

CZECH TECHNICAL UNIVERSITY IN  
PRAGUE

Faculty of Nuclear Sciences and Physical  
Engineering

Department of Physics



## Bachelor thesis

**High pT jet production in hadron  
hadron collisions**

Lukáš Marek

Supervisor: Ing. Zdeněk Hubáček, Ph.D.

Prague, 2017

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE  
Fakulta Jaderná a Fyzikálně Inženýrská  
Katedra Fyziky



## Bakalářská práce

Produkce jetů s vysokou příčnou  
hybností v hadron-hadronových  
srážkách

Lukáš Marek

Supervisor: Ing. Zdeněk Hubáček, Ph.D.

Praha, 2017

NASCANOVAT PODEPSANE ZADANI A  
ULOZIT DO DVOU EPS SOUBORU  
ZADANI1.EPS a ZADANI2.EPS

NASCANOVAT PODEPSANE ZADANI A  
ULOZIT DO DVOU EPS SOUBORU  
ZADANI1.EPS a ZADANI2.EPS

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady ( literaturu, software, atd. ) uvedené v přiloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu 60 Zákona .121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů ( autorský zákon ).

V Praze dne 10.7.2017

*Název práce:*

**Produkce jetů s vysokou příčnou hybností v hadron-hadronových srážkách**

*Autor:* Lukáš Marek

*Obor:* Experimentální jaderná a čisticová fyzika

*Druh práce:* Bakalářská práce

*Vedoucí práce:* Ing. Zdeněk Hubáček, Ph.D. Katedra fyziky, Fakulta jaderná fyzikálně inženýrská, České vysoké učení technické v Praze

*Konzultant:* —————

*Abstrakt:* Tato práce pojednává o jetech s vysokou příčnou hybností v hadronových srážkách se zaměřením na chybu teoretické předpovědi inklusivního diferenciálního jetového účinného průřezu. Data jsou získána z detektoru ATLAS při hluboce nepružném rozptylu dvou protonů při celkové těžišťové energii  $\sqrt{s} = 13$  TeV. Jety jsou rekonstruovány antik<sub>t</sub> jetovým algoritmem s hodnotou parametru  $R = 0,6$  a  $0,4$ . Teoretická předpověď je uskutečněna pomocí NLO poruchové kvantové chromodynamiky. K tomuto účelu jsou využity programy NLOJET++ (v 4.1.3) a APPLGGRID s PDF sadami importovanými v knihovnách LHA-PDF (v5.9.1). V této práci je dále diskutována závislost teoretické předpovědi na volbách vstupních parametrů. Tyto parametry jsou následující: parametr  $R$  jetového algoritmu, volba renormalizační  $\mu_R$  a faktorizační  $\mu_F$  škála, PDF sady a hodnota vazebného parametru  $\alpha_S$ . Zároveň je provedeno srovnání mezi chybou teoretické předpovědí experimentu ATLAS při energiích  $\sqrt{s} = 2,76$ ,  $7$  a  $8$  TeV.

*Klíčová slova:* QCD, jety, jetové algoritmy, inkluzivní jetový účinný průřez, chyba teoretické předpovědi

*Title:*

**High pT jet production in hadron hadron collisions**

*Author:* Lukáš Marek

*Abstract:* This thesis deals with high pT jet production in hadron-hadron collisions and focuses primarily on uncertainty of the inclusive differential jet cross section. The data are obtained from the measurement recorded by the ATLAS experiment during the deep inelastic scattering of two protons with the center of mass energy  $\sqrt{s} = 13$  TeV. The jets are reconstructed by the anti- $k_t$  jet algorithm with radius parameter  $R = 0.6$  and  $0.4$ . Theoretical prediction is based on next-to-leading perturbative Quantum Chromodynamics. For this purpose the program NLOJET++ (v4.1.3) and the software APPLGGRID are used with the PDF sets provided by the LHAPDF (v5.9.1) library. Dependency of the theoretical prediction on input parameters are discussed. These parameters are considered: the radius parameter  $R$  of the jet algorithm, the choice of renormalisation  $\mu_R$  and factorisation  $\mu_F$  scales, the PDF sets and the value of coupling constant  $\alpha_S$ . Simultaneously comparison with uncertainty of theoretical prediction of experiment ATLAS is made at energies  $\sqrt{s} = 2, 76, 7$  and  $8$  TeV.

*Keywords:* QCD, jets, jet algorithm, inclusive differential jet cross section, uncertainty of theoretical prediction

## **Acknowledgement**

I would like to express my gratitude to all of them who supported me, especially to my future beloved wife and to my supervisor Zdeněk Hubáček for their patience, willingness and understanding.

# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>10</b>
<b>1 Kvantová chromodynamika</b>	<b>11</b>
1.1 Úvod . . . . .	11
1.2 Symetrie ve fyzice . . . . .	14
1.3 Vlastnosti QCD . . . . .	16
1.3.1 Lagrangián QED . . . . .	17
1.3.2 Lagrangián QCD . . . . .	19
1.3.3 Poruchová QCD a vazebný parametr . . . . .	22
1.3.4 Partonové distribuční funkce . . . . .	25
<b>2 Fyzika jetů</b>	<b>30</b>
2.1 Úvod . . . . .	30
2.2 Produkce jetů v hadronových srážkách . . . . .	31
2.3 Jetové algoritmy . . . . .	32
2.3.1 Vlastnosti ideálního algoritmu . . . . .	32
2.3.2 Kuželové algoritmy . . . . .	35
2.3.3 Klastrovací sekvenční algoritmy . . . . .	36
<b>3 Měření jetů v hadronových srážkách</b>	<b>39</b>
3.1 Urychlovač SpS . . . . .	39
3.1.1 UA1 . . . . .	40
3.1.2 UA2 . . . . .	40
3.2 Urychlovač Tevatron . . . . .	43
3.2.1 DZero . . . . .	43
3.2.2 CDF . . . . .	44
3.3 Urychlovač LHC . . . . .	50
3.3.1 ATLAS . . . . .	50
3.3.2 CMS . . . . .	59
3.4 Ostatní urychlovače a experimenty . . . . .	60
<b>4 Teoretická předpověď produkce jetů</b>	<b>65</b>
4.1 Závislosti teoretické předpovědi . . . . .	66
4.2 Porovnání s experimentem ATLAS . . . . .	79
<b>5 Závěr</b>	<b>84</b>
<b>Literatura</b>	<b>85</b>

# Úvod

Úkolem této práce je seznámit se se základy problematiky fyziky jetů, a to především co se týče hadron-hadronových srážek. Z tohoto důvodu pojednávají úvodní kapitoly o základních teoretických principech, které jsou svázány s touto tématikou. Je to především Standardní model popisující teoretickou část čisticové fyziky, v rámci tohoto modelu se pak práce zaměřuje na kvantovou chromodynamiku (QCD). Tato volba je přirozená vzhledem k tomu, že hlavní interakcí působící během hluboce nepružných rozptylů hadronů je především interakce silná. Z hlediska QCD je v kapitole 1 zmíněn její Lagrangian včetně základních principů jeho odvození, který je postaven do kontrastu s Lagrangianem kvantové elektrodynamiky (QED). Jsou zde ukázány důsledky rozdílností obou teoretických konceptů, a to především neábelovskost QCD a ábelovskost QED. V rámci QCD jsou dále zmíněny její hlavní aspekty, jako například vazebný parametr  $\alpha_S$ , poruchová QCD a partonová distribuční funkce (PDF). Následující kapitola 2 se nejprve zaměří na vznik jetových událostí během kolizí hadronů. Následně budou popsány základní jetové algoritmy včetně specifikace vlastností ideálního jetového algoritmu. Dále bude provedeno rozdělení na sekvenční klastrovací a kuželové algoritmy a představení některých jejich typů, jako je například (v této práci využitý) anti- $k_t$  algoritmus.

Další kapitola 3 bude pojednávat o dosavadních měřeních na hadronových urychlovačích SpS, Tevatron a LHC. Z těchto urychlovačů jsou vybrány experimenty: UA1 a UA2 na SpS, DZero a CDF na Tevatron a ATLAS a CMS na LHC. V jejím závěru budou ještě zmíněny další důležité urychlovače a experimenty, které se svou činností týkají hadronových srážek.

Praktická část (viz kapitola 4) se především zaměřuje na teoretickou předpověď dvojitého diferenciálního inkluzivního jetového účinného průřezu (IJCS) jako funkci příčné hybnosti jetů  $p_T$  a rapidity  $y$  při těžišťové energii  $\sqrt{s} = 13$  TeV v proton-protonových srážkách. Bude zde provedeno porovnání s měřením na experimentu ATLAS a rozbrány závislosti na různých vstupních parametrech, jako jsou například PDF parametrizace nebo renormalizační a faktorizační škály.

# Kapitola 1

## Kvantová chromodynamika

### 1.1 Úvod

Úkolem této kapitoly je nastínit základní „zoologii“ částicové fyziky a některé její obecné zákonitosti, včetně matematického popisu.

Odpověď na otázku, jak teoreticky (matematicicky) popsat částicovou fyziku, je standardní model (SM). Jedná se o kvantovou kalibrační polní teorii popisující silnou, slabou a elektromagnetickou interakci mezi základními konstituenty hmoty, fermiony. SM je založen na kalibračních grupách symetrií

$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , kde  $SU(3)$  je kalibrační grupa symetrií barev náležící silné interakci mezi barevnými kvarky a gluony,  $SU(2)$  představuje kalibrační grupu symetrií pro slabou interakci působící mezi fermiony a  $U(1)$  je kalibrační grupa elektromagnetické interakce mezi částicemi se slabým hypernábojem<sup>1</sup> [1]. Tyto jednotlivé interakce včetně interakce gravitační (ta není ve SM obsažena) a jejich další vlastnosti jsou znázorněny v tabulce 1.1.

Obecně můžeme rozdělit elementární částice (případně částice z nich složené) vesmíru do několika kategorií:

- **kalibrační bosony a Higgsův boson** (foton  $\gamma$ , gluony  $g_i$ , intermediální bosony  $W^\pm, Z$  a Higgsův boson  $H$ ),
- **kvarky** (např. u-kvark  $u$ , d-kvark  $d$ , s-kvark  $s$ ),
- **leptony** (např. elektron  $e^-$ , muon  $\mu$ , tau lepton  $\tau$ ),
- **baryony** (např. proton  $p$ , neutron  $n$ , delta baryon  $\Delta$ ),
- **mesony** (např. pion  $\pi$ , kaon  $K$ , J/psí  $J/\psi$ ).

Jak již bylo řečeno, mezi základní stavební částice patří fermiony s poloúelným spinem, což mezi ně zařazuje leptony a kvarky (jejich základní vlastnosti lze nalézt v tabulkách 1.3 a 1.2). Stále se na fermiony pohlíží jako na částice bez další struktury (tedy částice bodové), avšak již v roce 1974 byl uveden fyzikální model, který předpokládal, že jsou leptony (kvarky) kompozitní částice skládající se z tzv. preonů [2]. V současné době je známo více modelů, které popisují leptony (kvarky) jako částice

<sup>1</sup>Hypernáboj  $Y$  je poté spjatý s elektrickým nábojem  $Q$  pomocí vztahu:  $Q = I_3 + 1/2Y$ , kde  $I_3$  je třetí složka slabého izospinu. Slaby izospin je zachovávající se veličinou slabé grupy  $SU(2)$ .

Interakce	Kalibrační kvantum	$M$ [GeV/c <sup>2</sup> ]	$S$ [ $\hbar$ ]	$r$ [fm]
Elektromagnetická	$\gamma$ (foton)	0	1	$\infty$
Slabá	$W^\pm, Z$ (intermediální bosony)	80,4 a 91,2	1	$10^{-18}$
Silná	$g_i, i = 1, \dots, 8$ (gluony)	0	1	$< 10^{-15}$
Gravitační	$G$ (Graviton)	0	2	$\infty$

Tabulka 1.1: Základní interakce s uvedenými základními vlastnostmi:  $M$  klidová hmotnost kal. kvanta,  $S$  spin kal. kvanta a  $r$  dosah interakce (data jsou převzata z [1]).

složené z dílčích celků (rishonů, helonů), avšak dosavadní experimenty tyto hypotézy stále nepotvrdily (především kvůli technologickým nedostatkům současných urychlovačů) [3]. Hlavní rozdíl mezi těmito dvěma skupinami častic je především v jejich interakci. Zatímco leptony interagují pouze slabou interakcí, kvarky mají tu možnost působit i silnou interakcí. Pokud jsou fermiony elektricky nabité, působí i elektromagnetickou interakcí. Kvůli poločíselnému spinu fermionů jsou popsány Fermi-Diracovou statistikou, proto se řídí Pauliho vylučovacím principem (v daném systému nemohou existovat dvě částice v téžme kvantovém stavu).

Leptony	$Q$ [1/e]	$M$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$t$	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$
<b>1. generace</b> e <sup>-</sup> (elektron) $\nu_e$ (el. neutrino)	-1	0,51	[yr] $> 4,6 \cdot 10^{26}$	1	0	0
	0	-	-	1	0	0
<b>2. generace</b> $\mu$ (muon) $\nu_\mu$ (m. neutrino)	-1	105,66	[s] $2,16 \cdot 10^{-6}$	0	1	0
	0	-	-	0	1	0
<b>3. generace</b> $\tau$ (tauon) $\nu_\tau$ (t. neutrino)	-1	$1776,82 \pm 0,16$	[s] $(290,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-15}$	0	0	1
	0	-	-	0	0	1

Tabulka 1.2: Tři generace leptonů, kde  $Q$  je elektrický náboj (v jednotkách elementárního náboje  $e$ ),  $M$  je klidová hmotnost (pro neutrina nejsou známy přesné hodnoty, ale je jisté, že jsou nenulové),  $t$  je střední doba života (pro neutrina nejsou známy přesné hodnoty a jsou považovány za stabilní),  $L_e$  je elektronové číslo,  $L_\mu$  je mionové číslo a  $L_\tau$  je tauonové číslo (data převzata z [1]).

Pro izolované fermiony platí, že jsou řešením Diracovy rovnice (1.3) (případně jim náleží Diracův Lagrangeán (1.2)), přesněji řečeno, tato rovnice má řešení s kladnými

i zápornými energiami (ke každé kladné energii existuje i záporná energie). Moderní interpretace tohoto řešení byla učiněna fyziky E. Stueckelbergem a R. Feynmanem (ve 40. letech 20. století): částice, jimž náleží záporná energie, jsou nazvány antičástice (mají též např. opačný náboj, ale stejnou hmotu a spin) [4]. Jednotlivé názvy antičastic (pro leptony antileptony) jsou: pro elektron  $e^-$  pozitron  $e^+$ , pro muon  $\mu$  antimuon  $\mu^+$ , pro tauon  $\tau$  antitauon  $\bar{\tau}$ , pro  $u$  up-kvark  $\bar{u}$  antiup-kvark atd.<sup>2</sup>. Pro leptony a antileptony platí, že mohou být vytvořeny nebo anihilovány (zničeny) pouze v páru (např. proces anihilace elektron-pozitron:  $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ ).

V tabulkách 1.3 a 1.2 lze vidět, že jednotlivé kvarky a leptony tvoří páry, které se nazývají generace (případně rodiny). Pro leptony je tento pár vždy tvořen určitou částicí a k ní náležícím neutrinem (mají velmi malé hmotnosti, které stále nejsou přesně experimentálně zjištěny). Každému tomuto páru lze přiřadit kvantové číslo: elektronové  $L_e$ , muonové  $L_\mu$  a tauonové  $L_\tau$  (rovny jedné pro částice z generace, pro antileptony rovný minus jedné a pro všechny ostatní jsou nulové). Tato kvantová čísla jsou pro všechny interakce zachována (nezachovávají se individuálně, což je důsledkem hmotnosti neutrín). Jedním z podstatných rozdílů mezi generacemi je hmotnost častic (mezi generacemi dochází k velikým hmotnostním skokům).

Kvarky a především kvark-partonový model budou zmíněny později, v kapitole 1.3 o vlastnostech QCD a v podkapitole 1.3.4 o partonových distribučních funkích.

Kvarky	$Q$ [1/e]	$M$	$I$	$I_3$	$S$	$C$	$B$	$T$
<b>1. generace</b>		[MeV/c <sup>2</sup> ]						
u (up)	+2/3	2,3 <sup>+0,7</sup> <sub>-0,5</sub>	1/2	+1/2	0	0	0	0
d (down)	-1/3	4,8 <sup>+0,5</sup> <sub>-0,3</sub>	1/2	-1/2	0	0	0	0
<b>2. generace</b>		[MeV/c <sup>2</sup> ]						
s (strange)	-1/3	90 ± 5	0	0	-1	0	0	0
d (charm)	+2/3	1275 ± 25	0	0	0	+1	0	0
<b>3. generace</b>		[GeV/c <sup>2</sup> ]						
b (bottom)	-1/3	4,18 ± 0,03	0	0	0	0	-1	0
t (top)	+2/3	173,21 ± 0,51	0	0	0	0	0	+1

Tabulka 1.3: Tři generace kvarků s uvedenými elektrickými náboji  $Q$  (v jednotkách elementárního náboje  $e$ ), klidovou hmotou  $M$ , izospinem  $I$ , třetí složkou izospinu  $I_3$ , podivností  $S$ , půvabem  $C$ , bottom  $B$  a top  $T$  (data jsou převzata z [1]).

Dalšími základními česticemi jsou bosony, které fungují jako kvanta kalibračních polí a generují symetrie, kterým odpovídají kalibrační grupy symetrií daných interakcí. Všechny bosony mají celočíselný spin, což je řadí mezi částice řídící se Bose-Einsteinovou statistikou. Na rozdíl od fermionů se neřídí Pauliho vylučovacím principem. Patří mezi ně 8 gluonů pro  $SU(3)$  (silnou interakci), foton a bosony  $W^\pm, Z$  pro  $SU(2) \times U(1)$  (elektroslabou interakci). Dodatečným členem je Higgsův boson, který interakcí svého pole s polí jiných častic zapříčinuje jejich hmotnosti (je důvodem, proč pro sjednocenou elektroslabou interakci mají intermediální bosony  $W^\pm, Z$  vysokou

<sup>2</sup>Název antičastic se většinou tvoří přidáním předpony anti před původní název částice.

hmotnost oproti nehmotnému fotonu  $\gamma$ .

Baryony i mesony jsou kompozitní částice, které se skládají z kvarků a antikvarků (samořejmě mezi jednotlivými kvarky působí silná interakce pomocí gluonů). Přesněji řečeno, baryony jsou složeny ze tří kvarků a mesony z jednoho kvarku a jednoho antikvarku. Dohromady je nazýváme hadrony. Dnes je známo mnoho těchto částic a jeden z prvních pokusů o jejich katalogizaci byl učiněn v roce 1964 fyzikem

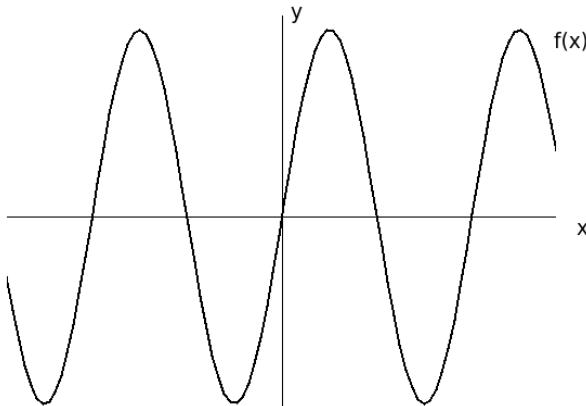
M. Gell-Mannem pomocí tzv. kvarkového modelu (ve stejném roce se totéž podařilo i fyziku S. Zweigovi). Tento model je založen na principu částečné symetrie silné interakce vůči jednotlivým vůněm kvarků (jedná se pouze o částečnou symetrii z důvodu rozdílných klidových hmot jednotlivých kvarků, viz tabulku 1.3). Seznam objevených hadronů lze např. najít v literatuře [1] a jednotlivé geometrické konstrukce např. v [5]. Jedna z velkých nevýhod kvarkového modelu je jev zvaný kvarkové uvěznění, který způsobuje, že ani kvarky ani gluony nemohou za běžných podmínek být pozorovány jako samostatné částice. Z toho plyne, že nemohl být proveden přímý důkaz (pozorování) jejich existence a jejich důkaz byl později proveden právě pomocí jetů. O kvarkovém uvěznění budeme podrobněji hovořit v kapitole 1.3 o vlastnostech QCD. SM však není plně dostačujícím teoretickým modelem čisticové fyziky. Selhává v popisu některých fyzikálních jevů a musí mu být dáno mnoho vstupních parametrů.

- **Absence gravitační interakce:** Ve SM není zahrnuta gravitační interakce. Tu sice lze díky zanedbatelné relativní síle oproti ostatním interakcím zanedbat, ale lze ukázat, že pro vyšší energie již má roli nezanedbatelnou a je s ní potřeba počítat (jedna z teorií pokoušející se zahrnout mezi tyto tři interakce i gravitační interakci se nazývá „Grand Unified Theory“).
- **Převaha hmoty nad antihmotou:** Z SM modelu vyplývá, že při zrodu vesmíru muselo vzniknout stejně množství častic i antičastic. Ovšem nyní je v naší pozorovatelné části vesmíru daleko více častic než antičastic.
- **Kalibrační grupa SM:** Kalibrační grupa SM je složena ze tří kalibračních grup symetrií jednotlivých interakcí:  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ . (Je otázkou, proč zrovna tento druh kalibračních symetrií vyhovuje vesmíru?) Tato grupa obsahuje 13 generátorů náležejících jednotlivým kalibračním kvantům interakcí (bude ukázáno později), proč by však neměla k popisu sloužit jiná grupa např.  $SU(5)$  s 15 generátory? Tuto otázkou se snaží řešit tzv. „Grand Unified Theory“.
- **Počet vstupních parametrů:** SM samotný obsahuje velký počet vstupních parametrů, které mu musí být zadány, a které on sám tudíž není schopen vysvětlit. Jejich celkový počet závisí na tom, jestli uvažujeme SM, který předpokládá nehmotná neutrina, nebo ten, který je má hmotná. V prvním případě je to 19 parametrů obsahujících např. hmoty kvarků, hmoty leptonů aj. Druhý případ vede ke zvýšení počtu vstupních parametrů na 26, pocházejících z hmot neutrín a parametrů popisujících jejich mixování.

Výše uvedené problémy představují pouze některé z řady otázek, na které nám SM nedává odpověď (další informace v literatuře [6]). Plyne z nich, že je pro podrobnější popis čisticové fyziky potřeba další rozšiřující teorie, nebo teorie zcela jiná, která bude schopna tyto nedostatky pokrýt.

## 1.2 Symetrie ve fyzice

Tato kapitola bude krátce pojednávat o pojmu symetrie a jeho spojitosti s QCD (s historickým úvodem do této problematiky). V předchozím textu bylo řečeno, že SM

Obrázek 1.1: Lichá funkce  $f(x)$ .

je kvantová kalibrační teorie (přesněji lokální kalibrační teorie) s učitou grupou symetrií. Již z této části definice lze vidět, že symetrie hrají ve SM podstatnou roli a mají svůj význam na poli částicové fyziky. Jaká je tedy přesně tato role a co bychom měli nazývat symetriemi?

Symetrii lze definovat jako invariantnost objektu během určité transformace [7]. Pod objektem si můžeme představit například předmět z našeho okolí nebo matematickou rovnici, a transformací potom může být pootočení o určitý úhel nebo, pro rovnici, určitá abstraktní operace. Lze ji jednoduše demonstrovat na následujícím příkladu. Nechť máme danou funkci  $f(x)$  od proměnné  $x$  (viz obrázek 1.1, kde tato funkce je  $\sin(x)$ ). Již pohledem na obrázek je vidět, že tato funkce je lichá, což znamená, že vykazuje symetrii vůči operaci, která zahrnuje rotaci kolem osy x a y o  $\pi$  radiánů neboli  $f(x) = f(-x)$ . Co nám plyne z tohoto faktu? Například poznatek, že integrál této funkce přes symetrický interval je nulový, což jsme mohli dedukovat bez explicitní znalosti předpisu funkce. Tato znalost je při výpočtech integrálů lichých funkcí velmi užitečná a šetří výpočetní čas.

Předchozí příklad nám ilustroval pojem symetrie s jedním z několika možných důsledků plynoucích pro funkci  $f(x)$ . Jak podstatné následky může mít invariance nějakého systému vůči jistým transformacím, si ukážeme na několika historických příkladech. Jako historicky první si uvedeme Jacobiho metodu, která se využívá při řešení Hamiltonových rovnic. Její princip spočívá v hledání kanonických transformací (přesněji jejich vytvářejících funkcí), které ponechávají Hamiltonovy rovnice invariantní. S jejich pomocí můžeme daleko snáze řešit pohybové rovnice. Tento způsob, který Jacobi zvolil, poukázal na to, jakým způsobem lze efektivně řešit dynamické problémy fyzikálních systémů: pomocí jejich vlastností vzhledem k transformacím (přesněji vůči transformacím, které je ponechávají invariantní). Tento fakt vedl k rozšíření zájmu o zkoumání teorií podle jejich symetrií. Dalším důkazem důležitosti symetrií ve fyzice bylo uveřejnění teoremu matematické E. Noetherové v roce 1918, tzv.

teorému Noetherové [8]. Tento teorém se stal účinným mechanizmem k určování tzv. integrálů pohybu (zachovávajících se veličin) a z nich plynoucích zákonů zachování. Jedna z možných interpretací vypadá následovně:

*Je-li daný fyzikální systém symetrický vůči nějaké Lieové grupě o N spojitéch parametrech, pak tento systém vykazuje zachování N012 nezávislých fyzikálních veličin.*

Nejznámější důsledky tohoto teorému jsou časoprostorové symetrie a z nich vycházející zákony zachování:

- homogenita prostoru (invariance vůči posunutí)  $\Leftrightarrow$  zachování hybnosti,
- izotropie prostoru (invariance vůči rotaci)  $\Leftrightarrow$  zachování momentu hybnosti,
- homogenita času (invariance vůči posunu času)  $\Leftrightarrow$  zachování energie.

Jak bylo zmíněno v interpretaci teorému Noetherové a v definici SM, symetrie jsou spojeny s určitým matematickým objektem, který nazýváme grupa. Co jsou tedy grupy, případně grupová teorie? Grupa je dvojice složená z množiny a operace definované na této množině, kde tato operace musí splňovat dodatečné podmínky. Jedná se o velmi účinný matematický mechanismus sloužící například pro popis symetrií. Spojitost mezi grupou a symetrií je následující: jednotlivé transformace (např. translace), vůči kterým by byl případný objekt invariantní, by tvořily množinu s definovanou operací (tato operace je většinou operací skládání transformací a splňuje společně s množinou předpoklady pro grupu), a tudíž dohromady utváří grupu.

Pokud se bavíme o tom, že se SM je spojena určitá grupa kalibračních symetrií, pak máme na mysli, že Lagrangián (Lagrangián SM můžeme nalézt např. ve zdroji [9]), který náleží SM, je invariantní vůči jednotlivým prvkům grupy, kalibračním transformacím. Na důsledky, které plynou z invariantnosti Lagrangiánu QCD (část celkového Lagrangiánu SM) vůči lokálním kalibračním transformacím a vlastnostech QCD, se podíváme v následující kapitole.

### 1.3 Vlastnosti QCD

Tato kapitola se bude zabývat základními vlastnostmi teorie popisující silnou interakci kvantovou chromodynamikou (QCD). Jedná se o kalibrační neabelovskou polní teorii popisující interakci mezi barevnými objekty [1]. V jednotlivých podkapitolách rozbereme významné fenomény této teorie: neabelovskost QCD, asymptotickou volnost, barevné uvěznění, poruchovou QCD (pQCD) a kvark-partonový model.

Jak již bylo zmíněno výše, hadrony jsou kompozitní částice složené z kvarků a antikvarků. Než však byla tato skutečnost známa, podařilo se v roce 1961 fyzikům M. Gell-Mannovi a Y. Ne'emanovi popsat hadrony pomocí symetrie založené na grupě  $SU(3)$  (hadrony zde byly popisovány jako reprezentace této grupy)[10]. Pomocí tohoto principu předpověděl Gell-Mann do té doby neobjevený baryon  $\Omega^-$  (včetně jeho hmotnosti, doby života a způsobu produkce)[4]. Přestože tento model dokázal popisovat v té době již známé hadrony a umožnil předpovědět existenci dalšího baryonu, bylo otázkou, proč nedochází k pozorování základní reprezentace grupy  $SU(3)$ , která se skládala z častic s poločíselným nábojem i spinem (základní triplet). Na to reagoval v roce 1964 M. Gell-Mann a nezávisle na něm S. Zweig s teorií, jež uvažovala, že hadron je vázaným stavem tohoto tripletu. Jedná se tedy o kompozitní částici a jednotlivé konstituenty byly pojmenovány kvarky.

Jedním z míst, kde docházelo k experimentálnímu ověřování tohoto faktu, bylo americké výzkumné centrum SLAC. Zde na počátku 70. let došlo ke zjištění (při hlu-

boce neelastických rozptylech<sup>3</sup> elektronů na protonech), že proton se musí skládat z menších částí: partonů.<sup>4</sup> (v roce 1968 R. Feynman)[11]. V první polovině 70. let se nakonec dospělo ke zjištění, že část partonů lze ztotožnit s kvarky. Zároveň se ukázalo, že kvarky nenesou celou hybnost protonu, ale pouze jeho část (méně než polovinu), což nakonec vedlo k zavedení gluonu, jakožto dalšího partonu. Celkově je tento model nazýván kvark-partonovým modelem (viz podkapitola 1.3.4)[12].

Problémem této teorie se ukázala být přítomnost tří fermionů ve stejném kvantovém stavu (mají zároveň stejně orientované projekce spinů) v rámci baryonu  $\Omega^-$  (vázaný stav  $3 s$  kvarků), což bylo očividně v rozporu s Pauliho vylučovacím principem. Jí-nak řečeno, pro tento stav platilo, že v této podobě je jeho vlnová funkce symetrická, přestože by měla být vůči záměně dvou kvarků asymetrická. Tento problém byl vyřešen v roce 1971 fyziky H. Fritzschem a M. Gell-Mannem pomocí zavedení nového kvantového čísla, barvy. Hadron by se měl po tomto zavedení chovat jako barevný singlet v rámci  $SU(3)$  symetrie barev (jedná se o přesnou symetrii), a měl by být tudíž „bezbarvý“ (každý z kvarků nese jinou barvu). Experimentálně byl tento fakt potvrzen při zkoumání elektron-positronové anhilace. Při tomto procesu mohou vznikat páry mion  $\mu$  a antimion  $\mu^+$  nebo kvark  $q$  a antikvark  $\bar{q}$ , kde kvark antikvark pár následně hadronizuje (vytvorí hadron). Tyto dva děje probíhají s různými účinnými průřezy  $\sigma_{ee^+ \rightarrow q\bar{q}}$  a  $\sigma_{ee^+ \rightarrow \mu\mu^+}$ . Během tohoto experimentu byl měřen poměr  $R$  mezi těmito veličinami (poměr mezi produkci mionů nebo hadronů), pro nějž platí:

$$R = \frac{\sigma_{ee^+ \rightarrow q\bar{q}}}{\sigma_{ee^+ \rightarrow \mu\mu^+}} = \sum_q \left( \frac{Q_q}{e} \right) N_C, \quad (1.1)$$

kde  $Q_q$  je náboj jednotlivých kvarků, které se mohou podílet na tvorbě hadronů (energeticky možných je pouze pět kvarků bez t-kvarku) a  $N_C$  je počet barevných nábojů. Jestliže dosadíme hodnoty nábojů z tabulky 1.3 bez uvažování barevného náboje ( $N_C = 1$ ), obdržíme výsledek:  $R = \frac{11}{9}$ , avšak ten je v rozporu se získanými daty. Zatímco při započítání barevného náboje ( $N_c = 3$ ), vychází:  $R = \frac{33}{9}$ , a to je již ve shodě s experimentem.

V průběhu 80. let 20. století docházelo k dalším objevům (pozorování jetových udalostí, objev gluonu, publikování článku o asymptotické volnosti) a teorie popisující silnou interakci začala být interpretována pomocí lokálně kalibrační grupy  $SU(3)$  (nazvána QCD, kvantovou chromodynamikou) jako polní teorie silné interakce. Těžko se určuje, komu přesně připsat prvenství ve formulaci QCD, ale můžeme říci, že mezi hlavní osobnosti podepsané pod její vznik se řadí fyzici D. Gross, F. Wilczek, D. Politzer, H. Fritzsch, M. Gell-Mann a H. Leutwaler (samotný název chromodynamika a gluon pochází od M. Gell-Manna)[12].

### 1.3.1 Lagrangián QED

Dříve než se pokusíme zkonstruovat Lagrangián QCD, odvodíme vztah pro Lagrangián QED (kvantovou elektrodynamiku, která popisuje elektromagnetickou interakci) kvůli jistým analogiím mezi těmito teoriemi, které nám budou následně ozřejmovat některé jejich vlastnosti (abelovská a neabelovská teorie). Při jeho rekonstruování začneme

<sup>3</sup>Většinou je použita pro tyto procesy zkratka DIS z ang. výrazu „deep inelastic scattering“.

<sup>4</sup>Podle jejich jména byl odvozen název partonový model. Jeho základní koncept spočívá v rozptyle elektronů na jednotlivých bodových částech protonu (na partonech) při vysokých předaných hybnostech.

s Diracovým Lagrangijánem  $\mathcal{L}_{free}^{fermion}$  fermionového pole  $\psi(x)$  (též zvaný Diracův spinor) s hmotností  $m$ , kde  $x$  je časoprostorová proměnná (ekvivalentní značení  $x$  a  $x^\mu$ ). Tento Lagrangiján má podobu:

$$\mathcal{L}_{free}^{fermion} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x), \quad (1.2)$$

kde  $\gamma^\mu$  jsou Diracovy matice a  $\partial_\mu$  je časoprostorová derivace (je zde dodrženo Einsteinovo sumační pravidlo přes index  $\mu$ ). Lze nahlédnout, že tento Lagrangiján generuje Diracovu rovnici (ve smyslu Euler-Lagrangovy rovnice [13]):

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0. \quad (1.3)$$

Jak již bylo zmíněno výše, QED je lokální kalibrační teorie, což v důsledku znamená, že její Lagrangiján je invariantní vůči lokální kalibrační transformaci:

$$\psi' \equiv \exp(i\alpha(x))\psi(x) = K\psi(x), \quad (1.4)$$

kde  $\alpha(x)$  je reálná funkce časoprostorové proměnné  $x$ . Lokálnost transformací je vyjádřením právě této závislosti parametru  $\alpha$  na proměnné  $x$ . Lze definovat i transformaci, jež není závislá na proměnné  $x$  (má stejnou podobu) a je obecně nazývána kalibračně globální (z historických důvodů je nazývána kalibrační, ale z fyzikálního pohledu by více odpovídalo název fázová), kde výše uvedený vztah pro  $\mathcal{L}_{free}^{fermion}$  je jejím invariantem. Pokud budeme požadovat, aby Lagrangiján nějakého systému byl invariantní vůči kalibrační transformaci, tak z této podmínky bude plynout určitá degenerace systému (transformovaná funkce  $\psi(x)$  bude stále popisovat stejnou realizaci systému).

Dohromady tvoří tyto lokální kalibrační transformace  $K$  grupu  $U(1)$  (tato grupa se skládá z  $1 \times 1$  unitárních matic). Jedná se o grupu abelovskou, což bude mít podstatné důsledky na chování celé teorie, jak již bylo zmíněno výše.

Pokud použijeme tuto lokální transformaci na Lagrangiján  $\mathcal{L}_{free}^{fermion}$ , zjistíme, že není vůči ní invariantní, a to z důvodu dodatečného (podtrženého) člena vzniklého po derivaci:

$$\partial_\mu(\psi(x))' = \partial_\mu(e^{i\alpha(x)}\psi(x)) = e^{i\alpha(x)}(\partial_\mu\psi(x) + i\psi(x)\partial_\mu\alpha(x)) \quad (1.5)$$

Jedním z možných způsobů, jak jej učinit invariantní, je zavést místo klasické derivace  $\partial_\mu$  tzv. kovariantní derivaci  $D_\mu$ , která se pro aplikaci transformace bude chovat následovně:

$$(D_\mu\psi)' = K(D_\mu\psi) \Rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu - ieA_\mu(x), \quad (1.6)$$

kde  $A_\mu$  nazýváme kalibračním polem a  $e$  je kladná reálná konstanta. Lze vidět, že se derivace transformuje stejně jako samotná funkce  $\psi$ . Kovariantní derivace se skládá ze dvou členů, jež mají vztah k určité infinitezimální transformaci: první je výsledkem infinitezimální změny časoprostorové souřadnice (jedná se o klasickou derivaci), druhý je výsledkem infinitesimální kalibrační transformace závislé na poli  $A_\mu(x)$  (dodatečný kompenzační člen). Podrobnějším rozpisem (1.6)

$$(D_\mu\psi)' = \exp(i\alpha)D_\mu\psi = e^{i\alpha}(\partial_\mu\psi + i\partial_\mu\alpha\psi - igA'_\mu\psi), \quad (1.7)$$

získáváme předpis pro transformaci pole  $A_\mu(x)$ :

$$A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e} \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x_\mu}, \quad (1.8)$$

ze kterého je očividné, že tato pole se netransformují kovariantně. Nyní využijeme fakt, že aplikací  $D_\mu$  na funkci  $\psi$  (která se transformuje kovariantně) vždy získáme kovariantní funkci (i opakovánou aplikací), a necháme působit komutátor těchto derivací na

funkci  $\psi$ :

$$[D_\mu, D_\nu] = D_\mu(D_\nu \psi) - D_\nu(D_\mu \psi) = -ie[\partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu] = -ieF_{\mu\nu}\psi, \quad (1.9)$$

kde, jak již bylo zmíněno, se levá strana transformuje kovariantně, a stejně tak i funkce  $\psi$  na pravé straně. Z toho vyplývá, že i nově zavedený tenzor  $F^{\mu\nu}$  má stejnou vlastnost. Jedná se pouze o funkci polí  $A_\mu$ , a tudiž je i kalibračně invariantní. Většinou je nazýván polním tenzorem. Jeho přesná podoba (v nezkráceném zápisu) je následující:

$$F^{\mu\nu}(x) = \frac{\partial A^\nu(x)}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A^\mu(x)}{\partial x_\nu}, \quad (1.10)$$

S pomocí těchto tenzorů již můžeme sestavit i výsledný Lagrangián polí  $A_\mu(x)$  (splňující více požadavků než kalibrační invarianci, jako například Lorentzovskou invarianci), který má tvar:

$$\mathcal{L}^{gauge} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}(x)F_{\mu\nu}(x). \quad (1.11)$$

K tomuto Lagrangiánu by mohl být dodán ještě (hmotnostní) člen  $\frac{1}{2}M^2A_\mu(x)A^\mu(x)$ , který by odpovídal případu, kdy je pole  $A_\mu(x)$  hmotné (s hmotností  $M$ ). Tento dodatečný člen však již není kalibračně invariantní, z čehož plyne, že výsledná pole musí být nehmotná. Důsledkem tohoto faktu je, že pro hmotné bosony musí existovat jiný způsob generování jejich hmoty, a to skrze spontánní narušení symetrie.

Výsledkem celého tohoto procesu je poté kombinace původního  $\mathcal{L}_{free}^{fermion}$ ,  $\mathcal{L}^{gauge}$  a kovariantní derivace (resp. její substituce za normální parciální derivaci, přičemž tato akce je často nazývána minimální substitucí [13]). Tato kombinace dohromady tvoří celkový Lagrangián QED:

$$\mathcal{L}^{QED} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu + m)\psi(x) + e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)A_\mu(x) - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}(x)F_{\mu\nu}(x). \quad (1.12)$$

Nyní se dostáváme k jasnému důsledku podmínky invariance Lagrangiánu vůči kalibračním transformacím. Tím je vzájemná interakce mezi fermionovým polem a novým kalibračním polem (lze ji vidět v druhém členu  $\mathcal{L}^{QED}$ ), kde právě toto pole představuje kalibrační boson se spinem 1 neboli, v případě QED, foton. O dalších členech výrazu (10) bude diskutováno později ve spojitosti s QCD.

### 1.3.2 Lagrangián QCD

Pro případ QCD je postup velmi podobný, opět využijeme Lagrangián volného fermionu. Naše úvahy jsou prováděny pro teorii popisující silnou interakci mezi barevnými objekty, z čehož vyplývá, že i pole volného fermionu  $\psi(x)$  musí být z prostoru zahrnujícího barevný náboj:

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_r(x) \\ \psi_g(x) \\ \psi_b(x) \end{pmatrix}, \quad (1.13)$$

kde jednotlivé složky tohoto vektoru  $\psi_{r/g/b}(x)$  jsou stálé čtyřkomponentní vektory (provedli jsme pouze zavedení nového kvantového čísla, barevného náboje). Opět budeme požadovat invariantnost Lagrangiánu QCD vůči lokální kalibrační transformaci, která má v tomto případě podobu:

$$\psi'(x) \equiv \exp(i\alpha_a(x)T_a)\psi(x) = U\psi(x), \quad a = 1, \dots, 8, \quad (1.14)$$

kde  $\alpha_a(x)$  jsou reálné nezávislé funkce a  $T_a$  jsou generátory transformace. Tyto generátory mohou být zvoleny mnoha způsoby, ale nejčastěji se můžeme setkat s podobou zavedenou M. Gell-Mannem [5]:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},\end{aligned}\quad (1.15)$$

kde samotné generátory jsou zavedeny přes vztah:  $T_a \equiv \frac{1}{2} \lambda_a$  (faktor  $\frac{1}{2}$  je zaveden kvůli Pauliho maticím, které lze vidět v prvních třech  $\lambda_a$ , přesněji v jejich submaticích). Lze nahlédnout, že dohromady tvorí Lieovu algebru s definovanou binární operací splňující Jacobiho identitu a antisymetričnost. Obvykle je tato operace nazývána komutátorem. Pro jednotlivé prvky této algebry platí:

$$[T^a, T^b] = if_{abc}T^c,\quad (1.16)$$

kde  $f_{abc}$  jsou reálná čísla a nazývají se strukturními konstantami (jsou antisymetrické vůči záměně indexů). Samotné hodnoty strukturních konstant lze dopočítat dosazením matic do vztahu (1.16). Následným zjednodušením získáme například hodnotu:

$f_{123} = 1$  (další hodnoty lze získat z článku [5]). Jsou to však hodnoty těchto konstant, které nám definují jednotlivé generátory pomocí vztahu (1.16), a tedy celou strukturu této grupy.

Transformace  $U$  tvoří reprezentaci SU(3) grupy ( $3 \times 3$  unitární matice s jednotkovým determinantem), kterou v tomto případě budeme nazývat lokální kalibrační barevná grupa. Jedná se o grupu neabelovskou (jednotlivé členy grupy spolu nekomutují) a Lieovu (lze ji charakterizovat konečným počtem reálných parametrů). Další souvislosti mezi jejími vlastnostmi a chováním QCD budou zmíněny později.

Opět aplikujeme tuto lokální transformaci na Lagrangián  $\mathcal{L}_{free}^{fermion}$ , o kterém již víme, že není vůči ní invariantní kvůli podtrženému členu ve výrazu (1.5). Proto zavedeme kovariantní derivace  $D_\mu$ :

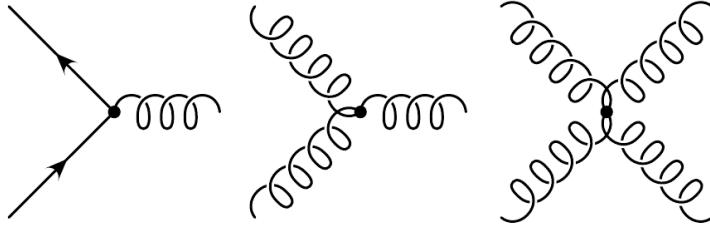
$$(D_\mu \psi)' = U(D_\mu \psi) \Rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu - igA_\mu(x),\quad (1.17)$$

kde  $A_\mu$  opět nazýváme kalibrační pole. Lze ho zapsat v jednotlivých generátorech transformace  $U$ :  $A_\mu = A_\mu^a T_a$ . Pokud provedeme podrobnější rozpis transformace kovariantní derivace získáme ji ve tvaru:

$$A'_\mu = UA_\mu U^{-1} + (\partial_\mu U)U^{-1} \Rightarrow A_\mu^a' = A_\mu^a + f_{bca} \alpha_b A_\mu^c + \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha_a,\quad (1.18)$$

kde druhou část lze získat z vlastností transformace polí  $A_\mu^a$ . Již zde můžeme vidět podstatný rozdíl mezi transformací těchto polí v případě QED a v případě QCD. Tato odlišnost je způsobena absencí komutace jednotlivých členů  $U$  barevné grupy transformací SU(3). Jestliže opět provedeme aplikaci komutátoru dvou kovariantních derivací na funkci  $\psi$ , získáme:

$$[D_\mu, D_\nu] = D_\mu(D_\nu \psi) - D_\nu(D_\mu \psi) = -ig\partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu - ig[A_\mu, A_\nu] = -igG_{\mu\nu}\psi,\quad (1.19)$$



Obrázek 1.2: Základní vrcholy QCD.

kde rozdíl oproti výrazu (1.9) je způsoben právě již zmíněnou absencí komutace. Nyní můžeme provést rozložení  $G_{\mu\nu}$  do generátorů  $T^a$  a využít vztah (1.16)

$$G_{\mu\nu}^a(x) = \partial_\nu A_\mu^a - \partial_\mu A_\nu^a - g f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \quad (1.20)$$

S využitím těchto tenzorů  $G_{\mu\nu}^a$  lze sestavit Lagrangián tohoto pole:

$$\mathcal{L}^{gauge} = -\frac{1}{4} G^{\mu\nu a}(x) G_{\mu\nu}^a(x). \quad (1.21)$$

Konečný tvar Lagrangiánu QCD je následující (opět kombinace  $\mathcal{L}_{free}^{fermion}$ ,  $\mathcal{L}^{gauge}$  a kovariantní derivace):

$$\mathcal{L}^{QCD} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu + m)\psi(x) + g\bar{\psi}(x)\gamma^\mu \psi(x)T^a A_\mu^a(x) - \frac{1}{4} G^{\mu\nu a}(x) G_{\mu\nu}^a(x). \quad (1.22)$$

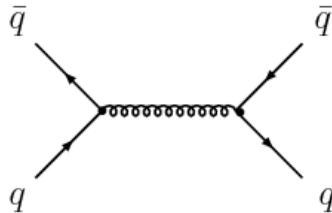
První člen Lagrangiánu  $\mathcal{L}^{QCD}$  je totožný s polem volného fermionu (předpokládáme tento člen, neboť se jednalo o výchozí stav). Druhý člen je podobný druhému členu z  $\mathcal{L}^{QED}$  a obsahuje v sobě informaci o interakci fermionového pole a kalibračních polí  $A_\mu^a$ . Tato pole poté představují nehmotné kalibrační bosony, v případě QCD, gluony. Z třetího členu je potom zjevné, pokud provedeme jeho rozpis:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{gauge} \cong & (\partial_\nu A_\mu^a - \partial_\mu A_\nu^a)(\partial^\nu A^{\mu a} - \partial^\mu A^{\nu a}) \\ & + g f_{abc}[(\partial_\nu A_\mu^a - \partial_\mu A_\nu^a)A^{\mu b} A^{\nu c} + (\partial^\nu A^{\mu a} - \partial^\mu A^{\nu a})A_\mu^b A_\nu^c] + g^2 f_{abc} f_{ade} A^{\mu b} A^{\nu c} A_\mu^d A_\nu^e, \end{aligned} \quad (1.23)$$

že zde dochází k interakci mezi třemi i čtyřmi gluony (druhá a třetí část rozpisu  $\mathcal{L}^{gauge}$ ), což je rozdíl oproti QED, kde fotony nemohly mezi sebou přímo interagovat. Z těchto interakčních členů lze následně vyvodit jednotlivá Feymanova pravidla pro možné vertexy v QCD. Jedná se o tři základní vrcholy, zobrazené na obrázku 1.2.

Z interakce mezi jednotlivými gluony vyplývá, že se jedná o částice, které nesou barevný náboj. Rozložení barevných nábojů gluonů lze najít v tabulce 1.4. Kombinace dohromady tvoří barevný oktet a barevný singlet. Jelikož barevný singlet nepřenáší barvu mezi kvarky, není uvažován v silné interakci. Z toho nakonec plyne osm gluonů s různými barevnými kombinacemi, které zprostředkovávají interakci mezi kvarky. Pokud dojde k vyzáření jednoho z těchto gluonů kvarkem, způsobí změnu barevného náboje tohoto kvarku.

Než přikročíme k dalším vlastnostem QCD, ještě zde zmíníme, jakým způsobem mezi

Obrázek 1.3: Feynanův diagram rozptylu:  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$  v LO.

sebou souvisí gluony a kvarky a barevná grupa  $SU(3)$ , která je tvořena lokálními kalibračními transformacemi. Samotné gluony a jejich barevné složení lze získat z jedné z možných reprezentací barevné grupy  $SU(3)$ , přesněji z regulární reprezentace. Pro gluony poté platí, že se jedná o stav, které se transformují právě pod touto regulární reprezentací. Zatímco u kvarků jde o reprezentaci fundamentální [1].

---

<b>Oktet:</b>	$\frac{1}{\sqrt{6}}(r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})$	$r\bar{g}$	$b\bar{g}$	$b\bar{r}$	$g\bar{r}$	$g\bar{b}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r} - b\bar{b})$	$r\bar{b}$
---------------	---	------------	------------	------------	------------	------------	---	------------

---

<b>Singlet:</b>	$\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})$
-----------------	--

---

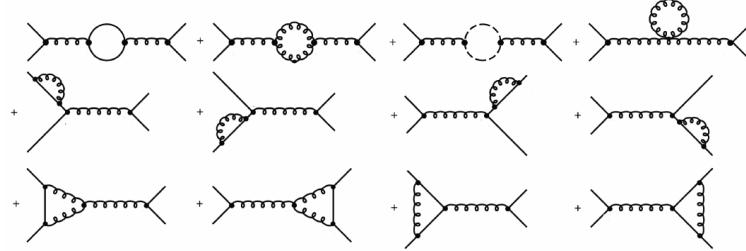
Tabulka 1.4: Jednotlivé kombinace barev a anti-barev gluonů.

### 1.3.3 Poruchová QCD a vazebný parametr

Dalším logickým krokem po získání Lagrangiánu QCD 1.22 bylo řešit Euler-Lagrange rovnice, které jsou tímto Lagrangiánem generovány. Ukazuje se však, že hledání jejich řešení přímými metodami je velmi složité. Pro získání jejich řešení existuje několik možných přístupů, které obecně můžeme rozdělit na tzv. poruchovou QCD (pQCD) a neporuchovou QCD (nejčastěji využívaná metoda je tzv. mřížová QCD<sup>5</sup>, LQCD). Smyslem poruchových teorií je rozdělit daný fyzikální problém na část, kterou jsme schopni přesně řešit, a na část, kterou nejsme, a tu považovat pouze za „malou“ poruchu (opravu) k té první. Podstatou pQCD je tedy rozdělit Lagrangián (a řešení jeho pohybových rovnic) na volnou část a poruchovou část, která je v našem případě reprezentována právě interakčním Lagrangiánem, pro který plyne z předpokladu, že se jedná pouze o malou poruchu volného Lagrangiánu. Předpovědi pro jednotlivé fyzikální veličiny (např. účinný průřez) jsou vyjadřovány v rozvoji tzv. vazbového parametru  $\alpha$  („coupling constant“<sup>6</sup>), kde pro jednotlivé teorie zavedeme značení:  $\alpha_S$  pro QCD a  $\alpha_{EW}$  pro QED.

<sup>5</sup>Z ang. výrazu: „Lattice QCD“.

<sup>6</sup>Přesnější by byl překlad vazebná konstanta. Tento název neodpovídá základní vlastnosti tohoto parametru, kterou je jeho variabilita v závislosti na zvolené škále (bude zmíněno dále v textu).



Obrázek 1.4: Feynanové diagramy rozptylu:  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$  v NLO, kde přerušované čáry jsou tzv. „ghost particle“. Převzato z [14].

Podívejme se nyní na jednoduchý příklad rozptylu dvou kvarků. V rámci pQCD se při výpočtu amplitud rozptylu využívají Feynanova pravidla. Nejprve se zaměříme na nejmenší možné přiblížení poruchové teorie (tzv. LO<sup>7</sup>), které je znázorněno na obrázku 1.3. S využitím Feynanových pravidel zjistíme, že výsledná amplituda rozptylu je úměrná druhé mocnině vazebného parametru:  $\alpha_S^2$  (z této amplitudy jsme poté schopni pomocí kvantové teorie pole dopočítat např. diferenciální účinný průřez rozptylu). Pokud započítáme vyšší řád (viz obrázek 1.4) poruchové teorie (v tomto případě s jedná o první vyšší řád, tzv. NLO), je výsledná amplituda již úměrná čtvrté mocnině vazebného parametru:  $\alpha_S^4$ . Při započítávání diagramů, které obsahují tzv. smyčky, říká jedno z Feynanových pravidel, že je nutná integrace přes všechny hybnosti častic nacházejících se ve smyčkách [4]. Výsledkem této integrace mohou být v NLO (logaritmicky) divergentní výraz, pro hybnosti  $p \rightarrow \infty$ : UV divergence (ultrafialové), a pro hybnosti  $p \rightarrow 0$ : IR divergence<sup>8</sup> (infračervené). Proces, kterým se fyzici vypořádali s UV divergencemi, se nazývá renormalizace a skládá se ze dvou kroků: regularizace a samotné renormalizace (celý proces je podrobně rozepsán např. v literatuře [13]). Jeden z možných přístupů k regularizaci je „oříznutí“ jednotlivých divergentních integrálů při vysokých hybnostech (samotný proces může být proveden pomocí několika dalších technik: analytická regularizace, dimenzionální regularizace atd.). Renormalizace následně zahrne divergentní výrazy do nově renormalizovaného vazebného faktoru a dalších fyzikálních veličin. Důsledkem tohoto procesu je tedy závislost vazebného faktoru  $\alpha_{QCD/QED}$  na renormalizované škále  $\mu_r$  (splňuje tzv. renormalizační grupovou rovnici a není konstantou [1]):

$$\mu_r^2 \frac{d\alpha}{d\mu_r^2} = \beta(\alpha) = (b_0\alpha^2 + b_1\alpha^3 + \dots), \quad (1.24)$$

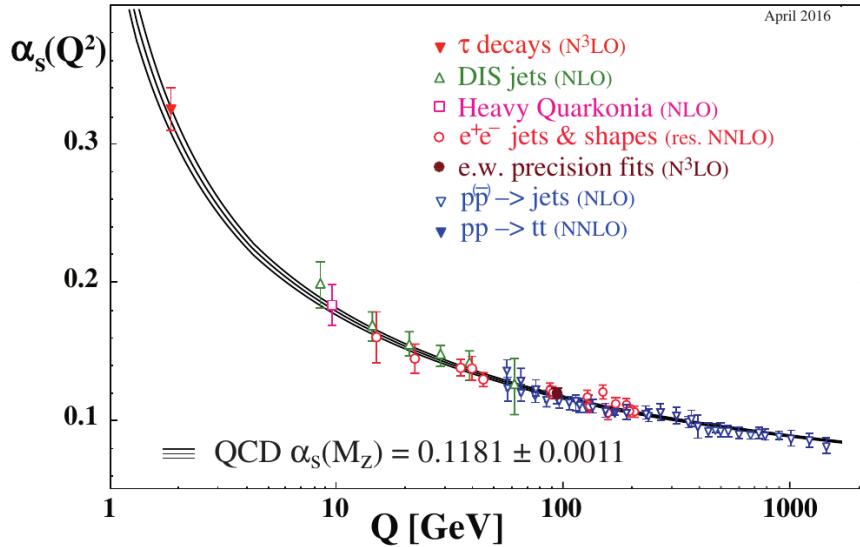
kde jednotlivé koeficienty  $b_i$  jsou tzv. smyčkové koeficienty. Pro první z nich platí rovnost:

$$b_0 = \frac{1}{12\pi}(4N_f - 11N_C), \quad (1.25)$$

kde  $N_f$  v rámci QCD je počet generací kvarků (pro SM je to  $N_f = 6$ ) a  $N_C$  je počet různých barevných nábojů gluonů (pro SM je to  $N_C = 3$ ). Stejný výraz (1.25) platí

<sup>7</sup>Z ang. výrazu „leading order“.

<sup>8</sup>Jedná se o případy, kdy jsou partony vůči sobě paralelní, nebo kdy má výstupní parton velmi malou hybnost (tzv. měkký parton).



Obrázek 1.5: Průběh vazebného faktoru QCD v závislosti na předané hybnosti  $Q$ . Převzato z [1].

i pro QED s hodnotami:  $N_f = 3$  (opět mají fermiony 3 generace) a  $N_C = 0$  (fotony nenesou náboj). Konečné hodnoty prvních smyčkových koeficientů jsou:

$$b_{0,QED} = \frac{1}{\pi}, \quad b_{0,QCD} = -\frac{7}{4\pi}. \quad (1.26)$$

Pokud provedeme poruchovou approximaci ve výrazu 1.24 a budeme předpokládat pouze první smyčkový koeficient, získáme jednoduchou diferenciální rovnici řešitelnou separační metodou. Zároveň budeme předpokládat, že renormalizovaná škála přibližně odpovídá předané hybnosti v procesu  $Q$ :  $\alpha(\mu_r^2 \simeq Q^2)$ , hodnota vazbového parametru referuje o relativní síle interakce. Výsledkem (po integraci) je vztah pro vazebný faktor QCD:

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_S(Q_0^2)}{1 + \frac{7}{4\pi} \alpha_S(Q_0^2) \ln(\frac{Q^2}{Q_0^2})} \quad (1.27)$$

a pro QED získáváme:

$$\alpha_{EW}(Q^2) = \frac{\alpha_{EW}(Q_0^2)}{1 - \frac{1}{\pi} \alpha_{EW}(Q_0^2) \ln(\frac{Q^2}{Q_0^2})}. \quad (1.28)$$

Právě tento rozdílný průběh (záporné znaménko ve jmenovateli) vazebných faktorů je jeden z hlavních důsledků ábelovskosti a neábelovskosti teorií QED a QCD. Z grafu na obrázku 1.5 a z výrazu (1.27) vidíme, že vazebný faktor QCD je nepřímo úměrný předané hybnosti. Tudíž se s vysokými předanými hybnostmi v daném procesu snižuje i relativní síla silné interakce. Tento jev se nazývá asymptotická volnost<sup>9</sup> a zrcadlí v

<sup>9</sup>Překlad z angl. výrazu „asymptotic freedom“.

sobě fakt, že částice v daném procesu s vysokou předanou hybností jsou téměř volné. Tento výsledek lze interpretovat i pomocí vzájemné vzdálenosti dvou častic, která je nepřímo úměrná předané hybnosti, z čehož vyplývá, že vzájemně blízké částice se chovají v rámci silné interakce jako volné. Zároveň nám z toho plyne i rozsah uplatnění pQCD, která předpokládá malé hodnoty vazebného parametru. Pokud provedeme zjednodušení vztahu (1.27) do tvaru:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b_0 \ln(\frac{Q^2}{\Lambda^2})}, \quad (1.29)$$

zjistíme, že nabývá divergentních hodnot pro  $\Lambda \simeq 0,2\text{GeV}$ , což jsou hodnoty, při kterých pQCD pozbývá platnosti<sup>10</sup>.

Pokud budeme chtít provádět výpočty i pro malé předané hybnosti, a tudíž pro částice, které jsou od sebe velmi vzdálené, musíme využít některou z metod neporuchové QCD a modelů, které z nich vyplývají. Neporuchové výpočty jsou vyžadovány např. u vázaných stavů kvarků, hadronů, a to především pro získání jejich vlastností. Jeden z těchto modelů, tzv. strunový model<sup>11</sup>, týkající se hadronů, popisuje fyzikální jev zvaný barevné uvěznění. Jedná se o případ, kdy máme např. vázaný stav kvarku a antikvarku a snažíme se jej vnějšími silami porušit a tyto kvarky od sebe odtrhnout. Efektivní potenciál  $V(r)$  ( $r$  je vzdálenost kvarků) na menší vzdálenosti by měl mít podobu Coulombického potenciálu (je úměrný  $\frac{1}{r}$ ) a na větší vzdálenosti se poté projevuje vzájemná interakce gluonů, která vytváří závislost lineární (na  $r$ ) [15]. Průběh potenciálu lze vidět na obrázku 1.6. Při vyšších vzdálenostech se vytváří mezi gluony tzv. barevná struna s určitým napětím (tato struna má tudíž i určitou energii). Zároveň však také platí, že na větší vzdálenosti síla mezi kvarky neklesá, ale naopak roste (pravý opak vůči QED). V důsledku to znamená, že energie, kterou jsme přidali z vnějších sil, se nakumuluje do barevné struny a po překročení hodnoty, která stačí na vytržení nového páru kvark antikvark z vakua, se přetrhne, čímž vznikne tento nový páru. Z toho nám plyne, že kvarky můžeme pozorovat pouze ve stavu hadronu<sup>12</sup>.

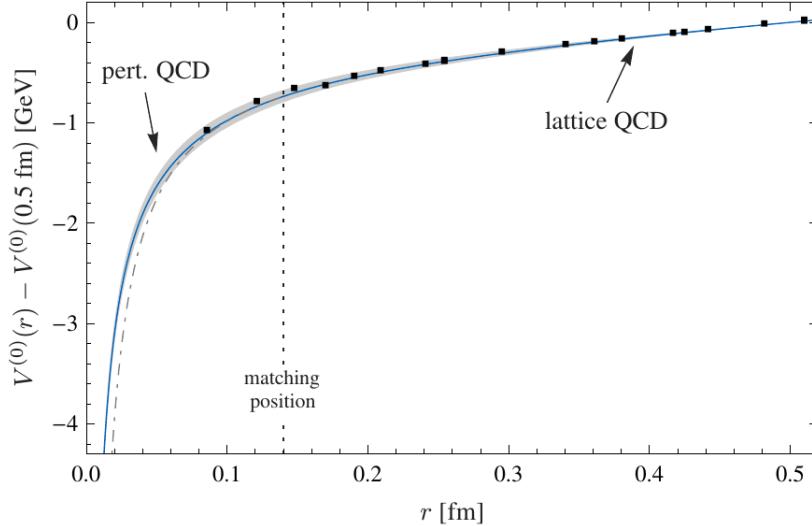
### 1.3.4 Partonové distribuční funkce

Nyní si detailněji rozebereme základní principy kvark-partonového modelu: strukturní funkce a partonové distribuční funkce. Jak již bylo zmíněno v předchozích kapitolách, počátky vývoje kvark-partonového modelu souvisely s experimenty v americkém centru SLAC na konci 60. let a v průběhu 70. let. Jeden ze zde pozorovaných čisticových experimentů byl lepton-hadronový neelastický rozptyl (přesněji se jednalo o DIS) elektronu  $e^-$  na nukleonu (v našem případě to bude proton  $p$ ):  $e^- p \rightarrow e^- + X$  (viz 1.7), kde  $X$

<sup>10</sup>Tato divergence by mohla být zároveň vysvětlována jako tzv. barevné uvěznění (z ang. „color confinement“).

<sup>11</sup>Překlad z ang. „flux tube model“.

<sup>12</sup>Určitým přiblížením volného stavu kvarků a gluonů je tzv. kvark-gluonové plazma (stav hmoty s vysokou hustotou kvarků a gluonů), kdy se partony mohou pohybovat na větší vzdálenost, než by jim umožňovala silná interakce v původním vázaném stavu. Předpokládá se, že v tomto stavu se nachází Vesmír u svého zrodu, dokud se nesnížila jeho hustota energie.[16]



Obrázek 1.6: Průběh efektivního potenciálu silné interakce. Převzato z [17].

pro nás bude značit finální hadrony po rozštěpení protonu. V tomto případě se jedná o inkluzivní proces, kdy nás u finálních produktů zajímají pouze kinematické vlastnosti, jako je např. jejich čtyřhybnost. Budeme předpokládat, že máme naléztávající elektron  $e^-$  s vysokou hodnotou energie<sup>13</sup>, přičemž jeho čtyřhybnost označíme  $k$ . Ta se po rozptylu změní na hodnotu  $k'$ . Elektron emituje během procesu foton se čtyřhybností  $q$ , který interaguje s partonem, kterému definujeme pomocí Bjorkenova  $x = \frac{Q^2}{2pq}$  zlomek hybnosti protonu s původní čtyřhybností  $p$ . Zavedeme ještě předanou velikost čtyřhybnosti v procesu:  $Q^2 = -q^2$  a veličinu charakterizující nepružnost rozptylu  $y = \frac{qp}{kp}$ . S pomocí těchto proměnných můžeme definovat diferenciální účinný průřez tohoto procesu (pro hodnotu  $Q^2$  podstatně menší než je hmotnost intermediálního bosonu  $Z$ <sup>14</sup>):

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dx} = \frac{4\pi\alpha}{2xQ^2} [(1 + (1 - y)^2)F_2(x, Q^2) - y^2 F_L(x, Q^2)], \quad (1.30)$$

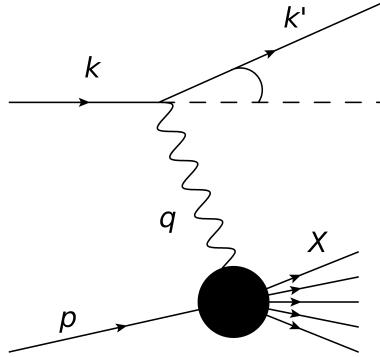
kde funkce  $F_2(x, Q^2)$  a  $F_L(x, Q^2)$ <sup>15</sup> jsou tzv. strukturní funkce (jindy též nazývány jako nepružné formfaktory) a vypovídají o rozdelení celkové hybnosti v protonu. Jejich velkou předností je, že jsou univerzální pro daný hadron v rámci různých procesů.

Proces si můžeme fyzikálně vysvětlit právě pomocí kvark-partonového modelu: emitovaný foton má díky své velké energii dostatečně malou vlnovou délku, aby mohl interagovat s partony. Kvůli časové dilataci vidí foton jednotlivé partony jako volné a celkový rozptyl se tím rozloží na nekoherentní rozptyly na partonech. Pokud využijeme

<sup>13</sup>Díky velké energii dochází ke zkrácení vlnové délky a elektron již neinterahuje s celým protonem, ale s jednotlivými partony. Můžeme tedy obecně říci, že s vyšší energií má elektron vyšší rozlišovací schopnost.

<sup>14</sup>Nepředpokládáme výměnu intermediálních bosonů  $W^\pm$  a  $Z$ .

<sup>15</sup>Jedná se o strukturní funkci popisující rozložení podélné hybnosti v protonu. Lze ji zanedbat, pokud platí:  $y \leq 0.6$ .

Obrázek 1.7: Hluboce nepružný rozptyl:  $e^- p \rightarrow e^- + X$ .

tohoto faktu, lze zapisovat jednotlivé strukturní funkce pomocí tzv. partonových distribučních funkcí  $f_i(x)$  (PDF), které nám říkají, s jakou pravděpodobností najdeme daný parton  $i$  se zlomkem celkové hybnosti  $x$  v hadronu. Výraz pro strukturní funkce přechází do podoby sumy jednotlivých PDF:

$$F_2(x, Q^2) = \sum_i e_i^2 x f_i(x), \quad (1.31)$$

kde pro PDF je v platnosti (po vynásobení  $x$  se jedná o pravděpodobnostní distribuce):

$$\sum_i \int_0^1 x f_i(x) dx = 1. \quad (1.32)$$

Vidíme, že PDF (a ze vztahu (1.31) i strukturní funkce) jsou nezávislé<sup>16</sup> na  $Q^2$ . Tento jev se nazývá škálování a odraží v sobě právě ten fakt, že foton interaguje pouze s volnými partony, a tudíž předaná čtyřhybnost nemůže mít vliv na rozložení celkové hybnosti v hadronu. Tyto funkce se získávají z neporuchové QCD při nízkých škálách (nelze uplatnit pQCD), poté jsou parametrisovány a srovnávány se získanými daty z DIS.

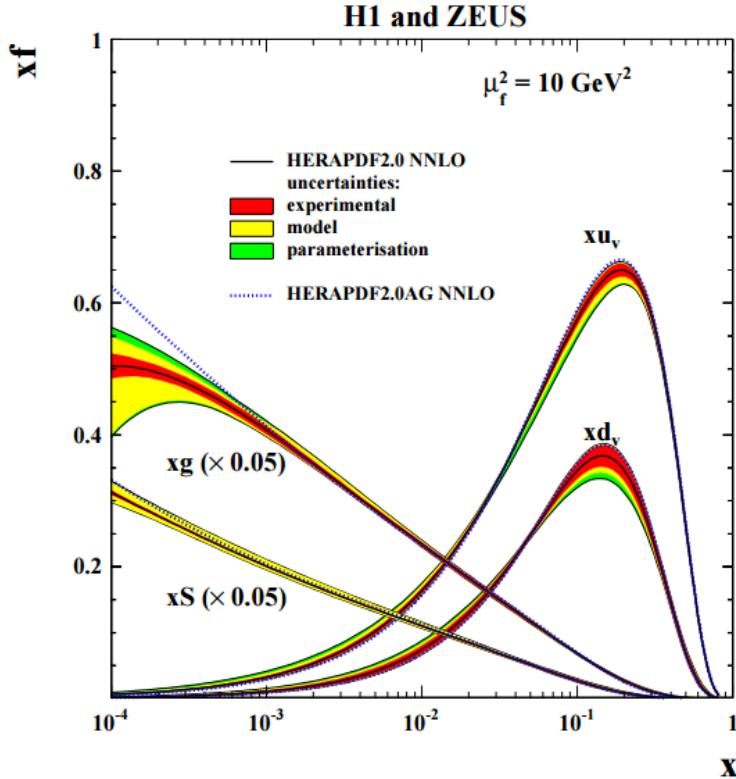
Výsledná podoba diferenciálního účinného průřezu může být vyjádřena jako konvoluce mezi PDF a diferenciálními účinnými průřezy jednotlivých rozptylů na partonech:

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dx} = \sum_i \int_0^1 x f_i(x) \frac{d^2\sigma_i}{dQ^2 dx} dx. \quad (1.33)$$

Rozšíření vztahu z kvark-partonového modelu (1.33) na obecnější případ má následující podobu:

$$\sigma_{AB \rightarrow X} = \sum_{i,j} \int_0^1 \int_0^1 f_i(x_1, \mu_f^2) f_j(x_2, \mu_f^2) \sigma_{ij}(x_1, x_2, \mu_r^2, \mu_f^2) dx_1 dx_2, \quad (1.34)$$

<sup>16</sup>To neplatí ve všech případech a předpokládá se, že dochází k narušení škálování pro velmi nízké a vysoké  $Q^2$  a  $x$ , kdy v případě  $x$  parton nese buď celkovou hybnost hadronu nebo nulovou.



Obrázek 1.8: Průběhy PDF (po vynásobení  $x$ ) při procesu s přenesenou hybností:  $Q^2 = 10 \text{ GeV}$ , kde gluonové (označeny  $g$ ) a mořské (označeny  $S$ ) PDF jsou násobeny faktorem 0,05. Převzato z [19].

v tomto ději nastává rozptyl dvou hadronů  $A$  a  $B$ , který přechází ve finální stav hadronů  $X$  (opět předpokládáme inkluzivní proces),  $\sigma_{ij}$  jsou účinné průřezy rozptylu jednotlivých partonů hadronů  $A$  a  $B$ ,  $\mu_r$  je renormalizační škála vycházející z vazebného parametru pQCD a  $\mu_r$  je faktorizační škála (smyslem faktorizační škály je, aby rozlišila mezi fyzikálními procesy/stavy působícími na krátké a dlouhé vzdálenosti)<sup>17</sup>. Tato podoba, však ještě není konečná a je zapotřebí zavést korekce na použitou pQCD, čímž se do rovnice (1.34) vnese závislost na vazebném parametru  $\alpha_S$ :

$$\sigma_{AB \rightarrow X} = \sum_{i,j} \int_0^1 \int_0^1 f_i(x_1, \mu_f^2) f_j(x_2, \mu_f^2) [\sigma_0 + \alpha_S(\mu_r^2) \sigma_1 + \dots]_{ij} dx_1 dx_2, \quad (1.35)$$

Nyní si uvedeme několik podstatných vlastností PDF. Označíme si jednotlivé PDF kvarků následovně: kvark  $q(x)$  a jeho antikvark:  $\bar{q}(x)$  (kde za  $q$  budeme dosazovat jednotlivé zkratky názvů kvarků:  $u, d$  atd.). Pro kvarkovou i antikvarkovou PDF platí,

<sup>17</sup>Mezi fyzikální stavy působící na dlouhé vzdálenosti patří např. přilétávající hadrony případně vylétající částice z DIS, který je považován za proces na krátkou vzdálenost [18].

že při hodnotách:  $x \rightarrow 0$  se chovají jako  $1/x$ , z čehož plyne, že následující výraz (platí tedy i pro  $\bar{q}(x)$ ):

$$\int_0^1 q(x) dx \quad (1.36)$$

je divergentní. Důsledkem této divergence se nachází v hadronu nekonečně mnoho kvarků a antikvarků, které mají zlomek hybnosti hadronu blížící se nule<sup>18</sup>. Tento fakt je do určité míry v rozporu s představou, že se např. proton v kvarkovém modelu skládal ze tří kvarků: *udd*. Abychom spojili představu o třech kvarcích a zároveň nekonečném množství, zavedeme tzv. valenční PDF, definované jako rozdíl kvarkové a antikvarkové PDF:

$$q_V(x) \equiv q(x) - \bar{q}(x). \quad (1.37)$$

Pro tyto upravené PDF platí, že jsou integrovatelné (uvažujeme nyní příklad protonu):

$$\int_0^1 u_V(x) dx \doteq 2 \quad \int_0^1 d_V(x) dx \doteq 1, \quad (1.38)$$

což je již ve shodě s předchozí představou kvarkového modelu. Z tohoto principu si zavedeme dva druhy PDF kvarků: valenční, pomocí vztahu (1.37) a mořské<sup>19</sup>, které jsou rovny antikvarkovým PDF ( $q_M(x) \equiv \bar{q}(x)$ ). Celkovou představu o jejich vývoji si lze udělat z obrázku 1.8.

Pokud si shrneme předchozí poznatky a zároveň formule (1.36), (1.37) a (1.38), můžeme provést určité rozšíření kvark-partonového modelu. Víme, že pro nízké energie<sup>20</sup> se proton chová jako vázaný stav tří valenčních kvarků a daný rozptyl může být approximován rozptylem jenom na nich. Avšak pro vyšší energie je již tato approximace nepřesná, jelikož se projeví vyzařování gluonů kvarky<sup>21</sup>, které se následně mohou přeměnit na virtuální kvark-antikvarkový pár. Celkový počet partonů, na kterých může dojít k rozptylu, se o tyto páry navýší<sup>22</sup>. Tím se zvýší i PDF mořských kvarků a kvůli vyzářenému gluonu se sníží PDF pro valenční kvark. Tento fakt vede k závislosti PDF na  $Q^2$ , tudíž dochází k narušení škálování. Rovnice, které popisují tuto závislost PDF na  $Q^2$ , se nazývají evoluční (např. DGLAP evoluční rovnice)[1, 20, 21, 22, 23, 24].

Jednou z nedílných součástí/vlastností PDF je jejich parametrizace, které od sebe odlišují různé PDF sady. Klíčovým aspektem všech parametrizací je jejich postupné zpřesňování novými výsledky. Jeden z žádaných cílů je, aby jednotlivé parametrizace s dalším ucelováním informace o struktuře protonu(případně jiných častic) předkládaly obdobné výsledky, například pro výpočet účinného průřezu. Na závěr budou uvedeny některé současné PDF parametrizace. Mezi nejčastěji používané patří parametrizace CT a jejich verze: CTEQ6 [25],

CT10/14[26, 27] (většina současných výsledků na experimentu ATLAS je zobrazena s použitím této sady). Další velmi často užívané jsou například: NNPDF3.0 [28], MMHT2014 [29], MSTW2008[30].

<sup>18</sup>Tento výsledek lze přeformulovat, pokud výraz v integrantu vynásobíme  $x$ : pravděpodobnost, že nalezneme v protonu kvark s téměř nulovým zlomkem hybnosti je skoro 1.

<sup>19</sup>Překlad z ang. výrazu „sea“

<sup>20</sup>Dostatečně vysoké, aby nedocházelo jenom k rozptylu na protonu jako celku.

<sup>21</sup>V QCD jsou popsány tyto procesy tzv. větvícími funkciemi, které popisují větvení:  $q$  na  $q$ ,  $q$  na  $g$ ,  $g$  na  $q$  a  $g$  na  $g$  ( $q$  je označení kvarku a  $g$  je označení gluonu).

<sup>22</sup>předpokládáme, že doba života virtuálního páru je natolik dlouhá, aby k tomuto rozptylu došlo. Tento předpoklad je splněn díky vysokým energiím procesu.

# Kapitola 2

## Fyzika jetů

### 2.1 Úvod

V předchozích kapitolách jsme si shrnuli některé základní teoretické poznatky týkající se QCD. Úkolem této sekce je zavést základní experimentální principy a metody, které jsou používány při ověřování našich předpovědí uskutečněných na základě QCD.

V úvodní části budou uvedeny některé fyzikální veličiny, které jsou používané při popisu procesů v čisticové fyzice. Poté budou zmíněny základní informace týkající se detektoru ATLAS na urychlovači LHC v CERN. Na závěr se dostaneme k hlavnímu tématu této práce: jetům a jetovovým algoritmům.

Fyzikální veličiny, které jsou velmi často používány při popisu rozptýlených častic v rámci jetů, jsou: příčná hybnost  $p_T$ , azimutální úhel  $\phi$ , rapidita  $y$  a pseudorapidita  $\eta$ . Jelikož je valná většina rozptylových experimentů uskutečněna při vysokých energiích zúčastněných častic (rychlostmi se blíží rychlosti světla  $c$ ), musí být pro jejich kinematický popis použita relativistická fyzika. Během přechodu mezi jednotlivými soustavami (většinou jsou voleny např. soustavy spjaté s detektorem nebo těžištěm nalétávajícího svazku<sup>2</sup>) musí být využito Lorentzovských transformací, proto by bylo vhodné, kdyby námi použité veličiny měly příhodné transformační vlastnosti, nebo byly dokonce vůči této transformaci invariantní.

Invariantnost splňuje příčná hybnost  $p_T$  a azimutální úhel  $\phi$ , které si definujeme jako (uvažujeme pohyb častic ve směru osy  $z$ ):

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (2.1)$$

a

$$\phi = \text{arccotg } \frac{p_x}{p_y}. \quad (2.2)$$

Rapiditu  $y$  si můžeme zavést pomocí vztahu:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z} = \frac{1}{2} \ln \frac{E + cp_z}{E - cp_z} = \tanh^{-1} \left( \frac{p_z c}{E} \right), \quad (2.3)$$

kde  $p_\mu$  je čtyřhybnost částice s energií  $E$ . Jedná se o veličinu bezrozměrnou a pro její transformaci  $y'$  mezi soustavami  $S$  a  $S'$ , kde  $S'$  se pohybuje vůči původní soustavě

<sup>1</sup>Překlad z ang. výrazu „transverse momentum“.

<sup>2</sup>Je očividné, že tyto soustavy splývají v jednu u LHC.

rychlostí  $v$ , platí:

$$y' = y + \ln \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}, \quad (2.4)$$

kde  $\beta = \frac{v}{c}$ . Další výhoda vyplývající z tvaru transformace je invariantnost rozdílu rapidity (dojde k odečtení aditivní konstanty). Tento fakt je např. využit u klastrovacích sekvenčních algoritmů (jsou popisovány v  $y - \theta$  prostoru).

Nevýhodou rapidity je její potřeba znalosti jak hybnosti částice, tak její energie. Z tohoto důvodu se zavádí veličina, která se nazývá pseudorapidita. Ta na rozdíl od předchozí rapidity nevyžaduje znalost energie. Obvykle je značena  $\eta$  a platí pro ni vztah:

$$\eta = -\ln(\tan \frac{\theta}{2}), \quad (2.5)$$

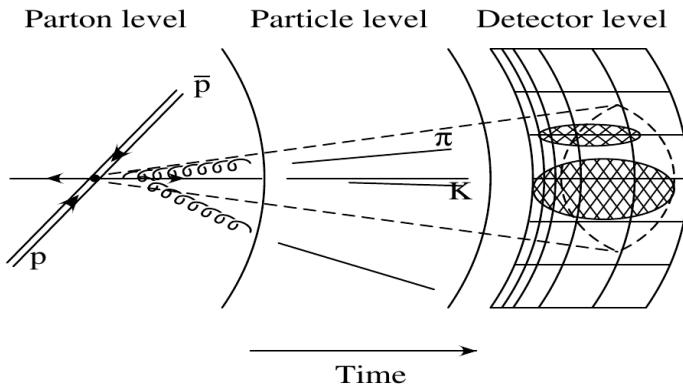
kde  $\theta$  je polární úhel, měřený od osy svazku (většinou ztotožněna s osou  $z$ ), pod kterým se částice rozptýlila. Lze nahlédnout, že se jedná o první člen rozvoje rapidity  $y$  pro velmi relativistický případ a pro nehmotné částice se tyto veličiny dokonce rovnají. Pokud se podíváme na charakteristické hodnoty, které jsou definovány chováním funkce tangens a přirozeného logaritmu, zjistíme, že pro hodnotu úhlu:  $\theta = 90^\circ$  nabývá pseudorapidita hodnot:  $\eta = 0$  a pro hodnotu:  $\theta = 0^\circ$  pseudorapidita diverguje. Toto chování  $\eta$  lze interpretovat jako míru rozptylu častic: pro  $\eta = 0$  dochází ke kolmému rozptylu a pro  $\eta$  divergentní částice pokračuje ve svém původním směru.

## 2.2 Produkce jetů v hadronových srážkách

Jak bylo řečeno výše, kvarky ani gluony nemohou být pozorovány jako volné částice, pouze jako kompozitní hadrony. Pokud má být provedeno experimentální zjišťování jejich vlastností (např. partonové distribuční funkce), musí být zkoumáno až prostřednictvím těchto hadronů (po hadronizaci). Hlavním částicovým experimentem pro tyto účely je DIS hadronů. Při tomto procesu dochází k úplné transformaci původních hadronů do finálních produktů (mohou být složeny z hadronů, leptonů a dalších), které jsou detekovány v kalorimetech (v tzv. kalorimetrových věžích). Jeden z hlavních rysů těchto finálních stavů je jejich kolimace v určitém úhlu. Této vlastnosti lze využít pro inkluzivní procesy a zavést fyzikální pojem zvaný jet, který může být intuitivně definován tvrzením z předchozí věty. Komplexnější definice je určena z jetových algoritmů. Před srážkou dvou hadronů v DIS musí být tyto hadrony urychleny na velmi vysoké hybnosti. V důsledku tohoto procesu dochází k záření gluonů jednotlivými urychlenými partony (obdobný princip jako záření fotonů urychleným objektem s elektrickým nábojem). Toto záření se často nazývá jako záření počátečního stavu (ISR)<sup>3</sup>. Během srážky, kterou můžeme popsat pomocí kvark-partonového modelu, dochází k nekoherentním rozptylům mezi partony hadronů. Z těchto rozptylů jsou emitovány pouze partony, tudíž z časového hlediska je první stadium složené pouze z nich. Opět zde nastávají procesy vyzařování gluonů (označováno jako záření finálního stavu, FSR<sup>4</sup>) a případného vytvoření páru kvark-antikvark, které jsme popisovali v kapitole o kvark-partonovém modelu. Pro ně platí, že jsou již kolimované a tvoří tzv. partonové jety (kvarkové a gluonové). Jsou to právě tyto partony, které jsou předmětem našeho zkoumání, a pro které máme stanoveny teoretické předpovědi pomocí pQCD (během procesů převažuje silná interakce). Kromě tohoto jetového stadia nám po

<sup>3</sup>Překlad z ang. výrazu: „Initial State Radiation“.

<sup>4</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Final State Radiation“



Obrázek 2.1: Časový vývoj DIS protonů z hlediska jetů. Převzato z [31].

srážce zůstávají i zbytkové části hadronů, které kvůli rozptylu partonů nejsou bezbarvé a interagují mezi sebou většinou na nízkých energetických škálách. Důsledkem těchto procesů je vyzáření např. měkkých gluonů, které se společně s fragmenty hadronů podílejí na tzv. „underlying“ události. Téměř okamžitě po partonovém stádiu nastane hadronizace a partony se přemění na hadrony, které jsou již relativně stabilní (může docházet k dalším rozpadům). Jak jsme již výše zmínilí, tato fáze procesu je popsána pomocí neporuchové QCD (např. model strunové hadronizace). Tomuto časovému úseku z hlediska jetů říkáme částicové jety. Ve třetím stádiu procesu jsou částice detekovány v kalorimetech. Toto časové schéma je znázorněno na obrázku 2.1 [18, 31].

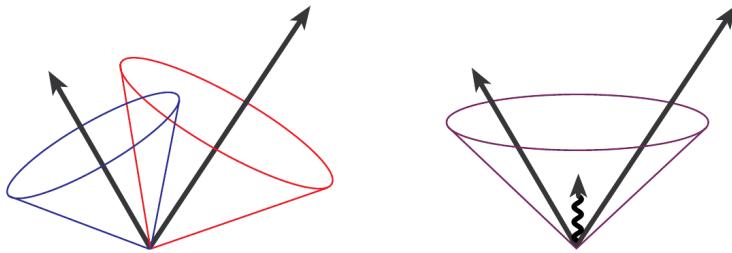
Pokud přiřadíme každé  $i$ -té částici čtyřhybnost  $p_\mu^i$  (získáme je pomocí experimentálních dat), pak úkolem jetového algoritmu je vytvoření jetů z těchto shluků částic a zkombinování jejich čtyřhybnosti do čtyřhybnosti jetu  $p_\mu^J$ . Část algoritmu, kde dochází k tomuto kombinování, se nazývá rekombinační schéma. Smyslem jetových algoritmů je srovnání jetových kinematických vlastností na experimentální úrovni s partonovou úrovní, kterou máme teoreticky předpovězenou výpočty [32].

## 2.3 Jetové algoritmy

### 2.3.1 Vlastnosti ideálního algoritmu

Po ideálním jetovém algoritmu můžeme požadovat splnění několika následujících vlastností [32]:

- **Kompletně definován:** Všechny součásti jetového algoritmu musejí být plně definované: proces výběru částic, jetové kinematické veličiny a případné korekce chování jetového algoritmu.
- **Teoreticky správné chování:** Tento bod hlavně poukazuje na chování algoritmu vůči infračerveným a kolineárním divergencím.
- **Experimentální nezávislost:** Algoritmus by neměl záviset na typu a vlastnostech detektoru, který používá daný experiment.



Obrázek 2.2: Ukázka algoritmu, který je citlivý k vyzáření měkkého gluonu. Jednotlivé šipky značí částice, kde délka je úměrná energii částice, vlnkovitá šipka značí vyzáření gluon a kužel značí případný jet. Převzato z [32].

- **Nezávislost na časovém stádiu procesu:** Požadujeme, aby algoritmus byl definován stejně na partonové, částicové i detektorové úrovni.

### Teoretické atributy ideálního algoritmu

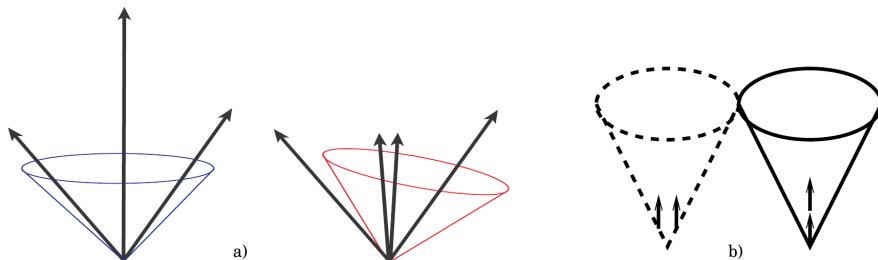
Mezi hlavní teoretické předpoklady patří kromě jiných infračervená a kolineární bezpečnost. To znamená, že výsledné řešení není ovlivněno případným vyzářením měkkého nebo kolineárního gluonu případně kvarku (společně s předpokladem, že se neobjeví kolineární a infračervené divergence ve výpočtech pQCD). Diferenciální účinný průřez vyzáření gluonu kvarkem je dán vztahem:

$$d\sigma_{q \rightarrow qg} = \frac{\alpha_S C_f}{\pi} \frac{dE}{E} \frac{d\theta}{\sin \theta} \frac{d\phi}{2}, \quad (2.6)$$

kde  $C_f = \frac{4}{3}$  je tzv. barevný faktor (někdy též zvaný „Casimírův“ [1]),  $E$  je energie vyzářeného gluonu,  $\theta$  je úhel mezi gluonem a kvarkem. Pokud se podíváme na limitní případy tohoto výrazu, zjistíme, že dochází k divergenci při hodnotách:  $E \rightarrow 0$  a  $\theta \rightarrow 0$  nebo  $\theta \rightarrow \pi$ , neboli v případech, kdy se jedná o nízkoenergetický gluon (měkký gluon) nebo gluon emitovaný souběžně s kvarkem (kolineární gluon). Je samozřejmé, že rozlišení současných detektorů není dostačující k tomu, aby byly schopny zjistit všechny tyto kolineární gluony. Naším úkolem je sestrojit takový algoritmus, který by nebyl ovlivněn těmito jevy a definoval tím jety, které jsou schopny do sebe tyto kolineární a měkké gluony zahrnout.

- **Infračervená bezpečnost:** Typický příklad algoritmu, který tuto vlastnost postrádá, je na obrázku 2.2. Jak zde lze vidět, v první fázi tento algoritmus vytváří dva jety okolo dvou částic, které mají nejvyšší energii. Jakmile však jeden z nich vyzáří měkký gluon, algoritmus změní přerozdělení jettů a vytvoří pouze jeden, který obsahuje jak dvě původní částice, tak i měkký gluon.
- **Kolineární bezpečnost:** Na obrázku 2.3 je ve dvou schématech naznačen algoritmus, který není uzpůsoben pro kolineární gluony. Ve schématu a) je v levé části sestrojen jet na základě tzv. energetického centra (částice s energií, která přesahuje určitý limit)<sup>5</sup>, které je zde naznačeno nejdelší šipkou. Pokud však nastane vyzáření gluonu s dostatečně vysokou energií (napravo), aby výsledná ener-

<sup>5</sup>V ang. je tato částice nazývána „seed“.



Obrázek 2.3: Algoritmus citlivý vůči emitování kolineárního gluonu. Jednotlivé šipky značí částice, kde délka je úměrná energii částice a kužel značí případný jet. V části b) značí přerušovaný kužel jet, který se algoritmu nepodařilo sestrojit. Převzato z [32].

je původní částice byla nižší než těch sousedních, provede algoritmus přerozdělení jetů. Výsledný jet bude zkonztruován okolo druhého energetického centra, čímž se změní jeho obsah (nejkrajnější částice již nespadá do kuželetu) a samozřejmě i jeho vlastnosti.

V druhém případě zobrazeném ve schématu b) je ukázán jet, který byl vytvořen na základě limitu pro energetické centrum. V levé části je tento limit splněn a algoritmus utváří jet<sup>6</sup>. V pravé části dochází k vyzáření kolineárního gluonu, jehož energie natolik sníží energii původní částice, že již nepřesahuje potřebný limit. Důsledkem toho algoritmus „ignoruje“ tyto částice v rámci energetických center a jet není vytvořen.

### Experimentální atributy ideálního algoritmu

Ve chvíli, kdy je jet detekován např. kalorimetrem, dochází k nepřesnostem, které jsou způsobeny jak nedokonalostmi detektora, tak i případným okolím. Úkolem jetového algoritmu je, aby nedocházelo ke zvětšování těchto negativních vlivů jeho vlastnostmi, aby následné korekce a kalibrace nemusely být příliš náročné. Z této podmínky vyplývají následující dodatečné vlastnosti ideálního algoritmu:

- **Detektorová nezávislost:** Tento bod je do jisté míry shodný se základními předpoklady ideálního algoritmu. Požadujeme, aby algoritmus byl nezávislý na typu detektoru a jeho vlastnostech (např. jeho rozlišení aj.).
- **Časová nenáročnost:** Požadujeme, aby algoritmus byl co nejméně časově náročný v rámci výpočetní techniky.
- **Efektivita a jednoduchost:** Algoritmus by měl být efektivní v rámci rekonstrukce jetů v události a jeho implementace na získaná data by měla být „jednoduchá“.
- **Kalibrace:** Kinematické proměnné jetu, který byl zrekonstruovaný algoritmem, by mělo být možné kalibrovat.

<sup>6</sup>Ve skutečném případě se nemusí jednat o finální jet, ale pouze první krok v iteracním procesu.

### 2.3.2 Kuželové algoritmy

Prostorem kuželových algoritmů a později i klastrovacích je  $\eta \times \phi$  (prostor pseudorapidity a azimutálního úhlu) nebo případně  $y \times \phi$  (prostor rapidity a azimutálního úhlu)<sup>7</sup>. Předpokládejme, že jsme získali následující údaje o  $N$  částicích: čtyřhybnost  $p_\mu^i$ , azimutální úhel  $\phi^i$ , polární úhel  $\theta^i$  a pseudorapiditu  $\eta^i$ . Z první složky čtyřhybnosti a polárního úhlu lze získat příčnou energii  $E_T^i$ . Zároveň je možné těmto časticím přiřadit i jednotkový vektor  $n_j^i = \frac{p_j^i}{E^i}$  ( $p_j^i$  je  $j$ -tá složka hybnosti částice  $i$  a  $j+1$  čtyřhybnosti). Základem kuželového algoritmu je hledání význačných toků energie a jejich následné vymezení pomocí kuželet. V praktické implementaci algoritmus sloučuje částice do jednoho objektu (nejedná se o výsledný jet, někdy je zván též protojet), pokud naleží do kruhu o poloměru  $R$ <sup>8</sup>. Střed tohoto kuželu lze získat pomocí energetických center (je nazýván „seed“ algoritmem) nebo dochází k prohledání celého detektoru bez preferovaných objektů (potom je nazýván „seedless“ algoritmem)<sup>9</sup>. Částice, které leží v tomto kruhu splňují vztah:

$$\sqrt{(\eta^i - \eta_K)^2 + (\phi_i - \phi_K)^2} \leq R, \quad (2.7)$$

kde  $\eta_K$  a  $\phi_K$  jsou souřadnice naležící středu. Pro získání kinematických vlastností tohoto objektu se využívá rekombinačního schématu. Jako příklad si zde nyní uvedeme historicky první vyvinuté schéma, Snowmass schéma:

$$E_T^K = \sum_{i \in K} E_T^i, \quad (2.8)$$

provede výpočet příčné energie kruhu a následující vztahy vypočítají energeticky vážené centrum kruhu:

$$\eta^K = \frac{\sum_{i \in K} E_T^i \eta^i}{E_T^K}, \quad \phi^K = \frac{\sum_{i \in K} E_T^i \phi^i}{E_T^K}. \quad (2.9)$$

V druhém iteračním kroku se kruh přesune do nového středu, čímž obsáhne nové částice, a tudíž musí opět proběhnout rekombinační schéma. Tímto způsobem bude algoritmus postupovat až do bodu, kdy se střed z předchozího iteračního kroku bude schodovat se souřadnicemi získanými v tomto kroku. Po dokončení iteračního procesu byly získány všechny stabilní kruhy. Jeden z problémů, které se mohou u kuželového algoritmu objevit, je tzv. překrývání jetů. Jedná se o jev, při kterém jedna částice naleží do dvou nebo více jetů najednou (v důsledku dojde např. k nesprávnému navýšení energie jetu). Je tudíž zapotřebí, aby po iteraci následoval proces, který provede rozdělení společných částic do jednotlivých kruhů. Až poté lze označit částice v tomto kruhu za jet s kinematickými vlastnostmi získanými z rekombinačního schématu ( $E_J^K$ ,  $\eta^J$  a  $\phi^J$ ).

Rekombinačních schémat existuje několik, bud' se liší způsobem definování středu kruhu (např. na experimentu DZero nebo CDF), nebo využívají i jiné veličiny jako např. čtyřhybnost místo  $E_T$  („E-Scheme“, jedná se v současnosti o nejpoužívanější schéma). Co však mohou mít tyto algoritmy společného, je vyhledávání pomocí energetických center, které může vést ke kolineární a infračervené citlivosti. Z tohoto důvodu byly zavedeny nové algoritmy, které nevyužívají těchto center a mohou být kolineárně nebo případně infračerveně bezpečné. Jejich počáteční problém byl v relativně nízké rychlosti, ale tento nedostatek byl odstraněn např. v algortimech: SISCone („Seedless Infrared Safe Cone alg.“), IRC-safe („Infrared Collinear safe alg.“) [18].

<sup>7</sup>Jedná se o přirozenou volbu vzhledem k  $p - p$  srážkám.

<sup>8</sup>Nyní se již jedná o prostor:  $\eta \times \phi$ .

<sup>9</sup>Náhodné procházení se ukázalo jako velmi neefektivní proces z hlediska časové náročnosti.

### 2.3.3 Klastrovací sekvenční algoritmy

Dalšími algoritmy, které byly vyvinuty a jsou infračerveně a kolineárně bezpečné, jsou klastrovací sekvenční algoritmy. Jejich výhodnou je, že se jednotlivé jety nemohou překrývat (to plyne ze samotné konstrukce jetů), a tudíž není zapotřebí přidávat do datečný krok, který by provedl přerozdělení překrývajících se částí jetů. Základním principem těchto algoritmů je klastrování častic podle vzdáleností, které jsou definovány pomocí následujících dvou vztahů:

$$d_{ij} = \min(k_{ti}^{2p}, k_{tj}^{2p}) \frac{\Delta_{ij}^2}{R^2}, \quad (2.10)$$

$$d_{iB} = k_{ti}^{2p}, \quad (2.11)$$

kde  $\Delta_{ij} = \sqrt{(y_i - y_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2}$ ,  $k_{ti}$  je příčná hybnost,  $y_i$  je rapidita a  $\phi_i$  je azimutální úhel  $i$ -tého objektu. První vzdálenost v sobě obsahuje informaci o vztahu mezi párem objektů  $ij$ , zatímco druhá vzdálenost se váže k svazku a objektu  $i$ . Parametr  $R$  v sobě obsahuje informaci o poloměru kruhu definovaného  $\Delta_{ij}^2$  v rovině  $y \times \phi$  a  $p$  slouží pro zdůraznění jednotlivých energií častic nad geometrickým rozdělením. Zároveň se jedná o parametr, který odlišuje jednotlivé sekvenční klastrovací algoritmy:  $p = 1$   $k_t$  algoritmus,  $p = 0$  Cambridge/Aachen algoritmus a  $p = -1$  anti- $k_t$  algoritmus [33]. Všechny tyto algoritmy mají stejný postup, který můžeme rozdělit do čtyř základních kroků:

- Pomocí vztahů 2.10 a 2.11 vypočítáme pro každý pár objektů  $ij$  tyto vzdálenosti a určíme z nich minimum.
- Pokud se jedná o vzdálenost  $d_{ij}$ , algoritmus provede jejich spojení do jednoho objektu a pomocí rekombinačního schématu mu přiřadí hybnost, případně energii, a vrátí ho na seznam možných objektů pro krok 1.
- Pokud jde o vzdálenost  $d_{iB}$  algoritmus označí tento objekt za jet a vyjmě ho se seznamu.
- Algoritmus provádí předchozí kroky do té doby, než je seznam objektů vyčerpán.

Vstupem tohoto schématu je základní list objektů, které jsou již často výsledkem určitého předklastrovacího<sup>10</sup> procesu. Tento proces má především umožnit stejné pořazení algoritmu v rámci všech tří stupňů jetů: partonového, částicového a kalorimetrového [32].

Z postupu algoritmu a využívaných vzdáleností 2.10 a 2.11 vyplývá, že jsou částice přerozdělovány jednotlivě na rozdíl od kuželových algoritmů, které obsáhly vše, co se nacházelo v kruhu definovaném pomocí  $\Delta_{ij}$ . Tento fakt vede k výše zmíněné výhodě absence přerozdělování mezi jety.

#### $k_t$ algoritmus

Při dosazení  $p = 1$  do vztahů 2.10 a 2.11 je jejich výsledná podoba (pouze zmizí závislost na  $p$ ):

$$d_{ij} = \min(k_{ti}^2, k_{tj}^2) \frac{\Delta_{ij}^2}{R^2}, \quad d_{iB} = k_{ti}^2. \quad (2.12)$$

Důsledkem tohoto tvaru dochází k upřednostnění měkkých častic před tvrdšími, což je zřejmé na obrázku 2.4. V části, kde rapidita  $y$  nabývá hodnot na intervalu  $(0, 4)$

<sup>10</sup>Překlad z ang. výrazu „preclustering“.

a azimutální úhel  $\psi$  na intervalu  $(4, 6)$ , dochází ke zkonstruování dvou jetů. První je odlišen zelenou barvou s význačným partonem na své hranici, který dosahuje příčné hybnosti  $p_T$  až  $25$  GeV. Druhý jet je odlišen fialovou barvou a obsahuje několik méně energetických částic s vysokým podílem měkkých partonů. Jelikož jsou preferovány měkké částice před tvrdými, lze vidět, že druhý jet je daleko rozsáhlý než první a jejich hranice jsou velmi nepravidelné (způsobeno nahodilým rozložením měkkých partonů).

### Cambridge/Aachen algoritmus

Tento algoritmus lze získat volbou  $p = 0$  (v 2.10 a 2.11), čímž dostaneme vztahy pro využívání vzdálenosti v podobě<sup>11</sup>:

$$d_{ij} = \frac{\Delta_{ij}^2}{R^2}, \quad d_{iB} = 1. \quad (2.13)$$

Z 2.13 nám v tomto případě vypadla závislost na příčné hybnosti, z čehož nám plyne, že algoritmus nemá žádné preference vůči měkkým a tvrdým částicím. Na obrázku 2.4 lze vidět, že rozložení jetů je do jisté míry podobné tomu, které vytvořil  $k_t$  algoritmus. V tomto případě však nedochází k potlačení tvrdých částic a celková podoba jetů je závislá pouze na vzdálenostech mezi partony.

### anti- $k_t$ algoritmus

Poslední zmíněnou volbou parametru je  $p = -1$ , čímž získáme upravenou podobu vztahů 2.10 a 2.11 v následující formě:

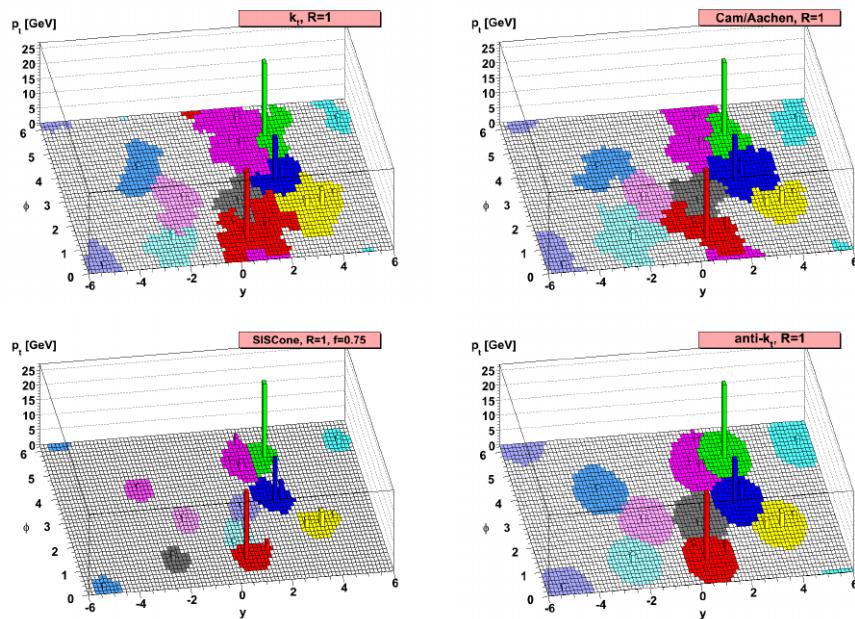
$$d_{ij} = \min \left( \frac{1}{k_{ti}^2}, \frac{1}{k_{tj}^2} \right) \frac{\Delta_{ij}^2}{R^2}, \quad d_{iB} = \frac{1}{k_{ti}^2}. \quad (2.14)$$

Jedná se o protiklad k  $k_t$  algoritmu, tudíž zde dochází k upřednostňování tvrdších částic. Opět budeme ilustrovat fungování tohoto algoritmu na obrázku 2.4, a to na dvou již zmíněných jetech. V případě anti- $k_t$  algoritmu lze daleko jednodušeji vysvětlit průběh algoritmu a výsledný tvar jetů.

U tvrdé částice, která se nachází v zeleném jetu, lze jasně vidět, že došlo k akumulaci okolních měkkých částic v kruhu o poloměru  $R$  (poté, co byly vyčerpány všechny měkké částice, algoritmus označil tento objekt za jet a vyřadil jej ze seznamu). Pokud by se v okolí ohrazeném kruhem vyskytovala tvrdší částice (případ modrého jetu, který se nachází pod zeleným), došlo by prvně ke sloučení těchto částic a následně k opětovné akumulaci měkkých částic. Posledním možným případem je situace, kdy se nacházejí dvě tvrdé částice ve vzájemné vzdálenosti  $2R$  (jednotlivé kruhy o poloměrech  $R$  s přibližnými středy v tvrdých částicích se protínají). V tuto chvíli nedojde ke sloučení částic do jednoho jetu, ale pouze k přerozdělení měkkých částic, které se nachází v tomto místě<sup>12</sup> [33].

<sup>11</sup>Konečný vztah lze zredukovat na:  $\Delta_{ij} < R^2$ .

<sup>12</sup>Přerozdělování zohledňuje tvrdost částic. Z toho plyne, že pro velmi tvrdé částice je konečný tvar jetu téměř kruhový, zatímco pro méně tvrdé částice dojde k určitému „vykrojení“ v konečném tvaru jetu.



Obrázek 2.4: Jety na partonové úrovni události (s přibližně  $10^4$  náhodnými měkkými partony) po použití 4 algoritmů: Cambridge/Aachen, anti- $k_t$  algoritmus,  $k_t$  algoritmus a SIScone. Převzato z [33].

## Kapitola 3

# Měření jetů v hadronových srážkách

Následující kapitola bude pojednávat o výsledcích měření inkluzivních jetových účinných průřezů (IJCS<sup>1</sup>) na hadronových urychlovačích SpS, Tevatron a LHC (se zaměřením především na detektor ATLAS). Tato fyzikální veličina umožnuje ověřovat teoretické výpočty uskutečněné na základě pQCD, získat informace o vazebném parametru  $\alpha_S$  a PDF (a tudíž o struktuře protonu). V rámci všech experimentů daných urychlovačů je IJCS definován jako:

$$\frac{d^2\sigma}{dp_T dy} = \frac{C}{L_{int}} \frac{N_j}{\Delta p_T \Delta y}, \quad (3.1)$$

kde  $L_{int}$  je integrovaná luminosita,  $N_j$  je počet jetů v intervalu (binu) o šířce  $\Delta p_T$  v příčné hybnosti a  $\Delta y$  v rapiditě nebo pseudorapiditě<sup>2</sup> a  $C$  je faktor, která v sobě zahrnuje detektorové korekce (může a nemusí být obsažena).

Ze zřejmých důvodů bude toto shrnutí provedeno v chronologickém pořadí. Články využité pro tuto sekci byly vyhledávány se zřetelem k jejich datu vydání, aby uvedené výsledky byly co nejaktuálnější. Je samozřejmé, že dalším kritériem byl i obsah případně titul článků. V úvodu každé podkapitoly budou uvedeny použité experimenty na daných urychlovačích, jejich stručný popis (urychlovače i experimentu), využité jetové algoritmy a rekombinační schémata, a poté samotné účinné průřezy včetně jejich grafů a chyb.

### 3.1 Urychlovač SpS

Urychlovač SpS<sup>3</sup> je v současnosti jednou ze součástí urychlovacího cyklu v komplexu CERN, kde slouží jako přípravná fáze pro LHC (tímto předcházejícím procesem dochází k urychlení protonu na energie dosahující hodnoty 450 GeV). Byl spuštěn v

<sup>1</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Inclusive Jet Cross Section“.

<sup>2</sup>V některých pasážích je změněné značení z  $y$  na  $\eta$ , ale jelikož se jedná o relativistickou fyziku lze odhlédnout od minimálních rozdílů mezi pseudorapiditou  $\eta$  a rapiditou  $y$ .

<sup>3</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Super proton Synchrotron“. Také je označován zkratkou SpS.

roce 1976 a jeho hlavním příspěvkem do čisticové fyziky jsou především potvrzení intermediálních bosonů  $W$  a  $Z$  (v letech 1983) [34]. V rámci urychlovače SpS se zaměříme na dva hlavní experimenty, UA1 a UA2.

### 3.1.1 UA1

Detektor UA1<sup>4</sup> byl nainstalován na urychlovači SpS v letech 1981 až 1990 s hlavním cílem detektovat částice  $W$  a  $Z$  při proton-antiprotonových srážkách [35]. Detektor byl konstruován tak, aby byl víceúčelový a mohl měřit jety s vysokou příčnou hybností pro různé částice. Jeho komponenty byly následující: centrální detektor (především dráhové komory uvnitř magnetu o 0.7 T), elektromagnetické a hadronové kalorimetry (pokrývaly kompletní prostorový úhel) a mionový detektor [36].

UA1 využíval svůj vlastní jetový algoritmus, který pracoval na principu kuželového algoritmu (přesněji se jednalo o algoritmus s energetickými centry, kde podmínkou bylo, aby centrum mělo energii  $E_T > 1,5$  GeV) s podmínkou, aby osa jetu měla pseudorapiditu  $|\eta| < 1,5$  a azimutální úhel  $\phi > 30^\circ$  (kvůli vysokým nepřesnostem v rekonstruování jetů a nízké efektivitě triggeru). Skládání hybnosti a energie jetů bylo výsledkem sumy (skalární a vektorové) přes všechny hybnosti a energie objektů naležících do kuželu jetu.

IJCS byly na UA1 měřeny pro hodnoty energií:  $\sqrt{s} = 546^5$  GeV z roku 1983 s integrovanou luminozitou  $L_{int} = 106 \text{ nb}^{-1}$  a  $\sqrt{s} = 630$  GeV z roku 1984 s integrovanou luminozitou  $L_{int} = 258 \text{ nb}^{-1}$  (s příčnou hybností jetů od 25 GeV/c do 150 GeV/c). Hlavní korekce byly především uskutečněny pro:  $E_T$  fluktuace a „underlying“ události, události na pozadí, efektivitu rekonstruování jetů (včetně kalibrace energií a hybností jetů), radioaktivní poškození kalorimetru<sup>6</sup> a konečné rozlišení energie<sup>7</sup>.

výsledný IJCS (jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  a pseudorapidity  $\eta$ ) je vyobrazen na obrázku 3.1 a jedná se o průměrné hodnoty přes interval pseudorapidity  $|\eta| < 0,7$  normalizované vzhledem k integrované luminositě  $L_{int}$ . Celková systematická chyba se pohybuje v rozmezí  $\pm 70\%$ <sup>8</sup>. Na obrázku 3.1 lze vidět, že naměřená data jsou v dobré shodě s teoretickými výpočty pQCD<sup>9</sup>, přičemž dochází k mírnému navýšení IJCS mezi jednotlivými měřeními (pro různé  $\sqrt{s}$ ). S větší hodnotou  $p_T$  se tento rozdíl zdá být větší. Teoretické předpovědi byly vynásobeny faktorem  $k = 1,5$  pro lepší shodu s fitovanými hodnotami, což vzhledem k systematické chybě (ovlivněna volbou strukturní funkce a škal) lze označit za únosnou toleranci [38, 39].

### 3.1.2 UA2

Experiment UA2 probíhal mezi lety 1981 až 1990, jako experiment UA1 na urychlovači SpS. Předpoklady pro oba tyto projekty byly téměř stejné, a to především zkoumání vysokoenergetických hadronových srážek a z nich plynoucí vlastnosti jetů

<sup>4</sup>Zkratka z ang. výrazu „Underground Area 1“.

<sup>5</sup>Veličina  $\sqrt{s}$  odpovídá celkové těžišťové energii systému.

<sup>6</sup>Ekvivalent k ang. výrazu „ageing“.

<sup>7</sup>Ekvivalent k ang. výrazu „smearing“.

<sup>8</sup>Tato systematická nepřesnost je důsledkem následujících procesů:  $\pm 50\%$  korekce energie jetů,  $\pm 40\%$  kalibrace kalorimetru,  $\pm 10\%$  radioaktivní poškození kalorimetru a  $\pm 15\%$  měření luminosity.

<sup>9</sup>Jednotlivé teoretické křivky v obrázku 3.1 jsou získány pomocí LO výpočtu  $\alpha_S$  vazebného parametru QCD z dvou partonového rozptylu s volbou renormalizační a faktorizační škály  $\mu_R = \mu_F = p_T^{jet}$  a strukturní funkcí z práce Eichten et al [37]. Vyšší řády pQCD v té době ještě nebyly k dipozici.

(jako například IJCS, fragmentace partonů, produkce jetů případně multijetová produkce). Jak již bylo řečeno výše, hlavním úspěchem těchto experimentů bylo objevení častic  $W$  a  $Z$ .

Oproti detektoru UA1 nebyl UA2 víceúčelový (např. nemohl měřit elektrické náboje častic), což sebou neslo určité nevýhody. Ale díky tomuto omezení mohl být konstruován s větší přesností pro měření energií (přesnější kalorimetry než u UA1) [40]. Tyto hadronové a elektromagnetické kalorimetry měly dohromady plné úhlové azimuthální pokrytí s pseudorapiditou v rozmezí  $-3 < \eta < 3$ . Celková kalibrační chyba byla stanovena na  $\pm 1,5\%$ . Další součástí detektoru je nejbliže svazku umístěný vertex detektor (složený z drátových cylindrických komor pro měření drah nabitych častic), avšak ten nebyl používán při měření velkých výskytů jetových událostí (z důvodu kratšího čtení události). Místo něj byly především využívány dva TOF hodoskopy<sup>10</sup> pro získání informací ohledně drah. Na rozdíl od UA1 neměl v sobě UA2 detektor zabudovaný mionový detektor.

Pro rekonstruování jetů byl využit následující postup: nejprve byly klastrovány jednotlivé objekty (zaznamenány v kalorimetru) s energií  $E_T > 400$  MeV tak, aby dohromady tvořily minimálně objekt s energií  $E_T = 3$  GeV. Následně byly tyto objekty sloučeny do jetu, pokud splňovaly podmínu:

$$\sqrt{(\eta^i - \eta_K)^2 + (\phi_i - \phi_K)^2} \leq 1,3, \quad (3.2)$$

kde osa jetu byla volena podle souřadnic energetického centra  $(\eta_K, \phi_K)$ . Rekombinační schéma je stejné jako u UA1.

Data využitá pro výpočet účinného průřezu byla rozdělena do pěti kategorií podle hodnoty pseudorapidity, jak lze vidět na obrázku 3.1. Byla sbírána v letech 1988 až 1989 při energiích  $\sqrt{s} = 630$  GeV s integrovanou luminositou:

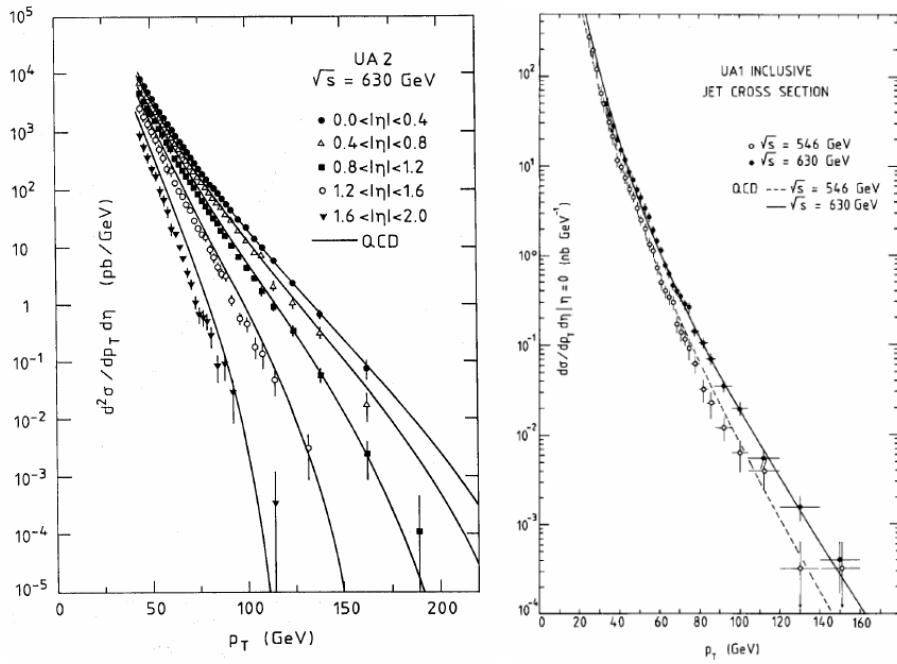
$L_{int} = 7,54 \pm 0,37 \text{ pb}^{-1}$ , kde konečná podmínka na energii jetů byla:  $E_T > 60$  GeV. Výsledná data byla ošetřena vůči možnému pozadí, které činí necelá 3% vzorku.

výsledný IJCS je zobrazen na obrázku 3.1, jako funkce energie  $E_T$  a pseudorapidity  $\eta$  (pro různé intervaly zmíněné v samotném grafu). Získaný průřez v sobě zahrnuje opravu na akceptanci detektoru (včetně její systematické chyby). Celková systematická chyba je odhadnuta na 32%<sup>11</sup>. Zároveň je zde srovnáván s teoretickou předpovědí pQCD<sup>12</sup>. Opět, jako pro experiment UA1, zde lze vidět dobrou shodu s pQCD ve většině intervalů pseudorapidity  $\eta$  a se závislostí na hybnosti  $p_T$ . Zároveň však lze pozorovat, že v posledním a předposledním intervalu  $\eta$  dochází již jen k částečné shodě (teoretické a naměřené výsledky se v některých částech odlišují o faktor dvou) se stejným výsledkem pro vyšší hodnoty  $p_T$ . Tento výsledek se obecně rozchází při použití různých strukturních funkcí a v konečném důsledku nebyl nalezen žádný systematický jev, který by vysvětlil takto nízkou hodnotu pro teoretickou předpověď IJCS. Celkově se výsledek shoduje i s měřením na experimentu UA1 (v předchozí podkapitole) a rozšiřuje získané výsledky v hybnostech jetů až do hodnoty  $p_T = 180$  GeV/c při  $\sqrt{s} = 630$  GeV [41, 42].

<sup>10</sup>Zkratka z ang. výrazu „Time Of Flight“.

<sup>11</sup>Mezi hlavní faktory ovlivňující systematickou chybu se řadí: korekce na akceptanci (je v závislosti na použitém teoretickém modelu a činí asi  $\pm 25\%$ ), nekompletní teorie „underlying“ událostí (mezi  $\pm 5\text{--}10\%$  pro  $p_T$  v intervalu od 130 GeV/c po 60 GeV/c), jetový algoritmus (méně než  $\pm 15\%$ ), absolutní energetická škála kalorimetru (se sys. chybou  $\pm 11\%$ ) a výpočet integrované lumiností (se sys. chybou  $\pm 5\%$ ).

<sup>12</sup>Výpočty byly provedeny na základě LO rádu  $\alpha_S$  s  $\mu_R = \mu_F = p_T^{jet}/2$  a strukturními funkcemi stejnými jako v předchozí části.



Obrázek 3.1: IJCS  $\frac{d^2\sigma}{d\eta dp_T}$  jako funkce  $p_T$  pro různé hodnoty pseudorapidity. Nalevo pro experiment UA2 (jednotlivé intervaly  $\eta$  viz legenda). Napravo pro experiment UA1 (pro pseudorapiditu  $|\eta| < 0,7$ ), kde otevřená kolečka značí data pro  $\sqrt{s} = 546$  GeV a uzavřená pro  $\sqrt{s} = 630$  GeV. Jednotlivé křivky reprezentují teoretické pQCD výpočty (pro UA1 vynásobeny faktorem  $k = 1,5$ ). Převzato z [38, 41].

## 3.2 Urychlovač Tevatron

Urychlovač Tevatron je umístěn v americkém centru Fermilab, kde byl poprvé uveden do provozu v roce 1983. Jednalo se o synchrotronový urychlovač, který, jak již naznačuje jeho jméno, byl schopen dodávat částicím energii téměř 1 TeV (této hodnoty však nikdy nedosáhl). Mezi historické úspěchy na poli čisticové fyziky patří objevení top kvarku v roce 1995. Uzavřen byl v roce 2011, po spuštění urychlovače LHC. Naměřená data se dělí do dvou hlavních období, a sice Run I mezi lety 1992-1996 a Run II mezi lety 2002-2011 (s rozdíly v energii  $\sqrt{s}$  a integrované luminositě  $L_{int}$ , které budou zmíněny dále v textu). V další části se zaměříme na tato data získaná experimenty CDF a DZero [43, 44].

### 3.2.1 DZero

Následující krátký popis detektoru DZero se vztahuje k jeho verzi v Run II. Hlavní komponenty detektoru DZero jsou tyto: dráhový detektor (vnitřní a vnější systém vložený do mag. pole supravodivého solenoidu 2 T), jehož data nejsou přímo použitá v jetovém algoritmu až na získanou polohu primárního vertexu  $p\bar{p}$ , kalorimetru (skládá se z LAr kalorimetru, scintilačního ICD<sup>13</sup> a MG<sup>14</sup>), jehož rozložení (pokrývá rapiditu až do hodnoty  $|\eta| = 4,2$ ) ovlivňuje následné intervalové rozdělení IJCS, mionový detektor, který není přímo využit, jedině pro vysoko energetické jety (mohou zde být zaznamenány), a detektor luminosity (scintilační materiál rozmístěný na obou stranách interakčního bodu).

Pro rekonstruování jetů je využit Run II Midpoint kuželový algoritmus, který je založen na iteračním kuželovém algoritmu s energetickými centry. Energetická centra jsou generována předklastrovacím procesem, který je svou podstatou podobný kuželovému algoritmu. Základní body rekonstrukce jsou následující: z kalorimetru jsou brána jednotlivá data, která sestávají z energie  $E_T$  a hybnosti  $p_T$  (hybnost je dopočítána pomocí polohy primárního vertexu), a ta jsou seřazena sestupně podle  $p_T$ . Tyto údaje jsou následně použity (postupně) jako prvočerpá energetická centra (nejnižší možná hodnota hybnosti je  $p_T > 500$  MeV/c), z jejichž okolí je sestaven objekt v prostoru  $\eta\psi$  (vyplývající z podmínky 3.2 s poloměrem  $R = 0,3$ )<sup>15</sup>. Všechny objekty s hybností  $p_T > 1$  GeV/c jsou využity jako energetická centra pro samotný jetový algoritmus. Ten pracuje stejným mechanismem jako kuželový iterační algoritmus s podmínkou  $R = 0,7$  pro poloměr kuželu<sup>16</sup> a  $p_T > 3$  GeV/c pro minimální hybnost jetu. Rekombinační schéma je sumace přes všechny hybnosti v jetu. Bohužel tento proces je stále infračervené a kolineárně citlivý, z čehož plyne přidání dodatečného požadavku (obsažen v názvu: Midpoint). Mezi nyní vytvořené jety jsou vloženy tzv. mezi-body, pokud splňují podmínu, že jejich vzdálenost je menší než  $2R$ . S těmito novými centry je opět proveden iterační proces, a pokud vzniklý stabilní jet není v seznamu předchozích jetů, je na něj přidán. Po tomto kroku je ještě proveden přerozdělovací proces (některé jety se mohou překrývat). Důsledkem této dodatečné procedury je zvýšená bezpečnost vůči vyzáření měkkých častic.

Teoretická předpověď i získaná experimentální data musejí být kalibrována a oprá-

<sup>13</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Inter-Cryostat Detector“.

<sup>14</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Massless Gap“.

<sup>15</sup>Po vytvoření tohoto objektu dochází k odstranění všech obsažených objektů ze seznamu, a tudíž nemůže dojít k překrývání.

<sup>16</sup>Maximální počet iteračních kroků je 50 se stabilním řešením pro odchylku 0,001.

vena, než mohou být využita pro výpočet IJCS. Z těchto procesů následně vyplývá další příspěvek do celkové chyby obou vzorků. Mezi tyto korekce a kalibrace se řadí: procedura zavádějící jetovou energetickou škálu (JES<sup>17</sup>), která především slouží pro přechod mezi jednotlivými úrovněmi dat<sup>18</sup>, výběr událostí a jeho efektivita (musí být odstraněny události na pozadí, jako například kosmické záření), požadavky na výběr jetů (tímto procesem má dojít k odstranění jetů vytvořených ze šumu detektoru a pozadí způsobené elektronami a fotony), úhlové rozložení a rozložení příčné hybnosti jetů (též JAR a JMR<sup>19</sup>, které se využívají pro proces „unfolding“ (korekce na finitní rozložení a akceptanci detektoru). Teoretické výsledky byly korigovány na neporuchové jevy (jako jsou např. hadronizace a „underlying“ události) a hlavními příspěvky k jejich chybám jsou: použité PDF sady, volba  $\mu_F$ ,  $\mu_R$  (ren. a fak. škály) a hodnoty  $\alpha_S$ . Využitá data z Run II jsou sesbírána v letech 2004–2005 s integrovanou luminositou  $L_{int} = 0,7 \text{ fb}^{-1}$  a  $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$ . IJCS je vynesen na obrázku 3.2, kde je rozdělen do šesti intervalů rapidity  $y$  (s maximální hodnotou 2,4) s počáteční hybností  $p_T = 50 \text{ GeV}/c$  do maximální hodnoty  $p_T = 600 \text{ GeV}/c$ . Vyznačené křivky jsou teoretické předpovědi pQCD (v rámci NLO s renormalizační a faktorizační škálou volenou jako  $p_T^{jet}$ ) s použitou PDF sadou CTEQ6.5M. Hlavním faktorem ovlivňujícím systematickou chybu exp. výsledku je především: JES s hodnotami od 15% do 55% (v rámci zvyšujícího se  $p_T$  a některých intervalů  $y$ ), „unfolding“ procedura s hodnotami od 5% do 30% (v rámci zvyšujícího se  $p_T$  a některých intervalů  $y$ ) a měření luminosity se stálou hodnotou 6,8%. Z tohoto obrázku a jejich porovnání (podíl data/teorie) lze říci, že exp. výsledek a teoretická předpověď jsou v dobré shodě v rámci určených chyb. Dochází však k jistým odchylkám pro nejvyšší hodnoty  $p_T$  v obou krajních intervalech  $y$ , kde teorie podhodnocuje, a ve středních intervalech  $y$ , kde je tomu spíše naopak (nadhodnocuje). Pro maximální hodnoty  $p_T$  je jejich rozdíl natolik velký, že není pokryt ani chybami dat a teoretické předpovědi. S tímto experimentálním výsledkem byly zároveň srovnávány i další PDF sady pro určení dodatečných omezujících podmínek [43].

### 3.2.2 CDF

V krátkosti zde budou opět popsány základní rysy detektoru CDF, přesněji CDF II. Mezi jeho hlavní komponenty patří následující (s relevancí vzhledem k danému tématu): dráhový detektor nabitéch častic (složený ze silikonového vertex detektoru a silikonových mezivrstev obklopených cylindrickou OCD komorou<sup>20</sup>, která je uložena do mag. pole 1,4 T), kalorimetru (obklopuje dráhový detektor a je složen z hadronového a elektromagnetického kalorimetru), CLC<sup>21</sup> detektor, který především slouží k měření luminosity [45].

Jelikož základem této části jsou dva články CDF kolaborace (viz [45] a [46]), které využívají dva různé jetové algoritmy, budou zde uvedeny oba tyto typy a k nim náležící výsledky. Je to algoritmus anti- $k_t$  a Midpoint kuželový algoritmus. Oba algoritmy byly

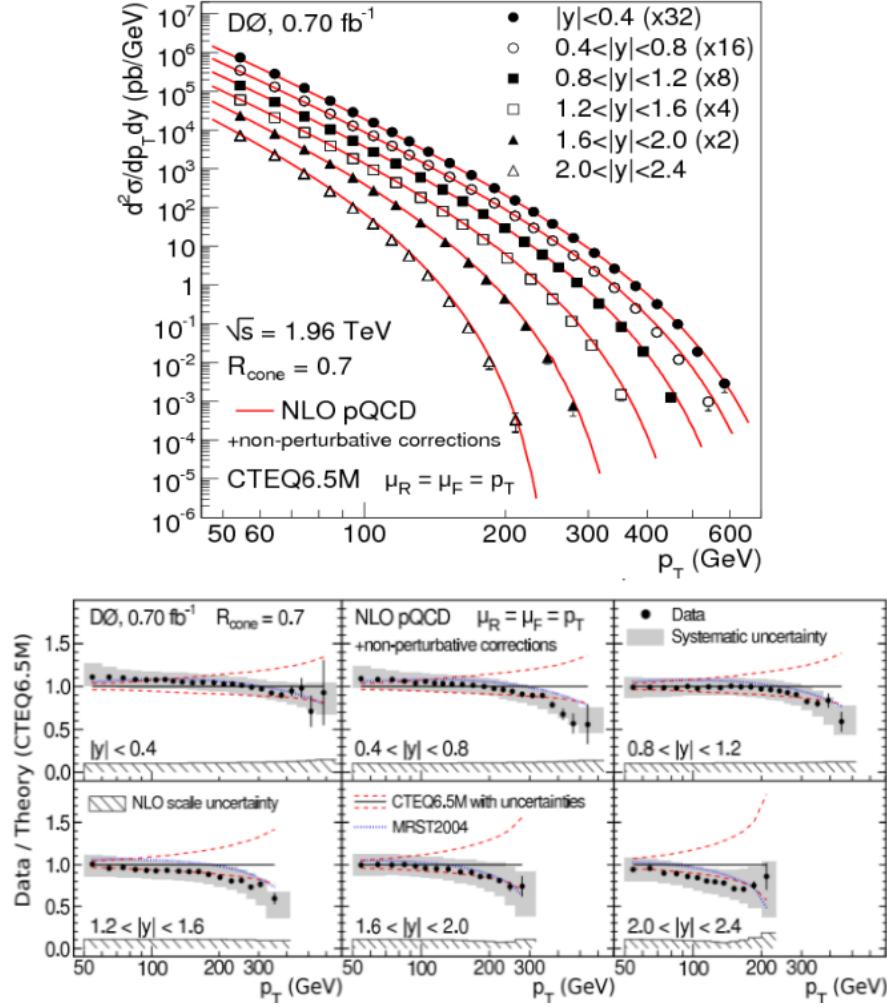
<sup>17</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Jet Energy Scale“.

<sup>18</sup>Získané údaje z kalorimetru musí být převedeny pomocí určitého faktoru na zvolený rámec, který je v tomto případě částicový a stejný převod je i pro teoretickou předpověď z partonové úrovně. Pro získání JES musí být hlavně vzaty v úvahu následující faktory: „off-set“ energie, odezva kalorimetru a „showering“ v detektoru.

<sup>19</sup>Zkratky z ang. výrazů: „Jet Angular Resolution“ a „Jet Momentum Resolution“.

<sup>20</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Open-Cell Drift“.

<sup>21</sup>Překlad z ang. výrazu: „Cherenkov Luminosity Counter“.



Obrázek 3.2: Obrázek nahoře: IJCS jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  a v několika intervalech rapidity  $y$  (viz legenda). Jsou zde zároveň znázorněny i teoretické předpovědi na základě CTEQ6.5M PDF sady. Obrázek dole: porovnání data/teoretická předpověď pro stejnou PDF sadu, kde šedou barvou je znázorněna chyba dat a přerušovanou červenou čarou chyba předpovědi. Zároveň je zobrazen i podíl 2 PDF sad: MRST2004/CTEQ6.5M, modrou přerušovanou čarou. Převzato z [43].

již rozebrány výše u DZero detektoru v podkapitole 3.2.1 (se stejnou hodnotou poloměru, avšak hodnota hybnosti musí být větší než  $p_T > 1 \text{ GeV}/c$ ) a u klastrovacích algoritmů v podkapitole 2.3.3 (s hodnotou poloměru  $R = 0,7$  a minimální hybností  $p_T > 0,1 \text{ GeV}/c$ ) včetně jejich výhod a nevýhod. Korekce a kalibrace experimentálních dat a teoretických předpovědí byly velmi podobné jako u DZero (později budou blíže rozebrány chyby teoretické předpovědi).

Finální IJCS včetně systematických chyb jsou na obrázku 3.3 (jak pro kuželový algoritmus tak pro anti- $k_t$  algoritmus). Pro kuželový algoritmus byla využita data z roku 2001 až 2006 s integrovanou luminositou  $L_{int} = 1,13 \text{ fb}^{-1}$  a pro anti- $k_t$  algoritmus to byl vzorek z Run II s integrovanou luminositou  $L_{int} = 1,00 \text{ fb}^{-1}$ . Obě verze jsou rozděleny do pěti intervalů rapidity  $y$  (viz legendy obrázků) až do maximální hodnoty 2,1 s příčnou hybností jetů  $p_T$  od přibližně 60  $\text{GeV}/c$  do 700  $\text{GeV}/c$ . Vyznačené křivky jsou opět teoretické předpovědi včetně jejich chyb. Nyní budou rozebrány jednotlivé případy:

- Kuželový algoritmus:** Hlavní systematické chyby měření jsou následující: JES s hodnotami od 10% pro nízké  $p_T$  až po 90% pro vysoké  $p_T$  pro některé intervaly  $y$ , JER s hodnotami od 5% pro nízké  $p_T$  až po 20% pro vysoké  $p_T$  pro některé intervaly  $y$ , dvoujetová  $p_T$  bilance s chybou 0,5% pro všechny intervaly  $y$ , korekce na „pile-up“<sup>22</sup> efekt s chybou 0,5% pro všechny intervaly  $y$  a  $p_T$ , korekce na „unfolding“ proces a měření luminosity, která pro první jev činí přibližně 5%, a pro druhý 6%.

Pro teoretickou předpověď byl využit NLO výpočet pQCD s PDF sadou CTEQ6.1M a volbou  $\mu_F = \mu_R = p_T^{jet}/2$ . Z obrázku 3.4 (vrchní část) lze vidět, že největší shody bylo dosaženo pro data v intervalu  $y$  od 0,1 do 0,7. Pro první interval dochází k podhodnocení teoretické předpovědi a tento rozdíl se zvyšuje s rostoucí  $p_T$ . Opačnou tendenci má poslední interval a u dvou zbývajících je chování smíšené (u intervalu od 1,1 do 1,6 dochází spíše k podhodnocení teor. výpočtů, které je největší ve vysokých  $p_T$  a to téměř o dvojnásobek naměřených dat).

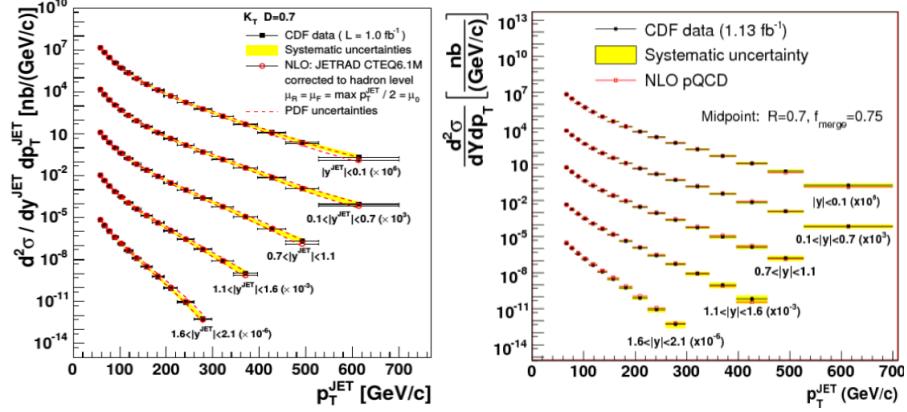
- Anti- $k_t$  algoritmus:** Hlavní systematické chyby způsobeny především: JES s hodnotami od 9% pro nízké  $p_T$  až po 61% (pro záporné hodnoty to je -39%) pro vysoké  $p_T$  pro některé intervaly  $y$ , srovnání dat a teoretické předpovědi (je velmi odlišná pro různé intervaly  $y$ : největších hodnot pro intervaly od 1,1 s hodnotami od 12% do 23% pro zvyšující se  $p_T$ ), JMR s chybou od 2% do 10% nezávisle na  $y$ , „unfolding“ procedura, „pile-up“ efekt s hodnotami od 3% do 7% pro vysoké  $p_T$  a různé intervaly  $y$  (zanedbatelné pro malé  $p_T$ ) s maximálním příspěvkem 2% a měření luminosity se stálou hodnotou 5,8%.

Data byla srovnána s NLO pQCD výpočty s využitou CTEQ6.1M PDF sadou a volbou škál:  $\mu_F = \mu_R = p_T^{jet,max}/2$ .

Opět lze konstatovat, že mezi teor. předpověď naměřenými daty panuje dobrá shoda pro všechny intervaly  $y$  napříč celou  $p_T$ . Jak lze z obrázku 3.4 (spodní část) vypořazovat.

V konečném porovnání (viz [46] porovnání získaných dat) se pomocí obou algoritmů dosáhlo obdobných výsledků s pouze jednou výchytkou v intervalu  $y$  od 1,1 do 1,7, která byla převážně způsobena kalorimetrem a jeho rozestavením. Tudíž lze využít obou výsledků pro další důsledky týkající se PDF sad (jejich chyba je v dopředných  $y$

<sup>22</sup>Jev, při kterém dochází k překryvu signálu dvou událostí. V případě srážky dvou shluků protonů tomu odpovídá několikanásobná interakce.

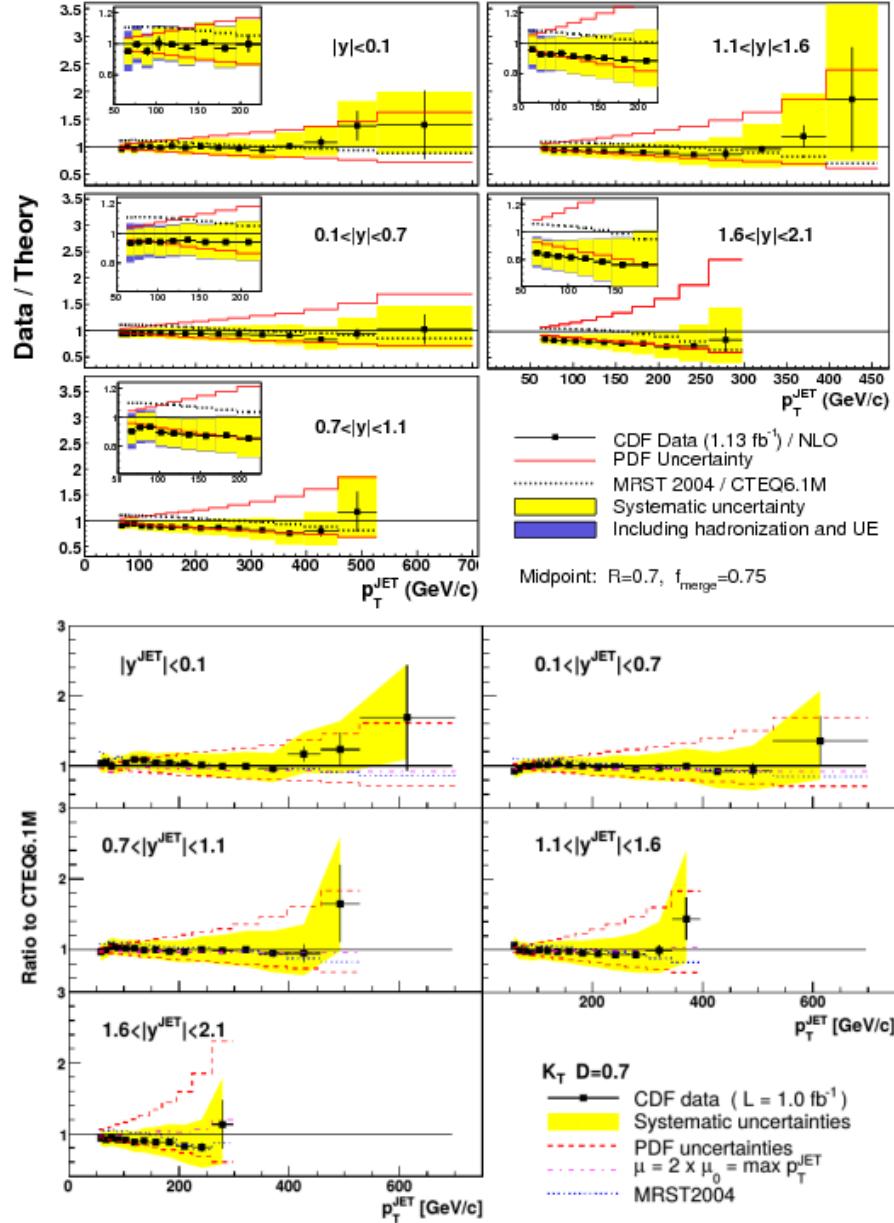


Obrázek 3.3: IJCS jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  a v 5 intervalích rapidity  $y$  (viz legenda). Jsou zde zároveň znázorněny i teor. předpověď na základě CTEQ6.1M PDF sady NLO pQCD výpočtů i sys. chyby experimentálních dat (žlutou barvou, není v ní zahrnuta chyba na  $L_{int}$ ). Každý z intervalů  $y$  je násoben určitou konstantou (viz poslední údaj každé křivky v závorce). Převzato z [46, 45].

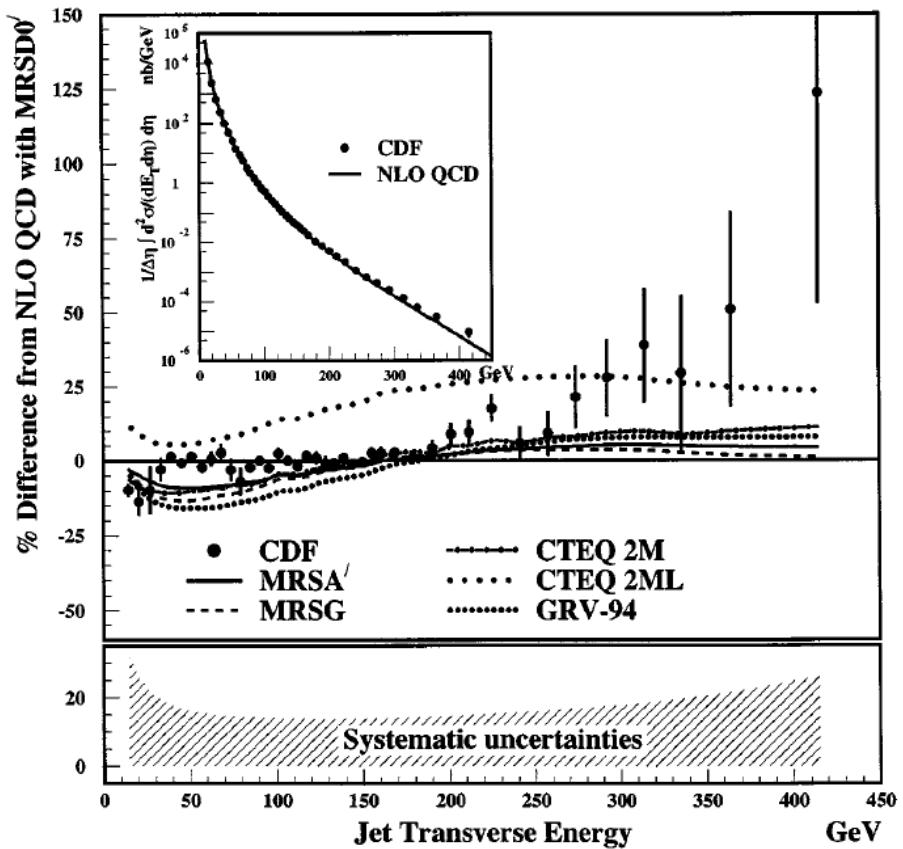
větší než chyba exp. dat) a to především gluonové PDF pro vysoké  $x$ , jelikož pro obě měření byla teoretická předpověď stále velmi limitována právě znalostí této sady.

V této souvislosti zde jako příklad bude uveden starší článek z Run I [47], kde lze velmi dobře pozorovat podstatnější rozdíl mezi daty a teorií a z toho plynoucí důsledky na PDF gluonovou sadu. Jednalo se o data z Run I při  $\sqrt{s} = 1,8$  TeV s rozsahem příčných energií jetů  $E_T$  od 15 do 450 GeV v intervalu rapidity  $y$  od 0,1 do 0,7. Jak lze pozorovat na obrázku 3.5 tento rozdíl nastává od hodnoty  $E_T > 200$  GeV a výsledná data jsou tak několikanásobně větší než předpověď. V rámci vysvětlení tohoto jevu bylo velmi pečlivě prozkoumáno všech 1192 událostí nad touto hodnotou z hlediska systematické chyby měření, avšak bezvýsledně (žádný efekt, který by tak razantně změnil výsledek nebyl nalezen). V teoretické předpovědi byla využita MRSDO' PDF sada (a další viz obrázek 3.5), která nejlépe popisovala nízké  $E_T$  a výpočty byly provedeny na základě NLO pQCD. Ani pro různé variace škál ani PDF sad nedocházelo k vysvětlení tak velkého rozdílu. Jako jedno z možných vysvětlení se jevila substruktura kvarků. Lze ji charakterizovat pomocí energetické škály složení  $\Lambda_C$ <sup>23</sup>. Tehdejší výpočty pro složení kvarku nebyly rozšířeny na NLO, a tudíž musel být výsledek porovnán s LO rádem. Nejlepšího výsledku bylo dosaženo pro  $\Lambda_C > 1,6$  TeV. Obecně z těchto přesných výsledků šlo vyvodit znatelné důsledky na PDF sadu a především na gluonovou sadu. Lze to například nahlédnout na obrázku 3.4 (vrchní část interval  $y$  od 0,1 do 0,7), kde byla použita novější PDF sada (ta již zahrnovala tyto výsledky): MRST 2004. Jak již byl výše řečeno, v tomto intervalu dochází k největší shodě mezi teorií a daty.

<sup>23</sup>Pro určení této konstanty byla již využívána data z dříve zmíněných experimentů. Např. UA1 předpokládala nejnižší limit na  $\Lambda_C$  400 GeV a UA2 370 GeV [38].



Obrázek 3.4: Porovnání data/teoretická předpověď pro CTEQ6.1M PDF PDF sadu, kde žlutou barvou je znázorněna sys. chyba dat a červenou čarou chyba předpovědi. Zároveň je zobrazen i podíl 2 PDF sad: MRST2004/CTEQ6.5M, modrou přerušovanou čarou. Převzato z [46, 45].



Obrázek 3.5: Procentuální porovnání mezi naměřenými daty IJCS a teoretickou předpovědí NLO pQCD na základě PDF sady MRSDO'. Ve spodní části je obsažen graf se systematickou chybou dat. Zároveň jsou znázorněny i předpovědi pro jiné PDF sady (viz legenda). Převzato z [47].

### 3.3 Urychlovač LHC

V rámci LHC se tato kapitola především zaměří na experiment ATLAS a CMS při různých energiích  $\sqrt{s} = 2,76, 7, 8$  a  $13$  TeV. Doposud nejmodernějším zařízením zkonztruovaným pro tyto účely je LHC („The Large Hadron Collider“)[48]. Je umístěn ve výzkumném středisku CERN na francouzsko-švýcarských hranicích poblíž Ženevy. V současné době je využíván pro urychlování a srážení svazků protonů (p-p srážky) a jader olova (Pb-Pb jaderné srážky), případně jejich kombinace (Pb-p proton-jaderné srážky). Při p-p srážkách je schopen urychlit protony až na energie dosahující hodnot 13 TeV při frekvenci 40 milionů srážek za sekundu s luminositou:  $L = 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Při jaderných srážkách Pb-Pb je dosahováno energií 2,8 TeV na pár nukleonů a při Pb-p proton-jaderných srážkách energií 5,5 TeV. V současnosti je na LHC nainstalováno několik experimentů, z nichž ty hlavní jsou: ATLAS („A Toroidal LHC ApparatuS“), CMS („Compact Muon Solenoid“), LHCb („Large Hadron Collider beauty“) a ALICE („A Large Hadron Ion Collider Experiment“).

#### 3.3.1 ATLAS

Detektor ATLAS je znázorněn na obrázku 3.6. Lze zde vidět jeho základní systémy: vnitřní detektor (ID<sup>24</sup>), kalorimetru (LAr<sup>25</sup> elektromagnetický kalorimetr a hadronový kalorimetr), mionový spektrometr, magnetický systém, chladící systém a systém sloužící pro sbírání a ukládání dat z jednotlivých podsystémů detektoru (DAQ<sup>26</sup>). Prvním subdetektorem, který je umístěný nejbliže interakčnímu bodu, je ID, jehož úlohou je měření dráhy, hybnosti a náboje elektricky nabitych částic. Je umístěn do magnetického pole 2 T, které je vytvářeno obklopujícím solenoidem. ID se skládá ze tří částí (podle polohy od centra srážky): pixelového detektoru, SCT a TRT.<sup>27</sup>. Jsou rozmištěny v centrální části na pláštích soustředných (se středem ve svazku) válců a v bočních částech na kruzích, které jsou kolmé na svazek. Výsledná kombinace tří výše zmíněných součástí ID pokrývá dohromady oblast pseudorapidity:  $|\eta| < 2,5$ . Další části detektoru jsou kalorimetry, které jsou určeny k měření energie částic. Základním principem je zastavení nebo případné zbrzdění prolétávajících částic<sup>28</sup>, čímž dochází k odevzdání energie (případně části energie). Tento detektor je složen ze dvou součástí: LAr elektromagnetického kalorimetru (jeho úkolem je určení energie elektronů a fotonů) a hadronového kalorimetru (slouží k určování energie hadronů)<sup>29</sup>. Elektromagnetický kalorimetr se nachází blíže k svazku a je rozdělen do tří částí: jedné „barrel part“ ( $|\eta| < 1,475$ ) a dvou „endcap part“ ( $1,375 < |\eta| < 3,2$ ). Do každé z těchto částí jsou umístěny olověné a ocelové pláty, kde při průchodu částice vznikají tzv. spršky, které jsou následně detekované tekutým argonem umístěným mezi jednotlivými pláty (produkovaný signál je sbírána měděnými katodami na koncích plátů). Po elektromagnetickém kalorimetru následuje kalorimetr hadronový<sup>30</sup>, sestávající z „tile“

<sup>24</sup>Zkratka z ang. výrazu „Inner Detector“.

<sup>25</sup>Zkratka z ang. výrazu „Liquid Argon“.

<sup>26</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Data Acquisition“.

<sup>27</sup>Zkratky z ang. výrazů „SemiConductor Tracter“ a „Transition Radiation Tracker“.

<sup>28</sup>Kalorimetr je svým provedením schopen zachytit většinu částic s výjimkou neutrín a muonů.

<sup>29</sup>Rozdělení je způsobeno odlišným způsobem interakce hadronů a elektronů/fotonů.

<sup>30</sup>Jedná se o druhou největší část celého detektoru a podle jeho velikosti se také odvíjí velikost následujícího muonového detektoru. Jak lze vidět na obrázku 3.6, jedná se o dvě

kalorimetru, dvou LAr hadronových „end cap“ kalorimetru a LAr „forward“ kalorimetru. „Tile“ kalorimetru se nachází v prostoru s pseudorapiditou  $|\eta| < 1,7$  (rozdělený do 3 bloků). Jedná se o kombinaci ocelových desek (slouží jako absorbér spršek hadronů) a scintilátorů (aktivní materiál emitující fotony při interakci s nabitém částicí), které jsou mezi nimi umístěny. Fotony vyzářené scintilátorem jsou svedeny pomocí optických vláken do fotonásobičů a odsud následně pomocí katod převedeny na elektrický signál. Z obou stran „tile“ kalorimetru jsou umístěné výše zmíněné LAr hadronové „endcap“ (Cu pláty) a LAr „forward“ kalorimetry (Cu a W mříže), které se pro zvýšení účinnosti částečně prostorově překrývají (v místě s  $|\eta| = 3,1$ ).

Poslední detekční částí je mionový spektrometr, jehož hlavním úkolem je měření hybností a druh mionů. Základním funkčním principem je změna druhu nabitéch mionů v magnetickém poli (způsobeno magnetickým systémem detektoru). Společně s velmi přesnými dráhovými detektory (obdobné TRT) zde dochází k přesnému určení polohy (odklonu) prolétávajících mionů (následně lze z tohoto údaje určit i hybnost).

Kvůli vysoké frekvenci (40 MHz) proběhnuvších událostí je zapotřebí, aby docházelo k jejich postupnému vytrídění, tedy aby byly vybrány ty, které jsou fyzikálně zajímavé. K tomuto účelu slouží především „trigger“ systém (a případně další sběrné systémy), který se v Run I<sup>31</sup> skládal ze tří úrovní: L1, L2 a „event filtr“. Každá z těchto úrovní redukuje počet sbíraných událostí (pomocí výběrových kritérií) a zároveň provádí sběr informací o těch, které jsou fyzikálně zajímavé. Konečným výsledkem je frekvence okolo 200 Hz, kde každá z událostí má přibližně velikost 1,3 Mb [49]. Pro Run II byl namísto 3 stupňového „trigger“ systému využit 2 stupňový: L1 a HLT<sup>32</sup>. V první fázi dochází k redukci událostí na 100 kHz, které jsou následně redukovány v HLT na 1 kHz [50].

Hlavním jetovým algoritmem, který experiment ATLAS využívá (ve zdrojových článcích [51], [52],[53] a [54]), je anti- $k_t$  algoritmus s rekombinačním schématem implementovaným v knihovně FastJet [55] a dvěma různými jetovými parametry  $R = 0,4$  a  $0,6$  (pro energii 13 TeV byl použit pouze 0,4).

Využitá data jsou následující:

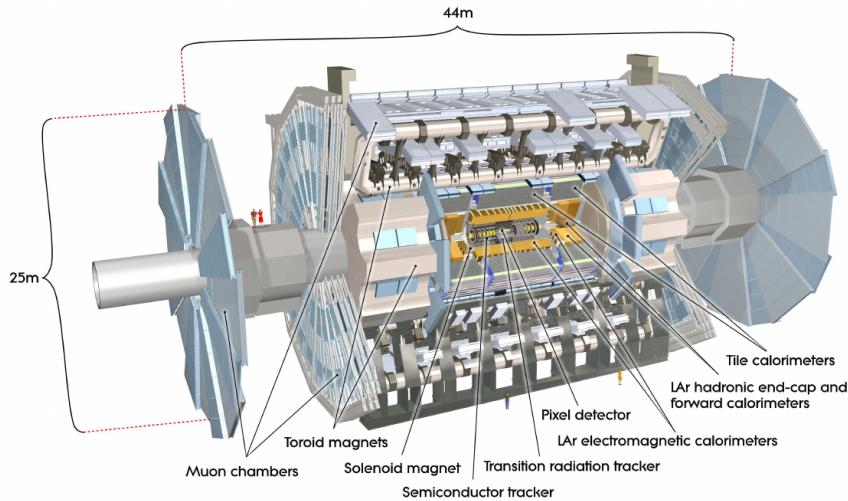
- Energie  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV s integrovanou luminositou  $L_{int} = 0,20 \text{ pb}^{-1}$  naměřená v roce 2011 s rapiditou jetů od 0 do 4,4 a příčnou hybností jetu od 20 GeV/c do 430 GeV/c [54].
- Energie  $\sqrt{s} = 7$  TeV s integrovanou luminositou  $L_{int} = 4,5 \text{ fb}^{-1}$  naměřená v roce 2011 s rapiditou jetů od 0 do 3 a příčnou hybností jetu od 100 GeV/c do 2 TeV/c [51].
- Energie  $\sqrt{s} = 8$  TeV s integrovanou luminositou  $L_{int} = 20,2 \text{ fb}^{-1}$  naměřená v roce 2012 s rapiditou jetů od 0 do 3 a příčnou hybností jetu od 70 GeV/c do 2,5 TeV/c [52].
- Energie  $\sqrt{s} = 13$  TeV s integrovanou luminositou  $L_{int} = 3,2 \text{ fb}^{-1}$  naměřená v roce 2015 s rapiditou jetů od 0 do 3 a příčnou hybností jetu od 100 GeV/c do 3,2 TeV/c [53].

Teoretická předpověď je výsledkem NLO pQCD výpočtu s korekcemi na neporuchové („underlying“ události a hadronizaci) a elektroslabé jevy. Renormalizační a faktorizační

části, které společně s magnetickým systémem zaujmají prostorově většinu detektoru.

<sup>31</sup>Data získaná na urychlovači ATLAS lze rozdělit do dvou časových etap: Run I, který probíhal mezi lety 2009–2013 a Run II, který započal v roce 2015 a bude trvat do poloviny roku 2018. Předpokládá se, že poté bude následovat skoro dvouletá přestávka, pokračující Run III od konce roku 2019.

<sup>32</sup>Zkratka z ang. výrazu: „High-Level Trigger“.



Obrázek 3.6: Schéma detektoru ATLAS. Převzato z [49].

rizační škála byla volena jako:  $\mu_F = \mu_R = p_T^{jet,max}$  a vazebný parametr podle dané PDF sady. Hlavní tři zdroje systematických chyb jsou: použité PDF sady, volba  $\mu_F$ ,  $\mu_R$  (ren. a fak. škály) a hodnoty  $\alpha_S$ .

Simulace detektoru je uskutečněna pomocí ATLAS detektorové simulace s daty vygenerovanými pomocí Pythia MC<sup>33</sup> generátoru. Data jsou z detektoru vybírána pomocí třístupňového/dvoustupňového triggrovacího systému tak, aby výsledný vzorek obsahoval co nejméně externích a chybavých událostí. Pro zlepšení energetického rozlišení kalorimetru je využívána tzv. LCW<sup>34</sup> kalibrace (aplikuje se na výstupní data kalorimetru využitá v jetovém algoritmu). Získané jety (jejich energie) jsou také kalibrované kvůli možnému „pile-up“ efektu (totéž je provedeno i pro simulaci) s dalšími korekcemi závislými na rapiditě  $y$  a jejich energii (korekce rozdílu mezi simulací a daty aj.). Důsledkem tohoto procesu je zavedení JES (jety jsou vytvářeny ze stabilních částic s  $c\tau > 10$  mm<sup>35</sup>) a z ní vyplývající systematická a statistická chyba. Do celkové chyby je zahrnuta i chyba způsobená energetickým JER a úhlovým rozlišením (JAR) jety a měřením luminosity. Získané údaje jsou následně zbaveny efektu detektoru pomocí procesu „unfolding“, který v sobě zahrnuje porovnání dat se simulací detektoru. Hlavním podíl na systematické chybě má především JES a JER<sup>36</sup>.

Komentáře k jednotlivým případům (v rámci relativních chyb zde budou uvedeny pouze základní trendy a případné význačné rysy)<sup>37</sup>:

- $\sqrt{s} = 2,76$  TeV: V tomto měření nebylo nutné provádět kalibrace vůči efektu „pile-up“, jelikož byla velmi nízká hodnota interakce na setkání dvou shluků protonů (přibližně  $\mu = 0,24$ ), a zároveň nebyla provedena ani korekce na elek-

<sup>33</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Monte Carlo“.

<sup>34</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Local-Cluster-Weighting“.

<sup>35</sup>Veličina  $\tau$  odpovídá době života částice.

<sup>36</sup>Efekt JER je v určitých hodnotách srovnatelný až nižší než efekt ostatních jevů.

<sup>37</sup>Podrobnější rozebrání relativních chyb teoretických předpovědí bude provedeno v kapitole 4.

troslabé efekty. Vzhledem k oběma hodnotám  $R$  nedochází k velkým odchylkám v rámci systematické chyby měření (do jisté míry lze asymetrickou chybu vzhledem k záporným a kladným hodnotám approximovat na symetrickou). Největší vliv má chyba způsobená JES a JER. Pro intervaly  $y$  menší než 2,8 je JES chyba nejmenší od 15% do 20% pro  $p_T$  mezi hodnotami 50 GeV/c a 150 GeV/c, mimo tyto hodnoty dochází k nárůstu až na 40% pro nízké  $p_T$  a 60% pro vysoké  $p_T$ . Pro vyšší intervaly  $y$  přesahuje chyba konstantně 100%. JER má velmi podobný průběh, ale několikanásobně nižší hodnoty. Chyba luminosity je stanovena na 2,7%. Ostatní chyby se pohybují okolo 1% až 2%.

výsledný IJCS je zobrazen na vrchním obrázku 3.7 (zároveň s chybou a teoretickou předpovědí včetně její chyby), kde je rozdělen do 7 intervalů  $y$  pro obě hodnoty parametru  $R$  (na obrázku je využita CT10 PDF sada). Lze pozorovat dobrou shodu mezi exp. daty a teor. předpovědí. Ucelenější pohled si lze udělat pomocí spodního obrázku 3.7, kde je proveden podíl data/theorie (pro hodnotu  $R = 0,6$  bylo chování velmi podobné). Výsledek je očividně závislý na zvolené PDF sadě, kde z hlediska sady CT10 NLO dochází pro většinu intervalů  $y$  a většinu hodnot  $p_T$  k nadhodnocení. Pro nejvyšší hodnoty  $p_T$  dochází spíše k opaku [54].

- $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ : Pro obě hodnoty  $R$  je opět sys. totální chyba stejná, s tím rozdílem, že pro  $R = 0,4$  je větší příspěvek od JES a menší od JER. Její průběh je rostoucí s větším a menším  $p_T$  od přibližné hodnoty  $p_T = 0,04 \text{ TeV}$  (tentot bod se se zvyšující  $y$  posouvá směrem k nižším hybnostem) ve všech intervalech  $y$  (maximální dosažená hodnota je 50% v posledním intervalu  $y$ ). Lze zároveň pozorovat, že dochází k velkému nárůstu relativní chyby JER v rámci  $y$ . K tot. sys. chybě přispívá i luminozita s hodnotou 1,8%.

výsledný IJCS je zobrazen na vrchním obrázku 3.8 (zároveň s chybou a teoretickou předpovědí včetně její chyby), kde je rozdělen do 6 intervalů  $y$  pro obě hodnoty parametru  $R$  (na obrázku je využita CT10 PDF sada). Teoretická předpověď dobře odpovídá experimentálním výsledkům v osmi rádech IJCS. Pro přesnější porovnání mezi teoretickou předpovědí a experimentálními daty je využit dolní obrázek 3.8 (pro hodnotu  $R = 0,6$  bylo chování velmi podobné). Obecně lze říci, že pro vyšší hodnoty  $p_T$  jsou teoretické předpovědi na základě CT10 PDF sady vyšší (narůstají) než experimentální data pro všechny intervaly  $y$ . Pro sady MSTW 2008 a NNPDF 2.1 tak tomu již není a v některých případech je tomu spíše naopak. Z tohoto faktu vyplývá, že výsledek je opět závislý na použité PDF sadě, a tudíž z něj lze vyvozovat jisté důsledky pro tyto sady. Kvantitativní porovnání bylo uskutečněno pomocí „frequentist“ metodou s  $\chi^2$  a případné pozorované „p-value“  $P_{obs}$  (v úvahu byly vzaty asymetričnosti chyb). Tímto se potvrdil výsledek zmíněný výše s určitou odchylkou pro některé PDF sady. především ABM11 NLO sada vykazovala velmi nízkou hodnotu  $P_{obs}$  (pod 5%) pro první intervaly  $y$ , z čehož vyplývá, že nedostatečně popisuje experimentální data (pro vyšší  $y$  již docházelo k lepší shodě) [51].

- $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ : Celková chyba měření má opět obdobný průběh pro obě hodnoty  $R$  s velkou odchylkou v příspěvku JER v posledním intervalu  $y$  ve vysokých  $p_T$  (tvoří zde majoritní příspěvek). Průběh je do jisté míry shodný s tím, který byl uvedený v posledním případě, s určitými odchylkami, které budou zmíněny později v porovnání výsledků. Příspěvek luminosity je stanoven na 1,9%. Finální IJCS je na vrchním obrázku 3.9 (se stejnými náležitostmi jako výše, avšak s jiným značením). Je v něm využita MMHT2014 PDF sada. Lze opět

říci, že dochází ke shodě mezi teoretickou předpovědí a experimentálními daty (přibližně v 9 až 11 řádech IJCS). Ze spodního obrázku 3.9 (porovnání teorie s daty) lze vypozorovat tendenci teoretických dat (předpokládají větší hodnoty IJCS) se s vyšší hodnotou  $p_T$  přibližovat experimentálním výsledkům, avšak pro nejvyšší  $p_T$  je zde stále rozdíl 10 – 20% (v centrálních intervalech  $y$ ). Pro poslední dva intervaly  $y$  je to naopak a předpověď se postupně stále více rozchází s daty. Ve výsledku lze říci, že opět velmi závisí na použité PDF sadě, kde největší shodu se podařilo získat s CT14 PDF sadou a nejnižší pro HERAPDF2.0 (s ohledem k oběma hodnotám  $R$ ). Kvalitativní posouzení bylo stejně jako v předchozím případě a opět došlo k potvrzení teoretické předpovědi. S přihlédnutím k  $P_{obs}$  je pro  $R = 0,4$  nejnižší v intervalech 1,5 až 2,0 a 2,5 až 3,0 v  $y$ , což naznačuje určitý rozpor s exp. daty, avšak pro zbylé intervaly panuje dostatečná shoda. Pro  $R = 0,6$  je to spíše v prvních dvou intervalech  $y$ , kde pro HERAPDF2.0 z toho vyplývá témař nepoužitelnost pro tyto intervaly  $y$  [52].

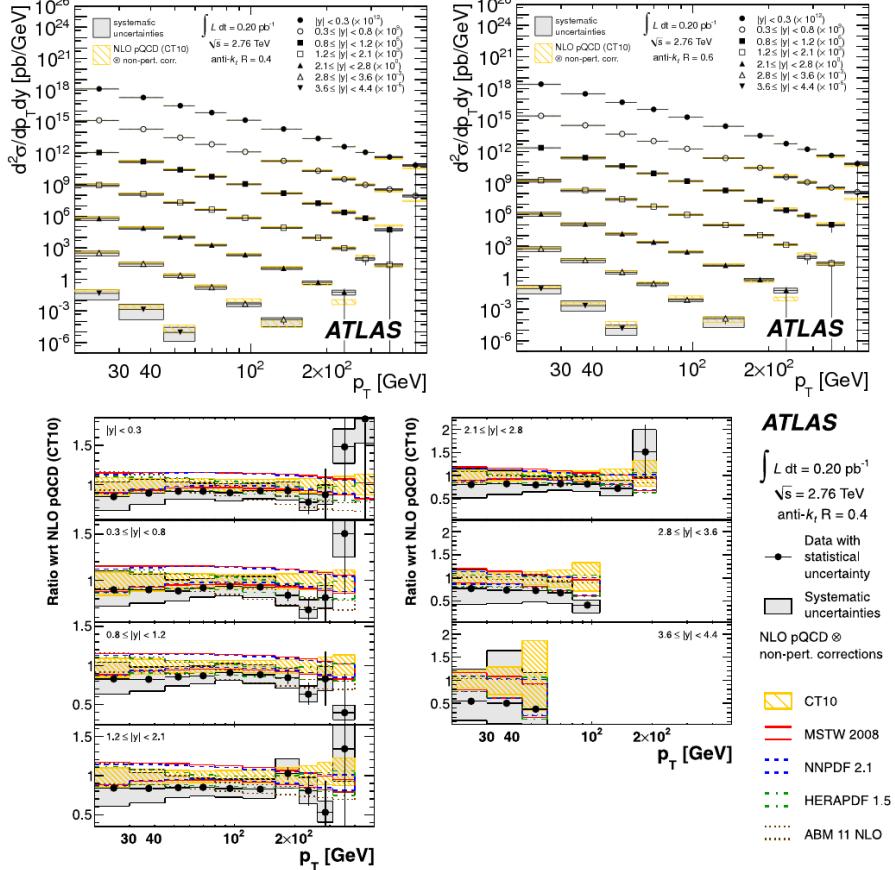
- $\sqrt{s} = 13$  TeV: Podrobnější výčet jednotlivých příspěvků k celkové experimentální chybě byl proveden především pro JER a JES. Oproti ostatním měřením zde byla získána maximální hodnota v prvním intervalu  $y$  20% (pro hybnosti v intervalu od 2 TeV/c do 3 TeV/c). Až na tuto odchylku je celková podoba stejná jako v předchozím případě.

Konečný IJCS je na obrázku 3.10<sup>38</sup> (se stejnými náležitostmi jako výše, avšak jiným značením). Opět dochází k dobré shodě mezi exp. měřením a teor. předpovědí. Z jejich porovnání lze zjistit, že pro některé PDF sady, NNPDF 3.0 a CT10, dochází pro poslední tři intervaly  $y$  k vyšším hodnotám než pro exp. data. Pro sady HERAPDF2.0 a ABM12 v prvních dvou intervalech  $y$  dochází spíše k opačné tendenci (nižším hodnotám). Kvantitativní porovnání není uvedeno v [53].

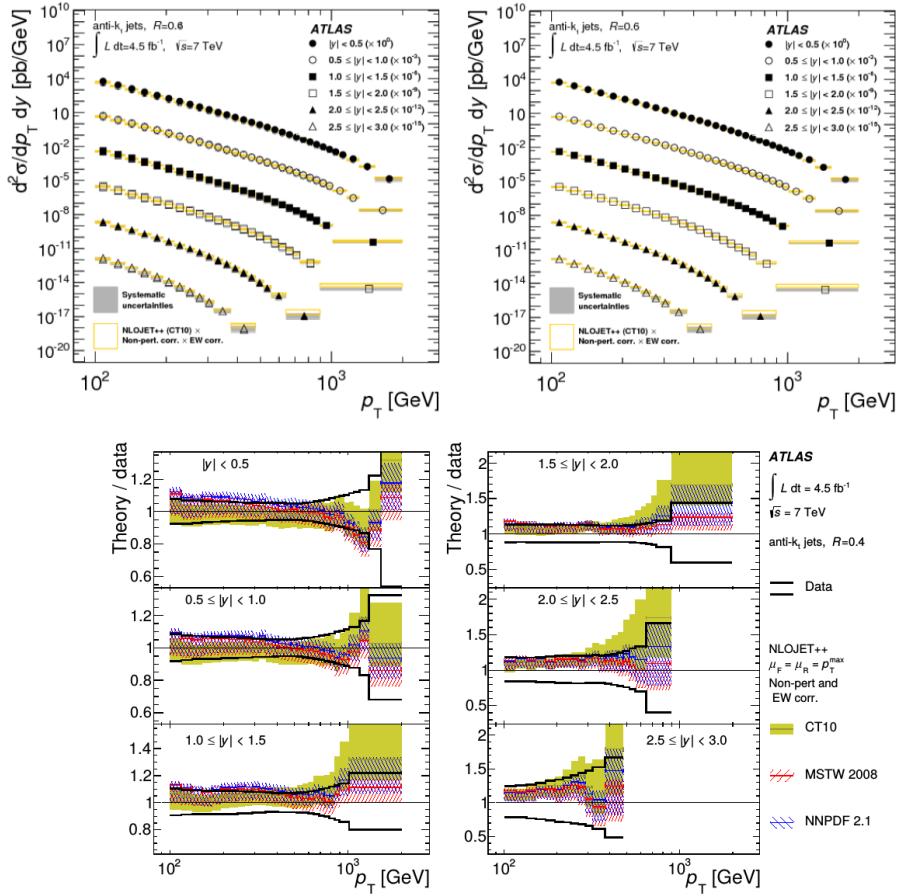
Výhoda různých energií  $\sqrt{s}$  pro stejný detektor především spočívá v tom, že mezi jednotlivými měřeními platí určitá korelace, a to hlavně v rámci dominantních chyb. Díky této korelace lze tyto chyby podstatně zredukovat, proto v důsledku poskytnou lepší experimentální podklad pro teoretickou předpověď.

Řádné kvantitativní porovnání lze provést pouze pro energie  $\sqrt{s} = 2,76, 7$  a  $8$  TeV (měření s energií 13 TeV bude využíváno pouze kvalitativně). Celkově pokrývají výsledky hodnoty  $p_T$  od 20 GeV/c až do 3,2 TeV/c a intervaly  $y$  až do 4,4 (většina je pouze do 3,0). Obecně mezi těmito měřeními dochází k markantnímu snížení chyb, a to jak teoretických tak experimentálních (zde lze využít i posledního měření, kde je zobrazena chyba v důsledku JER a JES a získaná data ukazují výrazný pokles jejich chyb na 20% pro JES v prvním intervalu  $y$  pro hraniční hodnoty  $p_T$ ). V rámci použitých PDF sad lze u všech třech případů pozorovat velké odchylky pro sadu ABM11 a 12 (u 13 TeV) ve všech intervalech  $y$  a pro sadu HERAPDF (2.0 a 1.5) v prvních intervalech  $y$ . V celkovém součtu lze říci, že se získaná experimentální data pro všechny tři hodnoty energií shodují s teoretickou předpovědí bez nějakých výrazných odchylek. Pro poslední hodnotu energie  $\sqrt{s} = 13$  TeV je zapotřebí udělat kompletnější analýzu dat a z nich získaných výsledků. V tomto i dalších případech je možné se uchýlit k experimentu CMS (viz další podkapitola).

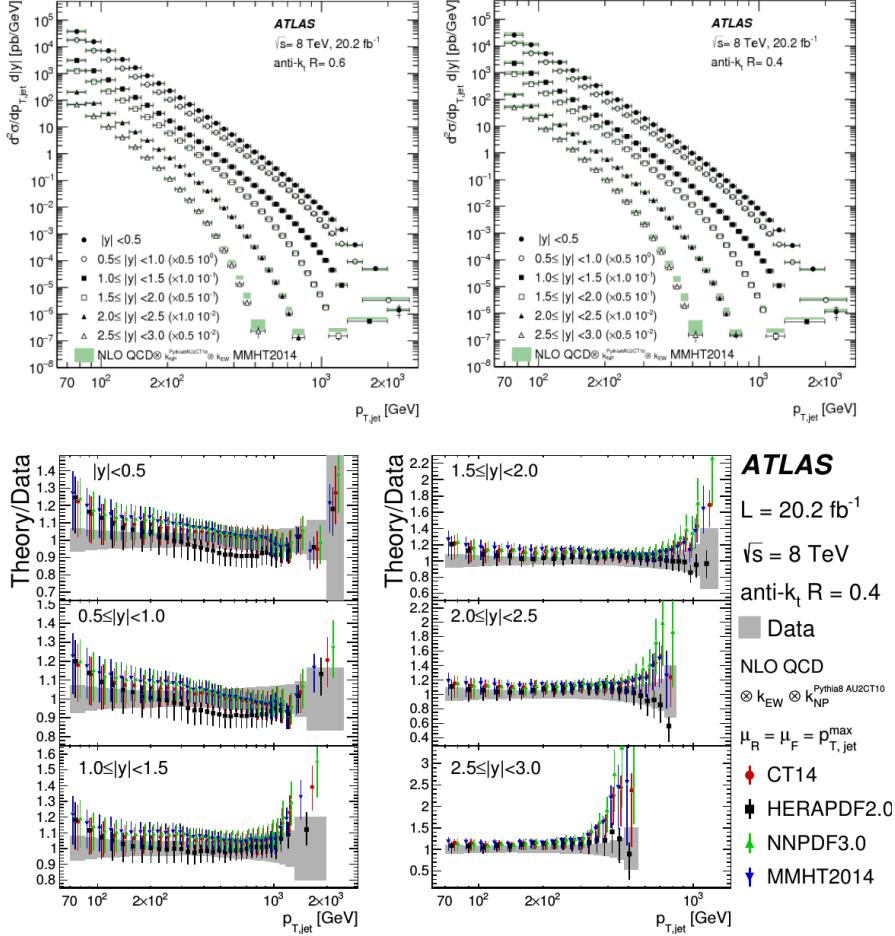
<sup>38</sup>Tento obrázek není obsažen ve zdroji [53]. Jedná se o ve velmi nedávné (7.7.2017) době zveřejněný výsledek, kde jsou poprvé v rámci experimentu ATLAS použito srovnání s NNLO výpočty a je zde provedeno i kvalitativní srovnání [56].



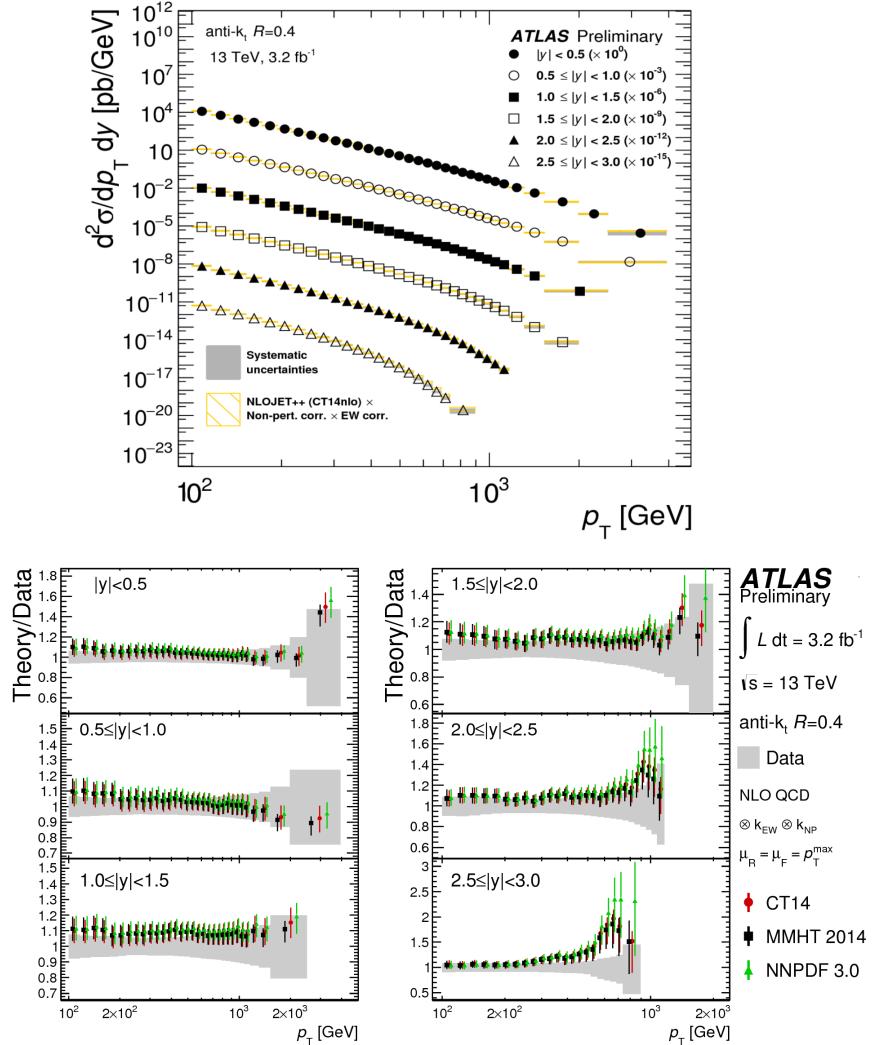
Obrázek 3.7: **Vrchní obrázek:** IJCS ( $\sqrt{s} = 2,76$  TeV) jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  v intervalech rapidity  $y$ . Výsledky jsou ukázány pro různé parametry jeťového algoritmu: napravo pro  $R = 0,6$  a nalevo pro  $R = 0,4$ . Jednotlivé výsledky jsou násobeny různými faktory pro lepší viditelnost (viz legenda). Data jsou porovnána s NLO pQCD teoretickými výpočty využívajícími CT10 NLO PDF sadu s korekciemi na neporuchové jevy. Jsou vyznačeny žlutými šrafovánými obdélníky, které obsahují jejich chybu. Systematické chyby jednotlivých dat jsou vyznačeny šedými obdélníky. Statistické chyby a chyba luminosity nejsou zobrazeny. **Spodní obrázek:** Porovnání data/teoretická předpověď pro CT10 NLO PDF sadu, kde šedou barvou je znázorněna sys. chyba dat a žlutými šrafovánými obdélníky chyba předpovědi. Zároveň je zobrazen i podíl se 4 PDF sadami: MRSW2008/CT10 NLO, NNPDF2.1/CT10 NLO, HERAPDF1.5/CT10 NLO a ABM11 NLO/CT10 NLO (jsou vyznačeny různými přerušovanými čarami, viz legenda). Převzato z [54].



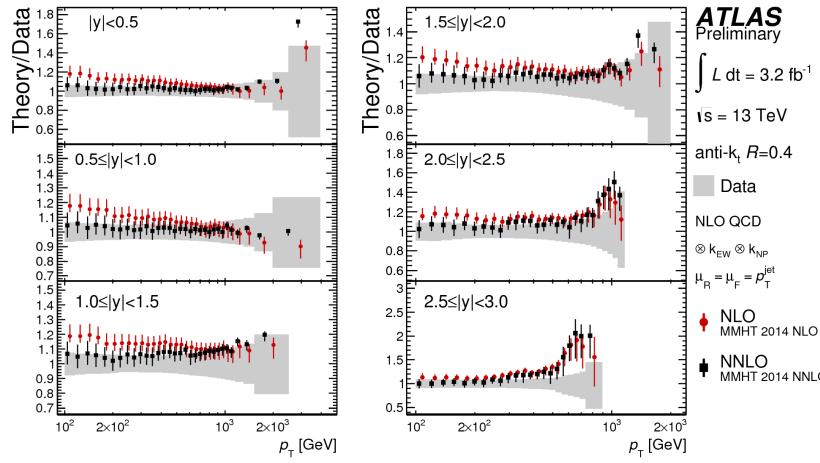
**Obrázek 3.8: Vrchní obrázek:** IJCS ( $\sqrt{s} = 7$  TeV) jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  v intervalech rapidity  $y$ . Výsledky jsou ukázány pro různé parametry jetového algoritmu: nalevo pro  $R = 0,6$  a napravo pro  $R = 0,4$ . Jednotlivé výsledky jsou násobeny různými faktory pro lepší viditelnost (viz legenda). Data jsou porovnána s NLO pQCD teoretickými výpočty využívajícími CT10 NLO PDF sadu s korekciemi na neporuchové a elektroslabé jevy. Jsou vyznačeny žlutými nevyplněnými obdélníky, které obsahují jejich chybu. Systematické chyby jednotlivých dat jsou vyznačeny šedými obdélníky. Statistické chyby nejsou zobrazeny. **Spodní obrázek:** Porovnání teorie/data pro CT10 NLO PDF sadu, kde černou linkou je znázorněna sys. chyba dat a žlutou barvou chyba předpovědi CT10 NLO. Zároveň je zobrazen i podíl se 2 PDF sadami: MRSW2008/data červeným a NNPDF2.1/data modrým šrafováním. Převzato z [51].



Obrázek 3.9: **Vrchní obrázek:** IJCS ( $\sqrt{s} = 8$  TeV) jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  v intervalech rapidity  $y$ . výsledky jsou ukázány pro různé parametry jetového algoritmu: nalevo pro  $R = 0,6$  a napravo pro  $R = 0,4$ . Jednotlivé výsledky jsou násobeny různými faktory pro lepší viditelnost (viz legenda). Data jsou porovnána s NLO pQCD teoretickými výpočty využívajícími MMHT2014 PDF sadu s korekciemi na neporuchové a elektroslabé jevy. Jsou vyznačeny šedými obdélníky, které obsahují jejich chybu. Chybové intervaly jednotlivých dat jsou výsledkem statistické a systematické chyby. **Spodní obrázek:** Porovnání teorie/data pro různé sady, kde šedou barvou je znázorněna sys. chyba dat. Využity jsou následující PDF sady: CT14 vyznačeno červenými kolečky, HERAPDF2.0 vyznačeno černými čtverci, MMHT2014 vyznačeno modrými trojúhelníky a NNPDF3.0 vyznačeno zelenými trojúhelníky (včetně celkové chyby). Převzato z [52].



Obrázek 3.10: **Vrchní obrázek:** IJCS ( $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ ) jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  v intervalech rapidity  $y$ . výsledky jsou ukázány pro parametr jetového algoritmu  $R = 0.4$ . Jednotlivé výsledky jsou násobeny různými faktory pro lepší viditelnost (viz legenda). Data jsou porovnána s NLO pQCD teoretickými výpočty využívajícími CT14 NLO PDF sadu s korekcemi na neporuchové a elektroslabé jevy. Jsou vyznačeny žlutými nevyplněnými obdélníky, které obsahují jejich chybu. Systematické chyby jednotlivých dat jsou vyznačeny šedými obdélníky. Statistické chyby nejsou zobrazeny. **Spodní obrázek:** Porovnání teorie/data pro různé sady, kde šedou barvou je znázorněna sys. chyba dat. Využity jsou následující PDF sady: CT14 vyznačeno červenými kolečky, MMHT2014 vyznačeno černými čtverci, NNPDF3.0 vyznačeno zelenými trojúhelníky (včetně celkové chyby). Převzato z [56].



Obrázek 3.11: Porovnání dvou teoretických předpovědí na základně NNLO a NLO výpočtu pro sadu MMHT2014 v 6 intervalech  $y$  pro energii  $\sqrt{s} = 13$  TeV. Je zároveň zobrazena systematická chyba dat. Převzato z [56].

### 3.3.2 CMS

Dalším z experimentů, které jsou umístěny na LHC, je CMS, kde byla také sbírána data pro hodnoty energií  $\sqrt{s} = 2,76, 7, 8$  a  $13$  TeV (viz články:[57], [58], [59] a [60]). Základní části CMS detektoru jsou následující: křemíkový dráhový detektor (měření drah nabitéch častic), elektromagnetický krystalový kalorimetru (vyrobený z PbWO<sub>4</sub> a označován zkratkou ECAL<sup>39</sup>) a hadronový scintilační kalorimetru (vyroben převážně z mosazi a různých plastů, značen zkratkou HCAL<sup>40</sup>). Všechny tyto tři součásti se nachází v magnetickém poli supravodivého solenoidního magnetu s hodnotou mag. indukce  $3,8$  T. Dopředné regiony pokrývají dopředné hadronové kalorimetry (vyrobeny ze železa a křemenných vláken, označovány zkratkou HF<sup>41</sup>) společně se scintilačními svazkovými čítači<sup>42</sup>. V nejpřednějších částech detektoru jsou nainstalované „zero-degree“ kalorimetry (označovány zkratkou ZDC). Nedílnou součástí je také mionový detektor. CMS využívá dvoustupňový nebo případně jednostupňový „trigger“ systém sestávající z jednoho stupně a HLT procesoru<sup>43</sup> (konečná redukce sníží frekvenci dat na  $1$  kHz).

Data převzatá z těchto měření mají následující náležitosti:

- Energie  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV s integrovanou luminositou  $L_{int} = 5,43$   $\text{fb}^{-1}$  naměřená v roce 2012 s rapiditou jetů od 0 do 3,0 a příčnou hybností jetu od  $74$   $\text{GeV}/c$  do  $592$   $\text{GeV}/c$  [57].
- Energie  $\sqrt{s} = 7$  TeV s integrovanou luminositou  $L_{int} = 5,0$   $\text{fb}^{-1}$  naměřená v roce 2011 s rapiditou jetů od 0 do 2,5 a příčnou hybností jetu od  $100$   $\text{GeV}/c$  do  $2$   $\text{TeV}/c$  [58].

<sup>39</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Electromagnetic CALorimeter“.

<sup>40</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Hadron Calorimeter“.

<sup>41</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Hadron Forward“.

<sup>42</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Beam Scintillator Counter“.

<sup>43</sup>Tento je využíván v jednostupňovém případě.

- Energie  $\sqrt{s} = 8$  TeV s integrovanou luminositou  $L_{int} = 19,7 \text{ pb}^{-1}$  naměřená v roce 2012 s rapiditou jetů od 0 do 3,0 a příčnou hybností jetu od 74 GeV/c do 2,5 TeV/c [59].
- Energie  $\sqrt{s} = 13$  TeV s integrovanou luminositou  $L_{int} = 0,20 \text{ pb}^{-1}$  naměřená v roce 2015 s rapiditou jetů od 0 do 3,0 a příčnou hybností jetu od 114 GeV/c do 2 TeV/c [60].

Hlavním jetovým algoritmem byl anti- $k_t$  se dvěma volbami parametru  $R = 0,4$  a  $0,7$  (na této volbě je například závislá chyba teoretické předpovědi) a rekombinačním schématem odpovídajícím sumaci přes příčné hybnosti jetů (objektů). Většina měření využívala jako vstupní data výstupní objekty z PF algoritmu<sup>44</sup>, který optimálně kombinuje výstupní data z různých systémů detektoru.

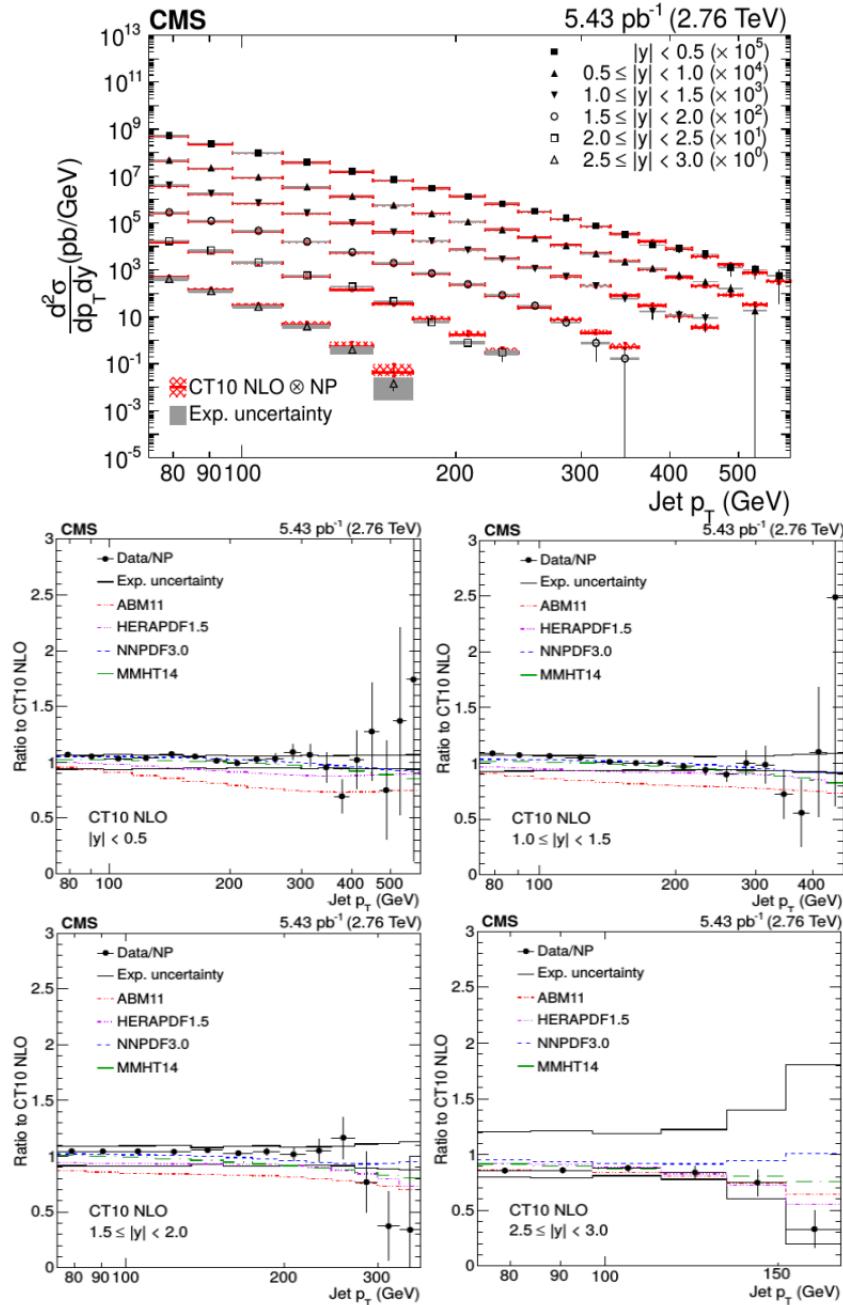
Korekce a kalibrace jsou podobné těm, které využívá experiment ATLAS (různé jsou některé metody provedení, které zde nebudou zmíněny), a tudíž zde nebudou znova uvedeny. Výsledné IJCS jsou na následujících obrázcích společně s porovnáním mezi daty a teoretickou předpovědí: 3.12 pro  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV, 3.13 pro  $\sqrt{s} = 7$  TeV, 3.14 pro  $\sqrt{s} = 8$  TeV a 3.15 pro  $\sqrt{s} = 13$  TeV. Teoretické předpovědi byly uskutečněny na základě NLO pQCD výpočtů s využitím různých PDF sad a volbou škál  $\mu_F = \mu_R = p_{jet}^T$  ( $\alpha_S$  byla volena podle PDF sady) s korekcemi na neporuchové jevy (hadronizace a několikanásobné partonové interakce) případně pro poslední dvě měření s korekcí na elektroslabé efekty. Hlavními příspěvky k chybě teoretické předpovědi byly především volba škál  $\mu_F$  a  $\mu_R$ , PDF sad a parametru  $\alpha_S$ . K chybě experimentálních dat především přispívaly efekty způsobené JER, JES a měřením integrované luminosity. Celkově lze říci, že tyto chyby (jak teoretické předpovědi tak dat) měly mezi měřenimi klesající charakter (docházelo k zpřesnění měření) obzvláště s přihlédnutím k zvyšujícímu se rozptěti hodnot  $p_T$ . V celkovém součtu docházelo k dobré shodě mezi naměřenými daty a teoretickou předpovědi<sup>45</sup>.

### 3.4 Ostatní urychlovače a experimenty

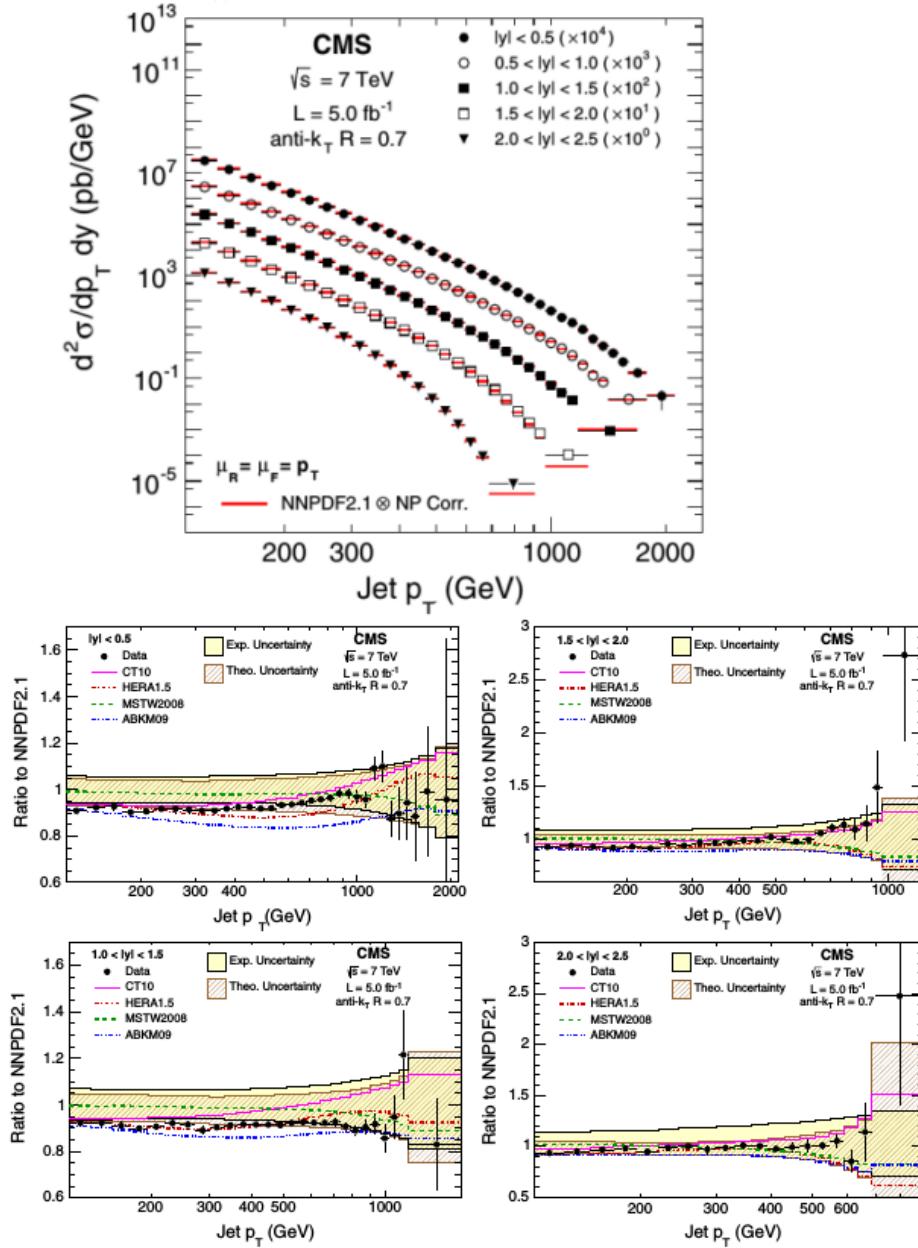
V rámci urychlovače LHC se zde kromě těchto dvou experimentů ATLAS a CMS nachází i detektor ALICE, který slouží především ke zkoumání kvark gluonového plazmatu při těžkých iontových srážkách Pb-Pb nebo p-Pb. I zde jsou při analýze získaných dat využívány jety a jetové algoritmy, tedy i zde byly získány výsledky ohledně IJCS (viz článek [61] pro energii  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV pro srážku proton-proton). Nedlouhou součástí zkoumání PDF sad byl také urychlovač HERA, kde docházelo především k srážkám lepton-hadron (DIS nejčastější  $e^\pm$ -p) mezi lety 1992–2007. Díky výsledkům získaným na experimentech ZEUS a H1 došlo hlavně k rozšíření znalostí v intervalu Bjorkenova  $x < 0,01$  protonových strukturních funkcí. Celková těžišťová energie dosahovala hodnot až  $\sqrt{s} = 340$  GeV (pro  $e$  to bylo přibližně 25 GeV a pro  $p$  920 GeV). Jelikož oba tyto experimenty používaly různé detektory a jiné metody pro výpočet chyb, došlo v důsledku (při kombinaci jejich výsledků) k podstatné redukci chyb měření [62].

<sup>44</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Particle Flow“.

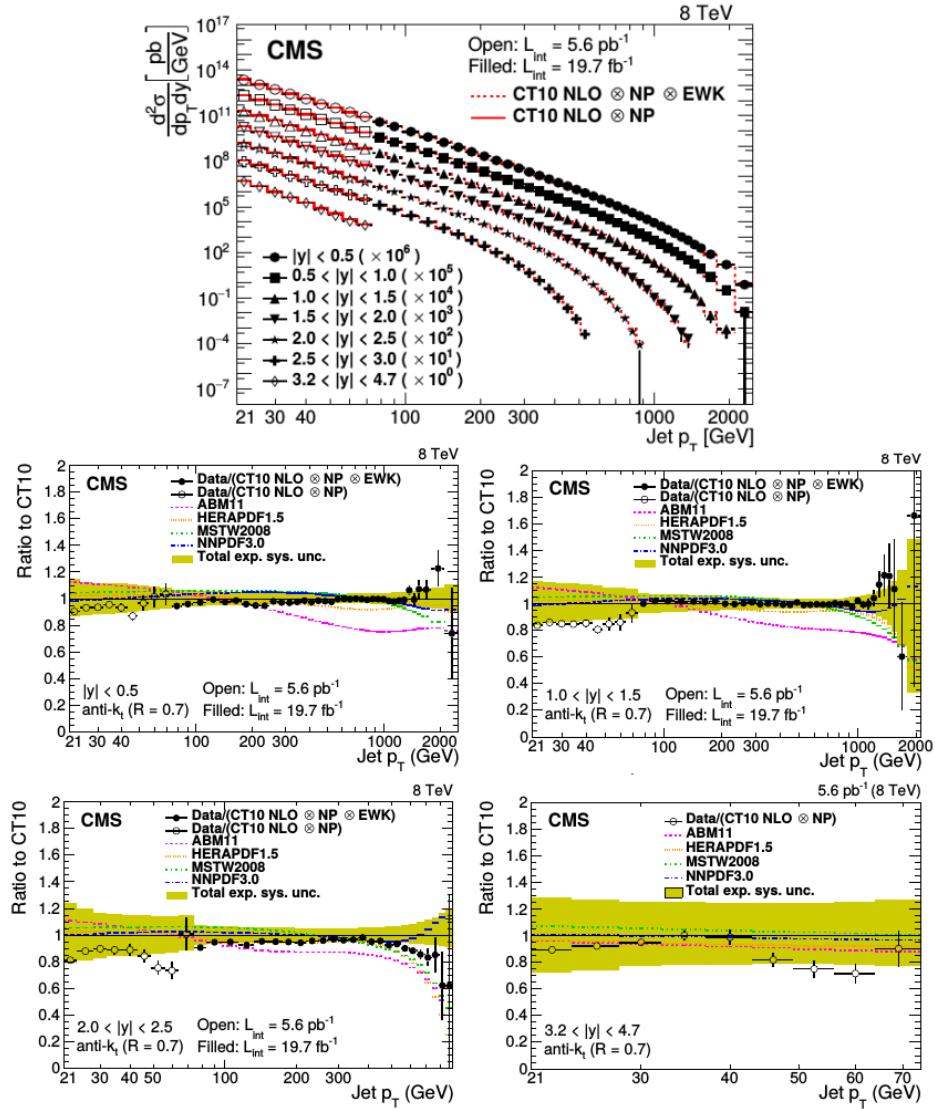
<sup>45</sup>Největší odchyly byly především nalezeny pro PDF sady ABM11 při měření s energií  $\sqrt{s} = 2,76$  a 8 TeV a ABKM09 pro energii  $\sqrt{s} = 7$  TeV. Z posledního měření také vyplývá, že je přesnější volba parametru  $R = 0,7$ , kde pro hodnotu  $R = 0,4$  docházelo k plošnému nadhodnocení teorie o 5% až 10%.



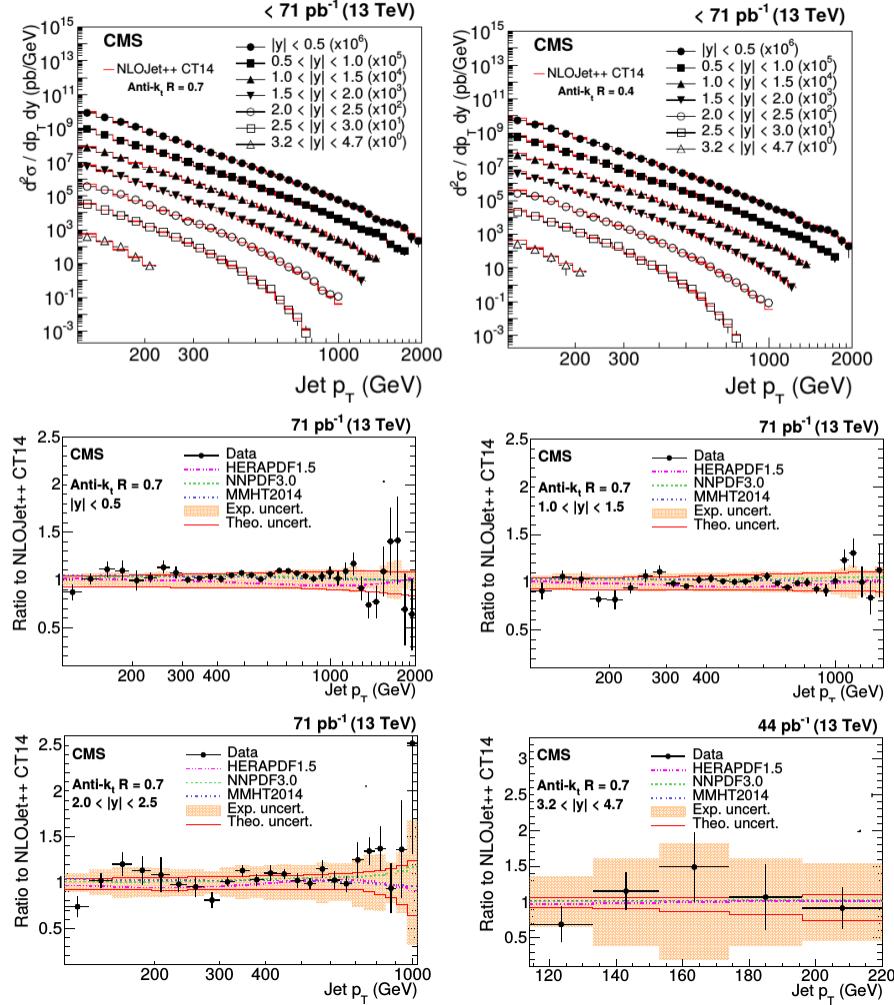
Obrázek 3.12: **Vrchní obrázek:** IJCS ( $\sqrt{s} = 2,76 \text{ TeV}$ ) jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  v intervalech rapidity  $y$ . Data jsou porovnána s NLO pQCD teoretičkými výpočty využívajícími CT10 NLO PDF sadu. Jsou vyznačena červeným šrafováním, které obsahuje jejich chybu. Systematické chyby jednotlivých dat jsou vyznačeny šedými obdélníky. **Spodní obrázek:** Porovnání teorie/data pro CT10 NLO PDF sadu. Zároveň je zobrazen i podíl s dalšími PDF sadami (viz legenda). Převzato z [57].



Obrázek 3.13: **Vrchní obrázek:** IJCS ( $\sqrt{s} = 7$  TeV) jako funkce příčné hustoty  $p_T$  v intervalech rapidity  $y$ . výsledky jsou ukázány pro parametr jetového algoritmu  $R = 0.4$  (šedě). Jednotlivé výsledky jsou násobeny různými faktory pro lepší viditelnost (viz legenda). Data jsou porovnána s NLO pQCD teoretickými výpočty využívajícími NNPDF2.1 sadu s korekciemi na neporuchové (červeně). Chyby nejsou vyznačeny. **Spodní obrázek:** Porovnání teorie/data pro NNPDF2.1 PDF sadu. Zároveň je zobrazen i podíl se čtyřmi PDF sadami (viz legenda). Převzato z [58].



Obrázek 3.14: **Vrchní obrázek:** IJCS ( $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ ) jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  v intervalech rapidity  $y$ . výsledky jsou ukázány pro parametr jetového algoritmu  $R = 0.4$ . Jednotlivé výsledky jsou násobeny různými faktory pro lepší viditelnost (viz legenda). Data jsou porovnána s NLO pQCD teoretickými výpočty využívajícími CT10 NLO PDF sadu s korekcemi na neporuchové a elektroslabé jevy (červená linka). **Spodní obrázek:** Porovnání teorie/data pro CT10 NLO PDF sadu, kde žlutou barvou je znázorněna celková chyba dat. Zároveň je zobrazen i podíl se čtyřmi PDF sadami (viz legenda). Převzato z [59].



Obrázek 3.15: **Vrchní obrázek:** IJCS ( $\sqrt{s} = 13$  TeV) jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  v intervalech rapidity  $y$ . Výsledky jsou ukázány pro parametr jetového algoritmu  $R = 0,4$  a  $0,7$ . Jednotlivé výsledky jsou násobeny různými faktory pro lepší viditelnost (viz legenda). Data jsou porovnána s NLO pQCD teoretickými výpočty využívajícími CT14 NLO PDF sadu s korekcemi na neporuchové a elektroslabé jevy (červená linka). **Spodní obrázek:** Porovnání teorie/data pro CT14 NLO PDF sadu, kde červenou linkou je znázorněna sys. chyba dat a růžovou barvou chyba předpovědi CT14 NLO. Zároveň je zobrazen i podíl se třemi PDF sadami (viz legenda). Převzato z [60].

## Kapitola 4

# Teoretická předpověď produkce jetů

V rámci následující kapitoly bude provedeno srovnání teoretické předpovědi pro energii  $\sqrt{s} = 13$  TeV (přesněji teoretických chyb s experimentem ATLAS). Bude provedena diskuse pojednávající o závislosti předpovědi na volbách následujících faktorů: jetový algoritmus (jedná se o rozdíl mezi volbou hodnoty  $R$  v rámci anti- $k_t$  jetového algoritmu), PDF sada, faktorizační  $\mu_F$  a renormalizační  $\mu_R$  škála a vazebný parametr  $\alpha_S$ . K výpočetu IJCS byl využit program NLOJet++ (v4.1.3) společně s programem AP-PLGRID pro použití různých PDF sad, které byly získány z knihovny LHAPDF (v5.9.1). Konečný výběr PDF sad, pro které byl vypočítán IJCS, je následující (obdobný tomu, který je využit v měřeních experimentu ATLAS): CTEQ6, CT10/14, NNPDF3.0, MMHT2014, MSTW2008 a NLO ABM11[63] ( $n_f = 5$ ). Hodnota  $\alpha_S$  byla určena podle dané sady (většinou je rovna 0,118) a hodnota škál je  $\mu_R = \mu_F = p_T^{max}$ . Výslednou IJCS předpověď lze pozorovat na obrázku 4.9 (s použitou PDF sadou CT14)<sup>1</sup>.

V rámci diskuze dané závislosti a následného porovnání se především zaměříme na chybu teoretické předpovědi, bude však provedeno i částečné srovnání mezi samotnými hodnotami teoretické předpovědi. Tato chyba v sobě již svou podstatou výpočtu zahrnuje možné volby výše uvedených parametrů (např. volbu škál nebo vazebného parametru). Hlavním příspěvkem k chybě teoretické předpovědi byly již výše zmíněné faktory: volba PDF sady, škály  $\mu_R$  a  $\mu_F$  a faktor  $\alpha_S$ .

Výpočet chyb byl proveden následujícím způsobem (v konečném důsledku je započítán i CL<sup>2</sup>, který je buď 68% nebo 90%):

- **Škály:** Chyba plynoucí z  $\mu_R$  a  $\mu_F$  je vypočítána pomocí variace jejich hodnot faktorem dvou vzhledem k původní volbě. Podoba variací je následující:  $(C_R, C_F) = (0,5, 1), (1, 0,5), (0,5, 0,5), (2, 1), (1, 2), (2, 2)$ , kde pomocí těchto konstant dochází k následující změnám:  $\mu_F^{var} = C_F \mu_F$  a  $\mu_R^{var} = C_R \mu_R$ . Výsledná chyba je spočítána jako „obálka“ z těchto variací<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>Konečný předpoved' musí ještě obsahovat korekci na neporuchové a elektroslabé jevy, které v tomto obrázku nejsou obsaženy.

<sup>2</sup>Zkratka z ang. výrazu: „Confidence Level“.

<sup>3</sup>Dochází k porovnání původní hodnoty IJCS pro danou PDF sadu s těmito změněnými

- **Vazebný parametr:** Pro danou PDF sadu je získán IJCS s různými volbami  $\alpha_S$  oproti počáteční volbě<sup>4</sup>.
- **PDF parametrisace:** Tento výpočet je závislý na druhu zvolené parametrisace. Jeden z možných přístupů, jak tuto chybu získat, je sečítat příspěvky od všech variací PDF sady<sup>5</sup>. Finální chybu lze poté obdržet pomocí tzv. „Master Equations“[65]:

$$\Delta X^+ = \sqrt{\sum_i^N [\max(X_i^+ - X_0, X_i^- - X_0, 0)]^2},$$

$$\Delta X^- = \sqrt{\sum_i^N [\max(X_0 - X_i^+, X_0 - X_i^-, 0)]^2}, \quad (4.1)$$

kde  $X^\pm$  je výsledná chyba PDF sady,  $X_0$  je centrální hodnota a  $X_i^\pm$  jsou jednotlivé variace (kladné i záporné vůči centrální hodnotě<sup>6</sup>).

## 4.1 Závislosti teoretické předpovědi

Jak již bylo zmíněno výše, průběh teoretické předpovědi je závislý na vstupních parametrech. V této sekci budou postupně rozebrány jednotlivé případy:

- **Parametr  $R$ :** Nejprve bude využit podíl předpovědí zobrazený na obrázku 4.5. Z tohoto poměru lze pozorovat, že IJCS s PDF sadou CT14 dosahuje vyšších hodnot pro volbu parametru  $R = 0,6$  a to přibližně o 8% až 12% pro intervaly rapidity  $|y| < 0,5$  a  $2,5 < |y| < 3,0$  (u prvního intervalu se jedná spíše o rostoucí průběh v rámci  $p_T$ ). Zároveň lze pozorovat, že tento poměr není závislý na PDF sadě (pro PDF sadu CT14, NNPDF3.0 a MMHT2014 dochází k překryvu). Jelikož není získána konzistentní předpověď pro oba parametry, je na místě prozkoumat hodnoty relativních chyb a zjistit, kterou z hodnot  $R$  je výhodnější/přesnejší použít.

K další diskuzi budou využity především obrázky 4.1, které jsou výsledkem podílu z obrázků 4.2 a 4.3 pro PDF sady: CT10/14. Jeden z důvodů, proč jsou využity tyto sady, je především jejich odlišný charakter chyby. I přes tento rozdíl lze z obrázku 4.1 pozorovat, že se až na jisté výjimky chovají velmi podobně

---

IJCS a jako konečná chyba se bere pouze maximální hodnota z toho poměru vzhledem ke všem změnám, neboli pouze „obálka“

<sup>4</sup>Výsledná chyba je získána poměrem s počáteční hodnotou IJCS.

<sup>5</sup>Pro tyto variace je využita tzv. Hessova metoda. Jednotlivé variace odpovídají vlastním vektorům Hessovy matice v parametrickém prostoru PDF sady. Základní myšlenkou této metody je fitovat naměřená data pomocí  $N$  volných parametrů (parametry PDF sady). výsledný fit je poté zpracován globálním  $\chi^2$  testem, který dosahuje minimum pro nejlepší fit parametrů  $S_0$  (zavádime  $\chi^2(S)$ , která odpovídá závislosti na zvolených parametrech PDF variací), jež odpovídá centrální hodnotě. V dalším kroku se provede zkoumání globální  $\chi^2(S)$  okolo jeho minima  $S_0$  pomocí rozdílu:  $\Delta\chi^2(S) = \chi^2(S) - \chi^2(S_0)$ , který je rozvinut do Taylorovy řady (musí platit, že  $\Delta\chi^2(S) < T$ , kde  $T$  je jistý toleranční parametr chyby). Z této fáze lze již získat Hessovu matici, kterou lze za jistých podmínek diagonalizovat, a poté získat její vlastní čísla a vektory. Získané vlastní vektory odpovídají kombinaci parametrů PDF sady, kde největší vlastní hodnota odpovídá nejlépe zvolenému směru a nejmenší tomu nejhůře zvolenému směru v parametrickém prostoru [64].

<sup>6</sup>Je brána v úvahu asymetričnost chyby.

pro různé hodnoty parametrů  $R$ . Pro první interval  $|y| < 0,5$  a druhý interval  $2,0 < |y| < 2,5$  lze pozorovat velmi podobné chování, kdy až do hodnoty přibližně  $p_T = 3 \cdot 10^2$  GeV/c je záporný poměr  $R = 0,6$  menší s téměř lineárně rostoucím trendem (v nejnižší  $p_T$  s maximální hodnotou okolo 0,65) a kladný má velmi malou odchylku (maximálně do 0,05), která je téměř konstantně vyšší (v nejnižších hybnostech je téměř roven jedné). Po překročení hybnosti  $p_T = 3 \cdot 10^2$  GeV/c jsou téměř všechny hodnoty (pro všechny intervaly  $y$ ) vyšší než ty stanovené s parametrem  $R = 0,4$ . Pro první dva intervaly  $y$  je maximum záporného poměru přibližně 1,30 s hybností mezi  $p_T = 5 \cdot 10^2$  až  $6 \cdot 10^2$  GeV/c. Po této hodnotě dochází k odlišení intervalů  $|y| < 0,5$  a  $2,0 < |y| < 2,5$ , kde první je stále vyšší, avšak druhý se pro maximální  $p_T$  dostává pod hodnotu stanovenou parametrem  $R = 0,4$  (až pod úroveň 0,9). Poslední interval má kladný poměr podobný tomu pro první dva intervaly, zatímco jeho záporný poměr má velmi různorodý průběh, avšak vždy je daleko nižší než jedna (s průměrnou hodnotou 0,85). Toto chování, jak již bylo řečeno, je podobné u obou PDF sad, avšak jsou zde jisté výjimky. Jedná se především o poslední interval rapidity  $2,5 < |y| < 3,0$ , kde lze pozorovat stálé snižování kladného poměru až pod hodnotu 1 pro sadu CT14, avšak ne pro sadu CT10 (v grafu lze pozorovat, že pro vyšší  $p_T$  nejsou zobrazeny další hodnoty poměru, což je způsobeno omezeným rozsahem relativní chyby v těchto intervalech  $y$ ).

- **PDF parametrizace:** Nejprve bude rozebrána chyba, která bude následně využita pro celkové srovnání jednotlivých PDF sad. K určení efektu volby PDF sady budou využity obrázky 4.6, 4.7, 4.8 a především 4.4, kde je zobrazen podíl mezi jednotlivými chybami (chyba první uvedené PDF sady je použitá jako jmenovatel v podílu, proto je tato sada vztažnou). V prvním obrázku lze vidět relativní chybu pro verze PDF sady CT (CTEQ6.6 je nejstarší z nich a CT10/14 jsou novější verze pro roky 2010/2014), ve druhém obrázku pro PDF sady MSTW2008, MMHT2014 (opět se jedná o novější verzi té předchozí) a ABM11 v intervalech rapidity  $|y| < 0,5$  a  $2,5 < |y| < 3,0$ . S využitím podílového obrázku lze konstatovat, že až na výjimky dochází ke snížení chyby u nejnovějších verzí oproti těm starším pro oba intervaly rapidity. Odchylku od tohoto pozorování tvoří především sada CT10, které dosahuje znatelně vyšších hodnot pro vysoká  $p_T$  v prvním i druhém intervalu  $y$  vůči sadě CTEQ6.6 (v prvním intervalu více než 2,0 a ve druhém téměř 2,8). Podobný jev lze pozorovat i mezi sadami MSTW2008 a MMHT2014 (s hodnotou 1,4 a téměř 6). Lze vidět, že hlavní výhodou sady CT14 oproti starším verzím je redukce chyby způsobené PDF sadami v kladných hodnotách, která z ní činí celkově nejpřesnější sadou v tomto souboru (v druhém intervalu lze však oproti ostatní sadám pozorovat skokový nárůst chyby škály až na maximální hodnotu -80% pro nejvyšší  $p_T$ ). V souboru s MSTW2008, MMHT2014 vychází sada ABM11 ze třech porovnaných v rámci chyby nejlépe (především v prvním intervalu  $y$  svou kladnou chybou), avšak to především díky téměř nulovým výchylkám variací PDF sady vůči centrální hodnotě a také díky tomu, že tato sada neposkytuje různé volby parametru  $\alpha_S$  (lze vidět, že tyto chyby jsou téměř nulové nebo nulové). Na posledním obrázku dochází k porovnání napříč různými skupinami PDF parametrizací. Jsou to již zmíněné sady CT14 a MMHT2014, k tomu je ještě přidána sada NNPDF3.0. Pro první interval  $y$  vychází jednoznačně nejlépe NNPDF3.0 v kladném poměru (lze pozorovat skokový rozdíl mezi sadami

NNPDF3.0, MMHT2014 a CT14, který se se zvyšující se hybností snižuje) s maximální hodnotou 0,4 pro střední hybnosti. Pro záporný protějšek není tento rozdíl již tak markantní, ale přesto pozorovatelný (pohybuje se okolo hodnoty 0,85 a to pro obě porovnávané PDF sady). Opět je nejvýhodnější NNPDF3.0. Pro druhý interval  $y$  to již tak jednoznačné není. Lze říci, že kladné chyby jsou pro všechny NNPDF3.0 a MMHT2014 sady srovnatelné s menšími nuancemi pro NNPDF3.0 v nejvyšších hodnotách hybností. Oproti sadě CT14 dosahují poměru přibližně 0,9, avšak pro nejvyšší hybnosti se tento rozdíl téměř vytrácí. Podstatnější rozdíly nastávají především pro záporné chyby, kde jsou sady NNPDF3.0 a MMHT2014 nižší než sada CT14. Po hodnotě hybnosti přibližně  $p_T = 6 \cdot 10^2$  GeV/c dochází k obrácenému trendu a sada CT14 je se svou zápornou chybou vůči MMHT2014 několikanásobně menší (až třikrát). Při srovnání s NNPDF3.0 není dosahováno takovýchto rozdílů (maximální hodnota je přibližně 1,5).

Nyní přistoupíme k samotným poměrům IJCS, které lze pozorovat na obrázku 4.5 (jedná se o poměr centrálních hodnot PDF sad). Pro centrální interval rapidity dochází především ke shodě mezi jednotlivými verzemi CT přibližně do hybnosti  $p_T = 10^3$  GeV/c, kde jejich hodnota relativní chyby dosahuje maximálně 10% (je téměř symetrická). Po této hybnosti nastává nárůst rozdílu mezi verzemi, a to především mezi sadou CT14 a sadami CT10 a CTEQ6.6 (až téměř k poměru 1,3, potažmo 1,4). U dopředného intervalu lze pozorovat podobné chování, avšak rozdíly narůstají již mezi hybnostmi  $p_T = 2 \cdot 10^2$  až  $3 \cdot 10^3$  GeV/c. Budou-li brány v úvahu poměry a hodnoty chyb mezi témito sadami, lze konstatovat, že sada CT14 má nejpřesnější měření, které je konzistentní s předpověďmi sad CT10 a CTEQ6.6 především v nižších hodnotách hybností jetů.

Pro sady MSTW2008 a MMHT2014 lze pozorovat relativně odlišné chování a při porovnání se sadami CT není pozorována tak dobrá shoda v nižších hybnostech. Shodnějších výsledků, avšak stále ne úplně konzistentních, je dosaženo v maximálních hybnostech. Toto pravidlo narušuje dopředný interval  $y$ , kde v rámci jeho rozsahu  $p_T$  lze říci, že až na výjimky (v maximálních hybnostech) jsou předpovědi shodné. Ve vztahu s CT14 stojí především za zmínu druhý z intervalu rapidity, kdy v rámci chyby předpověď lze říci, že PDF sady předkládají velmi podobné výsledky (výraznější odchylku lze vidět pro maximální hybnost, v tomto případě dosahují chyby vysokých hodnot).

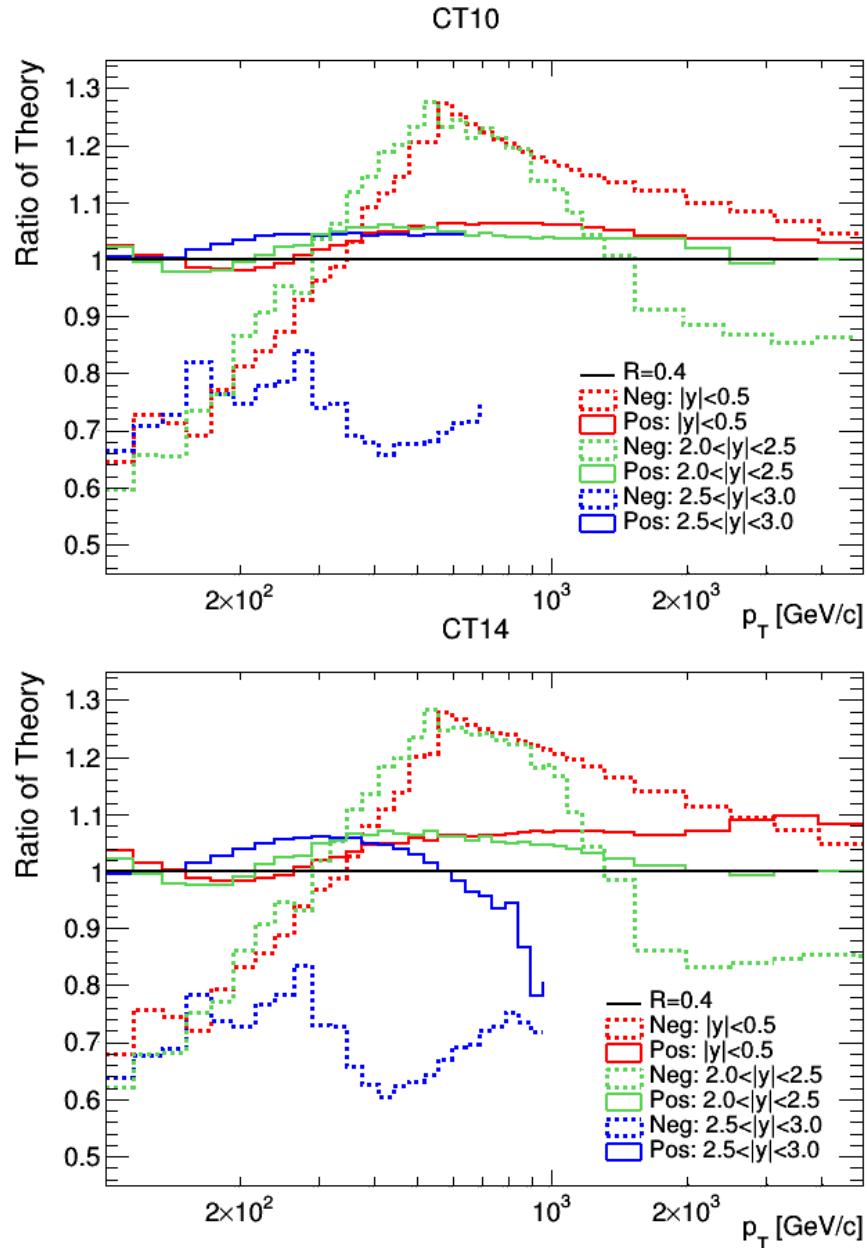
Hodnoty sady ABM11 nejsou blízké žádné jiné zobrazené PDF sadě v úseku od  $p_T = 3 \cdot 10^2$  až  $3 \cdot 10^3$  GeV/c (v krajích intervalů lze pozorovat jisté výchylky) s maximální odchylkou 0,8 od CT14 v prvním intervalu  $y$ . V druhém intervalu není tento rozdíl již tak markantní, avšak v nižších hybnostech zde lze pozorovat tak velmi dobrou shodu mezi ostatními sadami, že lze považovat toto snížení za irelevantní vzhledem k ostatním sadám.

V posledním srovnání sad CT14, MMHT14 a NNPDF3.0 bylo řečeno, že v rámci chyb je sada NNPDF3.0 nejpřesnější. V rámci chyby si kvantitativně byly relativně blízké sady MMHT14 a NNPDF3.0. Při srovnání samotných IJCS tomu tak již není a, jak již bylo řečeno, v druhém intervalu  $y$  mají velmi podobné výsledky CT14 a MMHT14. NNPDF3.0 se vymezuje především v maximálních hodnotách  $p_T$  (oproti CT14 až téměř do poměru 1,7). V prvním intervalu je rozdíl mezi CT14 a MMHT14 větší, avšak stále srovnatelně nižší než odchylka sady NNPDF3.0. Sada NNPDF3.0 více koresponduje se staršími verzemi CT.

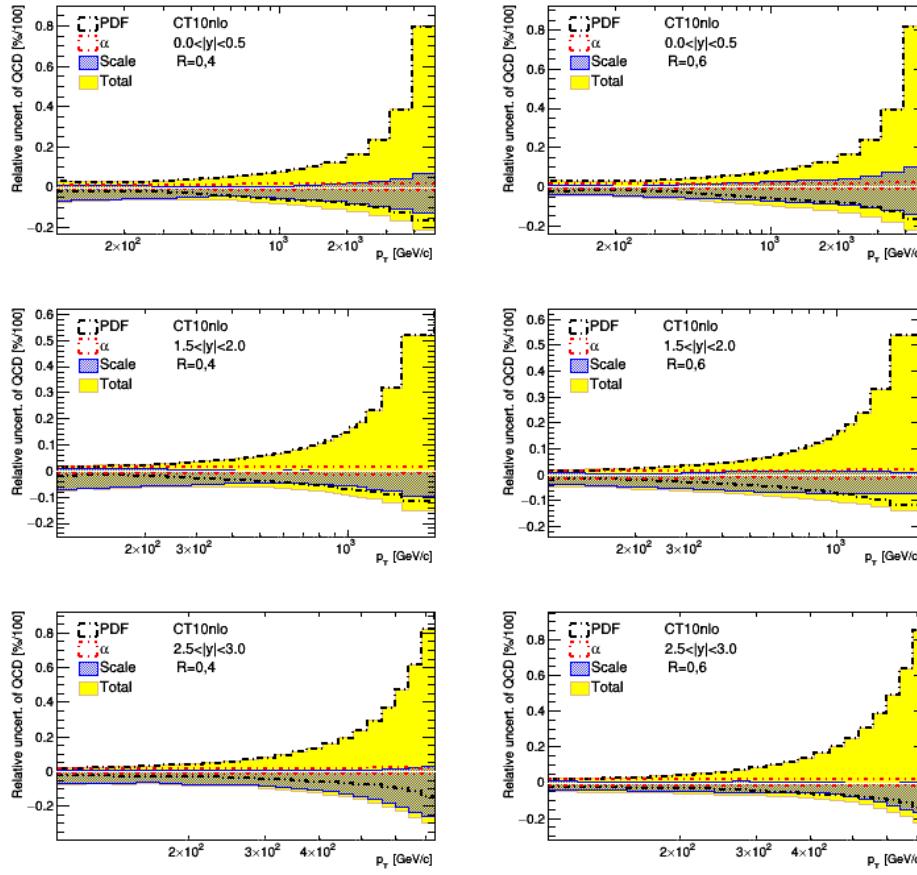
- **Škály  $\mu_R$  a  $\mu_F$  a parametr  $\alpha_S$ :** Z relativních chyb všech použitých PDF sad je očividné, že volba faktorizační a renormalizační škály je podstatným faktorem pro přesnost měření. Ve většině případů je jejich volba totožná s případy  $p_T^{jet}$  nebo  $p_T^{jet,max}$  (volba uvedených výsledků). Obecně lze pro všechny uvedené PDF sady v rámci zmíněných intervalů  $y$  říci, že jejich chyba způsobená škálami je majoritním příspěvkem především v záporných hodnotách. U sady CT14 lze vidět, že oproti předchozím verzím nastalo zvětšení chyby především ve vysokých hybnostech (přibližně s hodnotou  $-80\%$ ). Pro sady MMHT2014 a MSTW2008 je chyba způsobená škálami dokonce dominantní i v kladných hodnotách pro první interval  $y$  na obrázku 4.7 (dosahuje hodnoty přibližně  $-15\%$  a  $10\%$  pro obě sady). Výjimku v druhém intervalu tvoří (krom sady ABM11) sada MSTW2008, kde i její maximální příspěvek ke kladné chybě je způsoben škálami (pohybující se v maximálních hybnostech od  $100\%$  do  $80\%$ , v nízkých hybnostech je tato chyba podstatně nižší  $\pm 5\%$ ).

Závislost na volbě parametru  $\alpha_S$  lze pro jednotlivé PDF sady pozorovat v samotných relativních chybách. Volby hodnot jsou pro většinu sad  $0,118$  s variačními hodnotami  $0,117$  a  $0,119$ . Výjimku tvoří sada MSTW2008, která má volbu  $0,120$  s variačními hodnotami  $0,119$  a  $0,121$ . V celkovém součtu je příspěvek parametru  $\alpha_S$  velmi malý a pro maximální hybnosti v dopředných intervalech  $y$  téměř zanedbatelný. Na základě tohoto faktu lze konstatovat, že výsledný IJCS není jeho hodnotou pro tyto sady příliš ovlivněn. Výraznější příspěvek lze pozorovat u sad MSTW2008,

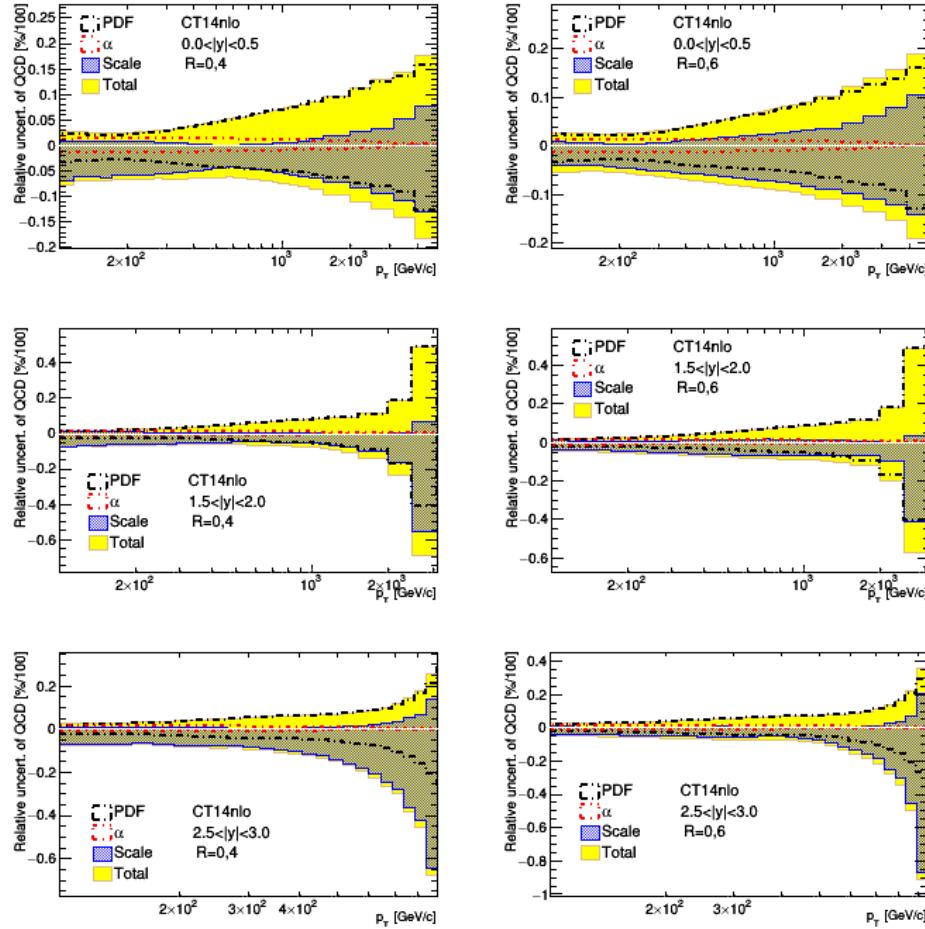
MMHT2014 a největší u NNPDF3.0 v prvním intervalu  $y$  (viz obrázky 4.8 a 4.7). Přesto tato chyba není ani v jednom ze zmíněných případů nejdůležitějším efektem ovlivňujícím relativní chybu, a tudíž zde nebude dále diskutován její efekt na teoretickou předpověď.



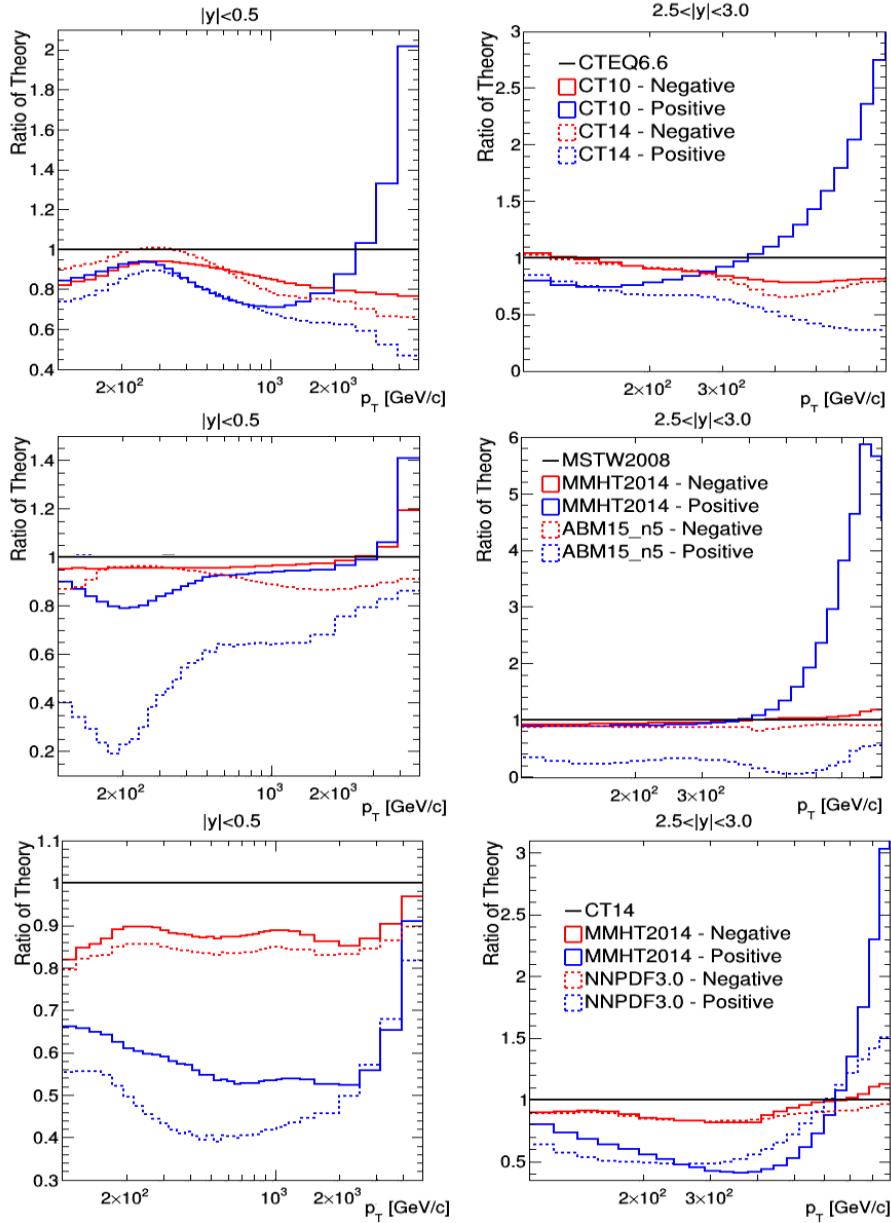
Obrázek 4.1: Podíl celkových chyb teoretických předpovědí pro PDF sady CT10 a CT14 a různé hodnoty parametru  $R = 0,4$  a  $0,6$ . Podíl byl proveden následovně:  $0,6/0,4$  pro tři různé intervaly rapidity  $y$  a různé druhy chyb, viz legenda (s hodnotou jedna jsou vždy předpovědi s  $R = 0,4$ ). Odlišeny jsou záporné hodnoty chyby, které jsou vyznačeny přerušovanými čarami, vůči kladným, které jsou vyznačeny plnými čarami (barevně jsou rozlišeny různé intervaly  $y$ ).



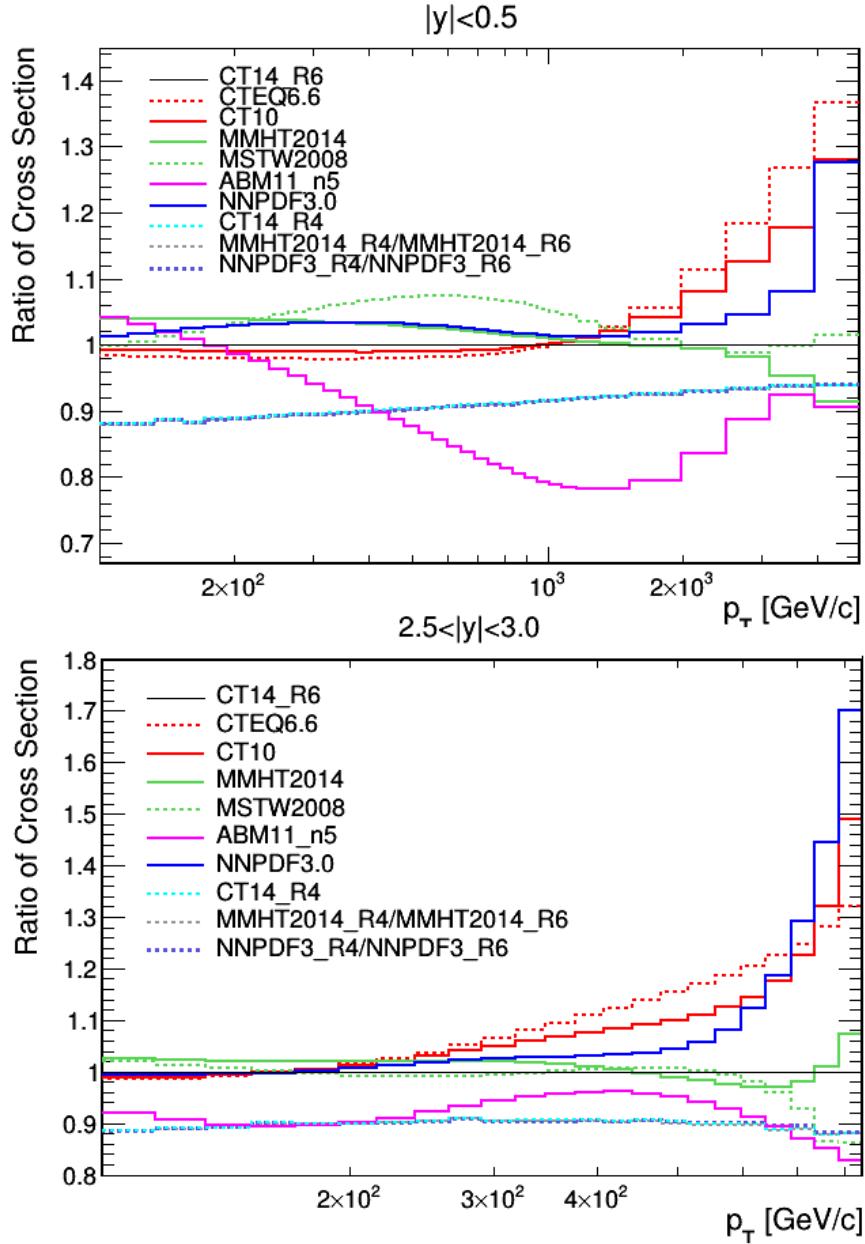
Obrázek 4.2: Chyby teoretické předpovědi uskutečněné na základě CT10 PDF sady pro různé hodnoty parametru  $R = 0,4$  a  $0,6$  a tři intervaly rapidity  $y$  (viz legenda). Jsou zde vyznačeny jednotlivé příspěvky od volby PDF sady,  $\mu_R$  a  $\mu_F$  a od faktoru  $\alpha_S$ .



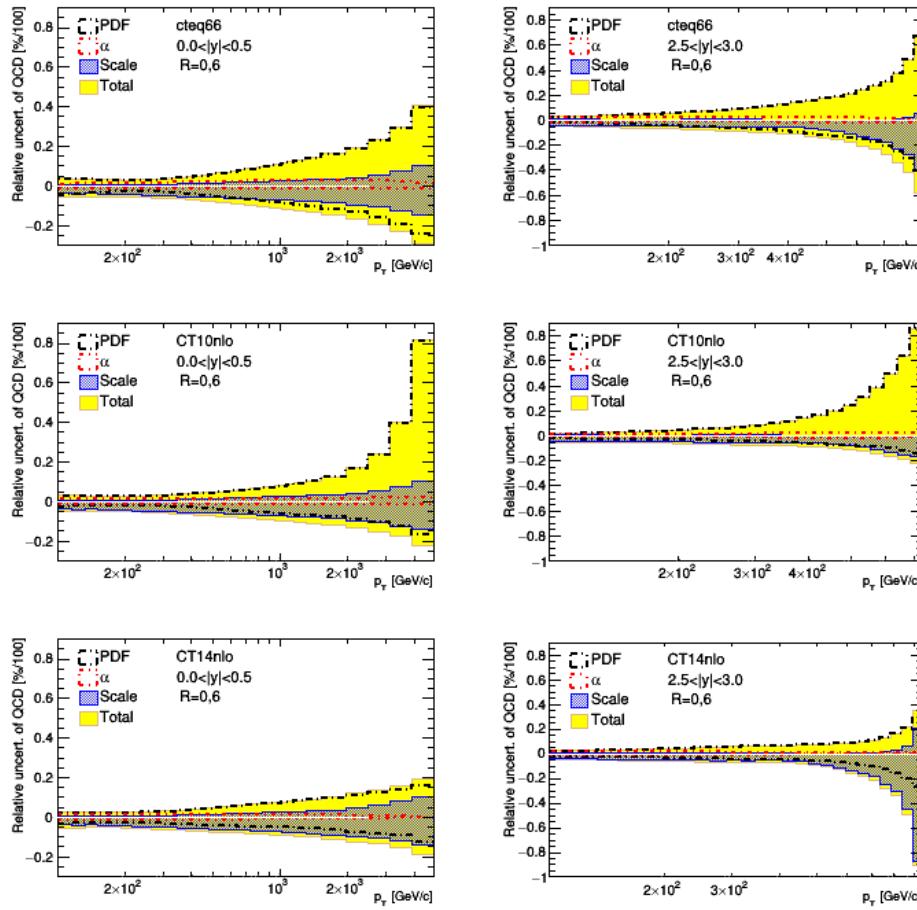
Obrázek 4.3: Chyby teoretické předpovědi uskutečněné na základě CT14 PDF sady pro různé hodnoty parametru  $R = 0,4$  a  $0,6$  a tři intervaly rapidity  $y$  (viz legenda). Jsou zde vyznačeny jednotlivé hlavní příspěvky od volby PDF sady,  $\mu_R$  a  $\mu_F$  a od faktoru  $\alpha_S$ .



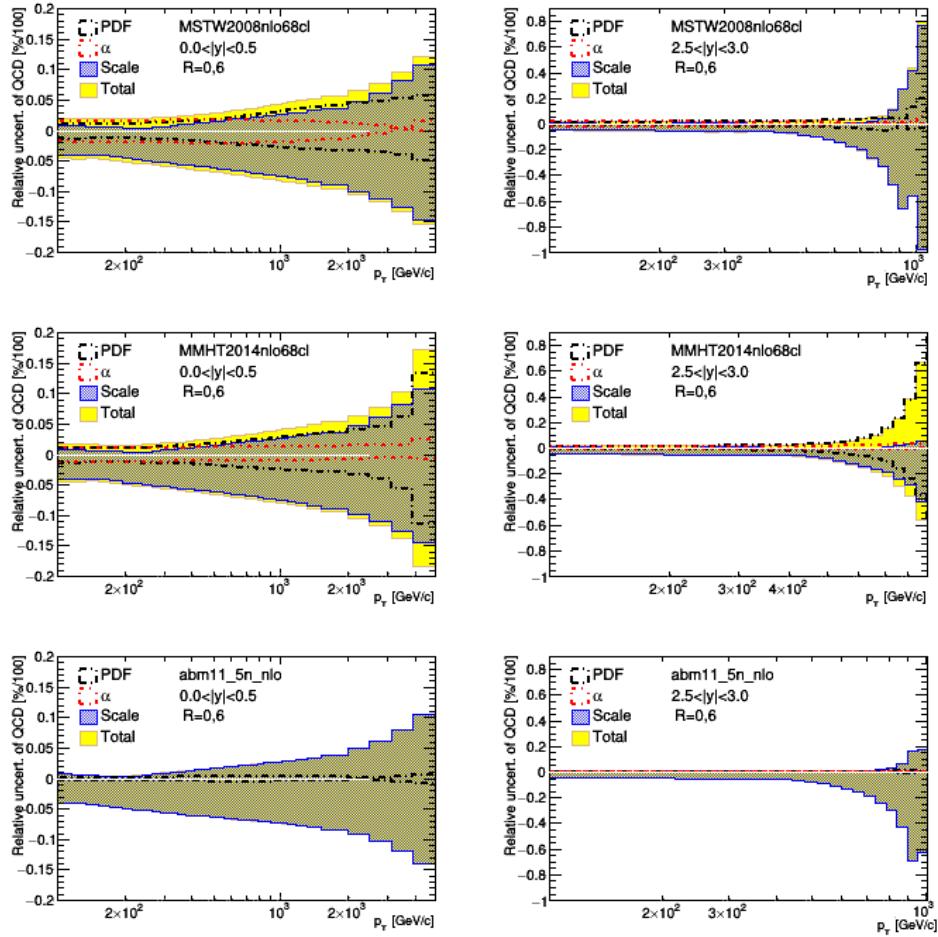
Obrázek 4.4: Podíl celkových chyb teoretických předpovědí pro tři různé skupiny PDF sad ve dvou různých intervalech rapidity  $y$  (legenda pro levé obrázky je stejná jako pro pravé sousední). První uvedená sada je vztažnou. **Vrchní obrázek:** Jedná se o soubor CTEQ6.6, CT10 a CT14. **Prostřední obrázek:** Jedná se o soubor MSTW2008, MMHT2014 a ABM11. **Spodní obrázek:** Jedná se o soubor CT14, MMHT2014 a NNPDF3.0, kde vždy první jmenovaná je ve jmenovateli podílu. Odlišeny jsou záporné hodnoty chyby, které jsou vyznačeny červenými čarami, vůči kladným, které jsou vyznačeny modrými čarami.



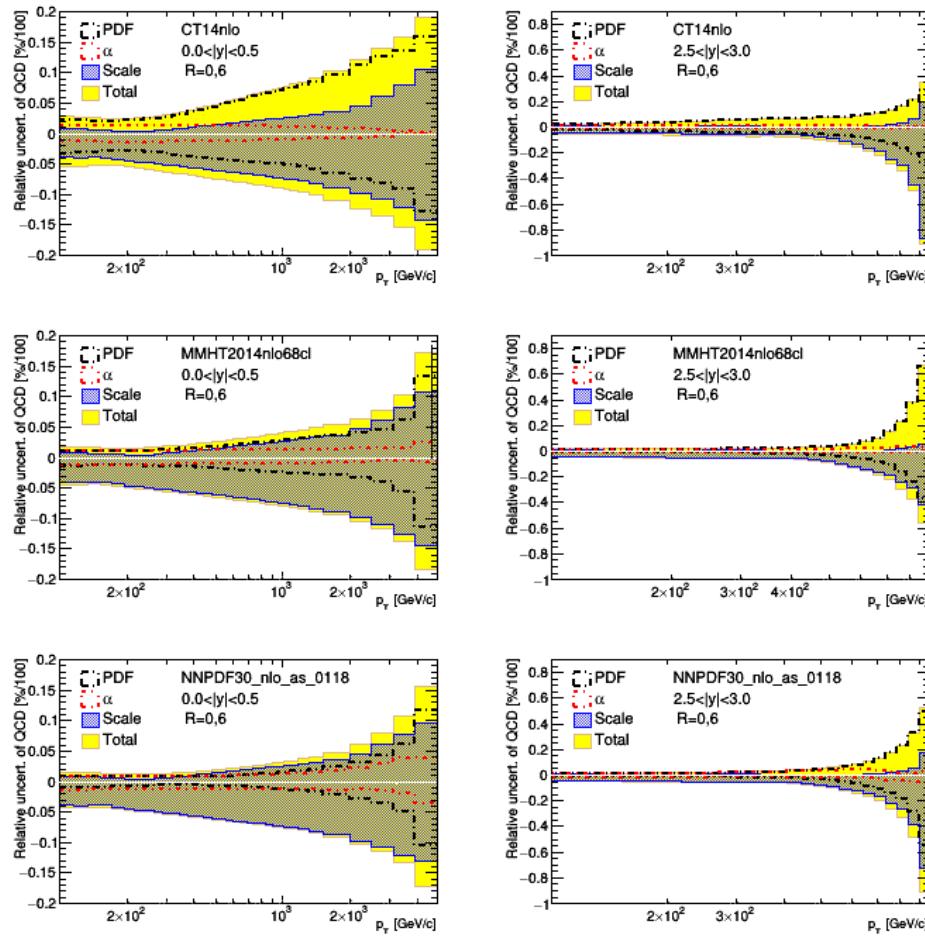
Obrázek 4.5: Podíl teoretických předpovědí pro centrální hodnoty PDF s hodnotou parametru  $R = 0.6$ . Podíl byl proveden následovně: sady/CT14 pro 2 různé intervaly rapidity  $y$  (jednotlivé sady lze najít v legendě obrázků). Barevně jsou odlišeny sady, které pocházejí ze stejného setu (např. CT verze). Je zde zobrazen i podíl mezi různými hodnotami parametru  $R = 0,6$  a  $0,4$  v rámci PDF sady CT14 (neboli  $(\text{CT14 } R = 0,4) / (\text{CT14 } R = 0,6)$ ) a pro sady NNPDF3.0 a MMHT2014 (všechna tato tři porovnání spolu splývají).



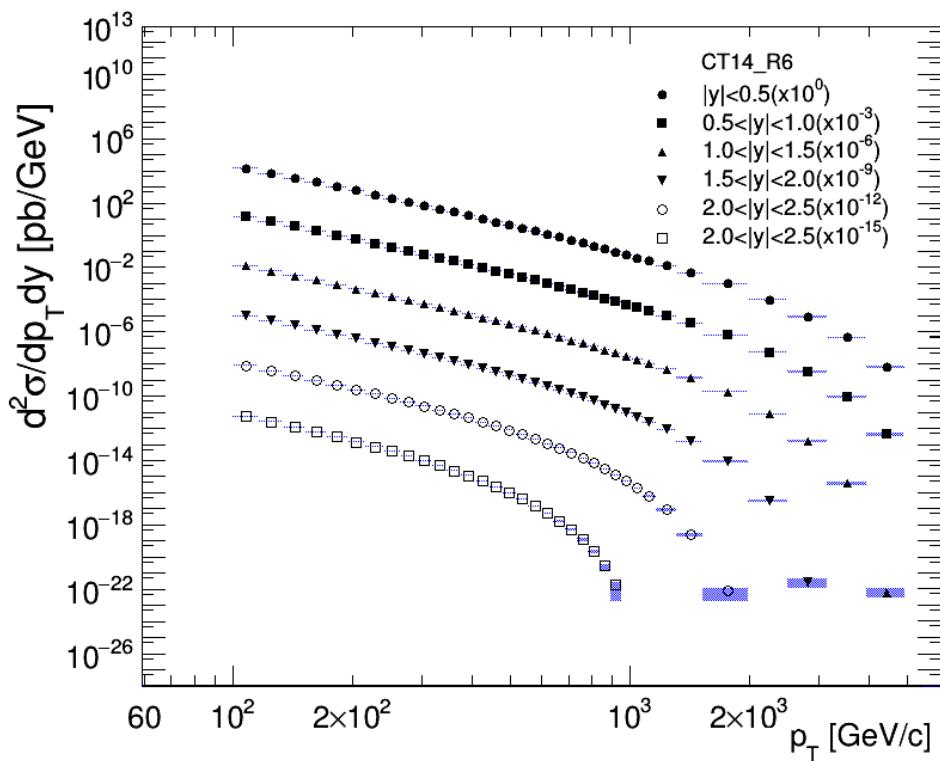
Obrázek 4.6: Chyby teoretické předpovědi uskutečněné na základě PDF sad CTEQ6.6, CT10 a CT14 pro dvě různé hodnoty intervalů rapidity  $y$  (viz legenda). Jsou zde vyznačeny jednotlivé hlavní příspěvky od volby PDF sady,  $\mu_R$  a  $\mu_F$  a od faktoru  $\alpha_S$ .



Obrázek 4.7: Chyby teoretické předpovědi uskutečněné na základě PDF sad MSTW2008, MMHT2014 a ABM11 pro dvě různé hodnoty intervalů rapidity  $y$  (viz legenda). Jsou zde vyznačeny jednotlivé hlavní příspěvky od volby PDF sady,  $\mu_R$  a  $\mu_F$  a od faktoru  $\alpha_S$ .



Obrázek 4.8: Chyby teoretické předpovědi uskutečněné na základě PDF sad T14, MMHT2014 a NNPDF3.0 pro dvě různé hodnoty intervalů rapidity  $y$  (viz legenda). Jsou zde vyznačeny jednotlivé hlavní příspěvky od volby PDF sady,  $\mu_R$  a  $\mu_F$  a od faktoru  $\alpha_S$ .



Obrázek 4.9: Teoretická předpověď IJCS ( $\sqrt{s} = 13$  TeV) jako funkce příčné hybnosti  $p_T$  v intervalech rapidity  $y$  (viz legenda). Výsledky jsou ukázány pro parametr jetového algoritmu  $R = 0,6$  a PDF sadu CT14. Jednotlivé výsledky jsou násobeny různými faktory pro lepší viditelnost (viz legenda). Zároveň jsou vyznačeny chyby modrým šrafováním.

## 4.2 Porovnání s experimentem ATLAS

V rámci porovnání teoretických chyb s výsledky z experimentu ATLAS budou využita pouze měření s energiemi  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV [54], 7 TeV [51] a 8 TeV [52], jelikož měření s 13 TeV [53] neobsahuje kompletní analýzu teoretické předpovědi (včetně komentáře a případných histogramů týkajících se chyby). Teoretická předpověď měření ATLAS je výsledkem NLO pQCD výpočtu s využitím NLOJet++ programu společně s programem APPLGRID pro výpočty s různými PDF sadami a korekcemi na neporuchové („underlying“ události a hadronizaci) a elektroslabé jevy. Renormalizační a faktORIZAČNÍ škála byla zvolena jako:  $\mu_F = \mu_R = p_T^{jet,max}$  a vazebný parametr podle dané PDF sady. Hlavní zdroje chyb jsou stejné jako v předchozích případech.

Bližší specifikace jednotlivých měření a jejich teoretických chyb:

- $\sqrt{s} = 2,76$  TeV: Pro teoretickou předpověď byl využit NLOJet++ program verze 4.1.2 a následující PDF sady: CT10, MSTW2008, NNPDF2.1, ABM11 NLO ( $n_f = 5$ ) a HERAPDF1.5. Relativní chyba teoretické předpovědi (viz obrázek 4.10) má podobný průběh pro obě hodnoty parametru  $R$  (0,4 a 0,6). Je antisymetrická (vzhledem ke kladným a záporným hodnotám) s rostoucím trendem vzhledem k příčné hybnosti  $p_T$  a intervalům rapidity  $y$ . V prvních intervalech  $y$  roste celková chyba od 5% až do přibližně 15% pro největší  $p_T$ . V posledních/dopředných intervalech  $y$  dochází k podstatnému nárůstu: od 10% až do 80% s rostoucím  $p_T$ . V záporných hodnotách převládá chyba způsobená škálami (s rostoucí tendencí v rámci  $p_T$  od -10% do -15% v prvním intervalu  $y$ ), zatímco v kladných hodnotách především chyba PDF sady (opět rostoucí tendence v  $p_T$  od 6% do 12% v prvním intervalu  $y$ ). Ve vyšších intervalech  $y$  dochází ke zvýšení chyb škály i PDF. Relativní chyba  $\alpha_S$  si udržuje konstantní hodnotu kolem 3%.
- $\sqrt{s} = 7$  TeV: Pro teoretickou předpověď byl využit NLOJet++ program verze 4.1.2 a následující PDF sady: CT10, MSTW2008, NNPDF2.1, ABM 11 a HERAPDF1.5. Relativní chyba teoretické předpovědi (viz obrázek 4.11) má opět podobný průběh pro obě hodnoty parametru  $R$  (0,4 a 0,6). Je antisymetrická s obdobným průběhem jako v předchozím případě. V záporných hodnotách převládá chyba způsobená škálami (s rostoucí tendencí v rámci  $p_T$  od -5% do -12% v prvním intervalu  $y$ ), zatímco v kladných hodnotách především chyba PDF sady (opět rostoucí tendence v  $p_T$  od 2% do 25% v prvním intervalu  $y$ ). Ve vyšších intervalech  $y$  dochází ke zvýšení chyb škály i PDF sady k maximálním hodnotám -20% a 90% a to pro nižší hodnoty  $p_T$ . Relativní chyba  $\alpha_S$  si udržuje konstantní hodnotu kolem 3%.
- $\sqrt{s} = 8$  TeV: Pro teoretickou předpověď byl využit NLOJet++ program verze 4.1.3 a následující PDF sady: CT14, MMHT2014 (použita ve výsledku), NNPDF3.0 a HERAPDF2.0. Pro relativní chybu teoretické předpovědi (viz obrázek 4.12) opět platí, že má stejné chování pro obě hodnoty parametru  $R$ <sup>7</sup> a rostoucí průběh s  $p_T$ . Relativní chyba je opět antisymetrická. Oproti předchozímu případu ( $\sqrt{s} = 7$  TeV) dochází k markantnímu snížení chyby PDF

<sup>7</sup>V tomto případě lze na obrázku 4.12 vidět výsledky pro obě hodnoty. Ze srovnání vyplývá, že je sice průběh velmi podobný, ale dosažené hodnoty se liší především pro dopředně intervale  $y$ , a to v řádech desítek procent.

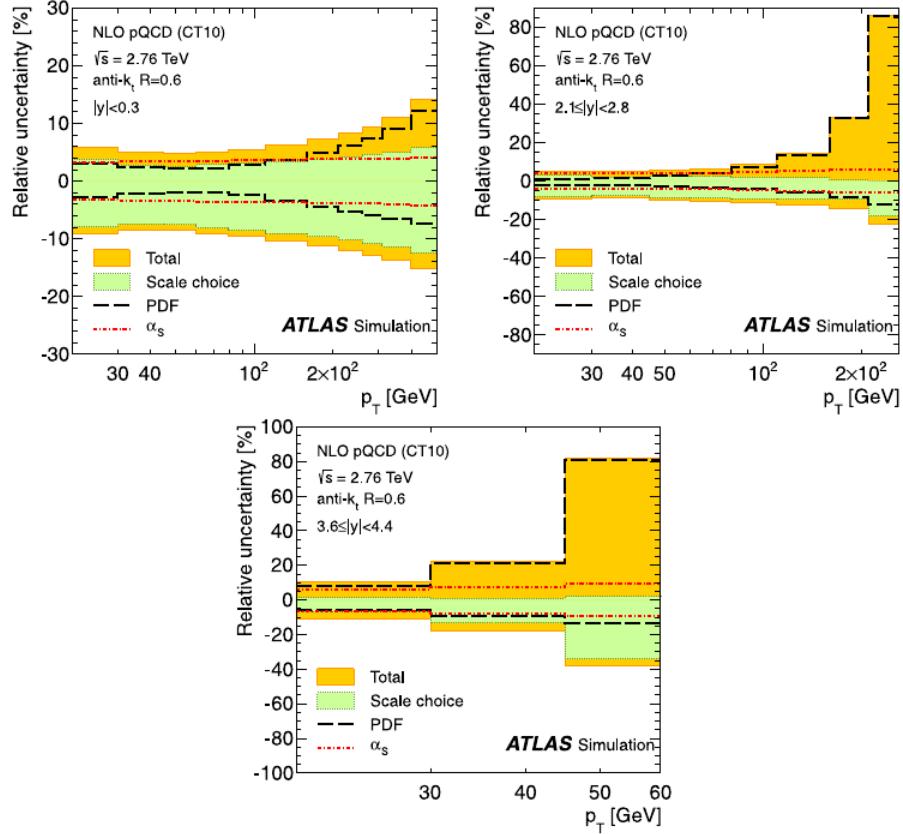
(s maximem nepřesahujícím 15% v dopředných intervalech  $y$ ) a pro většinu hodnot dominuje chyba způsobená škálami (maximum dosahuje 50% v dopředných intervalech  $y$ ). Chyba  $\alpha_S$  má pomalý klesající průběh pro všechny intervaly  $y$  (od 2% do 1%).

Porovnání bude provedeno na základě využitých PDF sad v měřeních: CT10/14 NLO. Výsledné teoretické chyby lze vidět na obrázcích: 4.2 a 4.3. Nelze provést přesnější kvantitativní porovnání, jelikož nejsou k dispozici jednotlivá data, ze kterých by bylo možné např. zkonztruovat podíly mezi chybami nebo výslednými IJCS.

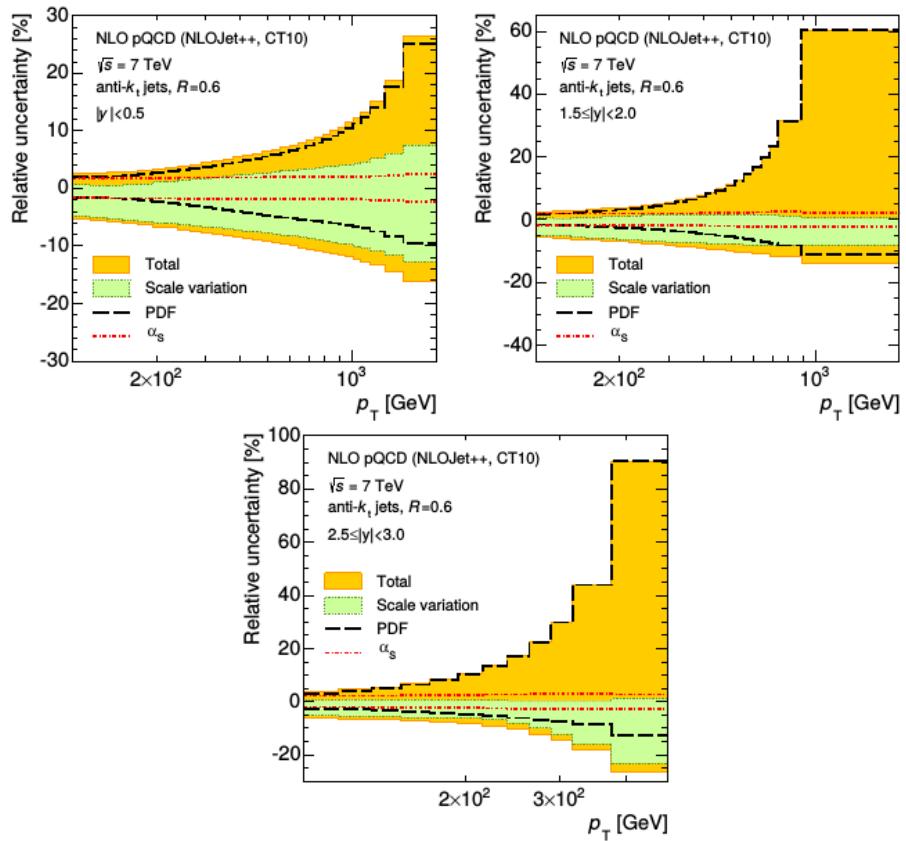
Chyba předpovědi z měření s energií  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV je dokonce v jiných intervalech  $y$ , než které využívají ostatní měření i výsledky výše. Ve velmi přibližném porovnání lze říci, že chyby mají obdobný průběh a do jisté míry dosahují i podobných hodnot. Je zde jistý rozpor v maximálních hybnostech, zde má prezentovaná chyba větší hodnoty (téměř až 80% v kladném intervalu). Je samozřejmé, že vůči samotným hodnotám  $p_T$  jsou výsledky z obrázku 4.2 daleko přesnější (v některých hybnostech téměř až o faktor 2, viz počáteční hybnosti).

Druhá chyba předpovědi pro energii  $\sqrt{s} = 7$  TeV je již lépe porovnatelná, jelikož používá stejné rozmezí intervalů  $y$ . Opět rozmezí hybností je přibližně o řád hybností jinde směrem k vyšším hodnotám, z čehož vyplývá stejný závěr jako v minulém odstavci. V prvním intervalu  $y$  obrázku 4.2 lze zřetelně pozorovat, že jeho kladná chyba je daleko menší (přibližně o 10%) než pro měření experimentu ATLAS. Totéž lze také říci i pro další dva intervaly: ve středním intervalu je poslední bin v rámci rozsahu více než poloviční. V konečném porovnání je chyba vypočítaná v této práci nižší než v měření experimentu ATLAS.

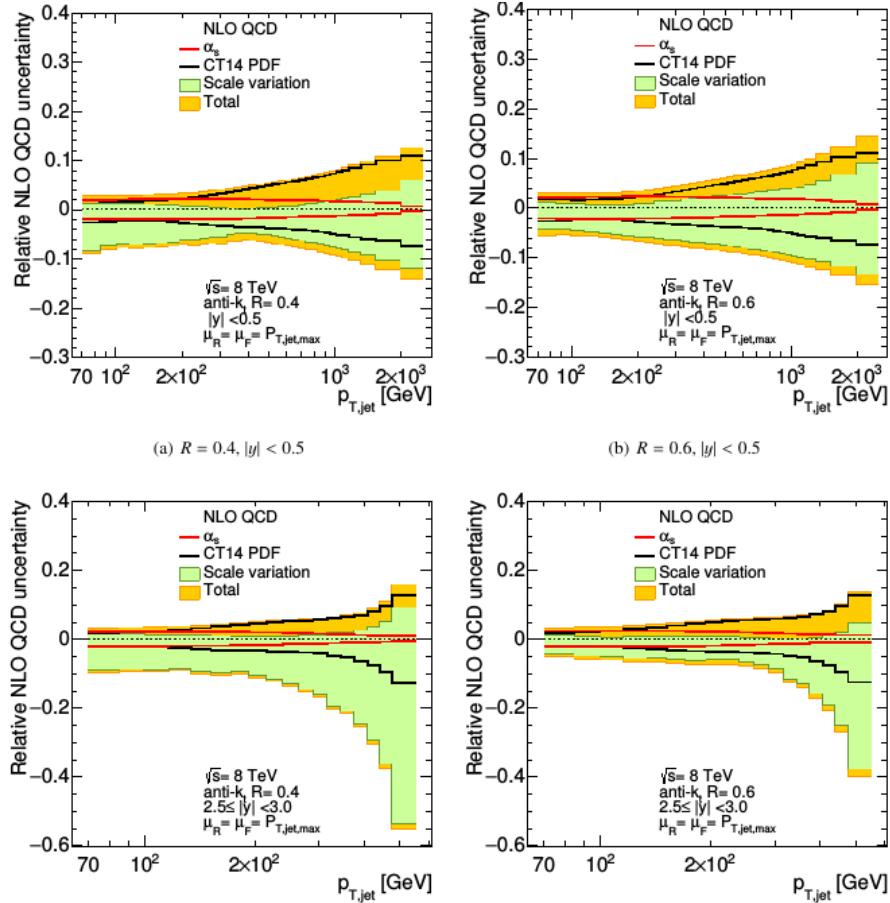
V posledním měření s energií  $\sqrt{s} = 8$  TeV dochází k velmi dobré shodě s obrázkem 4.3. Výjimku tvoří opět rozpětí hybností  $p_T$ . Poněvadž jsou však tyto hybností větší než v předchozích případech, je jednodušší porovnat, k jak dobré shodě dochází (u posledních binů dochází k velkému nárůstu chyby, a tudíž je lze od sebe odlišit). Se zaměřením na předposlední biny chyby lze s jistou mírou zjednodušení říci, že zde uvedená chyba dosahuje stejných hodnot jako měření experimentu ATLAS.



Obrázek 4.10: Relativní chyba teoretické předpovědi NLO pQCD (s využitou PDF sadou CT10 NLO) pro IJCS se  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV v různých intervalech  $y$ . Volba jetového parametru je  $R = 0,6$ . Jsou zde zobrazeny hlavní zdroje chyb a jejich celkový součet (viz legenda). Převzato z [54].



Obrázek 4.11: Relativní chyba teoretické předpovědi NLO pQCD (s využitou PDF sadou CT10 NLO) pro IJCS se  $\sqrt{s} = 7$  TeV v různých intervalech  $y$ . Volba jetového parametru je  $R = 0.6$ . Jsou zde zobrazeny hlavní zdroje chyb a jejich celkový součet (viz legenda). Převzato z [51].



Obrázek 4.12: Relativní chyba teoretické předpovědi NLO pQCD (s využitou PDF sadou CT14 NLO) pro IJCS se  $\sqrt{s} = 8$  TeV v různých intervalech  $y$ . Volba jetového parametru je  $R = 0.4$  a  $R = 0.6$ . Jsou zde zobrazeny hlavní zdroje chyb a jejich celkový součet (viz legenda). Převzato z [52].

# Kapitola 5

## Závěr

Úkolem této práce bylo seznámit se s tématikou jetů a jetových algoritmů v rámci kvantové chromodynamiky. Tyto jety jsou produkovaný během hluboce nepružných hadron-hadronových rozptylů. Během těchto procesů je hlavní část interakcí zprostředkována silnou silou. Z toho důvodu se úvod této práce věnuje především teoretickému popisu silné interakce a produkci jetových událostí během rozptylů (viz kapitola 1). Druhá kapitola zaměřena na samotné jetové algoritmy. Jsou zde popsány vlastnosti ideálního jetového algoritmu a zároveň je zde provedeno rozdělení do základních dvou kategorií: kuželové a klastrovací sekvenční algoritmy.

Nedílnou součástí práce je kapitola 3, kde bylo pojednáno o dosavadních výsledcích v proton-protonových srážkách na urychlovačích SpS, Tevatron a LHC. Jsou zde shrnutý základní experimenty a jednotlivé pokroky na poli čisticové fyziky, jako je například bližší specifikace PDF parametrisací, které jsou pro tuto práci velmi důležité. V rámci této kapitoly byla především snaha o provedení celkového náhledu na základní problematiku měření jetových událostí. Je zde proto výčet základních kalibrací a jetových algoritmů, které jednotlivé experimenty využívají (případně využívaly).

Praktická část (poslední kapitola 4) se zabývala teoretickou předpovědí dvojitého diferenciálního inkluzivního jetového účinného průřezu (IJCS) a to především jako funkcí příčné hybnosti jetů  $p_T$  a rapidity  $y$  při těžištové energii  $\sqrt{s} = 13$  TeV v proton-protonových srážkách. Pro jeho výpočet byl využit program NLOJet++ (v 4.1.3) společně se softwarem APPLGRID, který flexibilně umožňuje práci s různými PDF parametrisacemi. Tyto sady byly získány z knihovny LHAPDF (v 5.9.1). Jako rekonstruční jetový algoritmus byl zvolen anti- $k_t$  algoritmus s různými volbami parametru  $R$ . Jádrem této kapitoly byla diskuse závislosti předpovědi na následujících volbách: parametr jetového algoritmu  $R$ , renormalizační  $\mu_R$  a faktorizační  $\mu_F$  škála, PDF sada a vazebný parametr  $\alpha_S$ . Za počáteční/centrální volbu škál je brána maximální příčná hybnost jetu:  $\mu_R = \mu_F = p_T^{\max,jet}$ . Soubor využitých PDF sad je následující:

CTEQ6.6 , CT10/14 , NNPDF3.0 , MMHT2014 , MSTW2008 a ABM11 ( $n_f = 5$ ).

Pro zjištění závislosti předpovědi byla využita především její relativní chyba (viz například obrázek 4.2), která je logicky na těchto parametrech také závislá a svým průběhem a velikostí umožňuje zjistit, jak moc daný parametr ovlivňuje výsledný IJCS (její obecná vlastnost je většinový rostoucí trend vzhledem ke zvyšujícím se hybnostmi jetů). Dále byly využity poměry mezi IJCS (viz obrázek 4.5) pro různé volby předchozích parametrů společně s poměry relativních chyb (viz 4.1 a 4.4).

Dále se tato část věnovala určení závislosti předpovědi na jetovém parametru  $R$  z jeho

následujících dvou hodnot: 0,6 a 0,4. Bylo zjištěno z poměrů IJCS, že je nezávislý na zvolené PDF parametrisaci a že není možné pomocí výše zvolených metod jednoznačně rozhodnout, která z hodnot je výhodnější/přesnější. Lze uskutečnit pouze následující přibližní odhad: parametr  $R = 0,6$  je vhodnější využít pro měření nižších hodnot  $p_T$  a  $R = 0,4$  pro ty vyšší (s mezníkem přibližně okolo hodnoty  $p_T = 3 \cdot 10^2$  GeV/c).

Při porovnání PDF parametrisací a jejich důsledků na celkovou chybu teoretické předpovědi lze jasně pozorovat, že novější verze daných parametrisací snižují svoji chybu. Zároveň jsou jejich předpovědi v relativní shodě, výraznější rozchod je pro vyšší hybnosti mezi sadami CT v obou intervalech  $y$ . V porovnání parametrisací NNPDF3.0, MMHT2014 a CT14 vychází znatelně nejlépe pro první interval sada NNPDF3.0. Ve druhém intervalu to již není tak jednoznačné, ale lze říci, že pro počáteční hodnoty  $p_T$  mají nižší chybu sady NNPDF3.0 a MMHT2014 a pro maximální  $p_T$  sada CT14. Ke shodě dochází především pro sady MMHT2014 a CT14. Lze pozorovat, že pro nižší hybnosti v druhém intervalu většina PDF sad předkládá konzistentní výsledky (celkovou výjimku tvoří sada ABM11).

Závislost na volbě škál  $\mu_R$  a  $\mu_F$  je podstatnou vlastností novějších PDF parametrisací, kde jejich chyba především v záporných hodnotách je určena tímto vstupním parametry. Tato dominantnost například u sady CT14 je, ale hlavně zásluhou snížení chyby způsobené volbou PDF sady vůči jejím předchozím verzím.

Prozkoumání všech chyb, které jsou způsobené volbou parametru  $\alpha_S$ , vede ke zjištění, že jejich dopad, až na jisté případy, není tak podstatný jako dopad předešlých efektů. Srovnání s teoretickými předpověďmi experimentu ATLAS bylo provedeno na základě uveřejněných článků: [54] s energií  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV, [51] s energií  $\sqrt{s} = 7$  TeV a [52] s energií  $\sqrt{s} = 8$  TeV. Bohužel nemohlo být provedeno porovnání s měřením s energií  $\sqrt{s} = 13$  TeV v článku [53], jelikož neobsahuje kompletní analýzu teoretické předpovědi. Je třeba zmínit, že porovnání je pouze kvalitativní s velmi hrubým kvantitativním přístupem, neboť bylo uskutečněno pouze ze srovnání grafů relativních chyb a několika údajů prezentovaných experimentem ATLAS. Celkově lze konstatovat, že výsledky prezentované v této práci jsou ve velmi dobré shodě s měřením s energií  $\sqrt{s} = 8$  TeV (lze téměř říci, že si výsledky odpovídají) a v dobré shodě s měřením  $\sqrt{s} = 7$  TeV. Pro měření s energií  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV (využívá jiné intervalové rozdělení rapidity  $y$ ) platí jen částečná shoda. Obecně lze říci, že díky vyšším hybnostem jsou zde uvedené výsledky přesnější.

# Literatura

- [1] C. Patrignani et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C40(10), 2016. doi:[10.1088/1674-1137/40/10/100001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/40/10/100001).
- [2] J. C. Pati and A. Salam. Lepton number as the fourth "color". *Phys. Rev. D*, 10:275–289, 1974. doi:[10.1103/PhysRevD.10.275](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.10.275).
- [3] S. O. Bilson-Thompson. A Topological model of composite preons. *Submitted to: Phys. Lett. B*, 2005. arXiv:[hep-ph/0503213](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0503213).
- [4] D. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. Physics textbook. 2008.
- [5] M. Gell-Mann. Symmetries of baryons and mesons. *Phys. Rev.*, 125:1067–1084, 1962. doi:[10.1103/PhysRev.125.1067](https://doi.org/10.1103/PhysRev.125.1067).
- [6] B. Gripaios. Lectures on Physics Beyond the Standard Model. 2015. arXiv:[1503.02636](https://arxiv.org/abs/1503.02636).
- [7] H. Weyl. *Symmetry*. Princeton University Press, 2015.
- [8] E. Noether. Invariante variationsprobleme. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1918:235–257, 1918. URL: <http://eudml.org/doc/59024>.
- [9] S. F. Novaes. Standard model: An Introduction. In *Particles and fields. Proceedings, 10th Jorge Andre Swieca Summer School, São Paulo, Brazil, February 6-12, 1999*, pages 5–102, 1999. arXiv:[hep-ph/0001283](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0001283).
- [10] H. Fritzsch. The history of qcd, 2012. URL: <http://cerncourier.com/cws/article/cern/50796>.
- [11] E. M. Riordan. The Discovery of quarks. *Science*, 256:1287–1293, 1992. doi:[10.1126/science.256.5061.1287](https://doi.org/10.1126/science.256.5061.1287).
- [12] J. Hořejší. Historie standardního modelu mikrosvěta. <http://www-ucjf.troja.mff.cuni.cz/~horejsi/popular/smodel.pdf>, 2011.
- [13] J. Chýla. Quarks, partons and quantum chromodynamics. <http://www-hep2.fzu.cz/~chyla/lectures/text.pdf>, 2009.
- [14] J. Lochman. Diplomová práce: High  $p_T$  jets in run ii of the atlas experiment. 2015. ČVUT, FJFI.
- [15] T. T. Takahashi, H. Matsufuru, Y. Nemoto, and H. Suganuma. Three-quark potential in su(3) lattice qcd. *Phys. Rev. Lett.*, 86:18–21, Jan 2001. doi:[10.1103/PhysRevLett.86.18](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.18).
- [16] I. Arsene et al. Quark-gluon plasma and color glass condensate at rhic the perspective from the brahms experiment. *Nuclear Physics A*, 757(1):1–27, 2005. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.02.130>.

- [17] A. Laschka, N. Kaiser, and W. Weise. Quark-antiquark potential to order  $1/m$  and heavy quark masses. *Phys. Rev.*, D83, 2011. [arXiv:1102.0945](https://arxiv.org/abs/1102.0945), doi:10.1103/PhysRevD.83.094002.
- [18] S. D. Ellis, J. Huston, K. Hatakeyama, P. Loch, and M. Tonnesmann. Jets in hadron-hadron collisions. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 60:484–551, 2008. [arXiv:0712.2447](https://arxiv.org/abs/0712.2447), doi:10.1016/j.ppnp.2007.12.002.
- [19] ZEUS and H1 Collaboration. Combination of measurements of inclusive deep inelastic  $e^\pm p$  scattering cross sections and QCD analysis of HERA data. *Eur. Phys. J.*, C75(12):580, 2015. [arXiv:1506.06042](https://arxiv.org/abs/1506.06042), doi:10.1140/epjc/s10052-015-3710-4.
- [20] R. Placakyte. Parton Distribution Functions. In *Proceedings, 31st International Conference on Physics in collisions (PIC 2011): Vancouver, Canada, August 28-September 1, 2011*, 2011. URL: <https://inspirehep.net/record/954990/files/arXiv:1111.5452.pdf>, arXiv:1111.5452.
- [21] R. Brock et al. Handbook of perturbative QCD: Version 1.0. *Rev. Mod. Phys.*, 67:157–248, 1995. doi:10.1103/RevModPhys.67.157.
- [22] Radek Podškubka. Diplomová práce: Produkce jetů s velkou příčnou hybností na lhc. 2014. MFF, UJČF.
- [23] Z Hubáček. Rešerše strukturních funkcí protonu a určování konstanty  $\alpha_s$  silných interakcí z produkcí mnoha jetů. 2002. ČVUT, FJFI.
- [24] J. Hejbal. Evoluční rovnice kvantové chromodynamiky a metody jejich řešení. 2002. [https://physics.fjfi.cvut.cz/publications/mf/2001/hejbal\\_rev.pdf](https://physics.fjfi.cvut.cz/publications/mf/2001/hejbal_rev.pdf).
- [25] P. M. Nadolsky et al. Implications of CTEQ global analysis for collider observables. *Phys. Rev.*, D78, 2008. [arXiv:0802.0007](https://arxiv.org/abs/0802.0007), doi:10.1103/PhysRevD.78.013004.
- [26] H.-L. Lai and ohters. New parton distributions for collider physics. *Phys. Rev.*, D82, 2010. [arXiv:1007.2241](https://arxiv.org/abs/1007.2241), doi:10.1103/PhysRevD.82.074024.
- [27] S. Dulat et al. New parton distribution functions from a global analysis of quantum chromodynamics. *Phys. Rev.*, D93(3), 2016. [arXiv:1506.07443](https://arxiv.org/abs/1506.07443), doi:10.1103/PhysRevD.93.033006.
- [28] Richard D. Ball et al. Parton distributions for the LHC Run II. *JHEP*, 04:040, 2015. [arXiv:1410.8849](https://arxiv.org/abs/1410.8849), doi:10.1007/JHEP04(2015)040.
- [29] L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski, and R. S. Thorne. Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs. *Eur. Phys. J.*, C75(5):204, 2015. [arXiv:1412.3989](https://arxiv.org/abs/1412.3989), doi:10.1140/epjc/s10052-015-3397-6.
- [30] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne, and G. Watt. Parton distributions for the LHC. *Eur. Phys. J.*, C63:189–285, 2009. [arXiv:0901.0002](https://arxiv.org/abs/0901.0002), doi:10.1140/epjc/s10052-009-1072-5.
- [31] Z. Hubáček. Disertační práce: Measurement of the Three-jet Mass Cross Section in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV. 2010. URL: [http://lss.fnal.gov/cgi-bin/find\\_paper.pl?thesis=2010-19](http://lss.fnal.gov/cgi-bin/find_paper.pl?thesis=2010-19).
- [32] G. C. Blazey et al. Run II jet physics. In *QCD and weak boson physics in Run II. Proceedings, Batavia, USA, March 4-6, June 3-4, November 4-6, 1999*, pages 47–77, 2000. [arXiv:hep-ex/0005012](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0005012).

- [33] M. Cacciari, G. P. Salam, and G. Soyez. The Anti- $k(t)$  jet clustering algorithm. *JHEP*, page 063, 2008. [arXiv:0802.1189](https://arxiv.org/abs/0802.1189), doi:10.1088/1126-6708/2008/04/063.
- [34] L. Evans. Inside story: Super proton synchrotron turns 40, 2016. URL: <http://cerncourier.com/cws/article/cern/65514>.
- [35] CERN. online, [vid 23. 6. 2017]. <https://home.cern/about/experiments/ua1>.
- [36] W. D. Dau. UA1 RESULTS FROM p anti-p COLLISIONS AT  $S^{**}(1/2) = 540$ -GeV. In *18th International Cosmic Ray Conference Bangalore, India, August 22 to September 3, 1983*, 1983.
- [37] E. Eichten et al. Supercollider physics. *Rev. Mod. Phys.*, 56:579–707, Oct 1984. doi:10.1103/RevModPhys.56.579.
- [38] G. Arnison et al. Measurement of the inclusive jet cross section at the cern pp collider. *Physics Letters B*, 172(3):461–466, 1986. doi:[http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(86\)90290-X](http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(86)90290-X).
- [39] S. J. Wimpenny. RESULTS ON INCLUSIVE PHYSICS FROM UA1. In *DPF '88: 1988 Meeting of the Division of Particles & Fields of the APS Storrs, Connecticut, August 15-18, 1988*, pages 458–463, 1988. URL: <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=0104115>.
- [40] CERN. Cern experiments: Ua2. online, [vid 23. 6. 2017]. <https://home.cern/about/experiments/ua2>.
- [41] UA2 Collaboration. Inclusive jet cross-section and a search for quark compositeness at the CERN  $\bar{p}p$  collider. *Phys. Lett.*, B257:232–240, 1991. doi:10.1016/0370-2693(91)90887-V.
- [42] P. Cenci. Jet physics with the UA2 detector. In *High-energy hadronic interactions. Proceedings, Hadronic Session of the 26th Rencontres de Moriond, Les Arcs, France, March 17-23, 1991*, pages 57–63, 1991. URL: [https://inspirehep.net/record/328484/files/C91-03-17\\_57-63.pdf](https://inspirehep.net/record/328484/files/C91-03-17_57-63.pdf).
- [43] DZero Collaboration. Measurement of the inclusive jet cross section in  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV. *Phys. Rev.*, D85, 2012. [arXiv:1110.3771](https://arxiv.org/abs/1110.3771), doi:10.1103/PhysRevD.85.052006.
- [44] Fermilab. Fermilab: The tevatron, [vid 24. 6. 2017]. online. <http://www.fnal.gov/pub/tevatron/index.html>.
- [45] CDF Collaboration. Measurement of the Inclusive Jet Cross Section using the  $k_T$  algorithm in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV with the CDF II Detector. *Phys. Rev.*, D75:092006, 2007. [arXiv:hep-ex/0701051](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0701051), doi:10.1103/PhysRevD.75.119901, 10.1103/PhysRevD.75.092006.
- [46] CDF Collaboration. Measurement of the Inclusive Jet Cross Section at the Fermilab Tevatron p anti-p Collider Using a Cone-Based Jet Algorithm. *Phys. Rev.*, D78, 2008. [arXiv:0807.2204](https://arxiv.org/abs/0807.2204), doi:10.1103/PhysRevD.79.119902, 10.1103/PhysRevD.78.052006.
- [47] CDF Collaboration. Inclusive jet cross section in  $\bar{p}p$  collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV. *Phys. Rev. Lett.*, 77:438–443, 1996. [arXiv:hep-ex/9601008](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9601008), doi:10.1103/PhysRevLett.77.438.
- [48] L. Evans and P. Bryant. LHC Machine. *JINST*, 3, 2008. doi:10.1088/1748-0221/3/08/S08001.

- [49] ATLAS Collaboration. The atlas experiment at the cern large hadron collider. *Journal of Instrumentation*, 3(08), 2008. URL: <http://stacks.iop.org/1748-0221/3/i=08/a=S08003>.
- [50] 2015 start-up trigger menu and initial performance assessment of the ATLAS trigger using Run-2 data. Technical Report ATL-DAQ-PUB-2016-001, CERN, Geneva, 2016. URL: <https://cds.cern.ch/record/2136007>.
- [51] ATLAS collaboration. Measurement of the inclusive jet cross-section in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV with the ATLAS detector. *JHEP*, 02:153, 2015. [arXiv:1410.8857](https://arxiv.org/abs/1410.8857), doi:10.1007/JHEP02(2015)153, 10.1007/JHEP09(2015)141.
- [52] ATLAS collaboration. Measurement of the inclusive jet cross-sections in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV with the ATLAS detector. 2017. [arXiv:1706.03192](https://arxiv.org/abs/1706.03192).
- [53] ATLAS collaboration. Measurement of inclusive-jet cross-sections in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV centre-of-mass energy with the ATLAS detector. 2016. URL: <http://inspirehep.net/record/1482689>.
- [54] ATLAS collaboration. Measurement of the inclusive jet cross section in pp collisions at  $\sqrt{s} = 2.76$  TeV and comparison to the inclusive jet cross section at  $\sqrt{s} = 7$  TeV using the ATLAS detector. *Eur. Phys. J.*, C73(8):2509, 2013. [arXiv:1304.4739](https://arxiv.org/abs/1304.4739), doi:10.1140/epjc/s10052-013-2509-4.
- [55] M. Cacciari, G. P. Salam, and G. Soyez. FastJet User Manual. *Eur. Phys. J.*, C72:1896, 2012. [arXiv:1111.6097](https://arxiv.org/abs/1111.6097), doi:10.1140/epjc/s10052-012-1896-2.
- [56] ATLAS Collaboration. Measurement of inclusive-jet and dijet cross-sections in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  tev centre-of-mass energy with the atlas detector. online, [vid 9. 7. 2017]. <https://atlas.web.cern.ch/Atlas/GROUPS/PHYSICS/CONFNOTES/ATLAS-CONF-2017-048/>.
- [57] CMS Collaboration. Measurement of the inclusive jet cross section in pp collisions at  $\sqrt{s} = 2.76$  TeV. *Eur. Phys. J.*, C76(5):265, 2016. [arXiv:1512.06212](https://arxiv.org/abs/1512.06212), doi:10.1140/epjc/s10052-016-4083-z.
- [58] CMS Collaboration. Measurements of differential jet cross sections in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV with the CMS detector. *Phys. Rev.*, D87(11):112002, 2013. [arXiv:1212.6660](https://arxiv.org/abs/1212.6660), doi:10.1103/PhysRevD.87.112002, 10.1103/PhysRevD.87.119902.
- [59] CMS Collaboration. Measurement and QCD analysis of double-differential inclusive jet cross sections in pp collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV and cross section ratios to 2.76 and 7 TeV. *JHEP*, 03:156, 2017. [arXiv:1609.05331](https://arxiv.org/abs/1609.05331), doi:10.1007/JHEP03(2017)156.
- [60] CMS Collaboration. Measurement of the double-differential inclusive jet cross section in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV. *Eur. Phys. J.*, C76(8):451, 2016. [arXiv:1605.04436](https://arxiv.org/abs/1605.04436), doi:10.1140/epjc/s10052-016-4286-3.
- [61] ALICE Collaboration. Measurement of the inclusive differential jet cross section in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 2.76$  TeV. *Phys. Lett.*, B722:262–272, 2013. [arXiv:1301.3475](https://arxiv.org/abs/1301.3475), doi:10.1016/j.physletb.2013.04.026.
- [62] ZEUS and H1 Collabaration. Combined Measurement and QCD Analysis of the Inclusive  $e^\pm p$  Scattering Cross Sections at HERA. *JHEP*, 01:109, 2010. [arXiv:0911.0884](https://arxiv.org/abs/0911.0884), doi:10.1007/JHEP01(2010)109.

- [63] S. Alekhin, J. Blumlein, and S. Moch. Parton Distribution Functions and Benchmark Cross Sections at NNLO. *Phys. Rev.*, D86:054009, 2012. [arXiv:1202.2281](https://arxiv.org/abs/1202.2281), doi:10.1103/PhysRevD.86.054009.
- [64] J. Pumplin, D. Stump, R. Brock, D. Casey, J. Huston, J. Kalk, H. L. Lai, and W. K. Tung. Uncertainties of predictions from parton distribution functions. 2. The Hessian method. *Phys. Rev.*, D65:014013, 2001. [arXiv:hep-ph/0101032](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0101032), doi:10.1103/PhysRevD.65.014013.
- [65] D. Bourilkov, R. C. Group, and M. R. Whalley. LHAPDF: PDF use from the Tevatron to the LHC. In *TeV4LHC Workshop - 4th meeting Batavia, Illinois, October 20-22, 2005*, 2006. [arXiv:hep-ph/0605240](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0605240).