mocnině příčné hybnosti a určuje tím váhu této hybnosti. Tento parametr odlišuje jednotlivé sekvenční algoritmy dle Tabulky 3.1.

a	Algoritmus
-1	anti- $k_t$
0	Cambridge/Aachen
1	$k_t$

**Tabulka 3.1:** Hodnoty parametru  $a$  vyskytujícího se v definici (3.1) pro jednotlivé sekvenční klastrovací algoritmy.

---

<sup>1</sup>Objekt tvořený slučováním částic, není ještě označen za finální jet.

Klastrování probíhá ve třech krocích [3]:

1. Určení hodnot  $d_{iB}$  a  $d_{ij}$ .
2. Vyhodnocení  $\min(d_{iB}, d_{ij})$ .
  - (a) V případě, že  $d_{iB} > d_{ij}$ , se částice  $j$  přiřadí do protojetu  $i$  a přepočítá se čtyřhybnost vzniklého objektu pomocí zvoleného rekombinačního schématu.
  - (b) V případě, že  $d_{iB} < d_{ij}$ , je protojet  $i$  označen za jet a všechny částice, které obsahuje, jsou smazány ze seznamu.
3. Zpět na bod 1., než je seznam částic prázdný.

Je nezbytné definovat způsob přepočtu při klastrování, tzv. rekombinační schéma. Běžně používané například na Tevatronu nebo LHC je E-schéma, nazývané také čtyřhybnostní schéma (*four-momentum scheme*), kde čtyřhybnost jetu  $p^J$  je definována jako součet čtyřhybností částic  $p^i$ , které obsahuje [29].

## 3.2 Vlastnosti jetových algoritmů

Výsledky rekonstrukce jetů jsou velice ovlivněny vlastnostmi jetového algoritmu, proto ideální jetový algoritmus by měl splňovat kupříkladu následující požadavky [30, 3]:

1. *Přesná definice*, celý proces rekonstrukce jetu včetně korekcí či pomocných algoritmů musí být přesně definován.
2. *Nezávislost na experimentu*, výsledky rekonstrukce by měly být nezávislé na detektoru a sestavení experimentu.
3. *Teoretické vlastnosti*
  - (a) **Infračervená bezpečnost**, v poruchové teorii by nemělo docházet k infračerveným divergencím a jetový algoritmus by měl být odolný vůči měkkým částicím, podrobněji v sekci 3.2.1.
  - (b) **Kolineární bezpečnost**, v poruchové teorii by nemělo docházet ke kolineárním divergencím a jetový algoritmus by měl být odolný vůči emisi gluonů ve směru pohybu vyzařujícího partonu, podrobněji v sekci 3.2.1.
  - (c) **Nezávislost na luminositě**, nezávislost na pile-up<sup>2</sup>.
4. *Univerzálnost*, výsledky rekonstrukce by neměly být příliš závislé při aplikaci algoritmu na partonové, částicové a detektorové úrovni.

---

<sup>2</sup> $pp$  interakce s měkkou škálou, které doprovázejí primární srážku.

5. *Jednoduchá implementace*, algoritmus by měl být přímo použitelný v poruchových výpočtech.
6. *Efektivita*, algoritmus by měl být schopen identifikovat fyzikálně důležité objekty, například jety vzniklé v tvrdé interakci.
7. *Časová náročnost*, algoritmus by měl minimalizovat potřebný počítačový čas a výkon pro dokončení rekonstrukce.

Další vlastnosti mohou být důležité při konkrétních aplikacích jetových algoritmů, například necitlivost účinných průřezů vůči hadronizaci a další [3].

### 3.2.1 Infračervená a kolineární divergence a bezpečnost

Infračervená a kolineární bezpečnost jsou důležité vlastnosti jetových algoritmů. Jedná se o zajištění konvergence předpovědi účinného průřezu v daných extrémních případech. Infračervená (měkká) divergence je divergence při vyzařování měkkých částic a kolineární divergence je divergence při vyzařování partonů v podélném směru vůči původnímu partonu [3]. Tyto případy lze nastínit na příkladu diferenciálního účinného průřezu vyzáření měkkého gluonu kvarkem  $d\sigma_{qg}$ , který je v QCD dán vztahem [31]:

$$d\sigma_{qg} = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \frac{dE}{E} \frac{d\Theta}{\sin\Theta} \frac{d\phi}{2\pi}. \quad (3.2)$$

Kde  $\alpha_s$  je vazbový parametr silné interakce,  $C_F$  je barevný parametr charakteristický pro vyzáření gluonů,  $E$  je energie vyzářeného gluonu,  $\Theta$  je úhel mezi emitovaným gluonem a původním kvarkem a  $\phi$  je azimutální úhel.

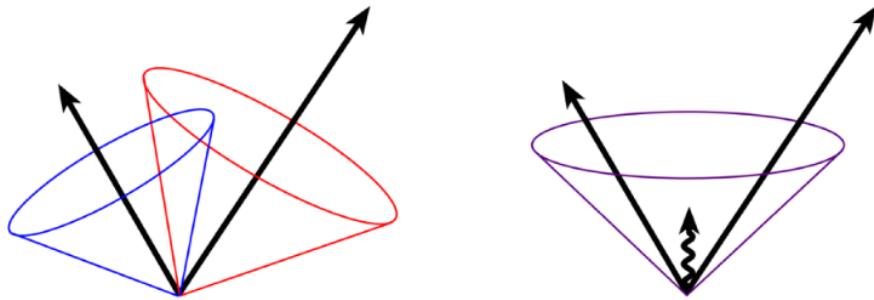
Lze vypozorovat, že výraz (3.2) diverguje při limitě nulových energií gluonu  $E$  a  $\sin\Theta$ , tento jev odpovídá dvěma diskutovaným divergencím:

- **Infračervená divergence:**  $E \rightarrow 0$ .
- **Kolineární divergence:**  $\Theta \rightarrow 0 \vee \Theta \rightarrow \pi$ .

Obecně lze infračervenou a kolineární bezpečnost definovat následovně [31]: Pozorovatelná veličina, kde je její spektrum počítané ve fixním řádu poruchové QCD, je infračerveně, resp. kolineárně bezpečná v případě, že není citlivá na vyzáření měkkých, resp. kolineárních gluonů. Konkrétně libovolná hybnost  $\vec{p}_i$  v definici pozorovatelné musí být invariantní vůči větvení:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_j + \vec{p}_k, \quad (3.3)$$

kde  $\vec{p}_k$  a  $\vec{p}_j$  jsou rovnoběžné či jdoucí proti sobě (kolineární bezpečnost), nebo jedna z hybností je velmi malá (infračervená bezpečnost).



**Obrázek 3.2:** Ukázka jetového algoritmu, který není infračerveně bezpečný. Vlevo zobrazeny dva tvrdé signály a algoritmus každý z nich označil za jet, vpravo je výsledek jetového algoritmu výrazně ovlivněn přidanou měkkou částicí mezi dva tvrdé signály. Převzato z [33].

### Infračervená bezpečnost

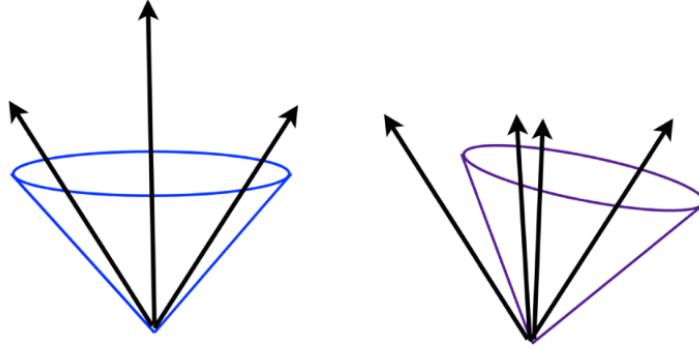
Grafické znázornění chování jetových algoritmů, které nejsou infračerveně bezpečné, lze pozorovat na Obrázku 3.2.

Vlevo jsou znázorněny dva signály od tvrdých částic a každý z nich byl algoritmem označen za jet. Vpravo je navíc vyobrazena měkká částice a protože vykreslený jetový algoritmus není infračerveně bezpečný, výsledek je zde jeden velký jet, který obsahuje všechny znázorněné částice. Výsledky se tedy neshodují. V případě infračerveně bezpečného jetového algoritmu by výsledek bez vyzáření i s vyzářením měkké částice měl být stejný, neboli výsledné jety na Obrázku 3.2 vpravo i vlevo by měly být stejné [32]. Tato invariance výsledků je vyjádřena invariancí vůči transformaci při vyzáření měkké částice, viz rovnice (3.3).

### Kolineární bezpečnost

Na Obrázku 3.3 je zobrazeno chování jetových algoritmů, které nejsou kolineárně bezpečné.

Vlevo na Obrázku 3.3 jsou vyobrazeny tři signály od částic a výsledný jet použitého algoritmu obsahuje veškeré částice. Zatímco vpravo je rozdělen prostřední nejtvrší signál na dva jdoucí rovnoběžně s poloviční velikostí, protože není diskutovaný algoritmus kolineárně bezpečný, výsledný jet se při rozdelení signálu změní. V tomto případě je odkloněn a obsahuje jen některé částice. Výsledek kolineárně bezpečného algoritmu by měl být stejný pro oba případy, tato invariance výsledků je vyjádřena opět invariancí vůči transformaci při vyzáření kolineární částice, viz rovnice (3.3), [3].



**Obrázek 3.3:** Ukázka jetového algoritmu, který není kolineárně bezpečný. Vlevo zobrazeny tři signály a výsledný jet obsahuje všechny částice, vpravo je výsledek jetového algoritmu ovlivněn rozdělením prostředního nejtvrdšího jetu na dva kolineární signály poloviční velikosti. Převzato z [33]

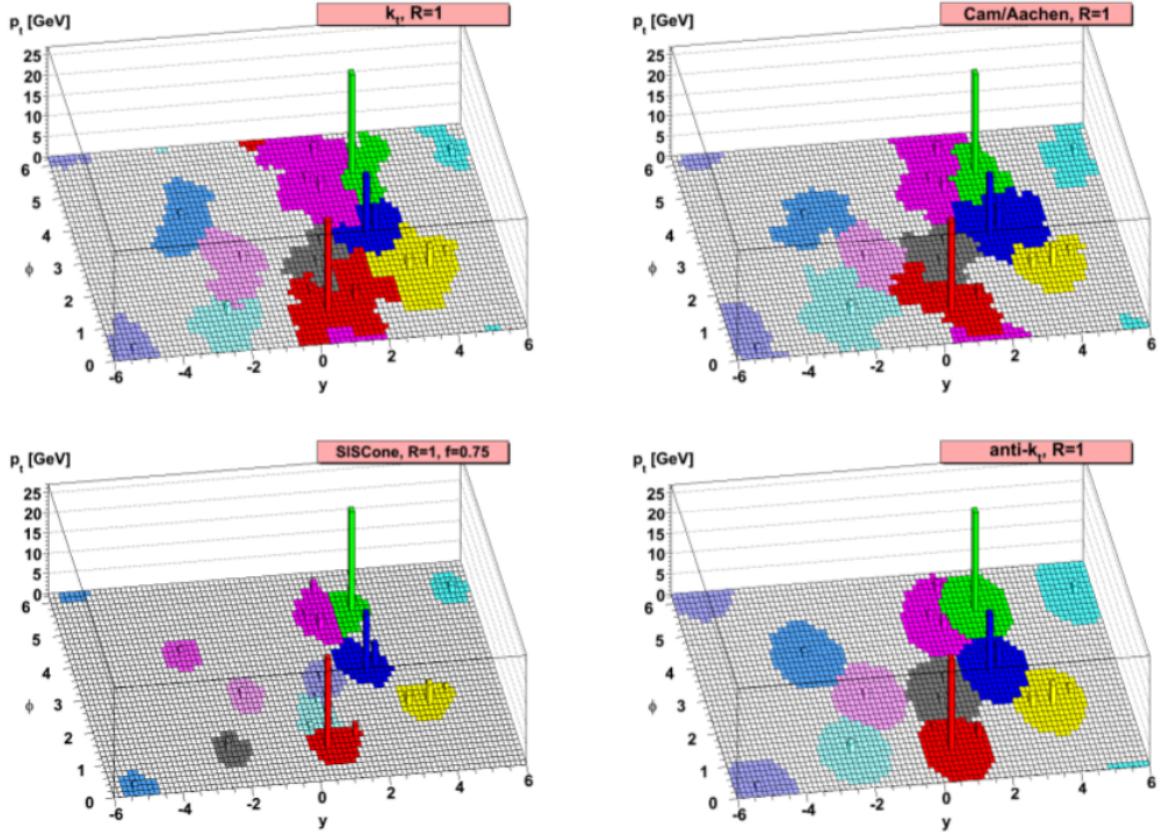
### 3.3 Algoritmus anti- $k_t$

Jetový algoritmus anti- $k_t$  dle Tabulky 3.1 má přiřazen parametr  $a = -1$  vyskytující se v definici (3.1). Proto vzhledem k hledání  $\min(\frac{1}{p_{t_i}^2}, \frac{1}{p_{t_j}^2})$  v proměnné  $d_{ij}$  algoritmus zvýhodňuje tvrdé částice, ke kterým klastruje měkké částice mnohem dříve než měkké částice mezi sebou [34]. Jety jsou tedy tvořeny především v okolí tvrdých častic, viz Obrázek 3.4.

Vlastnosti sekvenčních klastrovacích jetových algoritmů anti- $k_t$ , Cambrige/Aachen a  $k_t$  a jsou shrnutý v Tabulce 3.2 spolu s vlastnostmi kuželového algoritmu SIS Cone. Důležitou vlastností je teoretická bezpečnost, anti- $k_t$  se dokonce řadí mezi teoreticky nejbezpečnější jetové algoritmy [34]. Dále má symetrický (kruhový) výstup v rovině  $\phi \times y$ . Tato vlastnost je především důležitá při kalibraci detektorových jetů [3]. Nakonec si lze všimnout vyšší časové náročnosti než u ostatních zmíněných algoritmů. Avšak díky ostatním vlastnostem je anti- $k_t$  algoritmus používaný v této práci (kapitola 5), a navíc představuje jeden z nejpoužívanějších jetových algoritmů při analýze reálných dat [34].

Algoritmus	Infračervená bezpečnost	kolineární bezpečnost	Symetrický výstup	časová náročnost
Anti- $k_t$	✓	✓	✓	$N^{3/2}$
Cambrige/Aachen	✓	✓	✗	$N \ln N$
$k_t$	✓	✓	✗	$N \ln N$
SIS Cone	✓	✗	✓	$N^2 \ln N$

**Tabulka 3.2:** Tabulka vlastností jetových algoritmů. Popisované jetové algoritmy zahrnují sekvenční klastrovací anti- $k_t$ , Cambrige/Aachen a  $k_t$  a kuželový algoritmus SIS Cone. Převzato z [3]



**Obrázek 3.4:** Výstupy jetových algoritmů s poloměrem jetu  $R = 1$  v prostoru  $\phi \times y \times p_t$  na partonové úrovni. Použit MC generátor Herwig. Zobrazené algoritmy zahrnují vlevo nahoře  $k_t$ , vpravo nahoře Cambrige/Aachen, vlevo dole SIS Cone a vpravo dole anti- $k_t$ . Převzato z [34].

# Kapitola 4

## Monte Carlo generátory

Monte Carlo (MC) generátory jsou programy využívající metody Monte Carlo. Tyto metody používají generování náhodných čísel k popisu studovaného děje. Využití MC generátorů je široké, ovšem zájmem této práce je simulace srážkových procesů na urychlovačích, konkrétně vysokoenergetické proton-protonové srážky, tzv. *eventy* či *případy*.

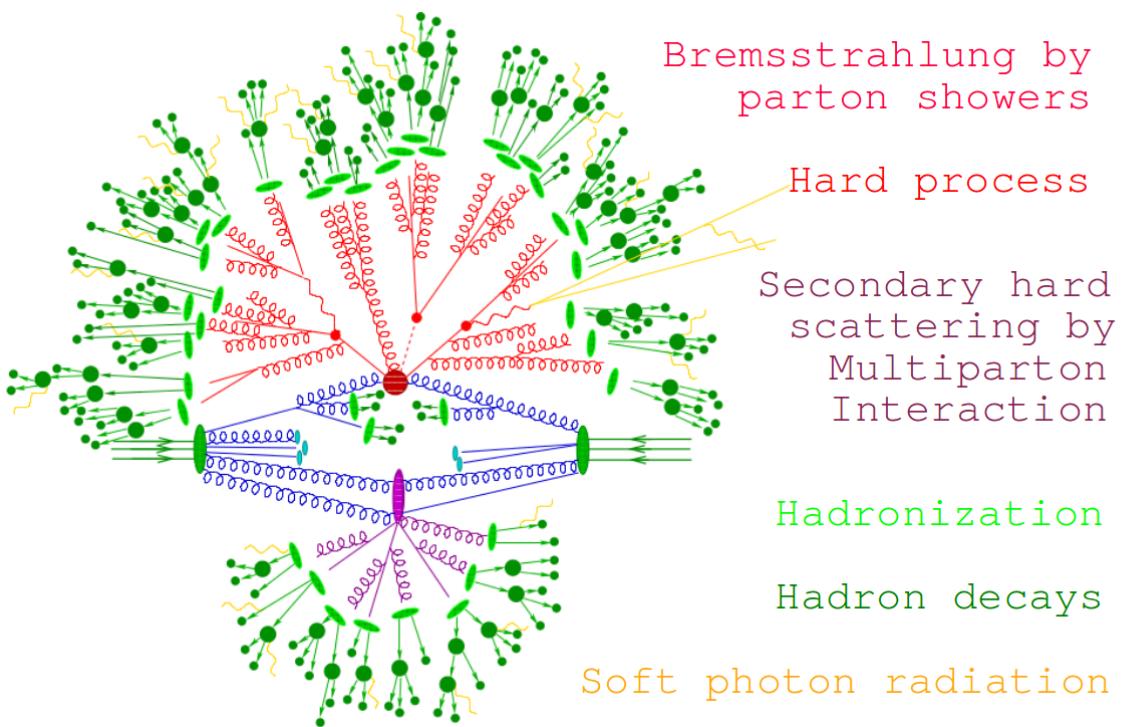
Používanými programy pro simulaci zmíněných srážek jsou například HERWIG [35], starší PHOJET [36] nebo Pythia 8 [37] používaná v této práci v kapitole 5 a popsána v podkapitole 4.2. Tyto programy jsou především používány k simulacím na základě teoretické předpovědi pro maticové elementy studovaného procesu. Nagenerováno je velké množství srážek za účelem následného srovnání simulace a reálných dat za pomocí statistických metod [3]. Tímto srovnáním je možné určit, jak dobře teoretická předpověď popisuje reálná data, proto jsou MC generátory vysoce užívané při analýze a popisu dat naměřených na urychlovačích.

### 4.1 Princip simulace srážky

V této práci jsou popisovány vysokoenergetické srážky protonů. MC generátory zmíněné na začátku kapitoly 4 simuluji srážky v několika krocích, které jsou znázorněny na Obrázku 4.1.

Modře vykreslené partony z protonů se účastní tvrdých procesů, které jsou vyobrazeny tmavě červenou barvou a fialově zvýrazněných multipartonových interakcí neboli sekundárních tvrdých procesů. Tvrdé srážky následuje radiace fotonů brzdným zářením (Bremsstrahlung) nabitého částic či radiace gluonů barevně nabitémi partony. Vyzářené gluony mohou díky barevnému náboji emitovat další partony, proto se tvoří partonové spršky označeny světle červenou barvou. Poté probíhá hadronizace partonů zobrazená světle zelenou barvou, následovaná hadronovým rozpadem, vykresleno na obrázku tmavě zeleně a radiací měkkých fotonů, označeno světle žlutě.

Interakce při tvrdé škále procesů jsou počítány pomocí poruchové QCD, např. tvrdé interakce či radiace partonů v partonových sprškách. Když se záření partonů posune do



**Obrázek 4.1:** Vývojový diagram hadron hadronové srážky simulované MC generátorem. Barevně jsou odlišeny jednotlivé procesy: partonové spršky, tvrdé procesy, sekundární rozptyl multipartonovými interakcemi, hadronizace, hadronový rozpad a radiace měkkých fotonů. Převzato z [38]

měkké škály, kterou již nelze počítat poruchovou QCD, jsou použity fenomenologické hadronizační modely popisující barevné uvěznění partonů [15, 39].

Multipartonové interakce mohou tvořit měkké částice kontaminující původní tvrdou srážku. Tyto procesy tedy přispívají k tzv. procesům na pozadí (*Underlying event*), zkráceně UE. Definice UE není jednotná, záleží na interpretaci ve studii daných procesů. Obecně by se za UE daly považovat veškeré procesy, které nejsou produktem studovaného procesu. Více na toto téma v [39].

## 4.2 Pythia 8

Pythia 8 je MC generátor vysokoenergetických srážek založený na programovacím jazyce C++ [3]. Obsahuje komplexní fyzikální modely pro popis zmíněných srážek. Počátky MC generátoru Pythia sahají až do 80. let, současná verze Pythia 8 byla kompletně přepsána z Fortranu 77 do C++ [3].

Simulace probíhají na partonové i částicové úrovni a obsahují tvrdé procesy, multipartonové interakce, partonové spršky, hadronizační modely, chování zbytků svazku (*beam remnants*), rozpad hadronů a další. Pythia 8 lze použít k simulaci srážek např.  $pp, p\bar{p}, e^+e^-$  nebo  $\mu^+\mu^-$  [15].

Také je možné použít MC generátor Pythia 8 spolu s dalšími programy, například s programem ROOT [40]. Za zmínu stojí fakt, že jako jeden z mála MC generátorů Pythia 8 popisuje i difrakční procesy, které jsou zájmem této práce a jsou popisovány v kapitole 2 a studovány v podkapitole 5.3, [37].

# Kapitola 5

## Výsledky

Tématem této práce je studium vlastnosti jetů na LHC. V první podkapitole je pozornost věnována částicím jakožto konstituentům jetů. Druhá podkapitola se zaměřuje na zmíněné vlastnosti jetů.

V podkapitole 5.1 je ukázána studie toku častic v detektoru ATLAS. Reálná data z detektoru ATLAS jsou srovnána s předpovědí MC generátoru Pythia 8.219. Tímto srovnáním je zjišťována vhodnost MC generátoru Pythia 8.2 pro studium jetů.

Ve druhé podkapitole 5.3 jsou popsána a srovnána rozdělení několika kinematických veličin jetů v SD a ND eventech pro poloměry jetů  $R = \{0.2, 0.6, 1, 1.5\}$ . Nejprve je popsáno rozdělení počtu jetů, následně pseudorapidity a energie. A na konci je podrobněji popsáno rozdělení příčné hybnosti systému dvou nejtvrších jetů  $\bar{p}_t$  (5.1) .

V celé kapitole byl použit MC generátor Pythia 8.2 při težišťové energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . Jet byly rekonstruovány pomocí programu FastJet 3.2.1 [41] a jetový algoritmus byl zvolen anti- $k_t$  s omezením na minimální transverzální hybnost jetu  $p_t^{min} = 20 \text{ GeV}$ . Nejtvrší jet představuje jet s největší příčnou hybností v eventu a transverzální hybnost systému dvou nejtvrších jetů je definována vztahem:

$$\bar{p}_t \equiv \frac{p_t^{jet \ 1} + p_t^{jet \ 2}}{2} \quad (5.1)$$

### 5.1 Tok příčné energie

Níže bude srovnána simulace toku příčné energie pomocí MC generátoru Pythia 8.219 s výsledky měření kolaborace ATLAS [42]. Pro simulaci bylo nagegenerováno  $10^6$  eventů pomocí MC generátoru Pythia 8.223. Zapnuté byly měkké procesy *SoftQCD::All* při težišťové energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . Studie [42] měřila tok transverzální energie v proton-protonových srážkách. Data použitá v této studii pocházejí z prvního běhu LHC v roce 2010. Byla získána detektorem ATLAS při integrální luminositě  $7.1 \text{ } \mu b^{-1}$  a  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  [42].

Použity byly pouze tzv. případy *minimum bias*. Tyto případy jsou definovány tak, že

obsahují alespoň 2 dráhy v centrální oblasti detektoru ( $|\eta| \leq 2.5$ ) s příčnou hybností  $p_t$  větší než  $250 \text{ MeV}$ [42].

První studovanou veličinou je součet příčných energií částic v eventu  $\sum E_t$ . Příspěvek příčné energie byl vzat pouze od stabilních nabitých částic s hybností  $p$  větší než  $500 \text{ MeV}$  a stabilních neutrálních částic s hybností větší než  $200 \text{ MeV}$ . Částice s menšími hybnostmi mají účinnost nalezení drah menší než 50 %[3].

Na Obrázku 5.1 je znázorněno rozdělení součtu příčných energií v šesti symetrických intervalech pseudorapidity. Pozorovat lze mírný posun maxima z oblasti minimální příčné energie v nejcentrálnější části detektoru do mírně vyšších energií  $\sim 4 \text{ GeV}$  v dopředných částech detektoru. Dále si lze všimnout potlačení částic s vyšší příčnou energií. Tento pokles je výraznější se vzrůstající velikostí pseudorapidity  $|\eta|$ .

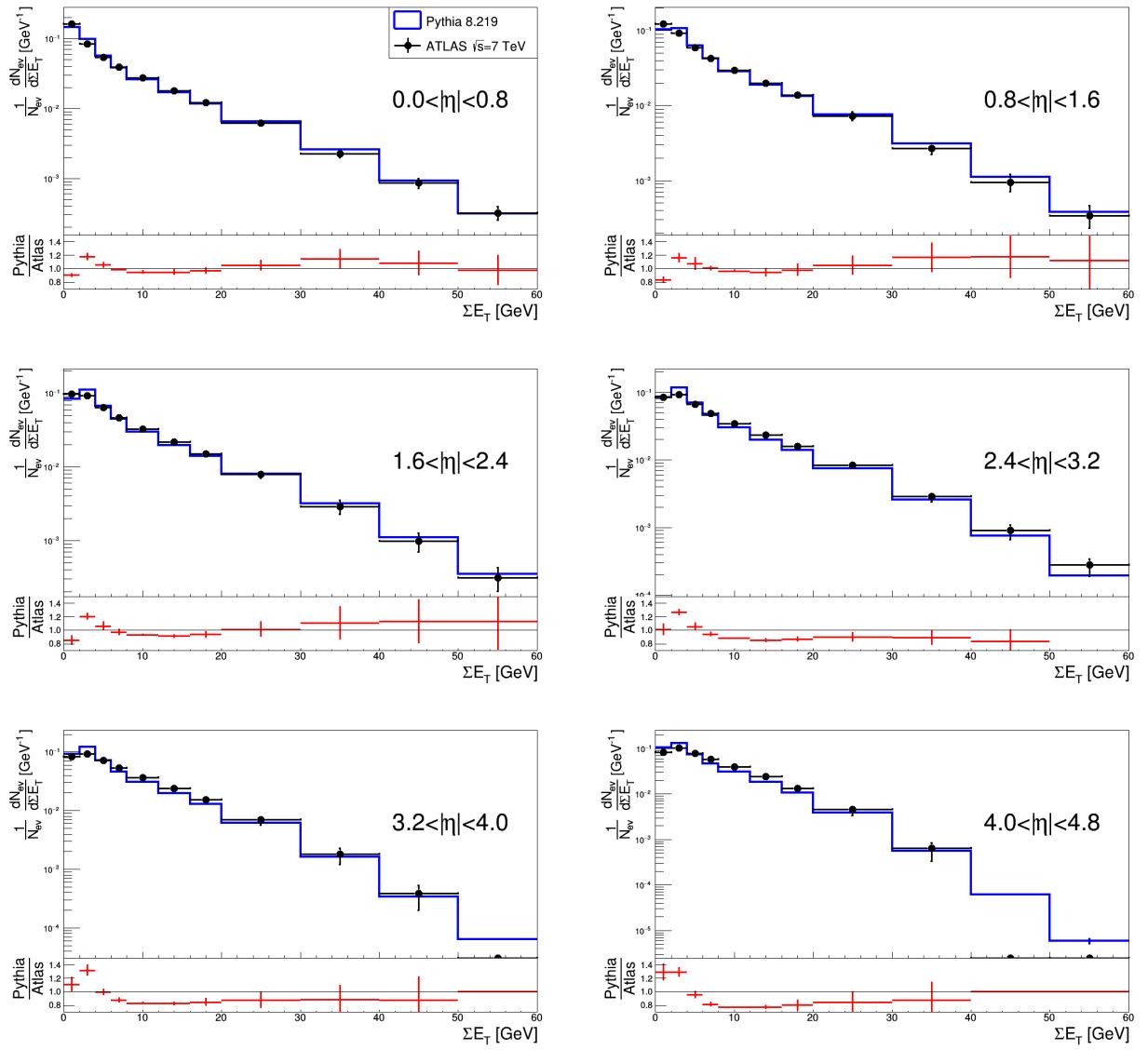
Další studovanou veličinou je hustota příčné energie  $E_t^{dens}$  vztázená na jednotkovou plochu  $\Delta\eta \cdot \Delta\phi$  a definovaná pomocí vztahu:

$$E_t^{dens} = \left\langle \frac{d^2 \sum E_t}{d\eta d\phi} \right\rangle \approx \frac{1}{N_{ev}} \frac{1}{2\Delta\eta} \frac{1}{\Delta\phi} \sum_{|\eta|} (\sum E_t). \quad (5.2)$$

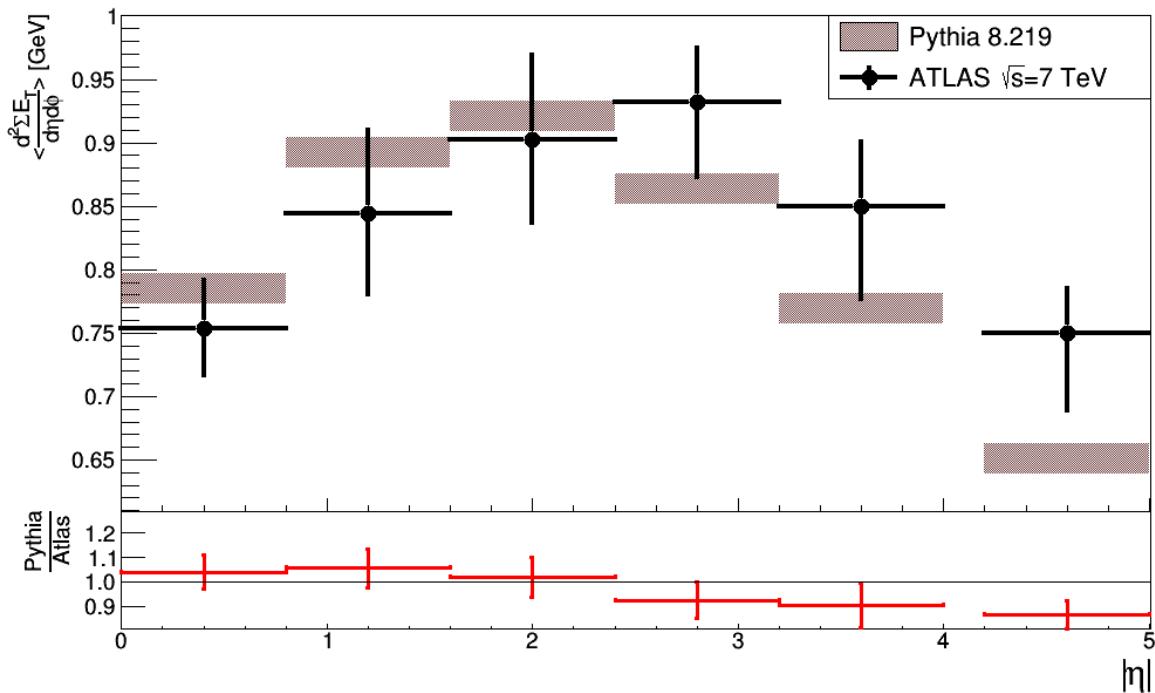
Velikost intervalu pseudorapidity  $\Delta\eta$  a azimutálního úhlu  $\Delta\phi$  je stejná jako na Obrázku 5.1, tedy  $\Delta\eta = 0.8$  a  $\Delta\phi = 2\pi$ .

Tato veličina je vynesena v závislosti na velikosti pseudorapidity  $|\eta|$  na Obrázku 5.2. Zajímavý fenomén lze pozorovat v centrální oblasti  $|\eta| < 0.8$ , kde se nachází lokální minimum. Maximum je posunuto do oblasti  $1.6 < |\eta| < 2.4$  pro simulaci a  $2.4 < |\eta| < 3.2$  pro data.

Jak je znázorněno na Obrázku 5.2, předpověď MC generátoru Pythia 8.219 nadhodnocuje hustotu energie v centrální oblasti  $|\eta| < 2.4$  oproti měření na detektoru ATLAS. Naopak v dopředné oblasti  $2.4 < |\eta|$  simulace spíše podhodnocuje naměřená data. Avšak dle spodního panelu na Obrázku 5.1 a Obrázku 5.2 je rozdíl dat a MC generátoru Pythia 8.219 simulace v rámci 20%. Lze tedy říci, že Pythia 8.219 s výchozímu nastavení parametrů popisuje chování částic v detektoru ATLAS uspokojivě, a proto lze tento generátor použít pro studii s jety.



**Obrázek 5.1:** Normované rozdělení součtu příčných energií částic  $\sum E_t$  v daných intervalech pseudorapidity částic  $\eta$ . Srovnání dat publikovaných ve studii [42] a simulovaných pomocí MC generátoru Pythia 8.219. Spodní panel ukazuje podíl předpovědi MC generátoru vůči měřením ze studie [42]. Všechny body i histogramy jsou uvedeny pouze se statistickou chybou.



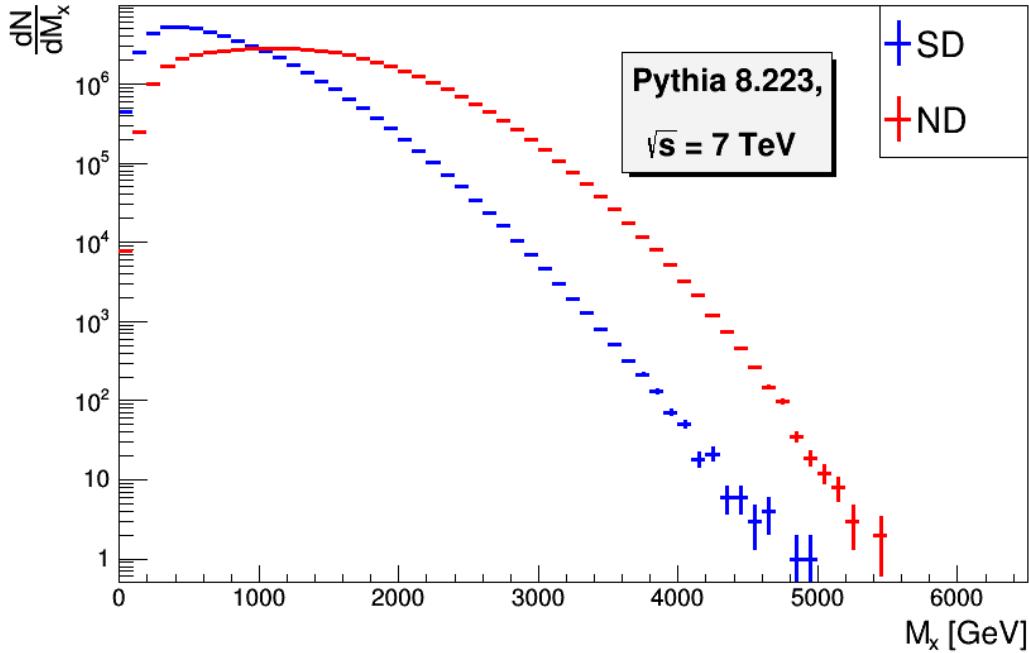
**Obrázek 5.2:** Rozdělení hustoty příčné energie  $E_t^{dens}$  v závislosti na velikosti pseudorapidity částic  $|\eta|$ . Srovnání dat publikovaných ve studii [42] a simulovaných pomocí MC generátoru Pythia 8.223. Spodní panel ukazuje podíl předpovědi MC generátoru vůči měřením ze studie [42]. Všechny body i histogramy jsou uvedeny pouze se statistickou chybou.

## 5.2 Srovnání charakteristkých veličin v SD a ND eventech

Zde jsou srovnány invariantní hmotnost disociovaného systému  $M_x$  a počet nabitých častic v jednoduše difrakčních a nedifrakčních eventech. Při simulaci bylo nagenerováno pro difrakční i nedifrakční procesy  $5 \cdot 10^7$  eventů pomocí MC generátoru Pythia 8.2 při těžišťové energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . Použité nastavení zahrnovalo *HardQCD::All* a *Minimum Bias Rockefeller* pomeron flux. Pouze částice s  $p_t > 200 \text{ MeV}$  a  $|\eta| < 4.9$  byly použity za účelem simulace detektorových kritérií. První zobrazenou veličinou je invariantní hmotnost disociovaného systému  $M_x$  vyjádřena pomocí vzorce [15]:

$$M_x = \sqrt{(\sum E_i)^2 - (|\sum \vec{p}_i|)^2}, \quad (5.3)$$

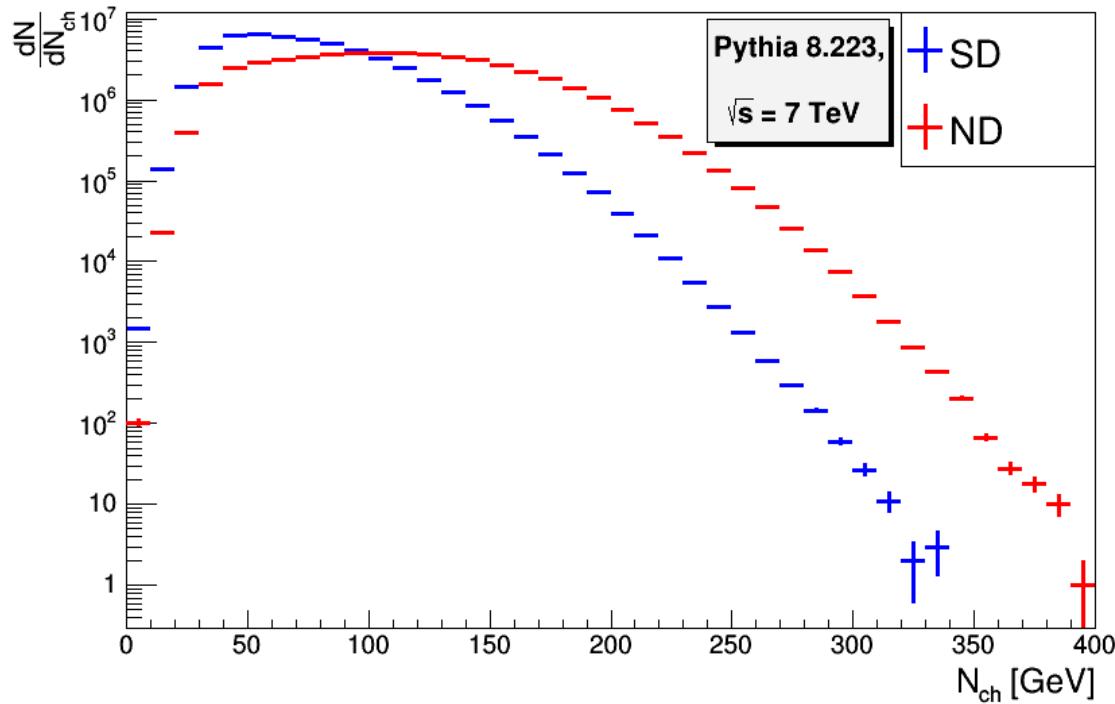
kde  $E_i$ , resp.  $\vec{p}_i$  je energie, resp. hybnost částice  $i$ . Rozdělení invariantní hmotnosti disociovaného systému  $M_x$  lze pozorovat na Obrázku 5.3 a rozdělení počtu častic na Obrázku 5.4.



**Obrázek 5.3:** Srovnání rozdělení invariantní hmotnosti disociovaného systému v jednoduše difrakčních (SD) a nedifrakčních (ND) eventech. Eventy byly nagenerovány MC generátorem Pythia 8.2 při těžišťové energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . Všechny symboly jsou uvedeny pouze se statistickou chybou.

Pro obě rozdělení pozorujeme výrazný rozdíl ve středních hodnotách, kdy difrakční procesy jsou soustředěny u menších hodnot, zatímco nedifrakční procesy u vyšších. Obojí

lze vysvětlit základní vlastnosti difrakčních procesů, a to přítomností prázdné oblasti bez hadronové aktivity. Lze také očekávat, že pokud bychom neaplikovali výběrová kritéria na částice, simulující odpověď detektoru, rozdíl by byl ještě větší, neboť prázdná oblast v SD případech začíná obecně již od neporušeného protonu.



**Obrázek 5.4:** Srovnání rozdělení počtu nabitych častic v jednoduše difrakčním (SD) a nedifrakčním eventu (ND). Eventy byly nagenerovány MC generátorem Pythia 8.2 při těžišťové energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . Všechny symboly jsou uvedeny pouze se statistickou chybou.

### 5.3 Srovnání kinematických veličin jetů v SD a ND eventech pro různé poloměry

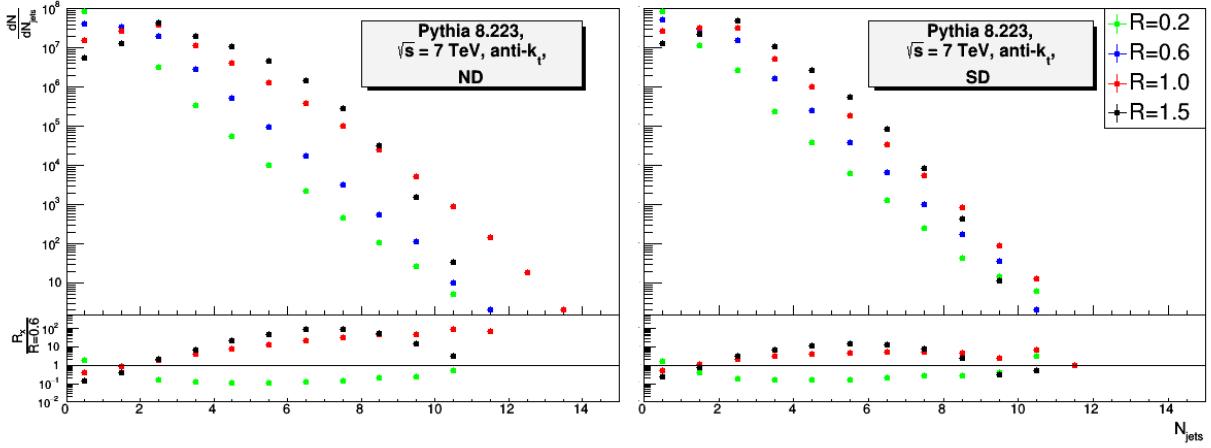
V této podkapitole jsou srovnána rozdelení několika kinematických veličin jetů vyskytujících se v SD a ND eventech pro různé poloměry  $R$ . Pro analýzu bylo použito  $10^8$  eventů, které byly nagenerovány pomocí Monte Carlo generátor Pythia 8.223 při  $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$  a za použití omezení na minimální příčnou hybnost partonů  $p_{t_{min}}^{part.} = 15 \text{ GeV}$ . Difrakční eventy byly navíc generovány s nastavením pro tvrdé SD procesy a ve verzi tzv. *Minimum Bias Rockefeller* a bez multipartonových interakcí. Jety byly rekonstruovány pomocí programu FastJet, s minimální příčnou hybností jetu  $p_{t_{min}}^{jet} = 20 \text{ GeV}$ , jetovým algoritmem anti- $k_t$  a poloměrem jetu  $R = \{0.2, 0.6, 1, 1.5\}$ .

Jak již bylo popsáno v kapitole 2, SD eventy se vyznačují především velkou mezerou v rapiditě bez jakékoliv aktivity tzv. Large rapidity gap (LRG). Rozdíl mezi difrakčními a nedifrakčními jety tedy lze očekávat především pro velká R, které jsou tímto topologickým omezením ovlivněny nejvíce.

Například počet eventů s alespoň dvěma jety (Obrázek 5.5) je potlačen pro SD oproti ND eventům především pro velké R, a to až o  $\sim 30\%$ . Křivky na Obrázku 5.5 znázorňující rozdelení počtu jetů mají maxima pro právě dva jety. Toto pozorování platí pouze pro  $R = \{1, 1.5\}$  a pro  $R = 0.6$  je viditelný za tímto bodem značný pokles. Protože generátor Pythia generoval případy s právě dvěma partony s příčnou hybností alespoň  $p_{t_{min}}^{part.} = 15 \text{ GeV}$ , měli bychom pozorovat tedy především eventy s právě dvěma jety. Pro  $R = 0.2$  žádný vrchol nepozorujeme, na vině je příliš velký únik příčné hybnosti původního vylétávajícího partonu při tak malém poloměru, takže jet nesplňuje kritérium  $p_{t_{min}}^{jet} = 20 \text{ GeV}$ .

Výrazně méně se objevují eventy obsahující osm až deset jetů. V této oblasti si lze všimnout, že pravděpodobnost nalezení daného počtu jetů se zvyšuje s poloměrem jetů. Tento jev lze snadno očekávat, protože čím širší jet, tím jednodušeji překoná hranici  $p_{t_{min}}^{jet} = 20 \text{ GeV}$ . Toto platí pro oba znázorněné typy procesů. Ovšem pro extrémně velký poloměr  $R = 1.5$  u nedifrakčních procesů lze vysledovat náhlý pokles pro eventy obsahující více než 8 jetů protínající i rozdelení s menšími poloměry. Vysvětlení lze hledat v nedostatku prostoru pro takové množství natolik širokých jetů. Tento pokles se vyskytuje i u difrakčních procesů. Zde je prostor ještě více limitován, protože část zabírá LRG, tedy prostor bez jakékoliv hadronové aktivity. Potlačenost je tedy pozorovatelná již u menšího počtu jetů a to nejen pro poloměr  $R = 1.5$  ale také pro  $R = 1$ .

Další důležitou charakteristikou je pseudorapidita. Tvar normovaného rozdelení pseudorapidity nejtvrdšího jetu  $\eta_{jet1}$  (jet s největším  $p_t$  v eventu) lze pozorovat na Obrázku 5.6 (dole). Tvar rozdelení naznačuje především centrálnost výskytu jetu. Ačkoliv Obrázek 5.6 ukazuje maximum v  $\eta = 0$  pro malé poloměry  $R = \{0.2, 0.6\}$ , pro poloměry  $R = \{1, 1.5\}$  je zde lokální minimum a maximum je posunuto do oblasti  $\eta \simeq 2$ . Vysvětlení tohoto lokálního minima leží ve změřeném toku častic detektorem ATLAS, jak bylo diskutováno v předchozí kapitole 5.1. Jet s takto velkým poloměrem zabírají již tak velkou část detek-



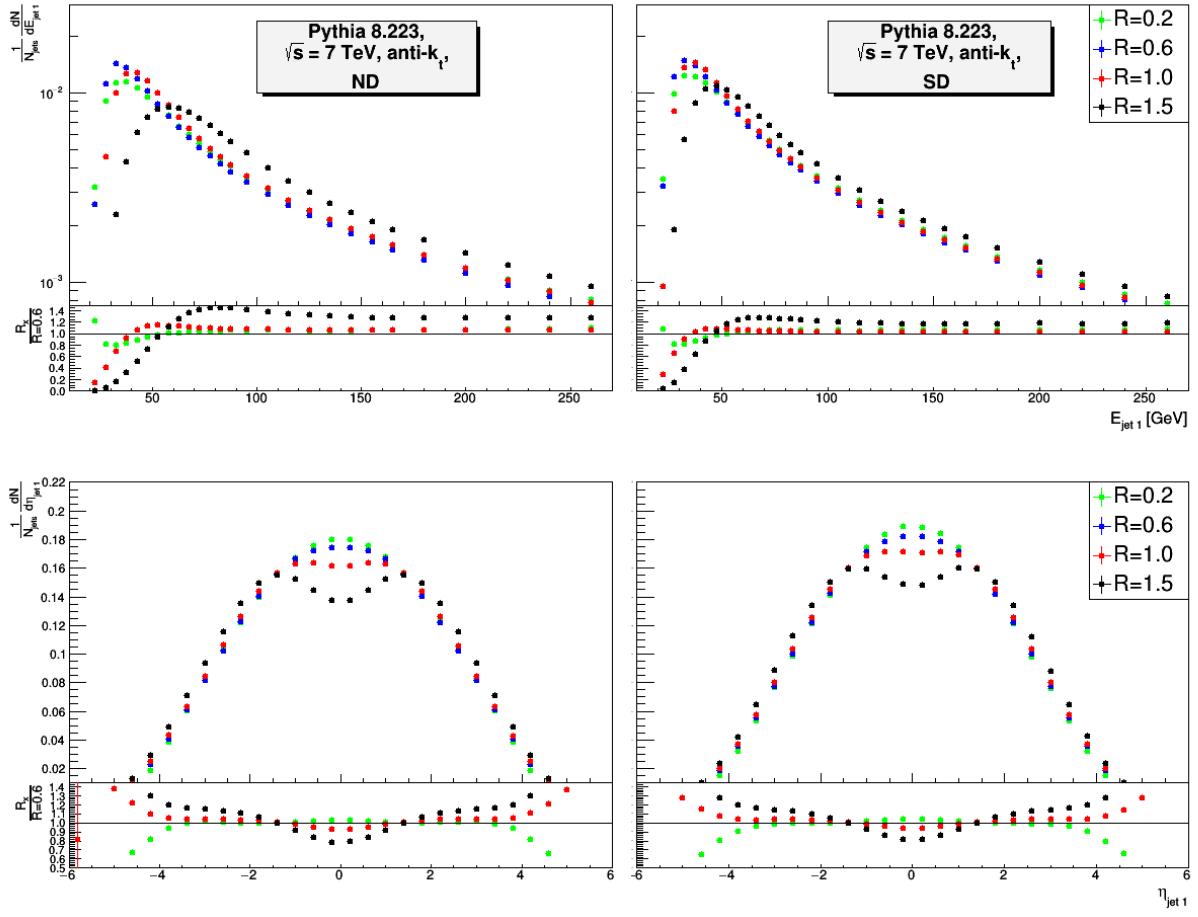
**Obrázek 5.5:** Srovnání rozdělení počtu jetů nalezených jetovým algoritmem anti- $k_t$  pro různé poloměry  $R$ . Byl použit MC generátor Pythia 8.223 s celkovou těžišťovou energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . Graf vlevo odpovídá ND a graf vpravo SD eventům. Spodní panel ukazuje podíl rozdělení pro různé poloměry  $R_x$  vůči referenčnímu poloměru  $R = 0.6$ . Všechny symboly jsou uvedeny pouze se statistickou chybou.

toru, že začínají následovat charakter celkového toku částic zobrazený na Obrázku 5.1. Na tomto obrázku vidíme, že pro  $|\eta| = 0$  je lok. minimum a maximum je až v oblasti pseudo-rapidity  $|\eta| = 2$ , tedy v souladu s diskutovaným rozdělením vyobrazeným na Obrázku 5.6 dole pro  $R = 1.5$ . Tvary rozdělení pseudorapidit SD a ND obsahují stejné již diskutované fenomény. Viditelným rozdílem zde je pouze větší centrálnost difrakčních jetů, vysvětlitelná opět topologicky. Jelikož LRG se nachází v dopředné oblasti detektoru, tedy s vyšší pseudorapiditou, jety mají méně místa na svoji propagaci a jsou více centrální.

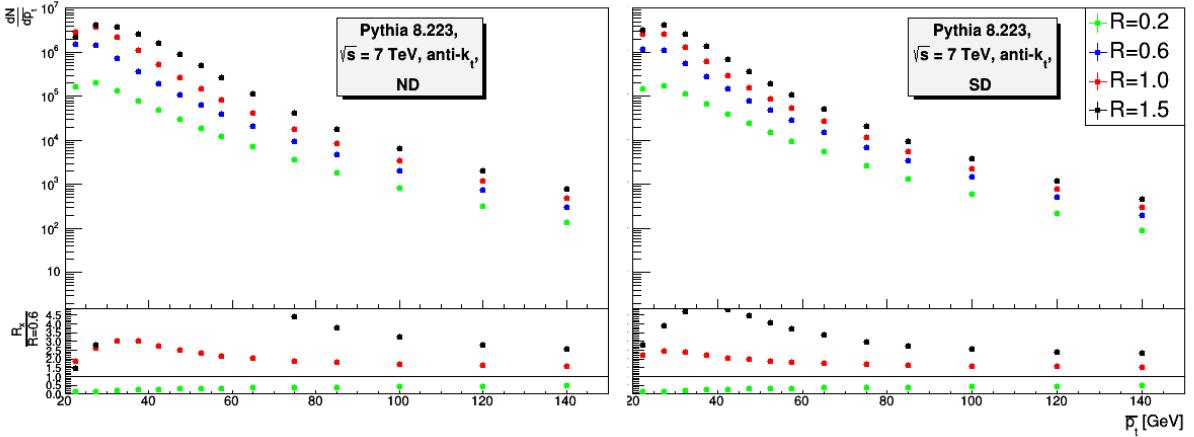
Grafy na Obrázku 5.6 nahoře obsahují rozdělení energií  $E_{jet1}$  nejtvrdšího jetu. Spektrum se vyznačuje výrazným vrcholem v oblasti malé energie, odpovídající nadkritické energii pro centrální jet. Vrchol v této oblasti energie je patrný pro všechny poloměry s výjimkou  $R = 1.5$ . Pro tento poloměr je vrchol nižší, podstatně méně výrazný a posunutý do vyšších hodnot energie. Vysvětlení plyne z necentrálnosti tohoto jetu, jak již bylo diskutováno. To souvisí s tím, že jet jde více dopředu, proto musí mít větší  $p_z$  a tím i celkovou energii, než centrální jety. Rozdíl mezi SD a ND eventy je viditelný především u velikosti odchylky rozdělení poloměru  $R = 1.5$  od zbytku poloměrů. Rozdělení ND eventů má zde výrazně větší odchylku pro  $R = 1.5$  oproti rozdělení odpovídající SD eventům. Tento rozdíl dlí především v hlubším lokálním minimu v centrální oblasti  $\eta = 0$  pro  $R = 1.5$  již diskutovaného jevu na Obrázku 5.6 dole.

Na Obrázku 5.7 jsou znázorněna rozdělení příčné hybnosti  $\bar{p}_t$  systému dvou nejtvrdších jetů. Tato rozdělení nejsou normována, lze tedy pozorovat příspěvky s danou příčnou hybností.

Zde spektra SD i ND procesů ukazují vrchol v oblasti  $\sim 30 \text{ GeV}$  a následný pokles.



**Obrázek 5.6:** Srovnání normovaných rozdělení energii  $E_{\text{jet}1}$  (nahore) a pseudorapidity  $\eta_{\text{jet}1}$  (dole) nejtvrdšího jetu v eventech s alespoň dvěma jety nalezenými jetovým algoritmem anti- $k_t$  pro různé poloměry  $R$ . Byl použit MC generátor Pythia 8.223 s celkovou těžišťovou energií  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . Grafy vlevo odpovídají ND a grafy vpravo SD eventům. Spodní panel ukazuje podíl rozdělení pro různé poloměry  $R_x$  vůči referenčnímu poloměru  $R = 0.6$ . Všechny symboly jsou uvedeny pouze se statistickou chybou.



**Obrázek 5.7:** Srovnání rozdělení příčné hybnosti  $\bar{p}_t$  systému dvou nejtvrdších jetů v even- tech s alespoň dvěma jety nalezenými jetovým algoritmem anti- $k_t$  pro různé poloměry  $R$ . Byl použit MC generátor Pythia 8.223 s celkovou těžišťovou energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ . Graf vlevo odpovídá ND a graf vpravo SD eventům. Spodní panel ukazuje podíl rozdělení pro různé poloměry  $R_x$  vůči referenčnímu poloměru  $R = 0.6$ . Všechny symboly jsou uvedeny pouze se statistickou chybou.

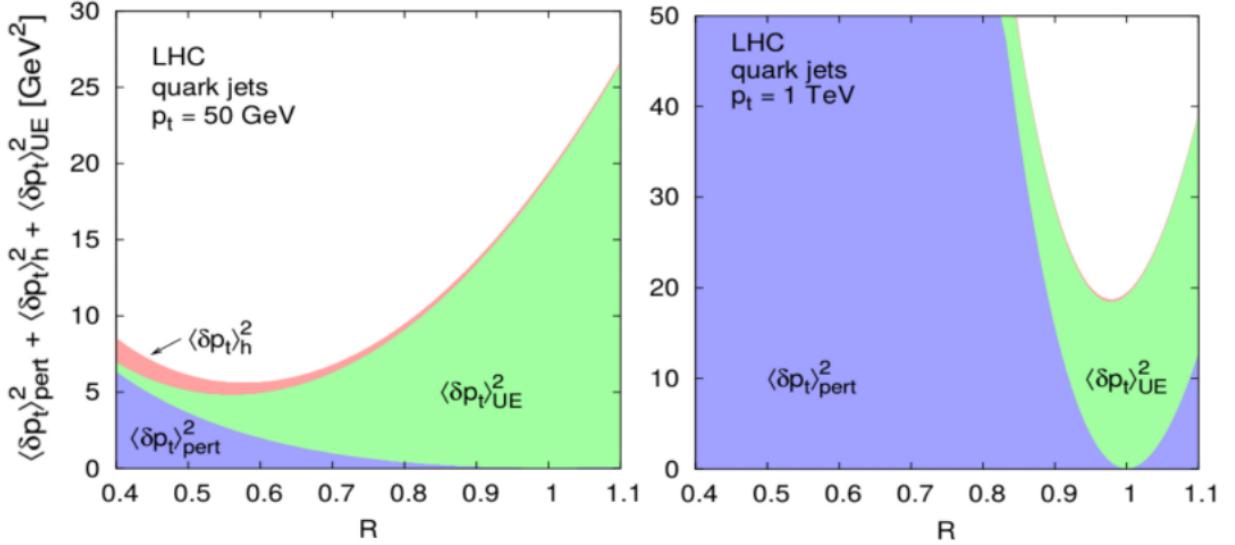
Vrchol je podle očekávání těsně za hranicí  $20 \text{ GeV}$ , ale zároveň není na této hranici. Tento mírný posun maxima do větších příčných hybností pramení z faktu, že se zde pracuje s eventy obsahujícími dva a více jetů, je tedy pravděpodobné, že dva nejtvrdší jety budou mít nadhraniční hybnost namísto právě hraniční.

Pro zvyšující se příčnou hybnost je spektrum pochopitelně klesající, neboť pravděpodobnost nalezení tvrdších jetů je menší. Ovšem chování rozdělení pro různé poloměry  $R$  v oblasti s vyšší transverzální hybností začíná sledovat chování referenčního poloměru  $R = 0.6$ . Tento fenomén je zjevně pozorovatelný především ve spodním panelu grafů na Obrázku 5.7, kde  $\frac{R_x}{R=0.6} \rightarrow 1$ . SD jety vykazují pro malé  $p_t$  menší podíly  $\frac{R_x}{R=0.6}$  než ND jety, ovšem pro zvyšující se příčnou hybnost se podíly SD i ND rozdělení ve spodních panelech vyrovňávají. Tento fakt tedy naznačuje, že zmínovaná konvergence má obecnější vysvětlení a nezávisí na velikosti LRG.

Pro lepší pochopení tohoto fenoménu je potřeba uvést veličinu zvanou únik transverzální hybnosti ( $p_t$  leakage), značenou  $\langle \delta p_t \rangle$ . Tato veličina vyjadřuje střední hodnotu příčné hybnosti partonu, kterou rekonstruovaný jet nedokázal obsáhnout:

$$\langle \delta p_t \rangle = \langle \delta p_t^{\text{parton}} \rangle - \langle \delta p_t^{\text{jet}} \rangle \quad (5.4)$$

Podrobněji je tato veličina popsána v [44]. Citovaná studie uvažuje příspěvek od tří nezávislých zdrojů, initial-state radiation, zkráceně IS radiace (částice vyzářené svazkem před srážkou) společně s final-state radiation, zkráceně FS radiace (částice emitované po reakci mimo jet), hadronizace a underlying event, zkráceně UE (procesy na pozadí).



**Obrázek 5.8:** Závislost úniku příčné hybnosti pro kvarkové jety  $\langle \delta p_t \rangle$  na poloměru jetu  $R$ . Celkový čtverec úniku transverzální hybnosti  $\langle \delta p_t \rangle^2$  spočten jako součet kvadrátů příspěvků od jednotlivých zdrojů: FS radiace  $\langle \delta p_t \rangle_{\text{per}}^2$ , hadronizace  $\langle \delta p_t \rangle_h^2$  a underlying event  $\langle \delta p_t \rangle_{\text{UE}}^2$ . Příspěvky vypočteny s příčnou hybností partonu  $p_t = 50 \text{ GeV}$  (vlevo) a  $p_t = 1 \text{ TeV}$  (vpravo). Převzato z [43].

IS radiace zmenšuje energii svazku, ovšem eventy byly generovány s těžišťovou energií právě  $7 \text{ TeV}$ , tedy IS radiace zachycená jetem nadhodnocuje jeho hybnost. FS záření naopak hybnost jetu podhodnocuje, pokud pracujeme s malými poloměry jetu. UE jsou procesy, které probíhají na pozadí a k partonu nepatří, hybnost jetu proto bude nadhodnocována z tohoto zdroje. Optimální poloměr jetu závisí na kinematice a topologii koncovém stavu. Měl by být dostatečně velký pro zachycení FS radiace, ale ne příliš velký, aby velikost příspěvku od UE neznehodnotil výpovědní hodnotu rekonstruovaného jetu.

Dle grafu na Obrázku 5.8 vlevo vyjadřující  $\langle \delta p_t \rangle^2$  v závislosti na poloměru jetu při příčné hybnosti partonu  $p_t^{\text{part}} = 50 \text{ GeV}$  je minimum pro  $R \sim 0.6$ . Studované partony v naší práci mají přibližně tuto hybnost, proto je poloměr  $R = 0.6$  zvolen jako referenční. Graf na Obrázku 5.8 vpravo znázorňující  $\langle \delta p_t \rangle^2$  pro vysokou hybnost partonu  $p_t^{\text{part}} = 1 \text{ TeV}$  vykazuje nárůst důležitosti příspěvku z FS radiace, protože jako jediný zdroj  $\langle \delta p_t \rangle$  je závislý na hybnosti partonu [43]:

$$\langle \delta p_t \rangle_{\text{per}} \simeq \frac{C_F}{\pi} \alpha_s \ln(R) p_t^{\text{part}}. \quad (5.5)$$

Kde  $C_F$  je barevný faktor,  $\alpha_s$  vazbová parametr pQCD závislý na energetické škále a  $R$  poloměr jetu [43]. Ačkoliv se velikost  $\langle \delta p_t \rangle^2$  zvyšuje se vzrůstající hybností partonu, relativní velikost  $\langle \delta p_t \rangle^2$  příspěvků od jednotlivých zdrojů se zmenšuje, neboť:

$$\frac{\langle \delta p_t \rangle_{\text{per}}}{p_t^{\text{part}}} \simeq \frac{C_F}{\pi} \alpha_s \ln(R) \quad (5.6)$$

Relativní velikost příspěvku od FS radiace tedy klesá s rostoucím  $p_t$  partonu, stejně jako klesá  $\alpha_s$  s rostoucí škálou. Lze proto říci, že jety při vyšších příčných hybnostech jsou více kolimované, čili jety s malými poloměry obsahují větší frakci hybnosti původního partonu, než stejně velké jety s menším  $p_t$ . Zlepšující se kolimovanost jetů při rostoucí  $p_t$  stojí právě za pozorovaným jevem  $\frac{R_x}{R=0.6} \rightarrow 1$ . I při vysoké hybnosti partonu  $p_t^{part} = 1 \text{ TeV}$  dochází k minimu v  $\langle \delta p_t \rangle^2$  pro  $R \sim 1$  viz Obrázek 5.8. Pokud bychom tedy trvali na použití větších polomérů R ( $R \sim 1$ ) pro takovéto energie kvarků, jednalo by se tedy pouze o relativně malé vylepšení přesnosti měření příčné hybnosti jetu. Otázkou je důležitost takové přesnosti. Využití by se dalo hledat například při studiu nové fyziky, či zpřesňování měření citlivých procesů.

# Závěr

Tématem této práce jsou vlastnosti jetů, proto je teoretická část věnována rešerší Standardního modelu, jetovým algoritmům, infračervené a kolineární bezpečnosti a Monte Carlo generátorům. Pojem difrakce je zde také uveden, neboť v praktické části jsou srovnány vlastnosti jetů v difrakčních a nedifrakčních procesech.

V praktické části jsou všechny simulace provedeny pomocí Monte Carlo generátoru Pythia 8.2 při těžištové energii  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  a jety rekonstruovány pomocí programu FASTJET na částicové úrovni, za použití jetového algoritmu anti- $k_t$ . Nejprve je simulován tok příčné energie a výsledky jsou srovnány s reálnými daty kolaborace ATLAS. Zde jsou srovnána normovaná rozdělení součtu příčných energií  $\sum E_t$  v šesti intervalech pseudorapidity a rozdělení hustoty příčné energie  $E_t^{dens.}$  v závislosti na velikosti pseudorapidity. Toto srovnání s naměřenými daty kolaborace ATLAS bylo provedeno za účelem studie konstituentů jetů, ale také kvůli ověření důvěryhodnosti Monte Carlo generátoru Pythia 8.2 při popisu částic v detektoru ATLAS. Dle výsledků lze usoudit, že bez ladění vnitřních parametrů popisuje Monte Carlo generátor Pythia 8.2 data z detektoru ATLAS při  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  uspokojivě a to s odchylkou maximálně 20 %.

Těžiště praktické části spočívá ve srovnání kinematických veličin jetů v jednoduše difrakčních a nedifrakčních procesech při různých poloměrech jetů  $R = \{0.2, 0.6, 1, 1.5\}$ . Všechna rozdělení byla srovnána ve spodním panelu grafů s výsledky referenčního poloměru  $R = 0.6$ , důvod zvolení referenčního poloměru právě  $R = 0.6$  je minimalizace úniku transverzální hybnosti. Popsané veličiny zahrnují rozdělení počtu jetů, normované rozdělení pseudorapidity a energie v případech s alespoň dvěma jety. Na konci kapitoly je zvláštní pozornost věnována rozdělení příčné hybnosti systému dvou nejtvrdších jetů, kde je pozorovaný fenomén konvergence  $\frac{R_x}{R=0.6} \rightarrow 1$  vysvětlen zvyšující se kolimovaností jetů při rostoucí příčné hybnosti původního partonu. Pozorované rozdíly v rozdělení výše uvedených proměnných, a to jak jetových, tak i inkluzivních, mezi difrakčními a nedifrakčními případy jsou jen důsledkem přítomnosti prázdné oblasti bez hadronové aktivity v difrakčních případech.

# Literatura

- [1] V. Petráček, *Skripta k prednášce: Subatomová fyzika I.*, 2009. <https://physics.fjfi.cvut.cz/files/predmety/02SF/common/subatomovka-book-obj-zc12.2.10.pdf>
- [2] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*. WILEY-VCH, 2004.
- [3] O. Zaplatílek, “*Jetová fyzika na LHC*,” Bakalářská práce, České vysoké učení technické v Praze, 2015. [https://physics.fjfi.cvut.cz/publications/ejcf/bp\\_ejcf\\_16\\_zaplatilek.pdf](https://physics.fjfi.cvut.cz/publications/ejcf/bp_ejcf_16_zaplatilek.pdf)
- [4] SNO Collaboration, “*Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory*,” Physical Review Letters, 2002. **arXiv:nucl-ex/0204008**,
- [5] M. Fallot, “Getting to the Bottom of an Antineutrino Anomaly,” *Physics*, 2017. <http://link.aps.org/doi/10.1103/Physics.10.66>
- [6] Y. Fukuda, T. Hayakawa, et. al, “*Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos*,” Physical Review Letters, 1998, **arXiv:hep-ex/9807003**
- [7] E. A. Roland, “*The London-Anderson-Englert-Brout-Higgs-Guralnik-Hagen-Kibble-Weinberg mechanism and Higgs boson reveal the unity and future excitement of physics*,” 2013, **arXiv:1306.4061 [hep-ph]**.
- [8] N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, “*Nuclear Force from Lattice QCD*,” 2007. **arXiv:nucl-th/0611096**
- [9] M. Batra and A. Upadhyay, “*Strange and nonstrange sea quark-gluon effects in nucleons*,” 2012. **arXiv:1210.6136 [hep-ph]**
- [10] J. Thacker, “*Four Forces- Ranges and Carriers*,” 1995. <http://webhome.phy.duke.edu/~kolena/modern/forces.html#005>
- [11] X.-G. Wu, S.-Q. Wang, and S. J. Brodsky, “*Importance of proper renormalization scale-setting for QCD testing at colliders*,” Frontiers of Physics, 2015. **arXiv:1508.02332 [hep-ph]**

- [12] N. Michiel, Botje, “*Lecture notes: Quantum Chromo Dynamics*,” 2013. <https://www.nikhef.nl/~h24/qcdcourse/section-6.pdf>
- [13] M. Peskin, D. Schroeder, and E. Martinec, *An introduction to quantum field theory*, 1996. [http://pdfserv.aip.org/PHTOAD/vol\\_49/iss\\_2/69\\_1.pdf](http://pdfserv.aip.org/PHTOAD/vol_49/iss_2/69_1.pdf)
- [14] M. Dordevic, “*Standard Model physics results from ATLAS and CMS*,” CERN, Proceedings., 2014., <http://cds.cern.ch/record/1955412>
- [15] D. Bendová, “*Study of Diffraction Processes at LHC*,” Bakalářská práce, České vysoké učení technické v Praze, 2015. [https://physics.fjfi.cvut.cz/publications/ejcf/BP\\_{-}Dagmar{-}Bendova.pdf](https://physics.fjfi.cvut.cz/publications/ejcf/BP_{-}Dagmar{-}Bendova.pdf)
- [16] V. Kus, “*Study of diffractive processes at the ATLAS Experiment*,” PhD dissertation, Prague, Inst. Phys., 2015. <http://inspirehep.net/record/1381385/files/CERN-THESIS-2015-022.pdf>
- [17] V. Barone and E. Predazzi, *High-energy particle diffraction*, 2002.
- [18] E. Levin, “*EVERYTHING ABOUT REGGEONS*,” 1998. **arXiv:hep-ph/9710546**
- [19] M. Arneodo and M. Diehl, “*Diffraction for non-believers*”,, 2005. **arXiv:hep-ph/0511047**
- [20] J. D. Bjorken, “*HARD DIFFRACTION*,” 1994. <http://www.slac.stanford.edu/cgi-wrap/getdoc/slac-pub-6463.pdf>
- [21] D. Attwood, “*Introduction to Diffraction Limited X-Ray Optics*,” 2009. <https://indico.in2p3.fr/event/7399/session/4/contribution/126/material/slides/0.pdf>
- [22] G. Ingelman, “*Diffractive Hard Scattering*,” 1999. **arXiv:hep-ph/9912534**
- [23] H. H1 Collaboration, “*Measurement and QCD Analysis of the Diffractive Deep-Inelastic Scattering Cross Section at HERA*,” jun 2006. **arXiv:hep-ex/0606004**
- [24] V. A. Khoze, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, “*Soft diffraction and the elastic slope at Tevatron and LHC energies: a multi-Pomeron approach*,” jul 2000. **arXiv:hep-ph/0007359**
- [25] A. ATLAS Collaboration, “*Dijet production in  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  pp collisions with large rapidity gaps at the ATLAS experiment*,” 2016. **arXiv:1511.00502 [hep-ex]**
- [26] T. Affolder and Others, “*Diffractive dijets with a leading antiproton in barpp collisions at  $\sqrt{s} = 1800 \text{ GeV}$* ,” Phys. Rev. Lett., 2000.
- [27] B. Tulika, “*LHC Physics GRS PY 898 B8 Lecture #7 - ppt download*,” 2009. <http://slideplayer.com/slide/4999767/>

- [28] M. Strassler, “*Jets: The Manifestation of Quarks and Gluons — Of Particular Significance*,” 2011. <https://profmattstrassler.com/articles-and-posts/particle-physics-basics/the-known-apparently-elementary-particles/jets-the-manifestation-of-quarks-and-gluons/>
- [29] M. Cacciari, G. P. Salam, and G. Soyez, “*FastJet user manual*,” nov 2011. **arXiv:1111.6097 [hep-ph]**
- [30] Z. Hubáček, “*Studium multijetových koncových stavi*,” 2003. <https://physics.fjfi.cvut.cz/publications/mf/2001/hubacek{ }res.pdf>
- [31] G. Salam, “*QCD at hadron colliders Lecture 2: Showers, Jets and fixed-order predictions*,” 2010. <https://gsalam.web.cern.ch/gsalam/repository/talks/2010-MariaLaach-lecture2.pdf>
- [32] D. Soper and U. C. Davis, “*Jet Definitions*,” 2006. <http://particle.physics.ucdavis.edu/seminars/data/media/2006/dec/soper.pdf>
- [33] B. Isildak, “*Measurement of the differential dijet production cross section in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$* ,” Ph.D. dissertation, 2013. **arXiv:1308.6064 [hep-ex]**
- [34] M. Cacciari, G. P. Salam, and G. Soyez, “*The anti- $k_t$  jet clustering algorithm*,” Journal of High Energy Physics, 2008. **arXiv:0802.1189 [hep-ph]**
- [35] M. Bahr, S. Gieseke, M. A. Gigg *et al.*, “*Herwig++ Physics and Manual*,” 2008. **arXiv:0803.0883 [hep-ph]**
- [36] F. W. Bopp, R. Engel, and J. Ranft, “*Rapidity gaps and the PHOJET Monte Carlo*,” 1998. **arXiv:hep-ph/9803437**
- [37] T. Sjöstrand, et. al, “*An Introduction to PYTHIA 8.2*,” *Comput. Phys. Commun.*, 2015. **arXiv:1410.3012 [hep-ph]**
- [38] S. Höche, “*Introduction to parton-shower event generators*,” nov 2014. **arXiv:1411.4085 [hep-ph]**
- [39] M. H. Seymour and M. Marx, “*Monte Carlo Event Generators*,” apr 2013. **arXiv:1304.6677 [hep-ph]**
- [40] T. Sjostrand, “*ROOT usage*,” 2017. <http://home.thep.lu.se/{~}torbjorn/pythia82html/ROOTusage.html>
- [41] G. Soyez, G. Salam, p, and M. Cacciari, “*FastJet*,” 2017. <http://fastjet.fr/>
- [42] A. ATLAS Collaboration, “*Measurements of the pseudorapidity dependence of the total transverse energy in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  with ATLAS*,” 2012. **arXiv:1208.6256 [hep-ex]**

- [43] G. Salam Cern and L. . Paris, “*Jets at Hadron Colliders (3)*,” 2011. <http://gsalam.web.cern.ch/gsalam/repository/talks/2011-cern-academic-jets-3.pdf>
- [44] G. Soyez, “*Optimal jet radius in kinematic dijet reconstruction*,” 2010.  
**arXiv:1006.3634 [hep-ph]**