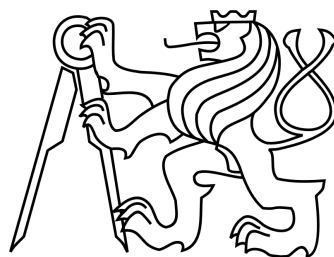


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ INŽENÝRSKÁ
KATEDRA FYZIKY



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Studie dopředného elektromagnetického kalorimetru
pro experiment ALICE

Autor: Roman Lavička

Vedoucí práce: Doc. RNDr. Vojtěch Petráček, CSc.

Praha, 2013

Název práce: Studie dopředného elektromagnetického kalorimetru

Autor: Roman Lavička

Katedra (ústav): Katedra fyziky

Vedoucí bakalářské práce: Doc. RNDr. Vojtěch Petráček, CSc.

e-mail vedoucího: Vojtech.Petracek@cern.ch

Abstrakt V předložené práci studujeme návrh dopředného elektromagnetického kalorimetru FOCAL pro experiment ALICE. Součástí studia je seznámení s principem elektromagnetické kalorimetrie v oblastech s vysokou multiplicitou částic, princip anorganických a organických scintilátorů, přehled známých scintilačních metod a vyhodnocení vhodného materiálu pro výrobu kalorimetru. Rovněž zde lze nalézt fyzikální motivace k budování elektromagnetického kalorimetru. V práci se dále vyskytuje i možné uspořádání kalorimetru a simulace potřebné pro přípravu konceptu dopředného kalorimetru FOCAL. V této pasáži je také poskytnut záznam části stavby prototypu kalorimetru.

Klíčová slova: Elektromagnetická kalorimetrie, FOCAL, ALICE, dopředná fyzika, scintilátor

Title: Study of the forward electromagnetic calorimeter for the ALICE experiment

Author: Roman Lavička

Department: Department of physic

Supervisor: Doc. RNDr. Vojtěch Petráček, CSc.

Supervisor's e-mail address: Vojtech.Petracek@cern.ch

Abstract In the present work we study a proposal of the forward electromagnetic calorimeter FOCAL for the ALICE experiment. A part of study is familiarization with a principle of an electromagnetic calorimetry in regions with a high multiplicity of particles, a principle of anorganic and organic scintillators, overview of known scintillation methods and an evaluation of a proper material for a fabrication of the calorimeter. Also it is possible to find a physical motivation which leads to construction of the electromagnetic calorimeter. Further in this work occurs a possible lay-out of the calorimeter and simulations needed for a preparation of a concept of the forward calorimeter FOCAL. On this place is available a record of a construction of a prototype of the calorimeter.

Keywords: Electromagnetic calorimetry, FOCAL, ALICE, forward physic, scintillator

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím s použitím tohoto školního díla ve smyslu §60 Zákona č.121/1200Sb., o autorském právu, o právech souvisejících s autorským právem a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 3. ledna 2013

Roman Lavička

Rád bych poděkoval Doc. RNDr. Vojtěchu Petráčkovi, CSc za vedení mé bakalářské práce a RNDr. Petrovi Chaloupkovi, Ph.D. za cenné rady a korekturu mé bakalářské práce.

Obsah

Zadání práce	2
Abstrakt	4
1 Kalorimetrie	9
1.1 Elektromagnetická kalorimetrie	9
1.1.1 Brzdné záření a tvorba páru	9
1.1.2 Radiační délka	10
1.1.3 Kritická energie	11
1.1.4 Elektromagnetická kaskáda	11
1.1.5 Fluktuace	13
1.1.6 Sestavení kalorimetru	13
1.1.7 Příčný tok částic	14
1.2 Hadronová kalorimetrie	15
1.2.1 Hadronová kaskáda	15
1.2.2 Excitace atomového jádra	16
1.2.3 Úniky energie	16
2 Scintilátory	17
2.1 Organické scintilátory	18
2.1.1 Mechanismus organických scintilátorů	18
2.1.2 Typy organických scintilátorů	19
2.1.3 Odolnost plastických scintilátorů vůči radiačnímu poškození	21
2.2 Anorganické scintilátory	21
2.2.1 Mechanismus anorganických scintilátorů	21
2.2.2 Některé anorganické scintilátory	22
2.2.3 Odolnost anorganických scintilátorů vůči radiačnímu poškození	23
3 Fyzikální motivace pro stavbu detektoru FoCal	24
3.1 Fyzikální motivace	24
3.2 Partonové rozdělení v nukleonu při malém x	26
3.3 Rozdělení partonů v jádře a gluonové nasycení	27
3.4 Dopředná fyzika na experimentu ALICE	27
3.4.1 Experiment ALICE	27
3.4.2 Detektor FoCal	27
4 Návrh designu detektoru FoCal	31

4.1	Základní konstrukce detektoru	31
4.2	Vyčítání scintilačních plátek	33
4.2.1	Konstrukce zařízení usnadňující lepení kuliček na vlákna	34
4.2.2	Simulace v programu SLitrani	36
5	Závěr	38
	Literatura	41

Kapitola 1

Kalorimetrie

Kalorimetrie je druh měření energie částice, při kterém je energie nalétávající částice přeměněna sérií reakcí na sekundární částice, které postupně deponují svojí energii v detektoru. Nevýhodou je, že při této metodě dojde ke zničení originální částice a tudíž není možné dále částici jakkoliv měřit. Naopak výhodou tohoto způsobu měření oproti jiným je i možnost měření neutrálních částic, jako jsou neutrony, fotony a neutrální kaony. V závislosti na probíhající interakci můžeme kalorimetrii rozdělit na dva různé typy - kalorimetrii elektromagnetickou a hadronovou.

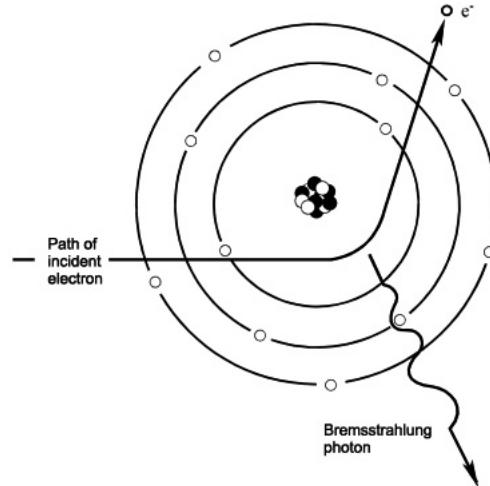
1.1 Elektromagnetická kalorimetrie

Tento druh kalorimetrie využívá elektromagnetické interakce mezi částicemi. Pro další studium je třeba zavést některé fyzikální pojmy. Nabitá částice procházející látkou ztrácí energii dvěma hlavními způsoby. Prvním je interakce s elektronovým obalem, kdy dochází k předání energie elektronům - excitace a ionizace. Druhý způsob je pak emise brzdného záření v poli jádra - tzv. bremsstrahlung. V případě kalorimetrických měření, kde se zaměřujeme na částice s vyšší energií, je dominující ztráta energie prostřednictvím právě brzdného záření.

1.1.1 Brzdné záření a tvorba páru

Brzdné záření je emise fotonu nabitou částicí urychlené v Coulombickém poli atomového jádra, jak je vidět na obrázku 1.1. Průlet částice kolem jádra atomu je nezbytnou podmínkou reakce, jinak by došlo k porušení zákonů zachování energie a hybnosti. Radiační ztráta prolétávající částice je závislá na atomovém čísle látky Z a hmotnosti částice m podle vzorce 1.1. Obecnou podmínkou pro vznik brzdného záření pro elektrony je, aby velikost energie této částice přesáhla 10 MeV (v těžkém prostředí), respektive 100 MeV (lehké prostředí).[1]

Pokud takto vzniklý foton má energii dvakrát přesahující klidovou hmotnost elektronu, může v poli atomového jádra dojít ke vzniku páru elektron-pozitron. Přítomnost jádra je opět nutná z výše popsaných důvodů. Úhel Θ , který svírají elektron a pozitron, lze aproximovat jako poměr hmotnosti elektronu a jeho celkové energie, což lze nahlédnout ve výsledku 1.2 z relativistického



Obrázek 1.1: Brzdné záření vyvolané elektronem v Coulombickém poli jádra

výpočtu .

$$\left(-\frac{dT}{dx} \right)_{rad} \sim \frac{Z^2}{m^2} \quad (1.1)$$

$$\Theta = 2 \arcsin \sqrt{\frac{2m_e c^2}{T + 2m_e c^2}} \quad (1.2)$$

1.1.2 Radiační délka

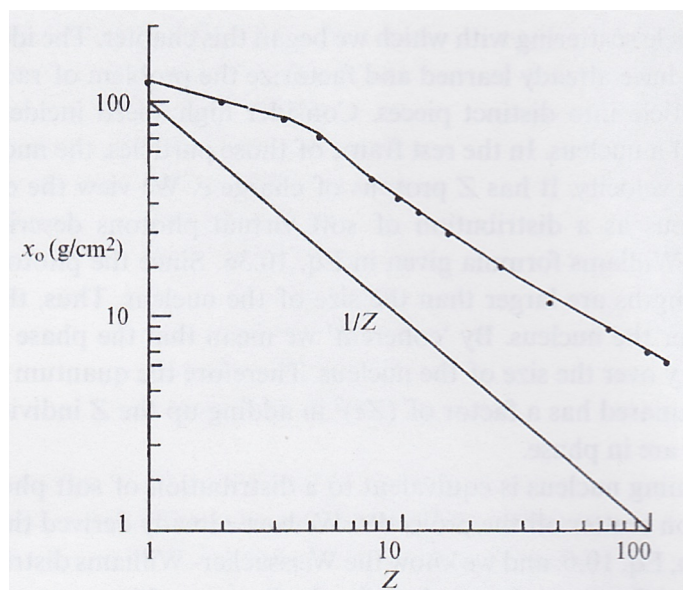
Radiační délka je definována ve výrazu 1.3, kde E je energie a ρ hustota materiálu, značena jako X_0 a je tedy definována jako hloubka, které částice dosáhne v látce, v jednotkách plošné hustoty než klesne její energie e-krát.

$$E(x) = E(0)e^{-\frac{\rho x}{X_0}} \quad (1.3)$$

Tuto vzdálenost je výhodné udávat v jednotkách $\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}$ a dá se přibližně spočítat jako

$$X_0 = 180 \frac{A}{Z^2}, \quad (1.4)$$

kde A je nukleonové číslo a Z atomové číslo materiálu. Je to také průměrná délka, kterou částice urazí v látce, než emituje brzdné záření. Změnu radiační délky v závislosti na atomovém čísle Z můžeme sledovat na obrázku 1.2. Z grafu můžeme vyčíst, že radiační délka se mění přibližně podle závislosti $\frac{1}{Z}$. Pokud budeme uvažovat symetrická jádra, u kterých $Z = 2A$, odpovídá výše zmíněný graf vztahu 1.4. Je zřejmé, že materiál s vyšším atomovým číslem nám slouží jako lepší absorbér fotonového záření. Nejčastěji se používá olovo, ve kterém radiační délka elektronu je 0,56 cm.[2] Radiační délka se také zvětšuje s druhou mocninou hmotnosti částice. Proto také třeba elektron emituje brzdné záření snadněji než mion, který sice patří do stejné rodiny a má stejné vlastnosti, ale je 200krát těžší. Důležitá je tedy velikost zrychlení částice v poli jádra. Z tabulkové hodnoty radiační délky elektronu v olovu můžeme pro mion tuto délku přeskálovat a



Obrázek 1.2: Závislost radiační délky elektronu X_0 na atomovém čísle Z . Převzato z [2]

dojdeme k hodnotě 236 metrů. V kalorimetrii často vyjadřujeme hloubku materiálu vzhledem k radiační délce. Je zvykem takovou jednotku značit t . Její definici lze popsat také vztahem $t = \frac{x}{X_0}$.

1.1.3 Kritická energie

Při průchodu lehké nabitě částice látkou tedy dochází ke dvěma druhům ztrát energie – ionizační ztráty a radiační ztráty. Zatímco při ionizaci prolétávající částice odevzdává konstantní část své energie atomu, tak radiační ztráta narůstá lineárně. Pro popis energetické ztráty částice používáme kritické energie, což je právě ta energie nalétávající částice, kdy se velikost ionizačních a radiačních ztrát vyrovná. Tuto energii značíme E_c .

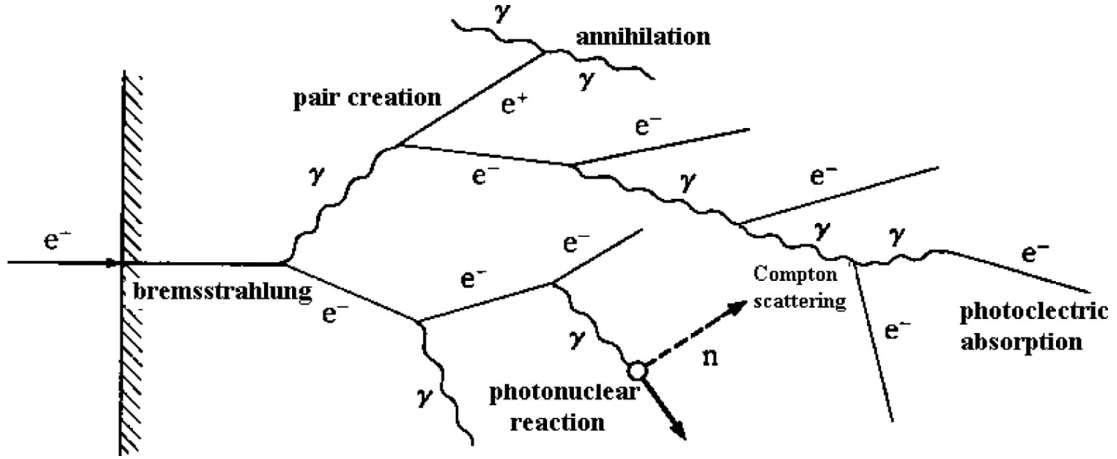
Pro přibližný výpočet kritické energie se využívá vzorce 1.5, kde m_p a m_T jsou hmotnosti nalétávající částice, respektive terčíku a Z značí atomovou hmotnost. Zde je snadno spatřitelná závislost na atomovém čísle $\frac{1}{Z}$.

$$E_c = \frac{3\pi}{4} \left(\frac{m_p}{m_T} \right) \left[\frac{m_p c^2}{Z\alpha} \right] \sim 166 \text{ MeV} \cdot Z^{-1} \quad (1.5)$$

Snadným výpočtem můžeme dojít k závěru, že kritická energie elektronu v olovu je 8 MeV. Kritická energie se také zvětšuje s druhou mocninou hmotnosti částice. Pokud budeme opět uvažovat náš elektron a mion, tak při stejné energii (<300 GeV) elektron vyzařuje brzdné záření, kdežto mion pouze ionizuje své okolí. V kalorimetrii tedy můžeme energii částice vyjádřit vzhledem k její kritické energii v dané látce jako $y = \frac{E}{E_c}$.

1.1.4 Elektromagnetická kaskáda

Děj, který probíhá v právě popisovaném druhu kalorimetrů, se nazývá elektromagnetická kaskáda. Celý proces začíná, když vysokoenergetický elektron vletí do materiálu s vysokým atomovým



Obrázek 1.3: Elektromagnetická kaskáda

číslem. V něm elektron vyvolává brzdné záření, tedy emituje foton. Pokud tento foton splňuje výše popsané podmínky, tak vytvoří pár elektron-pozitron. Nyní se v materiálu nacházejí dvě částice, které jsou schopné vytvářet brzdné záření. Tento proces se opakuje, dokud elektron, respektive foton, již nemá dostatek energie k vyzařování brzdného záření, respektive tvorbě páru. Tento děj je dobře vidět na obrázku 1.3.

Je zřejmé, že takováto sprška částic se v průběhu prostupu látkou navyšuje na počtu částic i šířce až do určitého maxima t_{max} (hloubka) a N_{max} (počet částic), kdy se začne kaskáda utlumovat. Částice, které již nepokračují v tomto procesu, díky ionizačním ztrátám (v případě elektronů) nebo Comptonově rozptylu (v případě fotonů) zaniknou. Pokud nebudeme uvažovat fluktuace, které zapříčiňuje fakt, že nově vzniklé částice nepokračují přímo ve směru původní částice, můžeme uvažovat, že elektromagnetická kaskáda dosáhne svých maxim právě poté, co střední energie nových částic klesne pod hodnotu kritické energie.

Protože počet částic roste geometrickou řadou, můžeme průměrnou energii částice ε spočítat ze vzorce 1.6, kde N značí počet částic, t již výše zmíněnou hloubku v materiálu a E energii nalétávající částice.

$$\varepsilon(t) = \frac{E}{2^t} = \frac{E}{N(t)} \quad (1.6)$$

Položením kritické energie rovné střední energii částice můžeme ve výrazu 1.6 nalézt hloubku t_{max} , kde má sprška maximální počet částic N_{max} .

$$E_c = \frac{E}{2^{t_{max}}} = yE \quad (1.7)$$

$$t_{max} \sim \ln y \quad (1.8)$$

$$N_{max} = 2^{t_{max}} \sim y \quad (1.9)$$

Jako příklad uvedme částici o energii 3,2 GeV v olovu. Podle výše zmíněných vzorců by měla dosahovat hloubky $t_{max} = 6$ a v tomto místě vyprodukovat 400 částic.[2]

1.1.5 Fluktuace

Jak jsme zjistili ve vztazích 1.8 a 1.9, t_{max} se se zvyšující energií zvyšuje logaritmicky, kdežto N_{max} lineárně. Tento fakt, kdy délka potřebná k dosažení maximální spršky roste logaritmicky, kdežto počet částic hledaný pro stanovení chyby měření roste lineárně, je důvodem, proč se kalorimetrie používá v experimentech s vysokoenergetickými částicemi.

Nyní si odvodíme skutečnou vzdálenost L , kterou sprška v kalorimetru urazí. Nechť každá generace uletí vzdálenost X_0 , než interaguje. Potom

$$\frac{L}{X_0} = \int_0^{N_{max}} N(t) dt = \int_0^{t_{max}} 2^t dt \sim \frac{\frac{E}{E_c}}{\ln 2} = \frac{N_{max}}{\ln 2}, \quad (1.10)$$

a proto $L \sim X_0 N_{max}$. Z toho můžeme odvodit, že kaskáda po dosažení svého maxima velice rychle vymizí.

Všechny jevy, které se dějí ve spršce, jsou náhodné procesy. Proto i pro přesnější výpočet délky průniku je třeba využít stochastických fluktuací. Potom lze odvodit kolísání počtu částic jako $dN \sim \sqrt{N}$ a odtud dílčí chyba měření energie v kalorimetru odpovídá $\frac{1}{\sqrt{E}}$. [2]

$$\frac{dE}{E} \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \sim \frac{dN}{N} \quad (1.11)$$

Právě zde lze snadno nahlédnout výhoda kalorimetrů vůči plynovým detektorům, kde dílčí chyba měření roste lineárně.

Pro již výše zmíněný příklad 3,2 GeV spršky v olovu máme 5% fluktuaci pro 400 částic v místě maximální spršky.

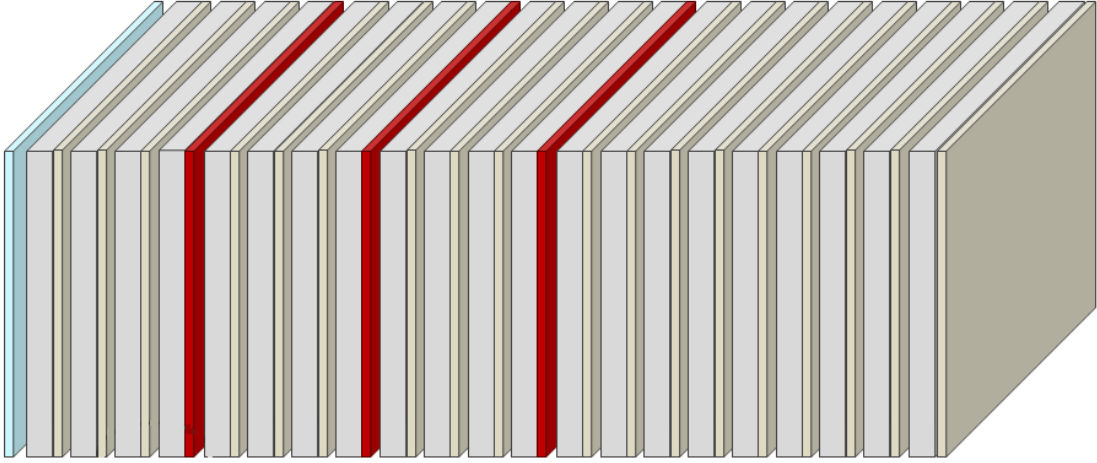
1.1.6 Sestavení kalorimetru

Pro výše uvedené důvody k měření vysokoenergetických částic často využíváme kalorimetrů. Konstrukce vzorkovacích kalorimetrů obsahuje dva základní prvky. První, tlustý plát s vysokým atomovým číslem zvaný absorbér, slouží k vytváření elektromagnetické kaskády. V této části kalorimetru se také ztratí nejvíce energie. Druhý prvek je tvořen tenkou destičkou s malým atomovým číslem, která slouží k zaznamenávání prolétávajících částic. Tyto destičky se nazývají scintilátory a budou diskutovány v další kapitole. Příklad kompozice kalorimetru je možné nahlédnout na obrázku 1.4.

Pokud dochází k rychlému rozvíjení spršky, tedy když tlouška aktivní zaznamenávající vrstvy je větší než X_0 , potom počty částic v jednotlivých aktivních vrstvách spolu nesouvisí. Vydělením celkové dráhy spršky L šířkou pasivní vrstvy Δt dostaneme podle 1.10 počet částic zaznamenaných v jedné aktivní vrstvě. U všech částic, které projdou scintilační destičkou, předpokládáme, že budou zaznamenány. Dílčí chyba v měření energie záleží na schopnosti aktivní vrstvy vyčítat danou oblast. Na tloušťce pasivní vrstvy závisí takzvaný stochastický koeficient a_{vz} , který se mění podle $\sqrt{\Delta t}$. Pokud tedy bude scintilátor příliš tenký, bude docházet k velkým fluktuacím.

Ionizační energie E_{ion} , která je deponovaná v pasivní vrstvě o tloušťce Δt částicí o kritické energii, odpovídá $E_{ion} = E_c \Delta t$. Přirozeně, čím menší bude hodnota kritické energie, tím více částic bude ve spršce, což znamená menší fluktuace a tedy i menší stochastický koeficient, což vyplývá i z rovnic 1.12 a 1.13

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \sim \frac{a_{vz}}{\sqrt{E_{ion}}} \quad (1.12)$$



Obrázek 1.4: Příklad kalorimetru

$$a_{vz} \sim \sqrt{E_c \Delta t} \quad (1.13)$$

Jako hezký příklad můžeme uvést elektron o energii 1 GeV v olovu s $E_c = 7,5 \text{ MeV}$. V maximu spršky je v tomto případě vytvořeno 131 částic. Pro šířku pasivní vrstvy půl radiční délky tedy máme celkový počet 262 částic, procházející aktivními vrstvami, což obnáší chybu měření 6,2 %.

Další možností je homogenní kalorimetr skládající se z jednoho prvku, který kromě produkování kaskády dokáže také scintilovat. Mezi takové materiály patří PbWO_4 nebo BGO, diskutovaný později v kapitole 2.2.2.

1.1.7 Příčný tok částic

Neměli bychom také opomínat skutečnost, že kaskáda není jednodimenziální problém. S větším počtem částic se zvětšuje úhel rozletu kaskády. Právě tento úhel může s přibývajícím počtem částic, a tedy snižováním jejich energie, velmi narůstat. Jeho velikost v závislosti na hloubce tedy závisí na energii dané částice podle vzorce 1.14.

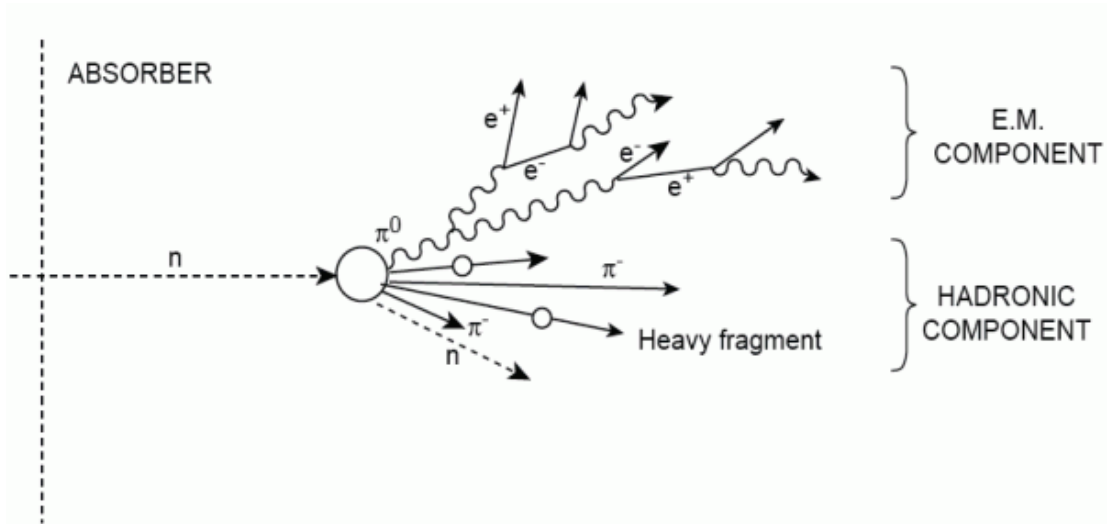
$$\langle \Theta \rangle \sim \frac{m_e}{\varepsilon(t)} \quad (1.14)$$

$$\langle \Theta_{MS} \rangle \sim \frac{m_e}{E_c} \quad (1.15)$$

Maximálního úhlu rozletu Θ_{MS} dosáhnou částice při kritické energii v maximu spršky. K popisu tohoto jevu se zavádí takzvaný Molierův poloměr r_M , který nám udává možnou vzdálenost částic od středu spršky v maximu kaskády. Molierův poloměr závisí na kritické energii, radiační délce a energii mnohonásobného rozptylu E_s podle vztahu 1.16.

$$r_M \sim \frac{E_s X_0}{E_c} \sim (7 \text{ g.cm}^{-2}) \left(\frac{A}{Z} \right) \quad (1.16)$$

Pro většinu materiálů, která mají symetrická jádra, je Molierův poloměr $r_M = 14 \text{ g.cm}^{-2}$. Hustější materiály mají r_M menší. Jako ilustrativní příklad může sloužit PbWO_4 , jehož spočtený Molierův poloměr v jednotkách cm je $r_M = 1,75 \text{ cm}$. [3]



Obrázek 1.5: Absorbce hadronu v látce. Na obrázku je patrné rozdělení spršky na hadronovou a elektromagnetickou část

1.2 Hadronová kalorimetrie

Tato část kalorimetrie se zabývá měřením částic, které spolu interagují silně. Mezi takové částice patří protony, piony nebo kaony. Oproti elektromagnetické kalorimetrii je její výhodou i fakt, že pomocí ní můžeme zaznamenávat i neutrální částice.

1.2.1 Hadronová kaskáda

Zatímco elektromagnetická sprška se skládá z elektronů, pozitronů a fotonů, hadronová kaskáda je inicializovaná hadronem. V podobnosti s radiační délkou zavedenou v sekci 1.1.2 definujeme střední délku jaderné interakce jako střední vzdálenost, na které se počet částic ve svazku sníží o faktor $\frac{1}{e}$, a značí se λ_0 . Radiační délka je oproti jaderné mnohem kratší, o čemž svědčí i jejich poměr $\frac{\lambda_0}{\lambda_0} \sim 3,3 \%$. Právě zkoumáním vývoje obou kaskád můžeme identifikovat nalétávající částici.

K dalšímu popisu uvažujme jako incidenční částici π^- , která s látkou bude interagovat v kanálu $\pi p \rightarrow \pi \pi p$. Podle kvarkového složení, a tedy náboje, můžeme rozlišovat 3 různé piony, které budou vznikat se stejnou pravděpodobností. Stejně jako u EM kaskády, i zde je pro vznik další generace potřeba nějaké minimální energie, která odpovídá 2 hmotnostem pionu.

$$E_H \sim 2m_\pi = 0,28 \text{ GeV} \quad (1.17)$$

Pokud nastane případ, kdy se v kaskádě objeví π^0 , dojde k jeho okamžitému rozpadu na 2 fotony, které dále pokračují jako elektromagnetická sprška. Tento jev je nevratný a π^0 tedy definitivně zmizí z hadronové kaskády. Také fakt, že radiační délka EM spršky je mnohem kratší než jaderná délka, implikuje, že o hlubší průnik do materiálu mají zásluhu pouze nabitě piony. Nakonec většina energie incidenční částice se transformuje do neutrálních pionů, protože nabitě piony dokáží pouze ionizovat své okolí. Tato ztráta energie je ovšem relativně malá, a proto nám $\pi^\pm$ slouží k přenášení energie z generace na generaci.

1.2.2 Excitace atomového jádra

Protože velikost přenášené energie mezi částicemi během EM kaskády se pohybuje v řádech MeV, považovali jsme atomová jádra materiálu vůči nim jako netečná, protože vazebná energie jader se pohybuje kolem 8 MeV na nukleon. Toto už v případě hadronů neplatí, protože střední podélná hybnost hadronů se pohybuje kolem 0,4 GeV.[2] Kromě ionizace materiálu tedy dochází i k překonání vazebné energie jádra, která vede k excitaci jádra. Se zvyšující se energií nalétávající částice se zvyšuje podíl energie přenesený do elektromagnetické kaskády a naopak se snižují jevy, vyplývající z interakce s atomovými jádry.[4]

Právě tato energie, která se uloží do hmoty absorbátoru, je později zodpovědná za vyzáření pomalých neutronů, fotonů nebo jiných částic. Na tyto částice většinou nejsou kalorimetry stavěny nebo přicházejí do vyčítací oblasti později než hlavní část spršky a můžeme je připočítat k chybě měření energie.

1.2.3 Úniky energie

Kvůli různým fluktuacím ve spršce dochází i k horšímu vyčítání energie. Občas se před kalorimetrem přidává detektor nabitých částic. Tato část kalorimetru má sloužit k prvotnímu zjištění bodu vzniku nalétávajících částic do detektoru a odlišení fotonu od elektronu. Podobně se dá i zjistit nabitá částice, která unikla z kalorimetru. Tohoto triku se využívá hlavně v případech, kdy z konstrukčního nebo finančního důvodu není možné vyrobit dostatečně velký detektor.

Často se za kalorimetr umísťuje mionový detektor, ve kterém nízkoenergetické miony pouze ionizují okolní látku, kdežto ostatní částice interagují silně. Tímto způsobem můžeme vyčistit nabraná data od nechtěných záznamů. Další komponenta spršky, která nám může v kalorimetru vzniknout, je právě mionová, která s relativně vysokou pravděpodobností může vzniknout z pionů předtím, než se absorbují. Na miony bychom si měli dát pozor i jako na nejčastější částice patřící ke kosmickému záření. Sama zemská atmosféra působí jako velký kalorimetr vytvářející miony, které za svůj život urazí vzdálenost 7,8 metrů.

Kapitola 2

Scintilátory

Scintilátory jsou detektory ionizujícího záření založené na produkci scintilačního světla v určitých materiálech. Jedná se o jednu z nejstarších a nejužitečnějších metod k detekci a spektroskopii velkého množství ionizujícího záření.

Ideální scintilátor by měl disponovat následujícími vlastnostmi:

1. Měl by přeměnit kinetickou energii nabitých částic na světelný signál s velkou účinností.
2. Tato přeměna by měla být lineární, tzn. intenzita světelného signálu by měla být úměrná deponované energii.
3. Scintilační médium by mělo propouštět vlnové délky světla emitovaného při scintilaci.
4. Doba rozpadu podněcené luminiscence by měla být dostatečně krátká k tvorbě rychlých signálních pulsů.
5. Materiál by měl mít dobré optické vlastnosti a výsledný detektor by měl dosahovat praktických velikostí.
6. Index lomu by měl být blízko indexu lomu skla, aby ztráty při přenosu signálu do světelného senzoru byly co nejmenší.

Žádný materiál současně nesplňuje všechny výše zmíněné podmínky, a proto je výběr vhodného scintilátoru vždy záležitostí kompromisu. Nejčastěji využívané jsou anorganické alkalicky halogenidové krystaly, hlavně jodid sodný, a organické tekutiny a plasty. Anorganické materiály se vyznačují velkou intenzitou světla a linearitou. Oproti organickým scintilátorům jsou velmi pomalé. Při výběru vhodného scintilátoru se také musí brát zřetel na jeho aplikaci. Ke spektrometrii gama záření se více hodí anorganické materiály kvůli své vysoké hustotě a velkému protonovému číslu, kdežto organické scintilátory jsou pro svůj obsah vodíku často vybírány k beta spektrometrii a měření rychlých neutronů.

Hlavní mechanismus přeměny energie prolétávající částice na detekovatelné fotony je fluorescence. To je jev, kdy dochází k okamžité emisi viditelného záření způsobené excitací látky. Další

jevy, vedoucí k vyzáření světla, jsou fosforescence a zpožděná fluorescence. U obou dochází k vyzáření světla mnohem pomaleji. U fosforescence je vlnová délka záření mnohem delší. Pro dobrou linearitu scintilátoru je potřeba minimalizovat nežádoucí příspěvek těchto dvou vedlejších jevů. Pro scintilátory pracující v pulzním režimu je signál z těchto jevů nerozlišitelný od pozadí. Oproti tomu scintilátory pracující v průběžném režimu vytvoří ustálený signál, který odpovídá celkové energii rozpadových částic. Proto tyto průběžné scintilátory dosahují lepšího světelného výnosu než pulzní. Naopak, pokud záření často mění svojí intenzitu, potom je chyba způsobená fosforescencí a zpožděnou fluorescencí obrovská.

Konverzní účinnost scintilátoru je definována jako ta část energie měřené částice, která je přeměněna na viditelné světlo. Bohužel, tuto účinnost snižují další světelně nezářivé procesy, které mohou v molekule probíhat. Tyto nevhodné jevy se pokoušíme potlačit odstraněním nechtěných příměsí v materiálu.

2.1 Organické scintilátory

2.1.1 Mechanismus organických scintilátorů

Rozdíl ve fluorescenci mezi organickými a anorganickými scintilátory spočívá ve skupenství, ve kterém může k fluorescenci dojít. Zatímco u anorganických materiálů závisí fluorescence na krystalické mřížce, u organických scintilátorů dochází k tomuto jevu při přechodu z jedné energetické hladiny na druhou samotné molekuly a tak nezáleží na skupenství.

Velké množství organických scintilátorů se skládá z molekul s jistými souměrnými vlastnostmi, které umožňují vznik struktury valenčních elektronů. Jejich energetické hladiny jsou vyobrazeny na obrázku 2.1. Singletové stavy (spin 0) jsou na obrázku vyznačeny jako S_0 , S_1 , S_2 a S_3 . Energie pro přeskok ze základního stavu do prvního stavu se pohybuje mezi 3 – 4 eV. U vyšších energetických hladin je potřeba energie méně. Pro tripletové stavy (spin 1) jsou v obrázku 2.1 vyhrazeny symboly T_i . V důsledku různých vibračních stavů molekuly je každá hladina dělena na více vibračních hladin s energetickým rozdílem 0,15 eV.

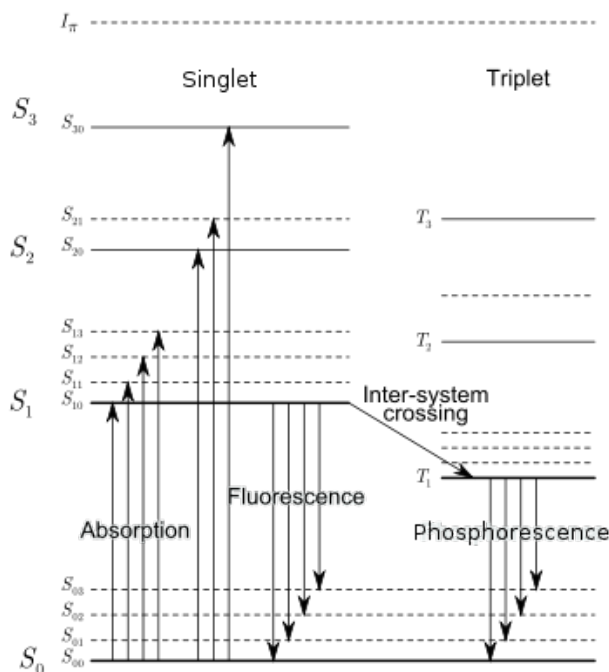
Kinetická energie přilétající částice je absorbována elektronem, který se dostane do vyšší energetické hladiny. Protože průměrná tepelná energie je 0,025 eV, můžeme říct, že skoro všechny molekuly s pokojovou teplotou se nacházejí v základním stavu. Z obrázku 2.1 jsou možnosti absorpce naznačeny šipkami. Elektrony vybuzené do vyšších stavů rychle (řádově v pikosekundách) deexcitují na hladinu S_1 . Stejně se stane i s elektrony v jiných, než základních vibračních stavech. Tyto přechody jsou vnitřní, nedochází k vyzařování energie. Proto dochází k excitaci výhradě z hladiny S_{10} do jednoho z vibračních stavů základní hladiny energie, což je na obrázku 2.1 znázorněno šipkami dolů.

Intenzita luminiscence v čase t může být vyjádřena exponenciálním zákonem

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (2.1)$$

kde τ představuje střední dobu rozpadu při přímé fluorescenci. Ve většině organických scintilátorů se τ pohybuje kolem několika nanosekund.

Pomocí vnitřního přenosu energie dochází také k přechodu ze stavu S_{10} do tripletového stavu T_1 . Doba života v tomto stavu je mnohem delší než v prvním excitovaném singletovém stavu (řádově 10^{-3} s). Proto je záření způsobené deexcitací z prvního tripletového stavu do základního stavu za fluorescencí zpožděno a nazývá se fosforescence. Jak je z obrázku patrné, energetický



Obrázek 2.1: Energetické hladiny organických molekul s π - elektronovou strukturou

rozdíl mezi těmito hladinami je menší než mezi základní a první singletovou hladinou a tudíž vyzářený foton bude mít větší vlnovou délku než fluorescenční foton. Pokud se elektron nachází v tripletovém stavu a molekula získá nějakou vnější energii, může být excitován zpět do stavu S_1 , kde deexcituje normálním způsobem. Takovému jevu se říká zpožděná fluorescence.

Na obrázku 2.1 je také vidět transparentnost materiálu vůči vlastnímu vyzařování. Šipky vzhůru znázorňují všechny energie, při kterých bude materiál fotony pohlcovat. Šipky, znázorňující deexcitaci elektronů z prvního stavu do jednoho ze základních vibračních stavů, naznačují, že energie takovýchto fotonů bude (s výjimkou přechodu S_{10} do S_{00}) nižší, než energie potřebná k absorpci.

Vě většině případů excitační energie může přecházet mezi molekulami, což je důležitý jev pro scintilátory, které obsahují více než jeden druh molekul. Využívanou výhodou takové konfigurace může být to, že první molekula slouží jako absorbátor energie měřené částice, načež se tato excitovaná energie dostane do druhého typu molekul, kde deexcituje s mnohem větší efektivitou než v prvním druhu molekul. Další výhodnou příměsí mohou být tzv. posunovače vlnových délek, které absorbovanou energii převeďte do fotonů o vlnových délkách v oblasti citlivosti fotonásobiče nebo do vlnových délek pro lepší průchod scintilačních fotonů látkou.

2.1.2 Typy organických scintilátorů

Organické krystaly bez příměsí

Tento druh scintilátorů patří mezi nejstarší používané. Široké využití mají hlavně antracén a stilben. Zatímco antracén se může chlubit jednou z nejlepších konverzních účinností mezi organickými scintilátory, stilben se nejčastěji používá v situacích, kdy se využívá schopnosti rozlišit

tvár impulsu scintilace mezi elektronem a jinou nabitou částicí. Mezi nevýhody krystalických scintilátorů patří obtížnost získání materiálu ve větších objemech a jejich křehkost. Účinnost scintilátoru je v nezanedbatelné míře závislá také na natočení krystalické mřížky vůči dráze letu částice [6].

Tekuté scintilátory

Tyto scintilační detektory jsou vyráběny rozpuštěním organického scintilátoru ve vhodném rozpouštědle. Občas se do roztoku přidává i posunovač vlnových délek.

Protože tekutiny nemají pevnou strukturu, jsou velice odolné vůči ozáření silnou radiací. Některé směsy vydrží dávku až 10^5 Gy [7]. U tekutých scintilátorů je snadno dosažitelné i vytváření velkých struktur řádově v metrech, což je vzhledem k rozpočtu experimentu často jediná možnost. Nevýhodou tohoto řešení je častá velká koncentrace kyslíku v roztoku, která působí jako nečistota a snižuje efektivitu scintilátoru. Proto je snaha o vytváření scintilátorů v uzavřeném prostředí, ve kterém je roztok od kyslíku očištěn.

Plastické scintilátory

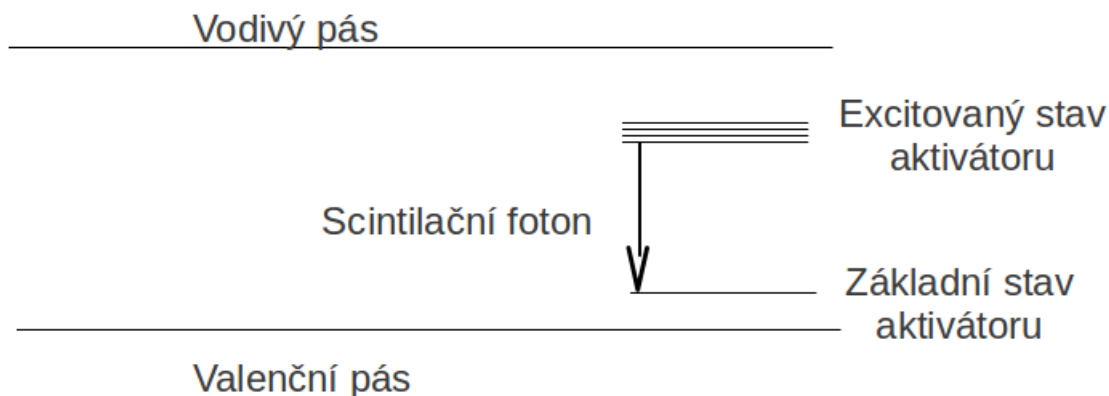
Pokud je tekutý scintilátor z vhodného materiálu, můžeme ho zpolymerovat a vytvořit tak jeho pevnou variantu. Mezi nejpoužívanější polymery patří polyvinyltoluen a polymethylmetakrylát.

Mezi hlavní výhody těchto scintilátorů patří jejich snadné opracování a možnost výroby v nejrůznějších tvarech. Tento materiál je také relativně levný a je tedy vhodnou volbou pro velké experimenty, kde je potřeba pevný scintilátor. V takovém případě je třeba přihlédnout ke snižování intenzity procházejícího světla, která se zmenší na polovinu po několika metrech průchodu látkou. Co se týče odolnosti vůči radiaci, záleží na více faktorech, jako jsou vystavená dávka, množství kyslíku ve směsi a původ záření. Průměrný plastický scintilátor by měl vydržet dávku v rozmezí $10^3 - 10^4$ Gy.

Další druhy organických scintilátorů

Jako propustné detektory slouží filmové scintilátory, které se svojí tloušťkou $20 \mu\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$ jsou porovnatelné s délkou průletu slabě pronikajících částic. Takové detektory reagují pouze na specifickou část energie, kterou ztratí částice při průletu detektorem. Jejich výhodou je, že mohou být až dvakrát tenčí, než jiné výkonostně porovnatelné scintilátory. Protože vykazují dobu rozpadu řádově v nanosekundách, jsou velice vhodné pro experimenty s vysokorychlostním vyčítáním.

Protože se organické detektory skládají z prvků s nízkým protonovým číslem, hůře pohlcují gama záření, což se při gama spektroskopii projevuje pozorováním pouze Comptonova kontinua. Obohacením scintilátorů o prvky s vyšším protonovým číslem (olovo a cín) se snažíme o získání fotopíku. Pro nízkoenergetické gama záření toto řešení relativně snadno vytváří fotopík a rychlé vyčítání a nízké náklady poskytují obohaceným scintilátorům výhodu vůči jiným scintilačním detektorům určeným pro gama záření. Bohužel, vyšší protonové číslo směsi vede k nižšímu světelnému výtěžku a horšímu vyčítání.



Obrázek 2.2: Energetické pásy aktivovaného anorganického krystalu

2.1.3 Odolnost plastických scintilátorů vůči radiačnímu poškození

Plastické scintilátory založené na bázi polystyrénu vystavené ozáření absorbují více záření o kratších vlnových délkách než záření o delších vlnových délkách, což vede ke sníženému světelnému výtěžku [8]. Pokud po scintilátoru vyžadujeme vyšší radiační odolnost, je třeba hledat takové, které emitují světlo o delších vlnových délkách. Mezi takové zástupce patří 3HF (3-hydroxyflavon), který vyzařuje fotony o vlnové délce 524 nm. Podle [9, 10] vydrží scintilátor 3HF dávku až 10^5 Gy. Vzhledem k požadavkům na radiační odolnost budovaného kalorimetru FoCal diskutovaných níže, bude třeba tento druh scintilátorů podrobněji rozvést ve výzkumném úkolu.

2.2 Anorganické scintilátory

2.2.1 Mechanismus anorganických scintilátorů

Sestavení energetických stavů v krystalové mřížce anorganických materiálů je jiné, než v předchozím případě. Jak je znázorněno na obrázku 2.2, v takové mřížce se mohou elektrony nacházet pouze ve valenčních pásích (základní stav), kde jsou pevnou součástí krystalické mřížky, a ve vodivých pásích (excitované stavy), kde mohou elektrony volně migrovat krystalem. Mezi nimi se nachází zakázaný pás, kde elektrony čistého krystalu nemohou existovat. Bohužel, energetický rozdíl mezi těmito pásy je natolik velký, že při deexcitaci do základního stavu je vyzářen foton o vlnové délce mimo viditelné spektrum.

Abychom ke scintilaci mohli používat anorganické krystaly, musíme do čistého krystalu přidat nějakou příměs. Tyto příměsi se nazývají aktivátory, tvoří takzvaná luminiscenční centra a krystalové mřížce dodávají novou strukturu. Jak je z obrázku 2.2 patrné, díky aktivátoru se v zakázaném pásu vytvoří další energetické hladiny, přes které může snadněji docházet k deexcitaci elektronů z vodivého pásu do valenčního. Energetický rozdíl těchto pásů je také menší, a tedy

vyzářené fotony mají vlnové délky ve viditelném spektru.

Při průchodu nabité částice krystalem dochází ke vzniku párů elektron-kladná díra. Kladná díra poté putuje krystalem až do aktivátoru, kterému dodá ionizační energii. Elektron, který volně putuje ve vodivém pásu, v luminiscenčním centru rekombinuje s kladnou dírou, přičemž emituje fotony. Tento proces deexcitace u anorganických scintilátorů trvá v rozmezí 50 – 500 ns. Protože elektrony se v krystalové mřížce pohybují mnohem rychleji než proces deexcitace, můžeme říci, že všechny rekombinace způsobené průletem jedné částice nastanou ve stejnou chvíli.

I u anorganických scintilátorů se setkáváme s pojmem fosforescence. Pokud elektron do luminiscenčního centra dorazí na hladině, ze které je přechod do nižších stavů zakázán, musí nejprve získat nějakou vnější (většinou tepelnou) energii. Z vyšší hladiny poté může deexcitovat a rekombinovat s kladnou dírou. Takto vzniklé fotony jsou součástí pozadí a označují se jako dosvit.

Další ztráty, které snižují konverzní účinnost scintilátoru, jsou možné nezářivé procesy, které mohou probíhat při přechodu mezi hladinami. Výhodou anorganických scintilátorů ovšem je jejich transparentnost vůči luminiscenčním fotonům. Jak je vidět z obrázku 2.2, energie potřebná k vytvoření párů elektron-kladná díra je větší, než energie scintilačního fotonu. I když se u anorganických scintilátorů také projevují různé poruchy snižující linearitu procesu, obecně jsou více lineární než jejich organické protějšky.

2.2.2 Některé anorganické scintilátory

Nal(Tl) – jodid sodný aktivovaný thaliem

Již po několik desetiletí nejpoužívanější krystalický anorganický scintilátor využívající svých hlavních předností, mezi které patří vysoký světelný výnos, dobrá dostupnost velmi čistého jodidu sodného a snadné opracování do nejrůznějších tvarů. Nevýhodou je jeho hygroskopický charakter, kvůli kterému musí být před vzdušnou vlhkostí chráněn obalem, a křehkost krystalu, která je náchylná k mechanickému a tepelnému poškození. Z hlediska proporcionality dochází k největším nelineáritám při nižších energiích, přesto je jako ostatní anorganické scintilátory velice dobře lineární. NaI(Tl) je běžně používán při gama spektroskopii.

CsI(Tl) a CsI(Na) – jodid cesný aktivovaný thaliem nebo sodíkem

V porovnání s jodidem sodným jodid cesný lépe absorbuje gama záření. Této výhody se využívá zejména v situacích, kdy je důležité uvažovat rozměry a váhu detektoru. Další výhodou je jeho houževnatost, která dovoluje detektor vystavit náročnějším podmínkám. Protože CsI(Tl) pro různé částice vykazuje velmi rozdílné doby rozpadu, využívá se k rozlišení částic podle tvarové diskriminace. Nevýhodou těchto scintilátorů je jejich pomalost, kdy například pro gama záření je naměřena doba rozpadu řádově v mikrosekundách [11].

Bi₄Ge₃O₁₂ - germaničitan bismutitý

Mezi další pomalé anorganické scintilátory patří materiál jednoduše nazývaný BGO. Právě kvůli vysoké hustotě způsobené vysokým atomovým číslem bismutu je BGO vhodné k měření gama záření. Také jeho dobré mechanické a chemické vlastnosti umožňují práci v náročnějších podmínkách. Naopak mezi jeho velké nevýhody patří nízký světelný výtěžek, který je oproti NaI(Tl)

desetinový, a relativně velký index lomu (2,15), který snižuje efektivitu přenosu signálu do fotonásobiče.

BaF₂ - fluorid barnatý

Tento ničím neaktivovaný krystal se vyznačuje velkou rychlostí vyčítání. Jeho hlavní složka ve viditelné části spektra vyzařuje fotony s dobou rozpadu 630 ns, ovšem s pětinovým podílem na světelném výtěžku při pokojové teplotě byla v UV spektru nalezena další rychlá komponenta s dobou rozpadu 0,6 ns [12]. V kombinaci s vysokým atomovým číslem se jedná o kvalitní scintilátor vhodný k použití v široké škále experimentů, především v těch, kde je potřeba rychlého vyčítání [13–15]. Nevýhodou je malý světelný výtěžek.

2.2.3 Odolnost anorganických scintilátorů vůči radiačnímu poškození

Po delším vystavení radiačnímu ozáření dochází ve scintilátorech ke snižování průchodnosti materiálem způsobené tvorbou barevných center, která absorbují scintilační fotony. Radiace může také způsobovat dlouhotrvající emisi světla ve formě fosforescence, která na výstupu bude vytvářet nežádáný šum. U materiálů obsahující kyslík, který sám o sobě napomáhá ke zhášení luminiscence, dochází k vytrácení atomů kyslíku z krystalické mřížky a narušování tak struktury materiálu. Některé jevy způsobené radiací mohou být vratné, pokud ozářený materiál necháme delší čas odcloněný.

Radiační odolnost jednotlivých scintilátorů záleží na druhu záření, velikosti vystavené dávky a podobně. Proto je obtížné odolnosti jednotlivých látek kvantifikovat. Souhrnný přehled lze v literatuře dohledat [16]. Obecně mezi radiačně citlivé materiály z výše zmíněných patří látky aktivované thaliem, kdy se poruchy projevují při ozáření 10 Gy. K odolnějším patří fluorid barnatý.

Kapitola 3

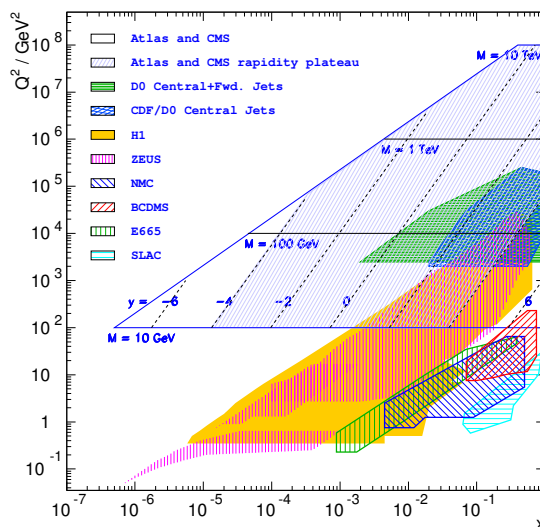
Fyzikální motivace pro stavbu detektoru FoCal

3.1 Fyzikální motivace

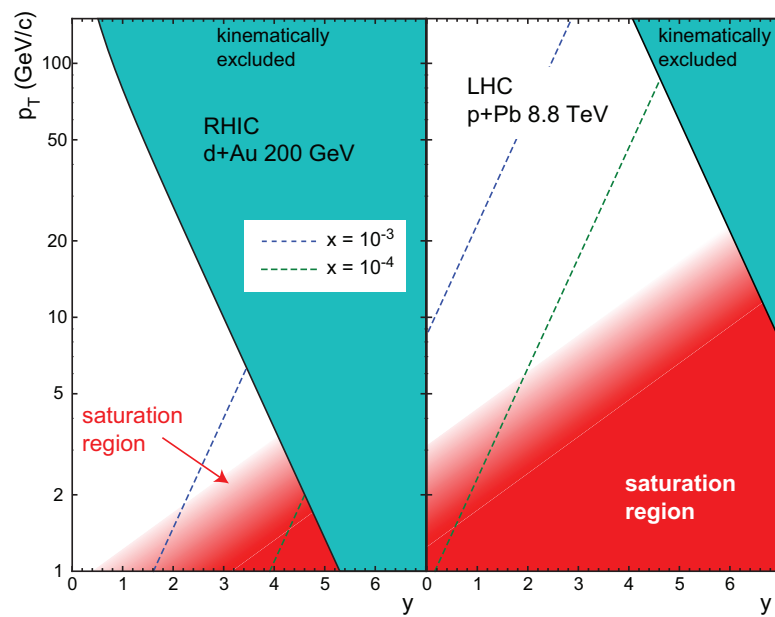
Partonová distribuční funkce (PDF), tedy rozložení kvarků a gluonů, byla až do roku 2009, kdy bylo poprvé spuštěno zařízení LHC, dobře známá pro různé frakce hybnosti jádra nesené partonem x v mezích schopností tehdejší techniky. S příchodem srážek o vyšších energiích na LHC se objevila i možnost prozkoumat PDF pro velmi malá x a malé přenesené hybnosti Q^2 (obrázek 3.1). Tato měření, při kterých dochází ke gluonovému nasycení hmoty, jsou důležitou částí k porozumění tvorby částic ve vysokoenergetických srážkách.

Jako vylepšení pro experiment ALICE na LHC navrhuje kolaborace FoCal postavit dopředný kalorimetr (FoCal). Tento detektor je by měl být zkonstruován pro měření přímo produkovaných fotonů v oblastech pseudorapidity $2,5 < \eta < 5$ kolem celého svazku a pro příčné hybnosti od několika $\text{GeV} \cdot c^{-1}$ až po $100 \text{GeV} \cdot c^{-1}$. FoCal by měl být schopen

- rozlišit fotony a neutrální piony při velkých energiích a přímé fotony od fotonů patřících do EM kaskády,
- měřit přímé fotony, sloužící ke zlepšení rozlišení ostatních detektorů experimentu ALICE, mnohem lépe, než dosavadní užitá řešení, což by mělo významně přispět ke studiu struktury nuklenů při malém x ,
- rozšířit schopnosti experimentu ALICE zaznamenávat fotony, piony a další neutrální hadrony a jety vznikající v dopředné oblasti pro lepší poznání struktury kvark-gluonového plazmatu a
- poskytuje prostor pro zaměření fotonů a jetů ve velké akceptanci při dopředné rapiditě.



Obrázek 3.1: Rozšířená oblast x a Q^2 , kterou bude možno prozkoumat na LHC. V pozadí již probádané oblasti. Převzato z [17]



Obrázek 3.2: Porovnání dostupných oblastí, kde dochází k produkci hadronů, na urychlovačích RHIC a LHC jako funkce rapidity y a podélné hybnosti p_T . Převzato z [17]

3.2 Partonové rozdělení v nukleonu při malém x

Pro popis produkce hadronů kvantová chromodynamika využívá faktorizačního teorému, který výpočet účinného průřezu rozděluje na dvě části. Zatímco pro delší vzdálenosti využívá funkce charakterizující dalekodosahovou neporuchovou část, na kratší vzdálenosti využívá poruchový výpočet účinného partonového procesu a DGLAP evoluční rovnice, protože z prvních principů kvantové chromodynamiky (QCD) nelze jinak výsledku dosáhnout. Právě využitím této teorie a empiricky získaných dat [17, 18] z velkého množství experimentů se dospělo k rovnicím 3.1 a 3.2, kde $x_{1,2}$ značí frakce hybností původních partonů, $y_{3,4}$ jsou rapidity nově vzniklých partonů, p_T je podélná hybnost (uvažovaná pro oba původní partony stejná) a $\sqrt{s}$ je energie srážky.

$$x_{1,2} = \frac{p_T}{\sqrt{s}} (e^{\pm y_3} + e^{\pm y_4}) \quad (3.1)$$

$$Q^2 = \frac{1}{4} x_1 x_2 s \quad (3.2)$$

Pro pochopení výše popsaných vzorců je třeba definovat rapiditu. V dopředné fyzice se Lorentzovou transformací mění charakteristiky podélného směru. Proto je výhodné používat proměnné, které jsou relativisticky invariantní nebo se mění pouze jednoduše a zřejmě. Rapidity y samotná je definována ve vzorci 3.3 jako relativistická míra rychlosti, která při malé rychlosti přechází v rychlost samotnou. Zde E , respektive p_z , značí energii, respektive podélnou hybnost částice, a c je vyhrazeno pro rychlost světla.

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z c}{E - p_z c} \right) \quad (3.3)$$

$$y' = y + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{c - v}{c + v} \right) \quad (3.4)$$

Při relativistických transformacích, kdy přecházíme mezi dvěma soustavami, které se vůči sobě pohybují rychlostí v , se rapidita bude lišit pouze o aditivní konstantu, která vyjadřuje rapiditu pohybující se soustavy, jak je naznačeno v rovnici 3.4.

Ve zkoumané oblasti malých x a malých Q^2 se očekává, že dojde k potlačení jevů způsobených slučováním gluonů. Takový stav, který předchází vzniku kvark-gluonového plazmatu (QGP), se nazývá gluonové nasycení (GS) nebo také kondenzát barevného skla (CGC). Z práce skupiny NNPDF [18] vyplývá, že pro lepší poznání GS je třeba hledat v oblastech $Q^2 \gtrsim A_{cut} x^{-\lambda}$ s parametry $\lambda = 0,3$ a $A_{cut} = 1 \sim 1,5 \text{ GeV}^2$.

Většina informací o PDF při malých x a Q^2 pochází z měření hlubokého nepružného rozptylu (DIS). Protože gluony nemají náboj a nelze je přímo pozorovat, můžeme si pomoci měřením přímých izolovaných fotonů. Tyto fotony převážně pocházejí z Comptonova rozptylu gluonu na kvarku a z anihilace páru kvark-antikvark, která převažuje při větších x . Tento druh se také nazývá izolovaný foton. Další možný vznik fotonu je z brzdného záření a postupného rozpadu gluonu na fotony. Tyto fotony lze spatřit v hadronových jetech.

Další fotony mohou vznikat z produktů částečného rozpadu, jako jsou třeba π_0 a η . Tyto částice obecně mají větší podélnou hybnost než přímé fotony, vzniklé v ostatních procesech. Jako v případě fotonů vzniklých přímo z fragmentace, můžeme tyto fotony vynechat. Jednou z možností je sledovat, jestli mezi rodiče daných fotonů nepatří π_0 , nebo nastavit vyčítání experimentu tak, aby ignorovalo nechtěné fotony určené z předběžných výsledků z experimentu CMS.

Podle simulací vzniku izolovaných fotonů na základě poruchové QCD v JETPHOXu [17] je možno zlepšit přesnost měření PDF až o 20%. V současné době lze s dobrou přesností měřit PDF gluonů až do $x = 5 \cdot 10^{-3}$ a $Q^2 > 100 \text{ GeV}^2$. Pro zkoumání menších x je třeba zvyšovat rapiditu a snižovat p_T . Například pro hodnoty x řádově 10^{-5} a rapiditu $y = 4$ lze dospět k dobrým výsledkům při měření při $p_T = 5 \text{ GeV} \cdot c^{-1}$

3.3 Rozdělení partonů v jádře a gluonové nasycení

PDF partonu v jádře, složeného z protonů Z a neutronů N , se nedá jednoduše určit jako superpozice Z a N . Naopak je ovlivněno jinými jevy, mezi které patří hlavně velikost frakce hybnosti x , a proměřuje se podobnými experimenty jako PDF nukleonů popsanych výše. Připočítáme-li další efekty způsobené gluonovým nasycením, předpokládané rozdělení gluonů v jádře (nPDF) nabude na dalších nepřesnostech.

Gluonová fúze, která snižuje počet partonů v jádře, je dominantním procesem ve chvíli, kdy součin jejího účinného průřezu a gluonové hustoty je větší než 1. Pro atomové jádro s atomovým číslem A lze odhadnout hustota gluonů jako $xG(x, Q^2) \sim Axg(x, Q^2)$, kde g je distribuční funkce gluonu, a protože oblast, ve které gluony interagují v jádře, odpovídá $\pi R^2 \sim \pi \left(rA^{\frac{1}{3}}\right)^2$, může docházet k nasycení i při vyšších Q^2 než v nukleonu. Očekává se, že pro těžká jádra je možné nasycení pozorovat i pro 6x větší přenesené hybnosti.

S větší dostupnou těžišťovou energií srážky poskytnoutou urychlovačem LHC můžeme měřit větší oblast gluonového nasycení, jak je patrné z 3.2. Na LHC při dané rapiditě je x menší, což umožňuje oblasti nasycení rozšířit se i do prostoru částic s vyšší podélnou hybností p_T . Můžeme tak pozorovat mnohem větší fázový prostor a umožňuje nám při výpočtech použít poruchovou teorii QCD. Pro přesnější měření gluonového nasycení je třeba měřit izolované fotony při co nejnižších možných p_T . Jak je vidět na 3.2 na LHC bude k dispozici celá oblast nasycení.

3.4 Dopředná fyzika na experimentu ALICE

3.4.1 Experiment ALICE

Hlavní účel detektoru ALICE je pozorovat srážky těžkých iontů a jejich pomocí studovat silnou interakci mezi částicemi, tedy QCD. Právě kvark-gluonové plasma o velké hustotě a energii, vzniklé z jádro-jaderných srážek na LHC, je oblast fyziky, na kterou jsou detektory v experimentu ALICE navrhovány. Na experimentu ALICE se sbírají data i z protonových svazků, která potom slouží k porovnávání výsledků ze srážek těžkých iontů s ostatními experimenty na LHC.

Rozměry detektoru ALICE dosahují hodnot $16 \times 16 \times 26 \text{ m}^3$ a hmotnost se pohybuje okolo 10 000 tun. Na přípravě a provozu tohoto díla se dnes podílí přes 1000 vědců ze 105 institucí z 30 zemí světa. Celkově se toto zařízení skládá z 18 různých detektorů, každý speciálně navržený pro daný úsek fyziky, který zkoumá. To by mělo pomoci ke komplexnímu studiu hadronů, leptonů a fotonů produkovaných ze srážek těžkých jader.[19]

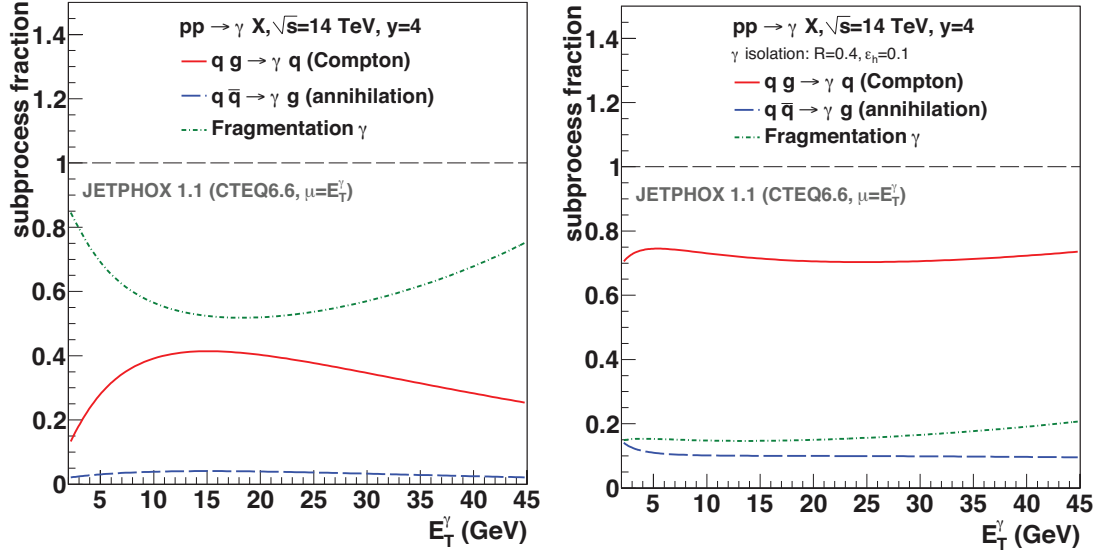
3.4.2 Detektor FoCal

Měření přímých fotonů a neutrálních mezonů na LHC nám umožňuje rozšířit naše znalosti DIS a Drell-Yan rozptylu (DY), jak je patrné z obrázku 3.4. Momentálně proměřené oblasti

Figure 1 is a log-log plot showing the virtuality Q^2 (GeV²) on the y-axis (ranging from 1 to 10⁸) versus the Bjorken scaling variable x_A on the x-axis (ranging from 10⁻⁷ to 1). The plot illustrates various experimental regions and theoretical predictions for the p+Pb collision at LHC (7 TeV+2.75 TeV). Key features include:

- Regions:**
 - CMS jets:** Green shaded region.
 - CMS γ :** Yellow shaded region.
 - FoCal γ :** Red shaded region.
 - LHCb γ :** Pink shaded region.
 - d+Au@RHIC:** Teal shaded region.
 - Present DIS+DY:** Blue shaded region.
- Diagonal Lines:** Lines representing different rapidity values y_{lab} (0, 2, 4, 6, 6.6).
- Yellow Shaded Region:** Labeled "p+Pb @ LHC (7 TeV+2.75 TeV)".
- Yellow Line:** Labeled $Q^2_{sat,Pb}(x)$.

28



Obrázek 3.5: Relativní příspěvky fotonů vzniklých z Comptonova rozptylu gluonu na kvarku, anihilace kvarku-antikvarku a z fragmentačních procesů. Levý graf znázorňuje nasimulované hodnoty v JETPHOX před aplikací izolačního výseku, pravý graf je již po aplikaci izolačního výseku. Převzato z [20]

se nacházejí v regionu $x > 10^{-2}$ a měření prováděná na urychlovači RHIC v Brookhavenu zase dosáhnou pouze k hranicím $x \sim 10^{-4}$. Měření izolovaných fotonů a jetů na experimentu CMS v LHC na obrázku 3.4 vypadají velmi dobře, ale pohybují se v oblasti střední rapidity. Podobně i měření na LHCb jsou omezena pro velmi nízká Q^2 . Navrhovaný detektor FoCal by měl obsáhnout tyto nedostatky, což by měl být jeho hlavní přínos pro experiment ALICE.

V dopředné fyzice můžeme k měření přistupovat více způsoby. Nejjednodušší způsob je zkoumání jednotlivých hadronů, které ale přináší velké nepřesnosti způsobené jejich rozpadem. Měření jetů zase potřebuje velkou p_T , což umožňuje zkoumat pouze oblasti s velkým Q^2 . Pro studium jaderné PDF a jevů spojených s gluonovou saturací je nejlepší se soustředit na fotony.

Méně jasná je fyzika fotonů vzniklých z fragmentace či jiných procesů vyššího řádu, které zkreslují výsledky a nabývají na významu se zvyšující se rapiditou. Naštěstí lze tyto jevy od přímých fotonů oddělit nastaveným výběrovým kritériem. Jeho aplikace je patrná na obrázku 3.5. V nejsledovanějších procesech je druhotný jet potlačen snahou partonu vyrovnat dopřednou hybnost fotonu, což nám pomáhá při studiu energetických ztrát partonů pomocí foton-jetové korelace.

Podle simulací [17] s parametry pro detektor FoCal ($2 < \eta < 4, 30^\circ < \phi < 360^\circ$) dochází k překryvu výsledků pro fotony i jety s výsledky z ostatních kalorimetrů na experimentu ALICE (EM-Cal, DCal, PHOS) a dráhových detektorů. Nižší koincidence byla zaznamenána pro dopředné fotony a jety z centrálních barelů. Tohoto faktu bude možno využít pro zpřesnění výsledků z ostatních experimentů.

Měření přímých fotonů v dopředné oblasti se jeví jako nejlepší způsob, jak studovat fyziku při malých x . Kromě nesporných výhod dopředné kinematiky, jako je jejich snadnější záchyt v kalorimetru nebo snadnější oddělení pozadí tvořeného nízkoenergetickými částicemi, dochází také k udržování stejné citlivosti vůči původní dopředné hybnosti pro různé rapidity.

V tabulce 3.1 je možno porovnat návrh detektoru FoCal s již existujícími detektory na ostatních experimentech na zařízení LHC. Například detektor EndCap na CMS měří oblasti do pseudorapidity $\eta \approx 3$ a jeho konstrukce dovoluje úhlové rozlišení 0,5. V takovém detektoru je pro pozorování fotonu z rozpadu π^0 třeba zaznamenání v minimálně 2 rozdílných buňkách, z čehož vyplývá maximální zaznamenatečná dopředná hybnost $p_T \approx 1,5 \text{ GeV} \cdot \text{c}^{-1}$. ECAL na experimentu LHCb má sice hrubší rozestavení, ale je umístěn mnohem dále od centra srážky, což ústí v lepší rozlišení. Pro pseudorapiditu $\eta \approx 4$ vychází opět maximální dopředná hybnost $p_T \approx 1,5 \text{ GeV} \cdot \text{c}^{-1}$. Protože analýza spršky částic může vést k nepřesnostem, které sníží kvalitu signálu až dvojnásobně, je cílem FoCalu dosáhnout jemnosti řádu mm^2 , což při maximální pseudorapiditě mělo vést k $p_T \approx 15 \text{ GeV} \cdot \text{c}^{-1}$.

	ATLAS Inner Wheel	CMS EndCap	LHCb ECAL	ALICE FoCal
η [–]	2,5 – 3,2	1,5 – 3,0	1,8 – 4,3	2,5 – 4,5
J [°]	5,7	0,5	0,18	0,016

Tabulka 3.1: Pseudorapidita η a jemnost J existujících dopředných kalorimetrů v LHC v porovnání s návrhem FoCal

Kapitola 4

Návrh designu detektoru FoCal

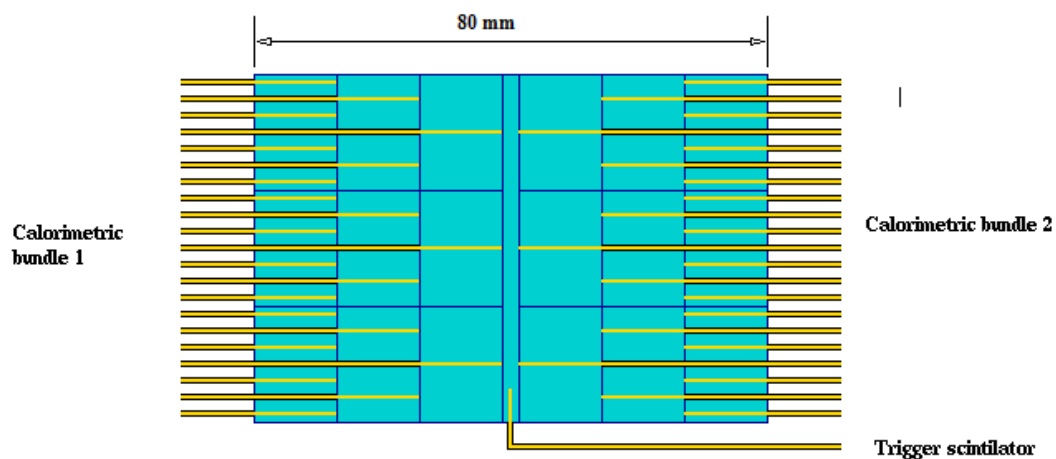
4.1 Základní konstrukce detektoru

Elektromagnetický detektor FoCal bude postaven jako vzorkovací kalorimetr. Funkci absorberu budou zastávat vysoce čisté wolframové destičky o tloušťce 1,5 mm proložené plátky radiačně velmi odolného plastického scintilátoru o tloušťce 0,5 mm. Jak je patrné z ilustračního obrázku 4.1, každá scintilační vrstva je rozdělena na několik částí o různých velikostech. Nej hustěji vyčítanou částí se tak stane počátek a konec elektromagnetické spršky, kde je důležité mít dobré rozlišení pro určení co nejpřesnějšího tvaru kaskády. Ve střední části, v maximu spršky, dochází k náběru největší části energie rozpadlé částice. V tomto místě také dochází k triggerování dat od nízkoenergetických částic a pozadí.

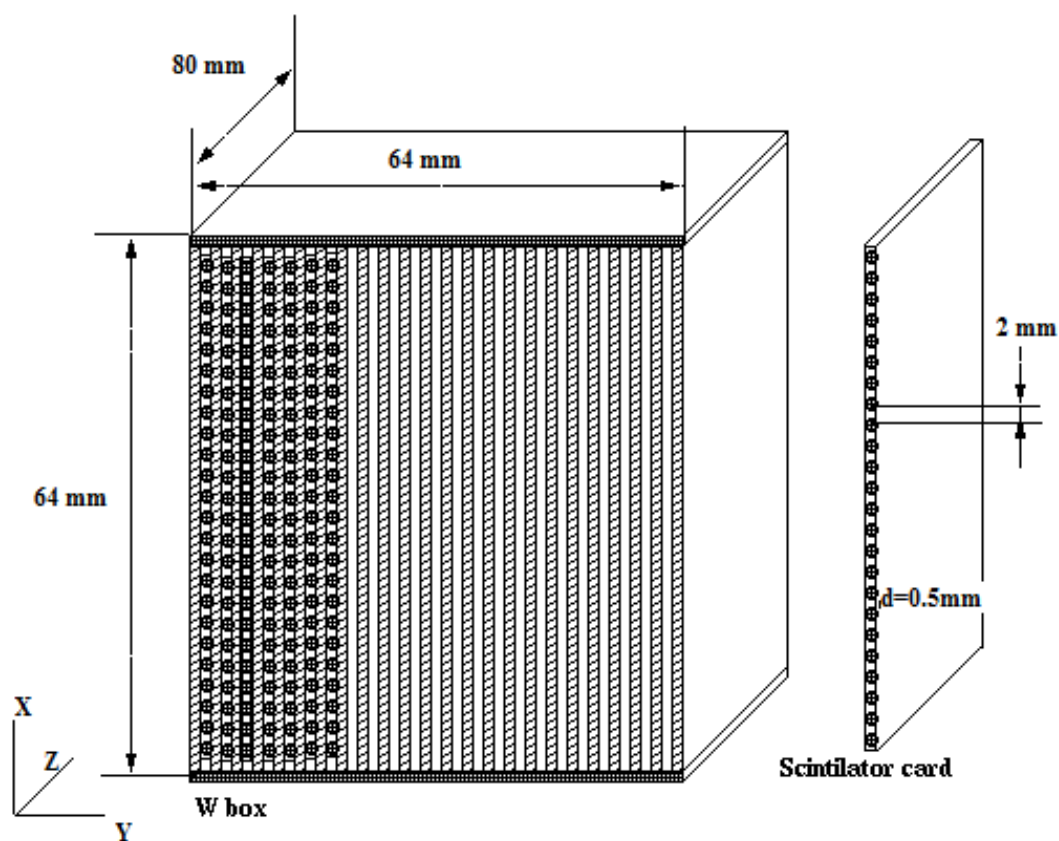
Každá oblast scintilační destičky je vyčítána zvlášť křemíkovým optickým vláknem, které je vysoce odolné radiačnímu ozáření. Na obrázku 4.1 žluté čáry znázorňují optické vlákno, které je k destičce přilepeno speciálním lepidlem o indexu lomu $n = 1,48$. Protože index lomu křemíkového vlákna je $n = 1,48$ a plastické scintilátory mají $n = 1,58$, nedochází k velkým ztrátám světelného výtěžku na rozhraní dvou prostředí. Optická vlákna dále vedou do vysokorychlostní sCMOS kamery. Díky vlastnostem této kamery je možno dosáhnout citlivosti na jeden foton při plném rozlišení o frekvenci 5 kHz. Rychlost závěrky kamery se pohybuje pod ≤ 2 ns, což zpřesňuje výběr události (triggerování).

Celá scintilační destička má rozměry 80x64 mm, přičemž delší rozměr je ve směru paprsku. Délka 80 mm $\sim 23 X_0$ byla zvolena na základě simulací v programu GEANT, který popisuje průchod elementárních částic látkou. 32 scintilačních destiček by mělo v pravidelné kombinaci s wolframovými destičkami tvořit jeden rámeček kalorimetru, jak je znázorněno na obrázku 4.2. Celý detektor FoCal by měl být složen z 308 dalších rámečků tvořící čtverci podobný útvar s výkusy ve všech rozích. Uprostřed takového čtverce je potřeba ponechat díru, kterou povede trubka svazku.

Výhodou takového designu je, že oproti jiným návrhům není třeba zakomponovat do detektoru chlazení. Protože je k zaznamenání částic využíváno scintilační techniky, není ani třeba mít aparaturu pod elektrickým napětím. Jednou z omezujících podmínek pro konstrukci detektoru FoCal je právě relativně malé místo, které je v experimentu ALICE pro dopředný detektor



Obrázek 4.1: Příklad rozložení vyčítacích oblastí v jedné scintilační destičce. Směr elektromagnetické kaskády je zleva doprava.



Obrázek 4.2: Design rámečku kalorimetru umožňující výměnu jednotlivých destiček kalorimetru. Částice na detektor nalétávají ve směru ody Z.

vyčleněno. Kromě již zmíněné absence chlazení, také orientace vyčítacího systému, jako jsou optické kabely vedoucí ve směru svazku, pomáhají splnit tuto podmínku.

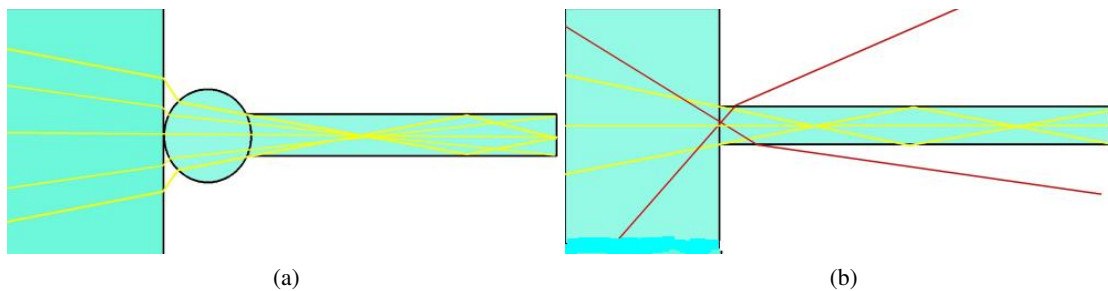
4.2 Vyčítání scintilačních plátek

Princip vedení světla optickým vláknem je založen na úplném odrazu paprsku na rozhraní prostředí vlákna a okolního prostředí. Aby docházelo k úplnému odrazu, musí paprsek dopadat pod minimálním úhlem určeným ze Snelliova zákona 4.1, kde n_i jsou indexu lomu jednotlivých prostředí a θ_i jsou úhly dopadu, respektive lomu paprsku ke kolmici na rozhraní.

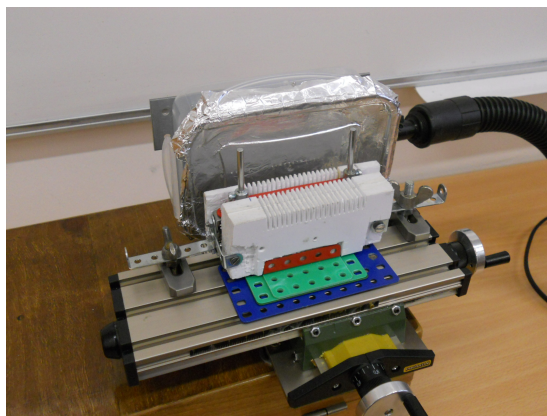
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (4.1)$$

V našem případě počítáme s indexem lomu vzduchu $n = 1,003$. Pokud chceme znát minimální úhel dopadu, po kterém se paprsek úplně odrazí, dosadíme za úhel lomu 90° . Po vypočtení z rovnice 4.1 vychází, že minimální úhel dopadu je $\theta_{min} = 42,66^\circ$.

Každé optické vlákno použité k vyčítání jedné destičky má šířku $250 \mu\text{m}$. Kratší délka každého scintilačního segmentu ve tvaru obdélníku je řádově větší než šířka vlákna. Proto, když připevníme optický kabel na scintilační destičku, vznikají na aktivní ploše mrtvá místa, odkud se světelný záblesk nedostane do vyčítací aparatury. Abychom zvýšili efektivitu vyčítání, umístili jsme mezi destičku a vlákno skleněnou kuličku o průměru $500 \mu\text{m}$. Taková geometrie funguje jako čočka, která sice nemění minimální úhel dopadu, ale zvětší vyčítanou oblast, jak je znázorněno na obrázku 4.3. .



Obrázek 4.3: Porovnání geometrie se skleněnou kuličkou (a) a bez skleněné kuličky (b)



Obrázek 4.4: Aparatura usnadňující lepení skleněných kuliček na optická vlákna

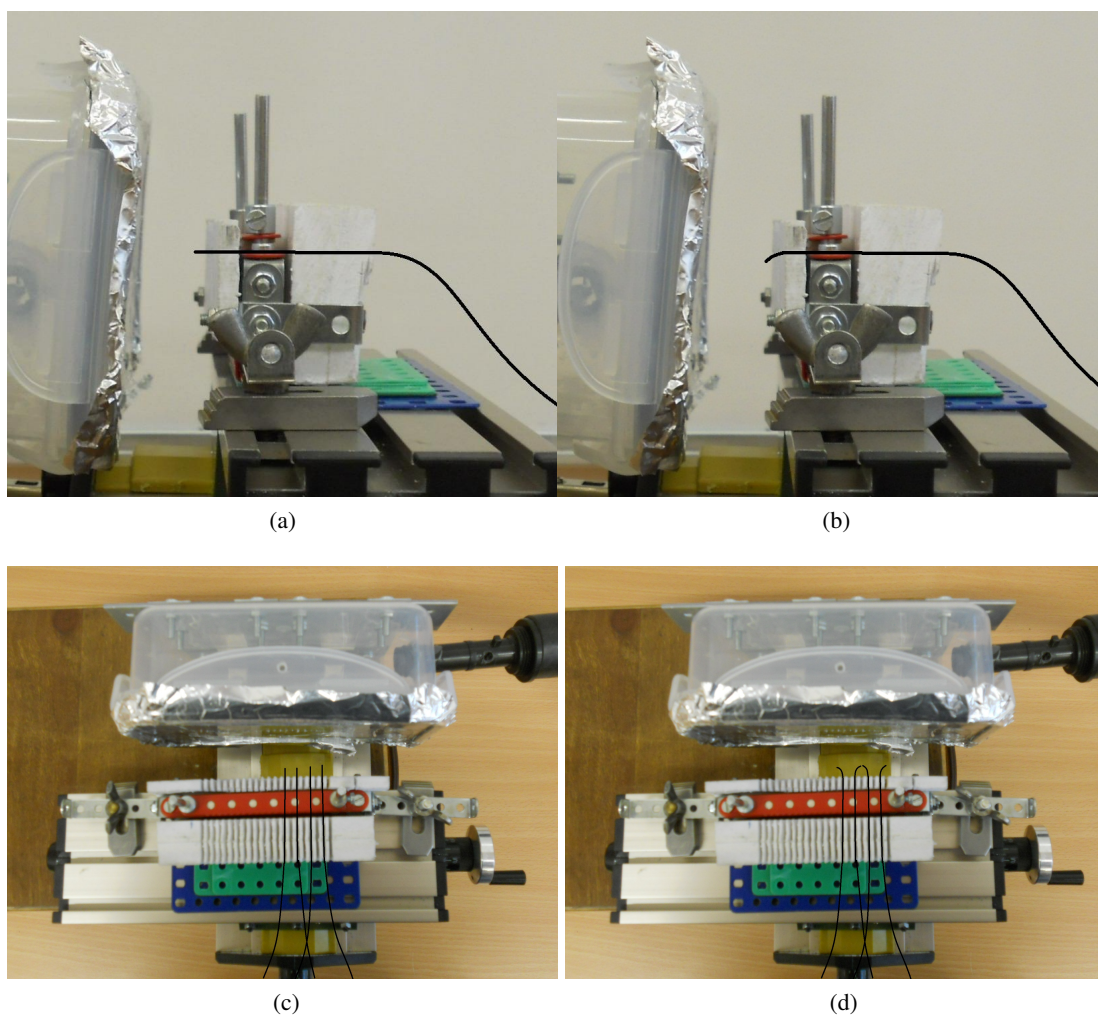
4.2.1 Konstrukce zařízení usnadňující lepení kuliček na vlákna

Pro prototyp kalorimetru FoCal bylo třeba připravit 3900 optických vláken, na která byly připevněny skleněné kuličky. Pro usnadnění práce jsme v laboratořích chtěli sestavit manufakturní zařízení, které by nám pomohlo pracovat s více vlákny najednou.

Abychom mohli uskutečnit náš záměr, bylo třeba vytvořit pevný kvádř s úzkými drážkami, do kterých se položila vlákna. Ty bylo třeba pevně přichytit, čehož jsme docílili jednoduchým držákem vyrobeným ze stavebnice Merkur opatřeným měkkými samonalepovacími ochrannými vložkami, aby nedošlo k poškození vláken. Abychom opět fixovali pozici vláken, k celému aparátu jsme přidělali ještě jeden pevný kvádř, tentokrát mnohem užší, aby konec vláken byl co nejbližší k držáku. Celá tato část byla připevněna k mikrometrickému stolku, který dovoluje posunovat vlákna s přesností 2 mikrometrů.

Druhou část aparátu tvořila vyklápěcí krabice z pevného plastu, jejíž víčko bylo pokryto hliníkovou fólií. Ve víčku bylo navrtáno 20 děr o průměru menším než $500\mu\text{m}$ ve stejných rozestupech, jako měli drážky pro vlákna. Externím vysavačem se dále vytvořil podtlak uvnitř krabice. Na krabici v horizontální poloze bylo nasypáno několik kuliček, které se nasály do připravených děr a zůstaly v nich. Hliníková vrstva měla funkci vodiče, který odváděl elektrostatický náboj. Následně došlo ke zvednutí víka do vertikální polohy, vycentrování vláken proti připraveným kuličkám, nanesení lepidla a posvícení ultrafialovým světlem, které urychlovalo zaschnutí. Celá tato aparatura je vyobrazena na obrázku 4.4.

Tímto způsobem by bylo možno připravit až 20 kuliček za 5 minut. Protože se jedná o velice úzká vlákna a velmi malé kuličky, byl požadavek na přesnost celého zařízení velký. Bohužel, tímto způsobem jsme nebyli schopni tohoto kritéria dosáhnout. Jak je zdokumentováno na obrázcích 4.5, vlákna, která byla dlouho stočena v klubku, mají tendenci se různě kroutit na všechny strany a zajistit jejich přesné rozteče bylo nemožné. Na výrobu přesnější aparatury jsme již neměli čas, a tak jsme museli přejít ke konvenčním metodám.



Obrázek 4.5: Potřebný výchozí tvar vláken při pohledu z boku (a) a z vrchnu (c) a výsledný tvar vláken při pohledu z boku (b) a z vrchnu (d)



Obrázek 4.6: Již hotová nalepená kulička

4.2.2 Simulace v programu SLitrani

Abychom mohli lépe porozumět chování našeho geometrického uspořádání, využili jsme program SLitrani. Tento program, který na bázi ROOTu napsal F. X. Gentit, byl prvotně určen pro vývoj dopředného kalorimetru na experimentu CMS v CERNu. Pro naše účely je výhodou to, že je zaměřen na simulaci optických fotonů procházející prostředím, které je v tomto programu popsáno ROOTovskou třídou TGeo.

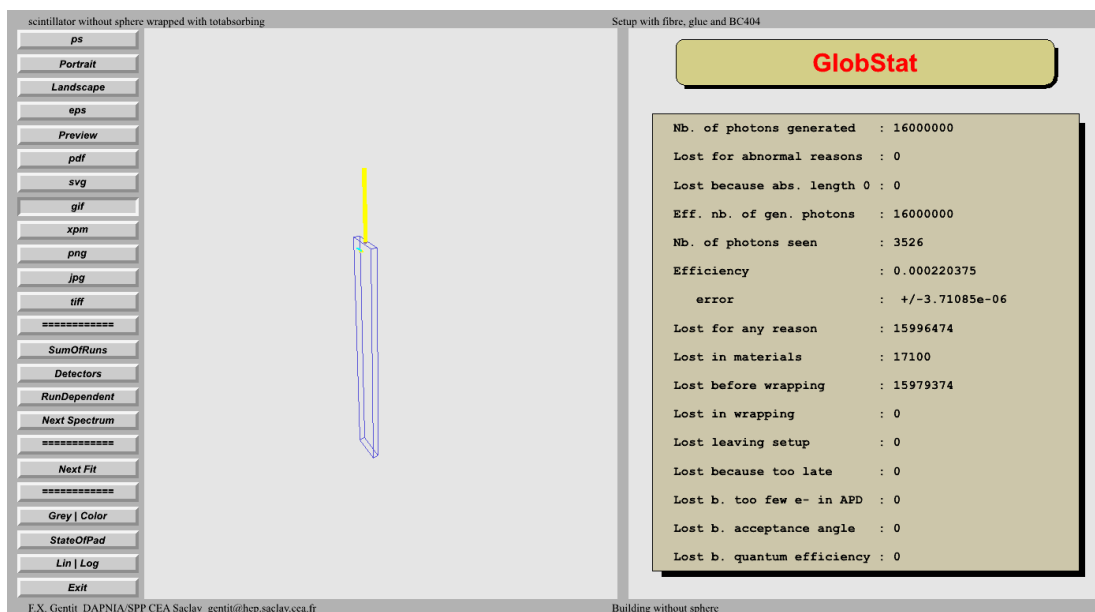
V simulaci, jejíž zdrojový kód je v příloze A, jsme simulovali izotropní šíření světla z jednotlivých bodů scintilační destičky a pozorovali, zda takto náhodně generovaný foton dorazil do optického vlákna, které bylo přilepeno lepidlem k jedné straně segmentu tak, jak bude postaven prototyp ve skutečnosti. Jednoduchými změnami parametrů lze měnit rozměry uspořádání a tak pozorovat změny chování pro různé konfigurace.

Ve druhé simulaci, jejíž zdrojový kód je k nalezení v příloze B, jsme předchozí příklad obohatili o kuličku nacházející se mezi vláknem a destičkou, vše v reálných poměrech. Pokud použijeme stejné rozměry v první a druhé simulaci, můžeme snadno porovnat oba případy a posoudit, který je výhodnější.

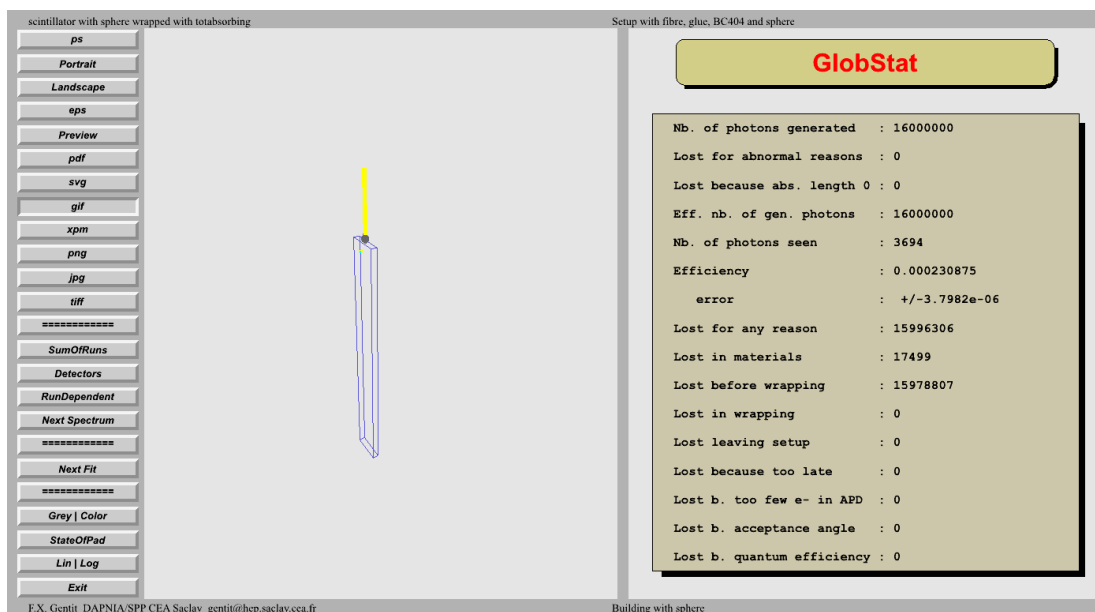
První výsledky lze nalézt v tabulce 4.1. Na obrázku 4.7 jsou jako příklad uvedeny snímky z výstupů programu pro geometrii bez kuličky (a) a s kuličkou (b). Tyto výsledky ovšem mají nízkou vypovídající hodnotu. Především nastavené izotropní šíření světla má za následek velmi nepříznivý poměr viděných a neviděných fotonů, které z velké části pro nás nemá smysl uvažovat a je třeba je z měření vyloučit. Takovéto podmínky nás nutí dramaticky zvýšit počet generovaných fotonů, abychom získali alespoň nějakou statistiku viděných fotonů. Ve svém výzkumném úkolu se hodlám vylepšením těchto simulací zabývat.

$S [\text{mm}^2]$	$N \times 10^6 [-]$	$N_1 [-]$	$N_2 [-]$	$\frac{N_1}{N_2} [-]$
20,0x2,6	16	3526	3694	1,048
20,0x5,2	32	4829	5222	1,081
20,0x10,4	32	2800	3106	1,109

Tabulka 4.1: Tabulka obsahuje rozměr segmentu S (délka x šířka), celkový počet nasimulovaných fotonů N , počet viděných fotonů v geometrii bez kuličky N_1 , počet viděných fotonů v geometrii s kuličkou N_2 a jejich poměr



(a)



(b)

Obrázek 4.7: Snímek z výstupu programu SLitrani pro sestavení bez kuličky (a) a s kuličkou (b)

Kapitola 5

Závěr

Kalorimetrie je zajímavý a široce využívaný druh destruktivní spektrometrie částic. Kromě homogeních kalorimetrů existují také konstrukce vzorkovacích kalorimetrů, které umožňují rozdělit vznik a záznam elektromagnetické nebo hadronové spršky částice do dvou různých částí, z nichž každá je specializovaná na svou úlohu. Kalorimetry jsou detektory dovolující velkou škálu konfigurací. To umožňuje použití ve velkém množství experimentů částicové fyziky v různých náročných prostředích.

K zaznamenávání částic se v kalorimetru používá scintilátorů. Ty se podle původu a způsobu excitace látky dělí na organické a anorganické. U organických scintilátorů dochází k excitaci přímo molekuly, kdežto anorganické scintilátory jsou závislé na krystalické mřížce, což je odsuzuje k použití pouze v pevném skupenství. Protože kalorimetry jsou v současné fyzice hojně využívány i ve velkých rozměrech, nabývá na důležitosti i jejich cena a dostupnost. V těchto vlastnostech organickým plastickým scintilátorům dnes nemohou ostatní řešení příliš konkurovat. Ovšem nároky na radiační odolnost se dále zvyšují a i přes pokroky je třeba se tomuto tématu dále věnovat.

Se spuštěním urychlovače LHC do provozu se otevřela možnost zkoumat partonovou distribuční funkci v dosud neproměřených oblastech frakce hybnosti jádra nesené partonem x . Pro tyto účely je navržen dopředný elektromagnetický kalorimetr FoCal, který by měl nahradit stávající řešení v experimentu ALICE a svojí jemností by měl konkurovat již existujícím dopředným kalorimetrům na ostatních experimentech na LHC.

Návrh konstrukce detektoru FoCal je založená na absenci křemíkových čipů, potřebující trvalé napětí a chlazení, které zabírá příliš mnoho místa. V řešení je použit vzorkovací kalorimetr z wolframu a plastického scintilátoru 3-HF. Také výběr vhodného materiálu je zaměřen na vysokou radiační odolnost, protože se detektor bude nacházet v silně ozařované oblasti. Zajímavostí je také použití skleněných kuliček, které by teoreticky měly rozšířit schopnost vyčítání optického vlákna připojeného ke scintilátoru. Mým příspěvkem v laboratořích v rámci bakalářské práce bylo právě nalepení skleněných kuliček na optická vlákna, která budou použita v prototypu detektoru FoCal. Dále jsem pracoval na simulacích tohoto modelu v programu SLitrani. Z jejich prvních výsledků vychází, že se toto řešení jeví jako užitečné a zvyšuje efektivitu vyčteného signálu až o 10 %.

V budoucnu bych se rád věnoval tématu radiačně odolných scintilátorů, v laboratorních pomohl postavit funkční prototyp detektoru FoCal a také pokračoval ve zpřesnění simulací v programu SLitrani a dalším použití programu SLitrani při konstrukci prototypu detektoru FoCal. Příkladem oblastí našeho zájmu bude třeba vliv povrchové úpravy scintilátoru nebo jestli bude výhodné přidat na konce scintilátorů odraznou vrstvu.

Literatura

- [1] Z. Janout, J. Kubašta, S. Pospíšil, Úlohy z jaderné a subjaderné fyziky, ČVUT Praha (1997)
- [2] D. Green, The Physics of the Particle Detectors, Cambridge University Press (2005)
- [3] F. Gautheron, A Givernaud, About the electromagnetic shower lateral profile in the lead tungstate, CMS NOTE 1997/037 (1997)
- [4] T. Ferbel, Experimental Techniques in High Energy Physics, Addison-Wesley Publishing Co., Inc. (1987)
- [5] G. Knoll, Radiation Detection and Measurement, Oxford Univ. Press, third edition (2000)
- [6] D. B. Oliver and G. F. Knoll, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-15(3), 122 (1968)
- [7] C. Zorn et al., IEEE Trans. Nucl. Sci. 37(2), 487 (1990)
- [8] A. Bross and A. Pla-Dalmau, Radiation Induced Hidden Absorption Effects in Polystyrene Based Plastic Scintillator, Fermilab-Pub-90/224 (1991)
- [9] A. Bross and A. Pla-Dalmau, Radiation Effects in Intrinsic 3HF Scintillator, Fermilab-Pub-92/247 (1992)
- [10] A. Byon-Wagner, D. Green, Radiation Hardness of 3HF-Tile/02-WLS-Fiber Calorimeter, Fermilab-TM-1865 (1993)
- [11] J. D. Valentine et al., Nucl. Instrum. Meth. A324, 147, (1993)
- [12] M. Laval et al., Nucl. Instrum. Meth. 206, 169 (1983)
- [13] M. Moszynski et al., Nucl. Instrum. Meth. 226, 534 (1984)
- [14] H. Mach, R. L. Gill a M. Moszynski, Nucl. Instrum. Meth. A280, 49 (1989)
- [15] R. Novotny, IEEE Trans. Nucl. Sci. 38(2), 379 (1991)
- [16] R. Zhu, Nucl. Instrum. Meth. A413, 297 (1998)

- [17] The ALICE FoCal Collaboration, A FoCal for the ALICE experiment, LoI aug. 24. 2012
- [18] R. D. Ball et al., (NNPDF Collaboration), Nucl. Phys. B849 (2011) 296
- [19] The ALICE FoCal Collaboration, The ALICE experiment at the CERN LHC, J. Instrum, 3, S08002 (2008)
- [20] R. Ichou, and D. d'Enterria, Phys. Rev. D 82 (2010) 014015.