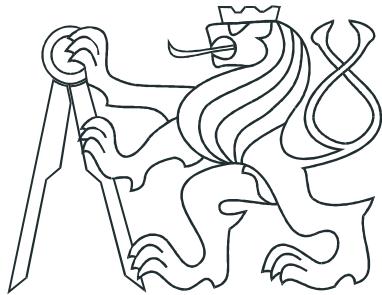


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ

V PRAZE

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky



Bakalářská práce

Vznik spekter v příčné hybnosti v relativistických jaderných srážkách

Radka Sochorová

Vedoucí práce: Doc. Dr. Boris Tomášik

Praha, 2016

CZECH TECHNICAL UNIVERSITY
IN PRAGUE

Faculty of Nuclear Sciences and Physical
Engineering

Department of Physics



Bachelor thesis

**Production of transverse momentum spectra
in ultrarelativistic nuclear collisions**

Radka Sochorová

Supervisor: Doc. Dr. Boris Tomášik

Prague, 2016

NASCANOVAT PODEPSANE ZADANI A
ULOZIT DO DVOU EPS SOUBORU
ZADANI1.EPS a ZADANI2.EPS

NASCANOVAT PODEPSANE ZADANI A
ULOZIT DO DVOU EPS SOUBORU
ZADANI1.EPS a ZADANI2.EPS

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracovala samostatně a použila jsem pouze podklady (literaturu, projekty, software, atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

Radka Sochorová

Název práce:

Vznik spekter v příčné hybnosti v relativistických jaderných srážkách

Autor: Radka Sochorová

Obor: Experimentální jaderná a čisticová fyzika

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Doc. Dr. Boris Tomášik

Abstrakt:

Kvark-gluonové plazma (QGP) vznikající v rané fázi relativistické jaderné srážky je nedávno objevená forma husté a horké hmoty, ve které už běžné hadrony neexistují a ve které se kvarky a gluony stávají volnými.

Rozpínáním systému klesá jeho hustota energie, až se v určitou chvíli plazma změní v hadronový plyn. Tento proces je známý jako hadronizace. Hadrony silně interagují a při dostatečně nízké hustotě energie mezi nimi nedochází k dalším rozptylům. Proces oddělení hadronů od fireballu se nazývá vymrznutí. Nejdříve při vyšší teplotě nastává chemické vymrznutí, při nižší teplotě pak nastane kinetické vymrznutí.

Je tedy důležité vytvářet teoretické modely, které by co nejpřesněji popsaly nadplochu vymrznutí a zahrnout do nich efekty, které mohou tvar nadplochy vymrznutí ovlivňovat jako je podélná a příčná expanze, viskozita nebo rozpady rezonancí. Tvar nadplochy vymrznutí je možné vyjádřit různými parametrizacemi této nadplochy. Na této nadploše vymrznutí jsou tvořena spektra v příčné hybnosti. Spektra potom závisí na tvaru nadplochy a na jejím dynamickém stavu.

Cílem této práce je studium vlivu různých tvarů nadplochy vymrznutí na tvar spekter v příčné hybnosti. Dalším cílem je potom zkoumání vlivu viskozity a rozpadu rezonancí na tvar spektra v příčné hybnosti.

Klíčová slova: Kvark-gluonové plasma, podélné expanze, příčná expanze, nadplocha vymrznutí, viskozita, rezonance, DRAGON

Title:

Production of transverse momentum spectra in ultrarelativistic nuclear collisions

Autor: Radka Sochorová

Abstract:

The quark-gluon plasma (QGP), which is produced in the early phase of an ultrarelativistic nuclear collision, is a newly-discovered form of matter, in which ordinary hadrons do not exist anymore, and in which quarks and gluons become free.

The system expands and so its energy density drops. At some point the plasma will change into a gas of hadrons. This process is called hadronisation. Hadrons interact strongly until the density is so low that no more scattering between hadrons occur. The process of decoupling of hadrons from the fireball is called freeze-out. First at the higher temperature chemical freeze-out occurs, then at a lower temperature there is kinetic freeze-out.

It is therefore important to create theoretical models that as closely as possible describe the freeze-out hypersurface and to include the effects that can affect the shape of the freeze-out hypersurface as longitudinal and transverse expansion, viscosity or decays of resonances. Shape of the freeze-out hypersurface can be described by different parametrisation of the hypersurface. On this freeze-out hypersurface the transverse momentum spectra are formed. These spectra then depends on the shape of hypersurface and its dynamic state.

The aim of this thesis is to study the influence of various shapes of the freeze-out hypersurface on the shape of the transverse mass spectra. Another aim is then to investigate the influence of the viscosity and decays of resonances on the shape of the transverse mass spectra.

Key words: Quark-Gluon plasma, longitudinal expansion, transverse expansion, the freeze-out hypersurface, viscosity, resonances, DRAGON

Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucímu mé bakalářské práce , Doc. Dr. Borisi Tomášikovi, za jeho ochotu, čas, pomoc, odborné rady a připomínky při vedení této práce. Dále bych chtěla poděkovat svým spolužákům a kamarádům za jejich podporu a cenné rady. Poděkování patří také mé rodině a mému příteli Janu Vozábovi za neustálou psychickou podporu po celou dobu zhodnocování této práce.

Obsah

Úvod	13
1 Těžko-iontové jaderné srážky	15
1.1 Vysoko-energetické jaderné srážky	15
1.2 Kvantová chromodynamika (QCD)	15
1.3 Kvark-gluonové plazma	16
1.4 Horká a hustá hadronová hmota	18
1.5 Malý třesk	18
1.6 Hydrodynamická expanze	20
2 Teplota fireballu a jeho expanze v podélném a příčném směru	21
2.1 Tok částic	21
2.1.1 Jednočásticová spektra	21
2.1.2 Statický fireball	24
2.1.3 Podélná expanze	26
2.1.4 Příčná expanze	29
2.2 Bjorkenův model	30
3 Různé tvary nadplochy vymrznutí a profily příčné rychlosti expanze	31
3.1 Vztah Coopera a Fryea	31
3.1.1 Emisní funkce	33
3.2 Odvození tvaru nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu	34
3.2.1 Odvození pro fermiony	36
3.2.2 Odvození pro bosony	41
3.3 Efektivní parametr sklonu spektra	44
4 Viskozita a její vliv na spektra v příčné hybnosti	47
4.1 Ideální a neideální hydrodynamika	47
4.2 Viskózní korekce pro Bjorkenovu expanzi	48
4.3 Viskózní tenzor a blast-wave model	49
4.4 Bjorkenova expanze	52

4.5	Odvození viskozity pro protony	53
4.6	Odvození korekce na viskozitu pro piony a kaony	57
4.7	Odhad vlivu viskozity na tvar spektra	59
5	Vliv produkce hadronů z rozpadů rezonancí a vliv chemického složení rezonančního plynu	61
5.1	Termodynamický model	61
5.2	Rozpady rezonancí	62
5.3	DRAGON	63
6	Porovnání tvaru spekter nadplochy vymrznutí pro různé centrality srážky	73
6.1	Efektivní parametr sklonu spektra	78
Závěr		80
A	Příloha: Odvození tvaru nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu	81
B	Příloha: Odvození korekce na viskozitu	84
	Příloha B: Odvození korekce na viskozitu pro Bjorkenovu expanzi	84
B.1	Odvození prostorových komponent viskózního tenzoru	84
B.2	Odvození spektra v příčné hmotnosti pro fermiony s korekcí na viskozitu	87

Seznam obrázků

1.1	Fázový diagram hmoty v rovině T a baryochemického potenciálu μ_B	17
1.2	První fázový diagram silně interagující hmoty	18
1.3	Malý třesk	19
1.4	Velký třesk	20
2.1	Schéma hadronové polévkы	23
2.2	Časoprostorový vývoj systému	27
3.1	Graf závislosti podélného vlastního času $\tau_f(r)$ na r	35
3.2	Spektrum v příčné hmotnosti pro protony	40
3.3	Spektrum v příčné hmotnosti pro piony	42

3.4	Spektrum v příčné hmotnosti pro kaony	43
3.5	Graf závislosti parametru sklonu T^* na $m_T - m$ pro spektrum protonů parametrizované parabolickou funkcí	45
3.6	Graf závislosti parametru sklonu T^* na $m_T - m$ pro spektrum pionů parametrizované parabolickou funkcí	45
3.7	Graf závislosti parametru sklonu T^* na $m_T - m$ pro spektrum kaonů parametrizované parabolickou funkcí	46
4.1	Spektrum v příčné hmotnosti pro protony se započítáním korekce na viskozitu	56
4.2	Spektrum v příčné hmotnosti pro kaony se započítáním korekce na viskozitu	58
4.3	Spektrum v příčné hmotnosti pro piony se započítáním korekce na viskozitu	58
4.4	Graf závislosti T^* na příčné hmotnosti m_T pro protony	59
4.5	Graf závislosti T^* na příčné hmotnosti m_T pro piony	60
4.6	Graf závislosti T^* na příčné hmotnosti m_T pro kaony	60
5.1	Histogram pro piony 0 - 5 %	64
5.2	Histogram pro piony 20 - 40 %	65
5.3	Histogram pro piony 60 - 80 %	65
5.4	Histogram poměru N_r/N_p pro piony 0 - 5 %	66
5.5	Histogram poměru N_r/N_p pro piony 20 - 40 %	67
5.6	Histogram poměru N_r/N_p pro piony 60 - 80 %	67
5.7	Histogram poměru N_r/N_p pro kaony 0 - 5 %	68
5.8	Histogram poměru N_r/N_p pro kaony 20 - 40 %	68
5.9	Histogram poměru N_r/N_p pro kaony 60 - 80 %	69
5.10	Histogram poměru N_r/N_p pro protony 0 - 5 %	69
5.11	Histogram poměru N_r/N_p pro protony 20 - 40 %	70
5.12	Histogram poměru N_r/N_p pro protony 60 - 80 %	70
6.1	Spektrum v příčné hmotnosti pro piony 0 - 5 %	74
6.2	Spektrum v příčné hmotnosti pro piony 20 - 40 %	75
6.3	Spektrum v příčné hmotnosti pro piony 60 - 80 %	75
6.4	Spektrum v příčné hmotnosti pro piony pro různé centrality pro parametr $a_2 = 0$	76
6.5	Spektrum v příčné hmotnosti pro piony pro různé centrality pro parametr $a_2 = 1/20$	77
6.6	Graf závislosti efektivního parametru sklonu spektra na $m_T - m$ pro $a_2 = 1/20$	78
6.7	Graf závislosti efektivního parametru sklonu spektra na $m_T - m$ pro $a_2 = 0$	79

Seznam tabulek

5.1	Hodnoty teploty kinetického vymrznutí a jí příslušejícího parametru η_f pro různé centrality srážky	64
6.1	Hodnoty teploty kinetického vymrznutí, jí příslušejícího parametru η_f a profilu n pro různé centrality srážky	74

Úvod

Jednou z oblastí zájmu současné částicové fyziky je studium horké a husté hmoty nazývané kvark-gluonové plazma (QGP), ve které už běžné hadrony neexistují a ve které nejsou kvarky a gluony vázané v hadronech. Toto médium vzniká v rané fázi relativistické jaderné srážky. Díky rozpínání systému dochází k poklesu hustoty energie a k přeměně plazmatu v hadronový plyn. Tento proces je známý jako hadronizace. Silně interagující hadrony se při nízké hustotě energie oddělí od fireballu. Toto se nazývá vymrznutí. Nejdříve při vyšší teplotě nastává chemické vymrznutí, poté při nižší teplotě nastane kinetické vymrznutí.

První kapitola je věnována těžko-iontovým srážkám. Stručně je zde zmíněna kvantová chromodynamika a historie kvark-gluonového plazmatu. Dále je v této kapitole zmíněn Malý třesk, tzn. analogie mezi fyzikou relativistických srážek a fyzikou raného vesmíru.

V druhé kapitole se věnujeme nejprve spektru v příčné hybnosti pocházejícího ze statického fireballu, poté je rozebrán vliv podélné a příčné expanze na tvar spektra.

V další kapitole je odvozen tvar nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu.

Následně se zaměříme na viskozitu a její vliv na spektra v příčné hybnosti pionů, protonů a kaonů.

Pátá kapitola je věnována vlivu produkce hadronů z rozpadů rezonancí různých hmotností pro centrální srážky 0 - 5 % a pro necentrální srážky 20 - 40 % a 60 - 80 %. Simulace rozpadu rezonancí je prováděna pomocí Monte Carlo generátoru DRAGON [23].

Poslední kapitola je věnována vlivu centrality srážky na tvar spektra pionů v příčné hmotnosti parametrizovaných parabolickou závislostí.

1 Těžko-iontové jaderné srážky

1.1 Vysoko-energetické jaderné srážky

Fyzika relativistických těžko-iontových srážek spojuje fyziku vysoko-energetických elementárních částic s jadernou fyzikou. Výraz ”těžké ionty” používáme pro těžká atomová jádra a termín relativistická energie označuje energetický stav, ve kterém kinetická složka výrazně převládá nad zbytkem energie. Jádra a interakce jsou popsány efektivními modely [1].

V oblasti relativistických srážek těžkých iontů zkoumáme vlastnosti horké a husté jaderné/hadronové hmoty z pohledu základních interakcí. Experimentální výzkum je důležitý pro teoretické předpovědi nové fáze hadronové hmoty, přechody mezi fázemi a pro rekonstrukci fázového diagramu silně interagující hmoty z hlediska parametrů jako je teplota a baryochemický potenciál μ_B .

Ve vysoko-energetických jaderných srážkách se většina efektů odhaduje pomocí termodynamiky nebo statistické fyziky. Důležité je na tomto místě zmínit fakt, že hadronové systémy produkované ve srážkách nejsou statické. Dynamiku systému popisujeme pomocí relativistické hydrodynamiky. Časoprostorový vývoj probíhá daleko od rovnovážné polohy, protože hmota produkovaná ve srážce rychle expanduje a chladne.

1.2 Kvantová chromodynamika (QCD)

Při vysoce-energetických jaderných srážkách je produkován systém silně interagujících částic. Teorie zabývající se silnou interakcí kvarků, které jsou uvězněny v hadronech (baryonech a mezonech), zprostředkovanou 8 nehmotnými gluony, nazýváme kvantová chromodynamika. Kvantová chromodynamika je teorie jejímž nábojem je tzv. barva. Důležitou vlastností kvantové chromodynamiky je barevné uvěznění, které je opakem asymptotické volnosti. Problém je, že barevně nabité částice, kvarky a gluony, nemůžeme přímo pozorovat. To znamená, že kvarky a gluony se nemohou v konečném stavu jevit jako samostatné částice [2]. Kvantová chromodynamika předpovídá fázové přechody mezi dekonfinovanými kvarky

1 TĚŽKO-IONTOVÉ JADERNÉ SRÁŽKY

a konfinovanými hadrony. V současné době máme v QCD přibližný fázový diagram hmoty a jejich stavů v rovině teploty T a baryochemického potenciálu μ_B . Fázový diagram je na Obr. 1.1. Vidíme, že dominantní je čára fázového přechodu mezi partony a hadrony, která plynule interpoluje mezi dvěma extrémy.

První z nich nastává, pokud převažuje ohřívání hmoty (vysoká teplota T , nízká hodnota baryochemického potenciálu μ_B). QCD předpokládá, že při takto nízké hodnotě baryochemického potenciálu μ_B kritická teplota přechodu mezi konfinovanou a dekonfinovanou fází hmoty přibližně $T_{crit} \approx 170$ MeV, což odpovídá hustotě energie přibližně 1 GeV/fm³. V současné době je snaha najít a přesně změřit tento přechod. V tomto případě se ovšem nejedná o fázový přechod prvního druhu, ale pouze o plynulý přechod od jedné fáze k druhé.

Druhý extrém nastává, pokud převládá stlačování hmoty (teplota $T \rightarrow 0$ a baryochemický potenciál $\mu_B > 1$ GeV). Předpokládá se, že dochází k fázovému přechodu 1. druhu. Mezi hodnotami $200 \leq \mu_B(E) \leq 500$ MeV je dosaženo kritického bodu E . V tomto bodě nastává fázový přechod 2. druhu. Dále od kritického bodu E , pro malou hodnotu μ_B , nastává fázový cross-over přechod neboli rychlý přechod.

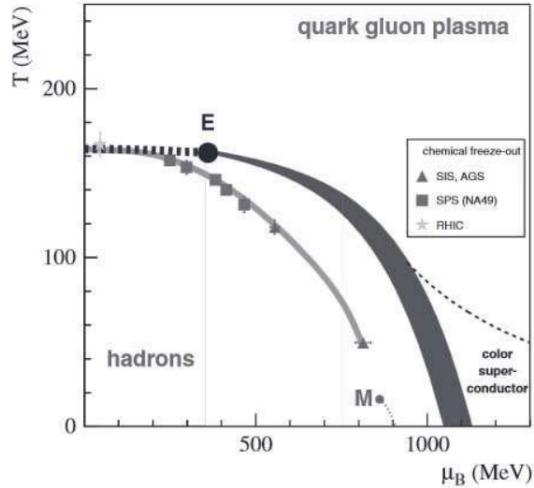
1.3 Kvark-gluonové plazma

Při studiu relativistických težko-iontových srážek jsou zajímavé 2 fázové přechody, které jsou předpovídány teorií kvantové chromodynamiky. Jedním z nich je osvobození kvarků a druhým je chirální fázový přechod. Pokud máme přirozené podmínky (nízké hustoty energie), pak jsou kvarky a gluony uvězněny v hadronech.

Při zvyšování teploty T (ohřívání) nebo při zvyšování baryonové hustoty (stlačování) může při fázovém přechodu nastat stav, ve kterém už běžné hadrony neexistují a ve kterém se kvarky a gluony stávají relevantními stupni volnosti.

V roce 1975, poté co došlo v teorii silné interakce k objevení asymptotické volnosti, vydali J. C. Collins a M. J. Perry článek o superhusté hmotě nacházející se uvnitř neutronových hvězd, při explozi černých dér nebo v rané fázi velkého třesku vesmíru. Collins a Perry tvrdili, že se superhustá hmota mnohem pravděpodobněji skládá z kvarků a gluonů než z hadronů [4].

1.3 Kvark-gluonové plazma



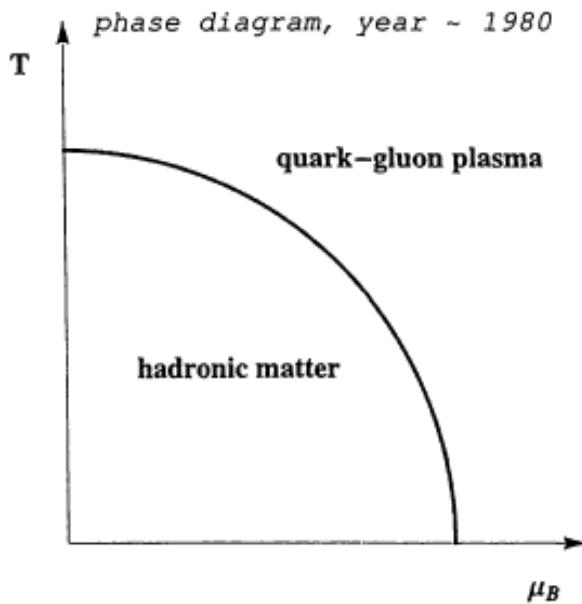
Obrázek 1.1: Čára fázového přechodu mezi partony a hadrony končí kritickým bodem E (plná čára). Dále jsou vykresleny body hadrochemického vymrznutí z grand-kanonického statistického modelu (spodní čára). Cross-over přechod se vyskytuje při menších hodnotách μ_B . Převzato z [3].

Ve stejném roce N. Cabibbo a G. Parisi zjistili, že limitní Hagedornova teplota může být teplota fázového přechodu z hadronové do kvarkové hmoty [6]. Navrhli také první fázový diagram silně interagující hmoty, který je znázorněn na Obr. 1.2.

V roce 1978 zavedl E. V. Shuryak název kvark-gluonové plazma [7]. Společně s J. I. Kapustou [8] provedl výpočty fázových přechodů při konečné teplotě. V tomtéž roce S. A. Chin spočítal hustotu energie při fázovém přechodu mezi jadernou hmotou a kvarkovou hmotou jako funkci teploty. Výsledek jeho výpočtu naznačoval v těžko-jaderných srážkách při laborních kinetických energiích několika GeV na nukleon přechod do kvarkové hmoty [9].

V současné době víme, že v relativistických těžko-jaderných srážkách vzniká velmi hustý systém silně interagující hmoty kvarků a gluonů. Tento systém je lokálně vysoce termalizovaný a vykazuje silné kolektivní chování.

Jestliže má systém navíc dostatečně vysokou teplotu, můžeme tvrdit, že produkovaná hmota je kvark-gluonové plazma. Problémem stále zůstává stanovení fyzikálních vlastností plazmatu. Jsou tedy zapotřebí další studie, abychom získali více informací o hustém mediu



Obrázek 1.2: První fázový diagram silně interagující hmoty. Převzato z [1].

vytvořeném při relativistických těžko-iontových experimentech [1].

1.4 Horká a hustá hadronová hmota

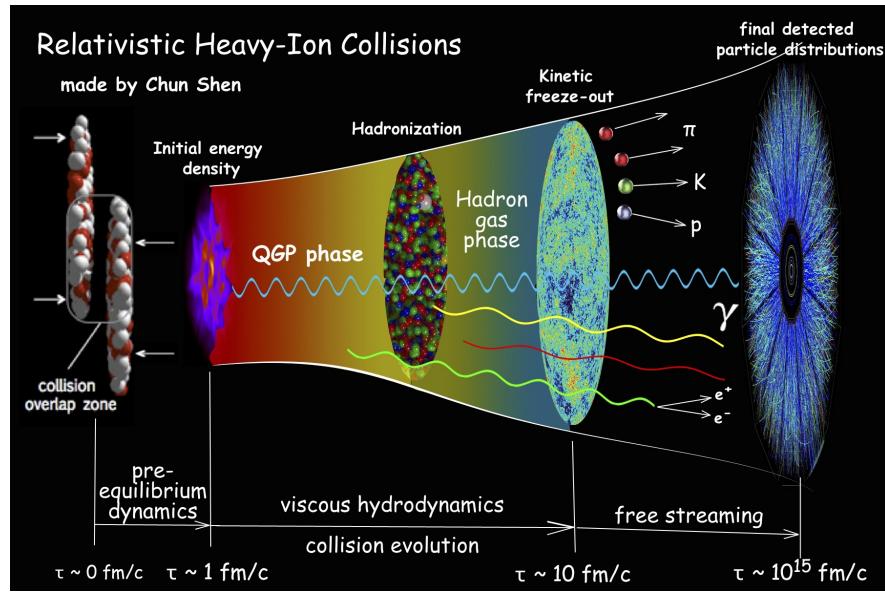
Důležité informace o vlastnostech horké a husté hadronové hmoty nám poskytuje studium vysoko-energetických jaderných srážek. Horkou a hustou hadronovou hmotou máme na mysli hmotu, která se vytváří v pozdních fázích srážek, kde už můžeme hadrony považovat za relevantní stupně volnosti. Tyto informace nám můžou také pomoci zrekonstruovat modely neutronových hvězd a expozí supernov.

1.5 Malý třesk

Mezi fyzikou relativistických srážek těžkých iontů a fyzikou raného vesmíru existuje několik analogií [1].

Pozorované mikrovlnné záření má Bose-Einsteinovo spektrum, jehož teplota je posunuta pomocí červeného posuvu z původní hodnoty 3000 K na hodnotu 2,7 K. V relativistických

1.5 Malý třesk

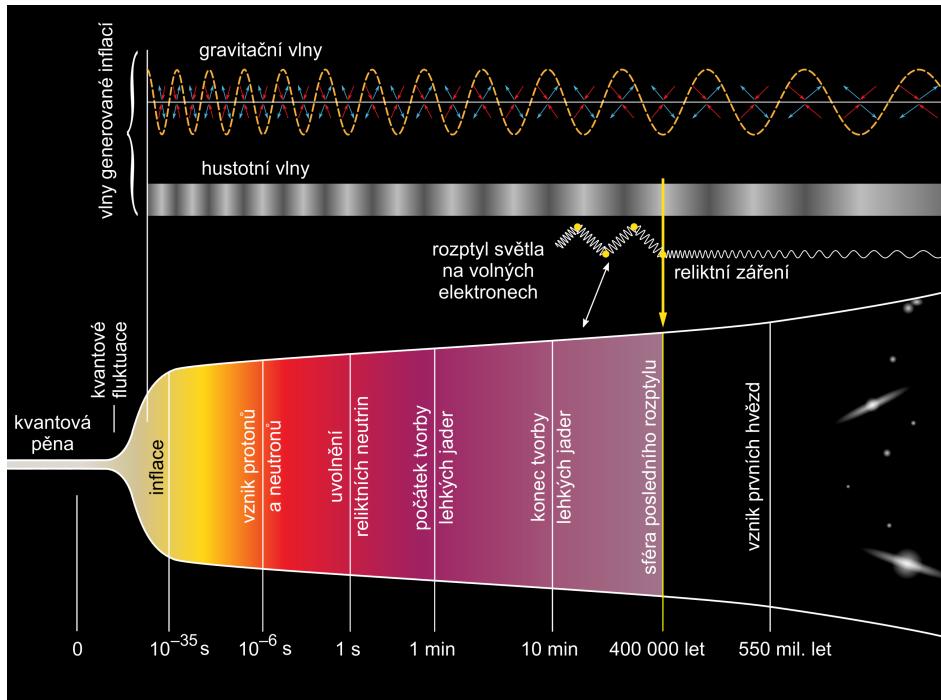


Obrázek 1.3: Malý třesk. Převzato z [5].

srážkách těžkých iontů jsou hadronová p_T spektra posunuta díky modrému posuvu kvůli silnému příčnému toku. Vidíme tedy, že jak při Velkém třesku, tak v těžko-iontových srážkách, pozorovaná hybnostní spektra obsahují termální fyziku modifikovanou pomocí kolektivní dynamiky.

Reliktní záření se oddělilo dlouho poté, co nastala syntéza nukleonů. To se podobá situaci s dvěma vymrznutími - kinetické a chemické vymrznutí. Nejdůležitější analogií je, že u reliktního záření i u hadronů se studují anizotropie rozdělení, které nám něco říkají o struktuře zdroje- vesmíru nebo fireballu.

Kvůli těmto zmíněných vlastnostem bývají relativistické srážky těžkých iontů nazývány Malým třeskom. Je ale důležité si uvědomit, že Velký třesk a relativistické srážky mají i řadu odlišných vlastností. Jako příklad uvedu přitažlivou gravitační sílu. Malý třesk je na Obr. 1.3 a Velký třesk na Obr. 1.4.



Obrázek 1.4: Velký třes. Převzato z [11].

1.6 Hydrodynamická expanze

Lokálně termalizované kvark-gluonové plazma vzniká v případě, že je systém dostatečně rychle ohřán. V takovém případě může být vývoj systému popsán pomocí relativistické hydrodynamiky skoro dokonalé kapaliny. Použití relativistické hydrodynamiky je pro nás užitečné, protože velmi zjednoduší popis srážky. Hydrodynamické rovnice popisují lokální zákony zachování energie, hybnosti, baryonového čísla, podivnosti atd. a vyžadují znalost stavové rovnice hmoty [1]. V důsledku expanze se termodynamické vlastnosti hadronové hmoty rychle mění. Tento fakt je v souladu s tím, že je zde přítomný fázový přechod z kvark-gluonového plazmatu vysoké teploty ($T > T_c$) do hadronového plynu o nízké teplotě ($T < T_c \sim 170$ MeV).

2 Teplota fireballu a jeho expanze v podélném a příčném směru

2.1 Tok částic

Kolektivním efektem kvark-gluonového plazmatu je makroskopický tok jeho hmoty v určitém směru. Fireball ("Ohnivá koule") produkovaný v relativistických jaderných srážkách se může rozpínat v podélném směru (ve směru svazku) a také v příčném směru (ve směru kolmém na směr svazku). Podélná expanze nastává ze dvou důvodů. Prvním z nich je skutečnost, že srázející se nukleony (partony) vysoce energetických jader nejsou srážkou úplně zastaveny a pokračují v pohybu ve směru svazku. Druhým důvodem je, že kvůli počátečním podmínkám bude fireball mnohem více sevřený v podélném směru. V tomto případě vznikají ve fireballu silné podélné gradienty tlaku, které nutí systém rozpínat se. Podélné rozpínání systému je tedy určeno především počátečními podmínkami srážky [12].

Rozpínání ve směru kolmém na směr paprsku je způsobeno interakcí mezi jednotlivými složkami hmoty. V případě, že se hmota chová extrémně hydrodynamicky, je příčná expanze systému způsobena vnitřním tlakem vysoce excitované hmoty. Zajímavý je fakt, že stavovou rovnici silně interagující hmoty můžeme studovat pomocí tohoto vnitřního tlaku, který je přes stavovou rovnici spojen s hustotou energie. Pokud se systém rozpíná, pak se mění jeho velikost, roste. Měření rychlosti příčné expanze je prováděno pomocí měření Dopplerova posuvu, který se projeví ve spektrech v příčné hybnosti.

2.1.1 Jednočásticová spektra

Kvark-gluonové plazma je vytvořeno v rané fázi relativistické jaderné srážky. Systém se rozpíná a tím klesá jeho hustota energie. Při určité hodnotě, která není dostatečná k udržení plazmatu, se plazma mění v hadronový plyn. Tento proces se nazývá hadronizace. Protože hadrony silně interagují, nemůžou uniknout z fireballu. Při dostatečně nízké hustotě energie nedochází k dalším rozptylům mezi hadrony. Proces oddělení hadronů od fireballu se nazývá

2 TEPLOTA FIREBALLU A JEHO EXPANZE V PODÉLNÉM A PŘÍČNÉM SMĚRU

vymrznutí (freeze-out). Hadronová spektra se tvoří při tomto vymrznutí. Máme dva druhy vymrznutí: chemické a kinetické.

Kinetický neboli tepelný freeze-out nastává, když přestanou hadrony interagovat. Tepelné vymrznutí je přechod mezi silně vázaným systémem a volnými hadrony. Přechod je vyvolán rozpínáním hmoty, což způsobuje rychlý růst střední volné dráhy částic λ_{mfp} . Kinetický freeze-out tedy nastává, když je časová škála srážky $\tau_{kol} \sim \lambda_{mfp}$ větší než časová škála rozpínání systému τ_{exp} .

To znamená, že

$$\tau_{kol} \geq \tau_{exp}, \quad (2.1)$$

kde typický čas mezi srážkami τ_{kol} lze spočítat jako převrácenou hodnotu součinu hustoty částic a průměrného účinného průřezu

$$\tau_{kol} \sim \frac{1}{\sigma n}. \quad (2.2)$$

Doba rozpínání systému je charakterizována jako 4-divergence čtyřrychlosti u^μ , která popisuje hydrodynamický tok hmoty

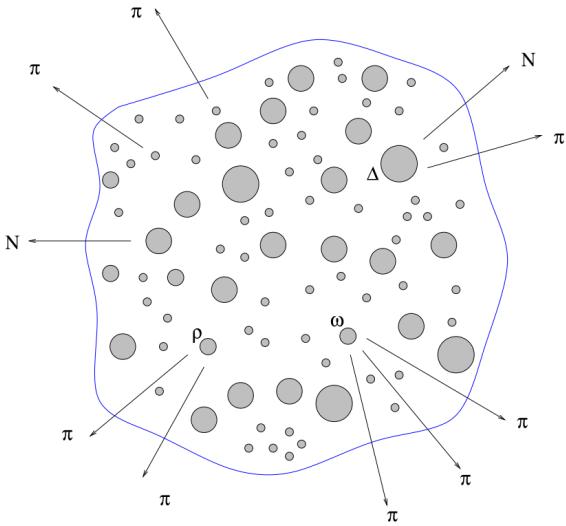
$$\tau_{exp} \sim \frac{1}{\partial_\mu u^\mu}. \quad (2.3)$$

Zjednodušeně se dá říci, že kinetický freeze-out nastává v okamžiku, kdy je střední volná dráha hadronů stejného rádu jako velikost systému. V případě rychlého rozpínání systému nastává tepelný freeze-out také rychle. Hybnostní rozdělení částic je zmraženo a pro částice volně se pohybující k detektoru se nemění v čase.

Tepelné vymrznutí může nastat až po chemickém vymrznutí.

Při ochlazování hadronového systému je velice pravděpodobné, že neelastické srážky mezi složkami systému skončí dříve než elastické srážky. Ve chvíli, kdy dojde k ukončení neelastických srážek, říkáme, že nastal chemický freeze-out. Obecně platí, že teplota chemického vymrznutí T_{chem} je vyšší než teplota tepelného vymrznutí T_{tep}

2.1 Tok částic



Obrázek 2.1: Schematický obrázek hadronové polévky vytvořené v relativistické těžko-iontové srážce při vymrznutí. Rezonance se následně rozpadají na stabilní částice. Zahrnutí mnoha rezonancí je rozhodující pro spolehlivý popis produkce částic. Převzato z [15].

$$T_{chem} > T_{tep}. \quad (2.4)$$

Teplotu chemického vymrznutí lze odvodit z poměrů měrených hadronových multiplicit. Při vývoji systému z chemického do tepelného vymrznutí hrají hlavní roli elastické srážky a rozpady težších rezonancí, které navýší počet stabilních hadronů. Schéma rozpadu rezonancí je na Obr. 2.1.

Chemické vymrznutí je charakterizováno několika termodynamickými parametry. Jsou to teplota, chemický potenciál a fugacita.

Typická doba života fireballu je v řádech desítek fm/c, což je $\sim 10^{-22}$ s a typický rozměr je v řádu 10 fm. V porovnání s typickým měřítkem silného rozptylu, které je v řádu 1 fm, je fireball větší a žije déle. Rozdělení částic je charakterizováno pomocí Bose-Einsteinovy nebo Fermi-Diracovy statistiky [12].

2 TEPLOTA FIREBALLU A JEHO EXPANZE V PODÉLNÉM A PŘÍČNÉM SMĚRU

2.1.2 Statický fireball

Nejprve se podíváme na spektrum v příčné hybnosti některých druhů hadronů ze stálého tepelného zdroje.

Ve všech dalších vztazích budu pokládat $\hbar^1=c=k_B^2=1$.

Lorentzovsky invariantní spektrum hybnosti částic vyzářených tepelným zdrojem o teplotě T je dáno vztahem

$$E \frac{d^3N}{dp^3} = \frac{d^3N}{m_T dm_T d\phi dy} = \frac{gV}{(2\pi)^3} E^* \exp\left(\frac{-(E^* - \mu)}{T}\right), \quad (2.5)$$

kde m_T je příčná hmotnost částice, E^* je energie částice v klidové soustavě zdroje, y je rapidita, ϕ je azimutální úhel v rovině y-x, g je spin-isospinový degenerační faktor, μ je grandkanonický chemický potenciál a V je objem zdroje.

Příčnou hmotnost částice definujeme vztahem

$$m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}, \quad (2.6)$$

kde m je hmotnost částice a p_T je příčná hybnost částice, která je definovaná jako

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}. \quad (2.7)$$

Příčná hmotnost je Lorentzovsky boost-invariantní podél osy svazku.

Při relativistických energiích je užitečné místo rychlosti zavést veličinu nazývanou rapi-ditu. Definujeme ji jako

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) = \operatorname{arctanh} \left(\frac{p_z}{E} \right) = \operatorname{arctanh} (v_z). \quad (2.8)$$

Energie je dána vztahem

$$E = \sqrt{m^2 + \vec{p}^2} \quad (2.9)$$

¹redukovaná Planckova konstanta $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 6,58 \cdot 10^{-22}$ MeV.s [1]

²Boltzmannova konstanta $k_B = 8,625 \cdot 10^{-11}$ MeV/K [1]

2.1 Tok částic

a z-ová komponenta rychlosti

$$v_z = \frac{p_z}{E}. \quad (2.10)$$

Čtyřhybnost částice může být napsána jako

$$p^\mu = (E, \vec{p}) = (m_T \cosh y, p_T \cos \phi', p_T \sin \phi', m_T \sinh y). \quad (2.11)$$

Pro jednoduchost budeme předpokládat, že pro rozdělení částic lze použít Boltzmannovu statistiku místo Bose-Einsteinovy nebo Fermi-Diracovy statistiky.

Hybnostní spektrum je v tomto případě tedy úměrné

$$\frac{d^3 N}{dp^3} \propto \exp\left(-\frac{E}{T}\right) = \exp\left(-\frac{m_T \cosh y}{T}\right). \quad (2.12)$$

Abychom dostali hledané spektrum v oblasti rapidity $y = 0$ ($\cosh y = 1$), musíme integrovat přes celý objem zdroje

$$\frac{d^3 N}{dp^3} = \int \frac{d^3 x}{(2\pi)^3} G(\vec{x}) \exp\left(-\frac{m_T \cosh y}{T}\right), \quad (2.13)$$

kde $G(\vec{x})$ je hustota rozdělení zdroje a faktor $\frac{1}{(2\pi)^3}$ je elementární buňka fázového prostoru.

Abychom získali Lorentzovsky invariantní spektrum, musíme rovnici (2.13) vynásobit energií E ,

$$E \frac{d^3 N}{dp^3} \Big|_{y=0} = \frac{d^2 N}{m_t dm_T d\phi dy} \Big|_{y=0} = \frac{V}{(2\pi)^3} m_T \exp\left(-\frac{m_T}{T}\right), \quad (2.14)$$

kde $V = \int d^3 x G(\vec{x})$.

Vyintegrováním přes rapiditu a zavedením modifikované Besselovy funkce K_1 získáme příčné hmotnostní spektrum

$$\frac{dN}{m_T dm_T} = \frac{V}{2\pi^2} m_T K_1\left(\frac{m_T}{T}\right). \quad (2.15)$$

2 TEPLOTA FIREBALLU A JEHO EXPANZE V PODÉLNÉM A PŘÍČNÉM SMĚRU

Vidíme, že spektrum ze statického tepelného zdroje závisí pouze na příčné hmotnosti. Sklon spektra v semilogaritmickém měřítku je daný teplotou T .

2.1.3 Podélná expanze

Žádný reálný fireball není statický. Ve skutečnosti dochází k silnému podélnému rozpínání. Nejvíce používaný popis zahrnující podélné rozpínání systému je Bjorkenův boost-invariantní model.

Podélná boost-invariantní expanze vypadá stejně ve všech vztažných soustavách s jakoukoli podélnou rychlostí. Toto chování je podobné jako chování vesmíru. Představme si, že sedíme na jakémkoli místě ve vesmíru a koukáme se kolem sebe. Vždy budeme vidět úplně stejnou expanzi. Pokud bychom si ted' sedli na jakékoli místo v rozpínajícím se podélně boost-invariantním fireballu a pozorovali bychom vše okolo nás, nebyli bychom schopni určit rychlosť, jakou se pohybujeme. To znamená, že fireball musí být nekonečný v podélném směru. V opačném případě bychom rozpoznali rozdíl v rychlosti uprostřed a na okraji. V praxi je toto nemožné, ale v reakcích s vysokou energií vypadá fireball boost-invariantní v centrální oblasti. Okraje se od sebe oddalují [12].

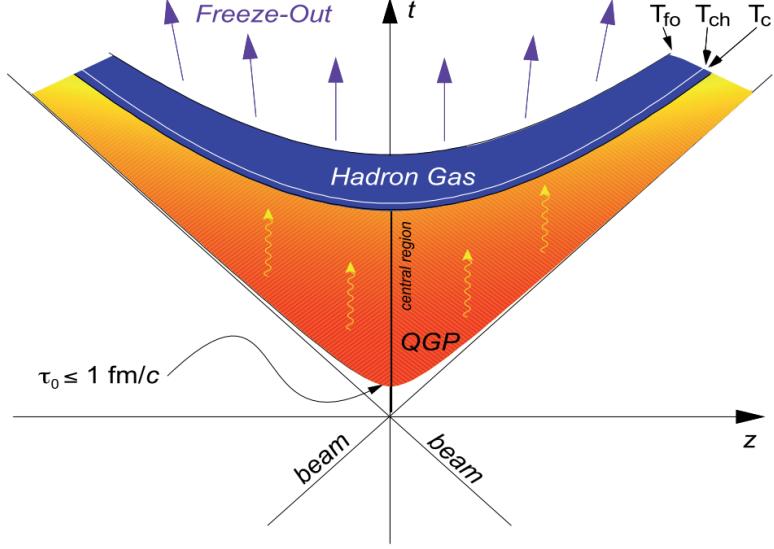
Podélná expanze v případě boost-invariantní expanze je dána vztahem

$$v_z = \frac{z}{t}. \quad (2.16)$$

Vzhledem k tomu, že v pohybujících se oblastech dochází k dilataci času, jak je vidět z Obr. 2.2, je pro další výpočty vhodnější zavést podélný vlastní čas

$$\tau = \sqrt{t^2 - z^2}. \quad (2.17)$$

2.1 Tok částic



Obrázek 2.2: Časoprostorový vývoj podélné boost-invariantní expanze fireballu. Převzato z [14].

Dále je nutné si zavést časoprostorovou rapiditu η_s

$$\eta_s = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t+z}{t-z} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+v_z}{1-v_z} \right), \quad (2.18)$$

kde v_z je dána rovnicí (2.16).

Jelikož máme podélnou boost-invariantní expanzi, všechny části fireballu se vyvíjí ve svém vlastním podélném čase τ . K parametrisaci nadplochy vymrznutí se používají příčné polární souřadnice r, Θ a časoprostorová rapidita η_s .

Kartézské souřadnice mají potom tvar

$$x^\mu = (\tau \cosh \eta_s, r \cos \phi, r \sin \phi, \tau \sinh \eta_s). \quad (2.19)$$

V každé části fireballu bude rozložení hybnosti Boltzmannovské a bude úměrné

$$\propto \exp \left(-\frac{E^*}{T} \right), \quad (2.20)$$

2 TEPLOTA FIREBALLU A JEHO EXPANZE V PODÉLNÉM A PŘÍČNÉM SMĚRU

kde E^* je energie částice v lokální klidové soustavě. Vztah (2.20) platí za předpokladu, že máme lokální tepelné rozložení hybnosti částic ve fireballu.

Energii E^* určíme ze vztahu

$$E^* = p_\mu u^\mu, \quad (2.21)$$

kde u^μ je čtyřrychlosť dané části fireballu. Pro podélnou boost-invariantní expanzi je definována jako

$$u^\mu = (\cosh \eta_s, 0, 0, \sinh \eta_s). \quad (2.22)$$

Z rovnic (2.11) a (2.22) dostaneme

$$E^* = m_T \cosh(y - \eta_s). \quad (2.23)$$

Vztah pro Lorentzovsky invariantní spektrum, které zahrnuje podélnou boost-invariantní expanzi je dán rovnicí

$$\frac{d^2N}{m_T dm_T d\phi dy} = \int_V \tau_{f_0} \frac{r dr d\phi d\eta_s}{(2\pi)^3} m_T \cosh(\eta_s - y) G(r) \exp\left(-\frac{m_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right), \quad (2.24)$$

kde $\tau_{f_0} r dr d\phi d\eta$ představuje element objemu d^3x , funkce $G(r)$ je rozložení fireballu v příčné souřadnici a V je objem podél nadplochy. Zdroj se nachází v oblasti prostoročasové rapidity $(-\infty, \infty)$.

Pokud se omezíme na oblast částic se střední rapiditou $y = 0$ a zavedeme modifikovanou Besselovu funkci K_1 , vztah (2.24) přejde na tvar

$$\frac{d^2N}{m_T dm_T d\phi dy} \Big|_{y=0} = \frac{2\pi \tau_{f_0} \int r dr G(r)}{(2\pi)^3} m_T K_1\left(\frac{m_T}{T}\right), \quad (2.25)$$

faktor $2\pi \tau_{f_0} \int r dr G(r)$ je spojený s objemem, ze kterého částice pocházejí.

2.1 Tok částic

2.1.4 Příčná expanze

Reálný fireball se rozpíná také ve směru kolmém ke směru svazku. Budeme uvažovat azimutálně symetrický fireball, který je produkován v centrální srážce. Musíme zahrnout příčnou rychlosť, která má dvě složky

$$v_x = v_t(r) \cos \phi, \quad (2.26)$$

$$v_y = v_t(r) \sin \phi. \quad (2.27)$$

Příčná rychlosť je závislá na vzdálenosti od podélné osy fireballu r . Fireball parametrizujeme pomocí příčné rapidity $\eta_t(r)$, která musí vymizet pro $r = 0$, jelikož uprostřed není žádný příčný pohyb.

Čtyřrychlosť popisující rozpínání systému je v tomto případě dána vztahem

$$u^\mu = (\cosh \eta_s \cosh \eta_t, \sinh \eta_t \cos \phi, \sinh \eta_t \sin \phi, \cosh \eta_t \sinh \eta_s). \quad (2.28)$$

Pro příčnou rychlosť expanze pak platí

$$v_t = \frac{\tanh \eta_t(r)}{\cosh \eta_s}. \quad (2.29)$$

Energie částice v klidové soustavě systému je dána vztahem

$$E^* = p_\mu u^\mu = m_T \cosh(\eta_s - y) \cosh \eta_t - p_T \sinh \eta_t \cos(\phi - \phi'). \quad (2.30)$$

Příčné hmotnostní spektrum má pak podle kroků v kapitole 2.1.3 tvar

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N}{m_T dm_T d\phi dy} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \tau_{f_0} \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^\infty d\eta_s m_T \cosh(\eta_s - y) G(r) \\ &\times \exp \left(-\frac{m_T \cosh(\eta_s - y) \cosh \eta_t(r) - p_T \sinh \eta_t(r) \cos(\phi - \phi')}{T} \right). \end{aligned} \quad (2.31)$$

2 TEPLOTA FIREBALLU A JEHO EXPANZE V PODÉLNÉM A PŘÍČNÉM SMĚRU

Zavedeme modifikované Besselovy funkce I_0 a K_1 . Pro $\tau = \text{konst}$ vyintegrujeme přes η_s a ϕ a dostaneme hledané spektrum

$$\frac{d^3 N}{m_T dm_T d\phi dy} \Big|_{y=0} = \frac{\tau m_T}{(2\pi)^2} \int r dr G(r) I_0 \left(\frac{p_T \sinh \eta_t(r)}{T} \right) \cdot K_1 \left(\frac{m_T \cosh \eta_t(r)}{T} \right). \quad (2.32)$$

Výpočtu tvaru nadplochy pro specifickou volbu souřadnic a parametrů je věnována kapitola 3.

Vztahy z kapitol 2.1.2, 2.1.3 a 2.1.4 byly převzaty z [12].

2.2 Bjorkenův model

Bjorkenův model je založen na předpokladu, že rozdelení rapidity nabitých částic, $\frac{dN_{ch}}{dy}$, je konstantní v oblasti střední rapidity. To znamená, že centrální oblast fireballu je Lorentzovsky boost-invariantní podél osy svazku.

V tomto modelu nezávisí vývoj systému na časoprostorové rapiditě η_s , závisí pouze na podélném vlastním čase τ a na příčných souřadnicích x a y . Všechny části fireballu se vyvíjí ve svém vlastním podélném čase a měly by se oddělit ve stejném čase τ_f .

Nadplocha vymrznutí je pak dána požadavkem

$$\tau = \tau_f = \text{konst}. \quad (2.33)$$

Nadplochu vymrznutí pak parametrizujeme pomocí příčných polárních souřadnic r, ϕ a časoprostorové rapidity η_s , [12, 1].

3 Různé tvary nadplochy vymrznutí a profily příčné rychlosti expanze

3.1 Vztah Coopera a Fryea

Cílem této kapitoly je spočítat rozdělení částic emitovaných při tepelném vymrznutí.

Počet částic oddělených z malého objemu dV , které mají při vymrznutí rovnovážné rozdělení $f_{eq}(E_p)$, je dán výrazem

$$dN = dV \int d^3 p f_{eq}(E_p). \quad (3.1)$$

Tato rovnice je však platná jen v klidové soustavě elementu tekutiny. Rovnici zobecníme tak, že přidáme rozdělení z různých elementů tekutiny, které se pohybují nezávisle na sobě.

Předešlý vztah přepíšeme do kovariantního tvaru

$$dN = dV_\mu \int p^\mu \frac{d^3 p}{E_p} f_{eq}(p.u), \quad (3.2)$$

kde u^μ je čtyřrychlosť elementu tekutiny a $dV^\mu = dV u^\mu$. V klidové soustavě, kde je čtyřrychlosť elementu tekutiny $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$, přejde rovnice (3.2) v rovnici (3.1). Protože dV^μ a u^μ závisí na časoprostorové pozici x , pro počet částic získáme

$$N = \int dV_\mu(x) \int p^\mu \frac{d^3 p}{E_p} f_{eq}(p.u(x)). \quad (3.3)$$

Obecně nelze pro elementy objemu psát $dV^\mu = dV u^\mu$, protože v rané fázi srážky je mnoho částic emitovaných z kraje systému. Element tekutiny pak získáme vynásobením emisních oblastí časem, po který se umise uskutečňovala. Potom říkáme, že dV^μ má prostoru-podobný charakter. Výraz pro počet částic N má potom stejný tvar jako rovnice (3.3), ale element objemu $dV^\mu(x)$ není závislý na čtyřrychlosti $u^\mu(x)$. Výraz pro $dV^\mu(x)$ získáme z teorie, která se používá pro časoprostorový vývoj hmoty [1].

Pokud zahrneme do výpočtu všechny tyto předchozí výrazy, lze počet částic N , které se

3 RŮZNÉ TVARY NADPLOCHY VYMRZNUTÍ A PROFILE PŘÍČNÉ RYCHLOSTI EXPANZE

oddělí z nadplochy vymrznutí Σ , psát ve tvaru

$$N = \int \frac{d^3 p}{E_p} \int d\Sigma_\mu(x) p^\mu f(x, p). \quad (3.4)$$

Tento vztah se nazývá Cooper-Fryea.

Element tekutiny dV , který se pohybuje čtyřrychlostí u^μ , nahradíme tří-dimenzionálním elementem nadplochy vymrznutí $d\Sigma^\mu$, který je dán vztahem

$$d\Sigma_\mu = \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \frac{dx^\alpha}{d\alpha} \frac{dx^\beta}{d\beta} \frac{dx^\gamma}{d\gamma} d\alpha d\beta d\gamma, \quad (3.5)$$

kde $\varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}$ je Levi-Civitův tensor, parametry α, β, γ parametrizují trojrozměrnou nadplochu vymrznutí v čtyřrozměrném Minkowského prostoru. $d\Sigma^\mu$ můžeme považovat za čtyřvektor kolmý k nadploše s normou rovnou elementu objemu nadplochy. Komponenty čtyřvektoru $d\Sigma^\mu$ jsou za předpokladu $\varepsilon_{0123} = +1$ definovány vztahy

$$d\Sigma^0 = d\Sigma_0 = \varepsilon_{0ijk} \frac{dx^i}{d\alpha} \frac{dx^j}{d\beta} \frac{dx^k}{d\gamma} d\alpha d\beta d\gamma = \frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(\alpha, \beta, \gamma)} d\alpha d\beta d\gamma, \quad (3.6)$$

$$d\Sigma^1 = -d\Sigma_1 = -\varepsilon_{1\alpha\beta\gamma} \frac{dx^\alpha}{d\alpha} \frac{dx^\beta}{d\beta} \frac{dx^\gamma}{d\gamma} d\alpha d\beta d\gamma = \frac{\partial(x^2, x^3, x^0)}{\partial(\alpha, \beta, \gamma)} d\alpha d\beta d\gamma, \quad (3.7)$$

$$d\Sigma^2 = -d\Sigma_2 = -\varepsilon_{2\alpha\beta\gamma} \frac{dx^\alpha}{d\alpha} \frac{dx^\beta}{d\beta} \frac{dx^\gamma}{d\gamma} d\alpha d\beta d\gamma = -\frac{\partial(x^3, x^0, x^1)}{\partial(\alpha, \beta, \gamma)} d\alpha d\beta d\gamma, \quad (3.8)$$

$$d\Sigma^3 = -d\Sigma_3 = -\varepsilon_{3\alpha\beta\gamma} \frac{dx^\alpha}{d\alpha} \frac{dx^\beta}{d\beta} \frac{dx^\gamma}{d\gamma} d\alpha d\beta d\gamma = \frac{\partial(x^0, x^1, x^2)}{\partial(\alpha, \beta, \gamma)} d\alpha d\beta d\gamma. \quad (3.9)$$

Platí

$$\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(\alpha, \beta, \gamma)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial \alpha} & \frac{\partial x^1}{\partial \beta} & \frac{\partial x^1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial x^2}{\partial \alpha} & \frac{\partial x^2}{\partial \beta} & \frac{\partial x^2}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial x^3}{\partial \alpha} & \frac{\partial x^3}{\partial \beta} & \frac{\partial x^3}{\partial \gamma} \end{vmatrix}. \quad (3.10)$$

3.1 Vztah Coopera a Fryea

Rozdělení hybnosti vycházející z rovnice (3.4) má tedy tvar

$$E_p \frac{dN}{d^3 p} = \frac{d^3 N}{dy d^2 p_T} = \int d\Sigma_\mu(x) p^\mu f(x, p). \quad (3.11)$$

Pokud máme systém částic, které jsou v lokální termodynamické rovnováze, dostaneme vztah

$$E_p \frac{dN}{d^3 p} = \frac{d^3 N}{dy d^2 p_T} = \int d\Sigma_\mu(x) p^\mu f_{eq}(p^\alpha \cdot u_\alpha(x)), \quad (3.12)$$

kde funkce f_{eq} je rovnovážná rozdělovací funkce

$$f_{eq}(p^\alpha \cdot u_\alpha) = \frac{1}{(2\pi)^3} \left[\exp \left(\frac{p^\alpha u_\alpha - \mu}{T} \right) - \varepsilon \right]^{-1}. \quad (3.13)$$

Pro Fermi-Diracovo rozdělení platí $\varepsilon = -1$ a pro Bose-Einsteinovo rozdělení je $\varepsilon = +1$.

Vztahy v kapitole 3.1 byly převzaty z [1].

3.1.1 Emisní funkce

Časoprostorové rozdělení poloh a hybností emitovaných částic udává emisní funkce, kterou zavádíme ve tvaru

$$S(x, p) = \int d\Sigma_\mu(x') p^\mu \delta^{(4)}(x' - x) f(x', p). \quad (3.14)$$

Vyintegrováním emisní funkce přes čas a prostor získáme invariantní rozdělení hybností

$$\frac{d^3 N}{dy d^2 p_T} = \int d^4 x S(x, p) = \int d\Sigma_\mu(x) p^\mu f(x, p). \quad (3.15)$$

Emisní funkce je velice užitečná při určování fyzikálních podmínek vymrznutí.

3 RŮZNÉ TVARY NADPLOCHY VYMRZNUTÍ A PROFILE PŘÍČNÉ RYCHLOSTI EXPANZE

3.2 Odvození tvaru nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu

Pro odvození nadplochy vymrznutí parametrizovanou parabolou si zavedeme souřadnice

$$x^0 = t = \tau_f(r) \cosh \eta_{\parallel}, \quad (3.16)$$

$$x^1 = r \cos \phi, \quad (3.17)$$

$$x^2 = r \sin \phi, \quad (3.18)$$

$$x^3 = \tau_f(r) \sinh \eta_{\parallel}. \quad (3.19)$$

Podélný vlastní čas je dán parabolickou závislostí

$$\tau_f(r) = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 \quad (3.20)$$

znázorněnou na Obr.3.1.

Proměnné popisující systém jsou tedy $\eta_{\parallel}, \phi, r$.

Čtyřvektor $d\Sigma^\mu$ má podle vztahů (3.6),(3.7),(3.8),(3.9) tvar

$$d\Sigma^\mu = (\cosh \eta_{\parallel}, \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} \cos \phi, \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} \sin \phi, \sinh \eta_{\parallel}) r \tau_f(r) d\eta_{\parallel} dr d\phi. \quad (3.21)$$

Podrobné odvození výrazu (3.21) je provedeno v Příloze A.

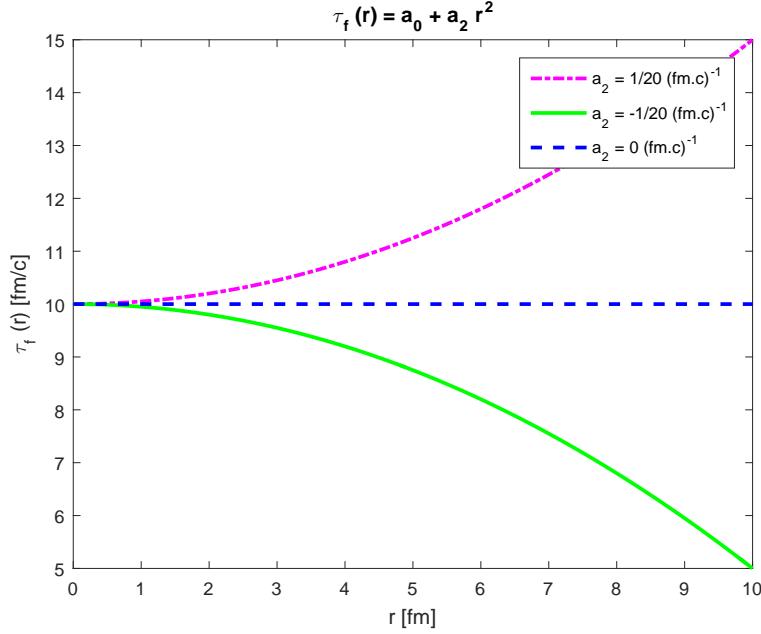
Čtyřhybnost je definovaná jako

$$p^\mu = (m_T \cosh y, p_T \cos \phi', p_T \sin \phi', m_T \sinh y), \quad (3.22)$$

kde y je rapidita, m_T příčná hmotnost částice, resp. p_T příčná hybnost částice a ϕ' je azimutální úhel.

Vynásobením čtyřhybnosti a čtyřvektoru $d\Sigma_\mu$ získáme

3.2 Odvození tvaru nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu



Obrázek 3.1: Graf závislosti podélného vlastního času $\tau_f(r)$ na r .

$$\begin{aligned}
 d\Sigma_\mu p^\mu &= \left(m_T \cosh y \cosh \eta_{\parallel} - \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} p_T \cos \phi \cos \phi' \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} p_T \sin \phi \sin \phi' - m_T \sinh y \sinh \eta_{\parallel} \right) \cdot r \tau_f(r) d\eta_{\parallel} d\phi dr \\
 &= \left(m_T \cosh(y - \eta_{\parallel}) - \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} p_T \cos(\phi - \phi') \right) \tau_f(r) r d\eta_{\parallel} d\phi dr.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Dále je nutné si spočítat rovnovážnou rozdělovací funkci (rovnice 3.13). V dalších výpočtech budeme pokládat chemický potenciál $\mu = 0$.

Čtyřrychlost příčné expanze je definována rovnicí

$$u^\mu = (\cosh \eta_t \cosh \eta_{\parallel}, \sinh \eta_t \cos \phi, \sinh \eta_t \sin \phi, \cosh \eta_t \sinh \eta_{\parallel}), \tag{3.24}$$

kde

$$\sinh \eta_t = \eta_f \left(\frac{r}{R} \right), \tag{3.25}$$

R je poloměr fireballu.

3 RŮZNÉ TVARY NADPLOCHY VYMRZNUTÍ A PROFILE PŘÍČNÉ RYCHLOSTI EXPANZE

Po vynásobení p^μ a u_μ dostaneme

$$\begin{aligned} p^\mu u_\mu &= (m_T \cosh y \cosh \eta_{\parallel} \cosh \eta_t - p_T \sinh \eta_t \cos \phi \cos \phi' - p_T \sinh \eta_t \sin \phi \sin \phi' \\ &\quad - m_T \cosh \eta_t \sinh y \sinh \eta_{\parallel}) = m_T \cosh \eta_t \cosh(y - \eta_{\parallel}) - p_T \sinh \eta_t \cos(\phi - \phi') \end{aligned} \quad (3.26)$$

Spektrum, které získáme dosazením vztahů (3.23) a (3.26) do rovnice (3.13), má tvar

$$\begin{aligned} E \frac{dN}{d^3p} &= \int \left(m_T \cosh(y - \eta_{\parallel}) - \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} p_T \cos(\phi - \phi') \right) \tau_f r d\eta_{\parallel} dr d\phi \\ &\times \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \exp \left[\frac{1}{T} (m_T \cosh \eta_t \cosh(y - \eta_{\parallel}) - p_T \sinh \eta_t \cos(\phi - \phi')) - \varepsilon \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Meze integrálu zvolíme jako $r \in (0, R)$, $\eta_{\parallel} \in (-\infty, +\infty)$, $\phi \in (0, 2\pi)$, kde R je poloměr fireballu.

3.2.1 Odvození pro fermiony

Začneme s odvozením spektra pro fermiony (protony), které mají Fermi-Diracovo rozdělení a tudíž $\varepsilon = -1$.

Nejdříve spočítáme první část integrálu

$$\begin{aligned} E \frac{dN}{d^3p} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int m_T \cosh(y - \eta_{\parallel}) \tau_f(r) r \\ &\times \frac{d\eta_{\parallel} dr d\phi}{\exp \left[\frac{m_T \cosh \eta_t \cosh(y - \eta_{\parallel}) - p_T \sinh \eta_t \cos(\phi - \phi')}{T} \right] + 1}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

3.2 Odvození tvaru nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu

Pro výpočet integrálu použijeme vztah

$$\begin{aligned} \frac{1}{e^x + 1} &= e^{-x} \frac{1}{1 + e^{-x}} = e^{-x} \sum_{n=0}^{\infty} (-e^{-x})^n = - \sum_{n=1}^{\infty} (-e^{-x})^n \\ &= - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (-e^{-nx}) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-nx}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Po použití vztahu (3.29) přejde integrál (3.28) do tvaru

$$E \frac{dN}{d^3 p} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{m_T}{(2\pi^2)} \int_0^R r \tau_f dr I_0 \left(\frac{n p_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_1 \left(\frac{n m_T \cosh \eta_t}{T} \right), \quad (3.30)$$

kde I_0 a K_1 jsou modifikované Besselovy funkce, které jsou odvozeny ze vztahů

$$K_\nu(z) = \int_0^\infty e^{-z \cosh t} \cosh(\nu t) dt, \quad (3.31)$$

$$I_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{-z \cos \phi} d\phi. \quad (3.32)$$

Vztahy (3.31) a (3.32) byly převzaty z [17].

Podrobnější odvození integrálu (3.29) je provedeno v Příloze A.

Druhá část integrálu (3.27)

$$\begin{aligned} E \frac{dN}{d^3 p} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} p_T \tau_f r \cos(\phi - \phi') \\ &\times \frac{d\eta_{||} dr d\phi}{\exp \left[\frac{m_T \cosh \eta_t \cosh(y - \eta_{||}) - p_T \sinh \eta_t \cos(\phi - \phi')}{T} \right] + 1}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

se počítá obdobně.

Po použití vztahu (3.29) získáme

3 RŮZNÉ TVARY NADPLOCHY VYMRZNUTÍ A PROFILE PŘÍČNÉ RYCHLOSTI EXPANZE

$$E \frac{dN}{d^3 p} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{p_T}{(2\pi^2)} \int_0^R \left(-\frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} \tau_f(r) r \right) dr I_1 \left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_0 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right), \quad (3.34)$$

kde I_1, K_0 jsou modifikované Besselovy funkce. K_0 je definovaná vztahem (3.31) a I_1 je daná vztahem

$$I_1(z) = I'_0(z). \quad (3.35)$$

Vztah (3.35) byl převzat z [17].

Podrobnější odvození integrálu (3.34) je v Příloze A.

Dohromady tedy máme

$$\begin{aligned} E \frac{dN}{d^3 p} &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{m_T}{(2\pi^2)} \int_0^R r \tau_f dr I_0 \left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_1 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{p_T}{(2\pi^2)} \int_0^R \left(-\frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} \tau_f(r) r \right) dr I_1 \left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_0 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right), \end{aligned} \quad (3.36)$$

kde

$$\sinh \eta_t = \eta_f \frac{r}{R}, \quad (3.37)$$

$$\cosh \eta_t = \sqrt{1 + \eta_f^2 \left(\frac{r}{R} \right)^2}, \quad (3.38)$$

$$p_T = \sqrt{m_T^2 - m^2}. \quad (3.39)$$

Po dosazení

$$\tau_f(r) = a_0 + a_1 r + a_2 r^2, \quad (3.40)$$

$$a_1 = 0, \quad (3.41)$$

3.2 Odvození tvaru nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu

do rovnice (3.36) získáme výsledné spektrum nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci ve tvaru

$$E \frac{dN}{d^3p} = \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{m_T}{(2\pi^2)} \int_0^R (a_0 r + a_2 r^3) dr I_0 \left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_1 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right) \\ + \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{p_T}{(2\pi^2)} \int_0^R (-2a_2 a_0 r^2 - 2a_2^2 r^4) dr I_1 \left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_0 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right). \quad (3.42)$$

Spektrum v příčné hmotnosti pro protony je pro hodnoty parametrů

$$T = 120 \text{ MeV}, \quad (3.43)$$

$$a_0 = 10 \text{ fm/c}, \quad (3.44)$$

$$a_2 = \pm \frac{1}{20} (\text{fm.c})^{-1}, 0 (\text{fm.c})^{-1}, \quad (3.45)$$

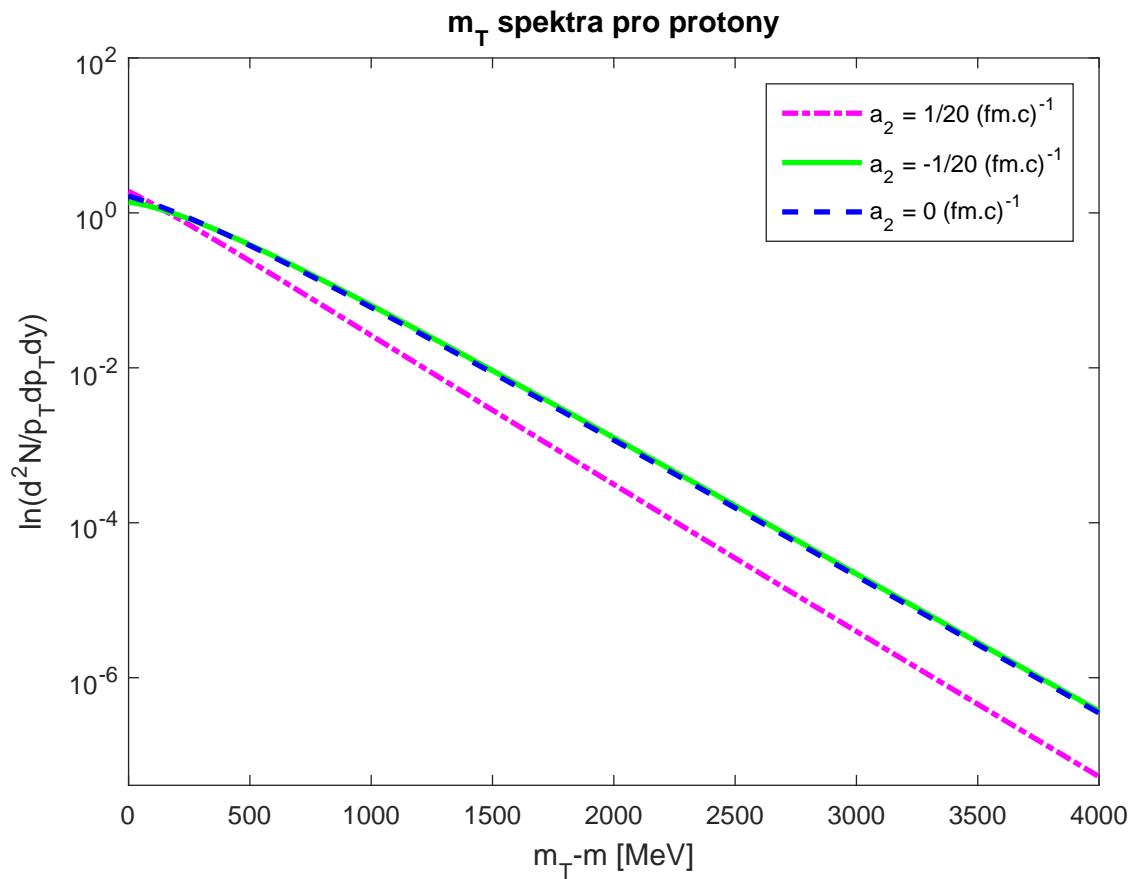
$$\eta_f = 0, 8, \quad (3.46)$$

$$R = 10 \text{ fm}, \quad (3.47)$$

$$m_p = 938 \text{ MeV/c}^2 \quad (3.48)$$

vykresleno na Obr.3.2.

3 RŮZNÉ TVARY NADPLOCHY VYMRZNUTÍ A PROFILY PŘÍČNÉ RYCHLOSTI EXPANZE



Obrázek 3.2: Spektrum v příčné hmotnosti pro protony se zahrnutím příčné expanze při teplotě $T = 120$ MeV. Nadplocha vymrznutí je parametrisována parabolickou funkcí.

3.2 Odvození tvaru nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu

3.2.2 Odvození pro bosony

Odvození rozdělení částic pro bosony (piony a kaony) je obdobné. Bosony mají Bose-Einsteinovo rozdělení, pro které je $\varepsilon = +1$.

Pro výpočet integrálu použijeme vztah

$$\frac{1}{e^x - 1} = e^{-x} \frac{1}{1 - e^{-x}} = e^{-x} \sum_{n=0}^{\infty} (e^{-x})^n = \sum_{n=1}^{\infty} (e^{-x})^n = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}. \quad (3.49)$$

Za hmotnost dosadíme pro piony hodnotu

$$m_{\pi^\pm} = 140 \text{ MeV}/c^2 \quad (3.50)$$

a pro kaony hodnotu

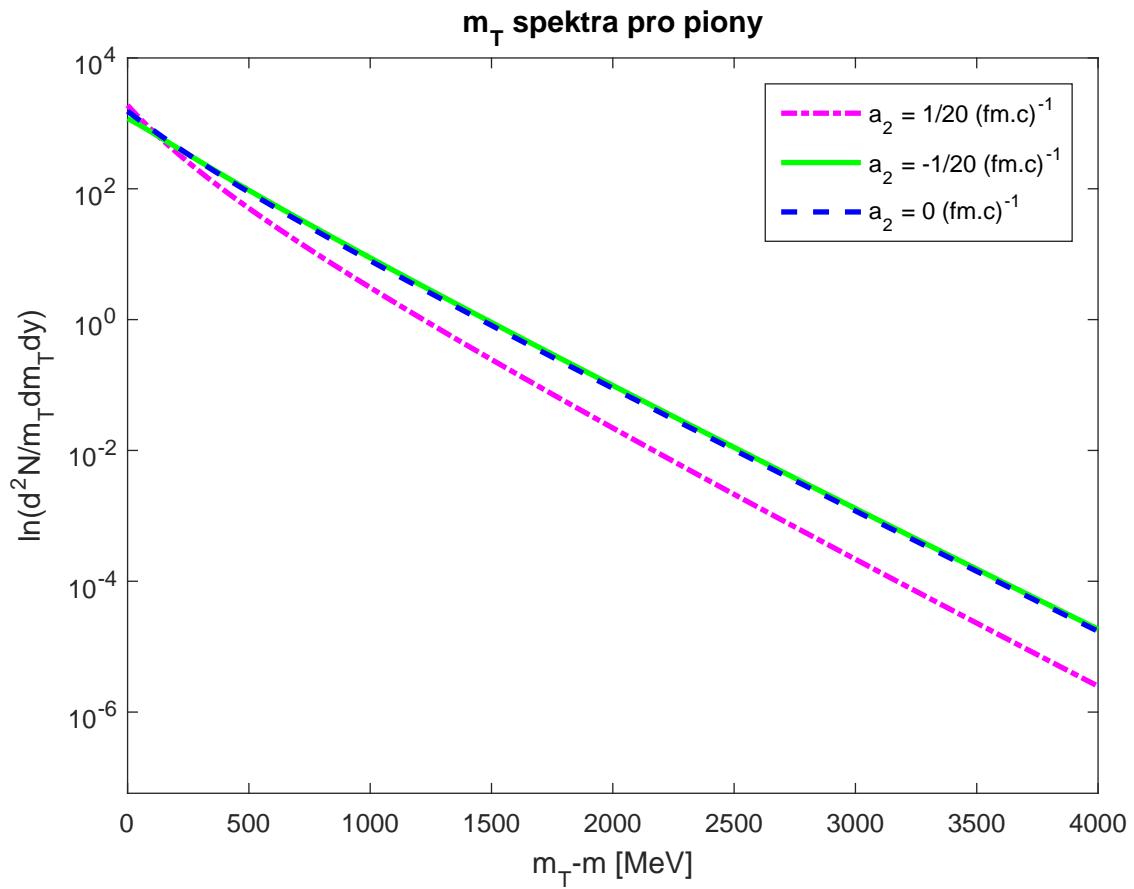
$$m_{K^\pm} = 494 \text{ MeV}/c^2. \quad (3.51)$$

Při použití stejných vztahů jako pro protony bude mít výsledné spektrum nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci pro kaony a piony tvar

$$\begin{aligned} E \frac{dN}{d^3p} &= \sum_{n=1}^3 \frac{m_T}{(2\pi^2)} \int_0^R (a_0 r + a_2 r^3) dr I_0 \left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_1 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right) \\ &\quad - \sum_{n=1}^3 \frac{p_T}{(2\pi^2)} \int_0^R (2a_2 a_0 r^2 + 2a_2^2 r^4) dr I_1 \left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_0 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right). \end{aligned} \quad (3.52)$$

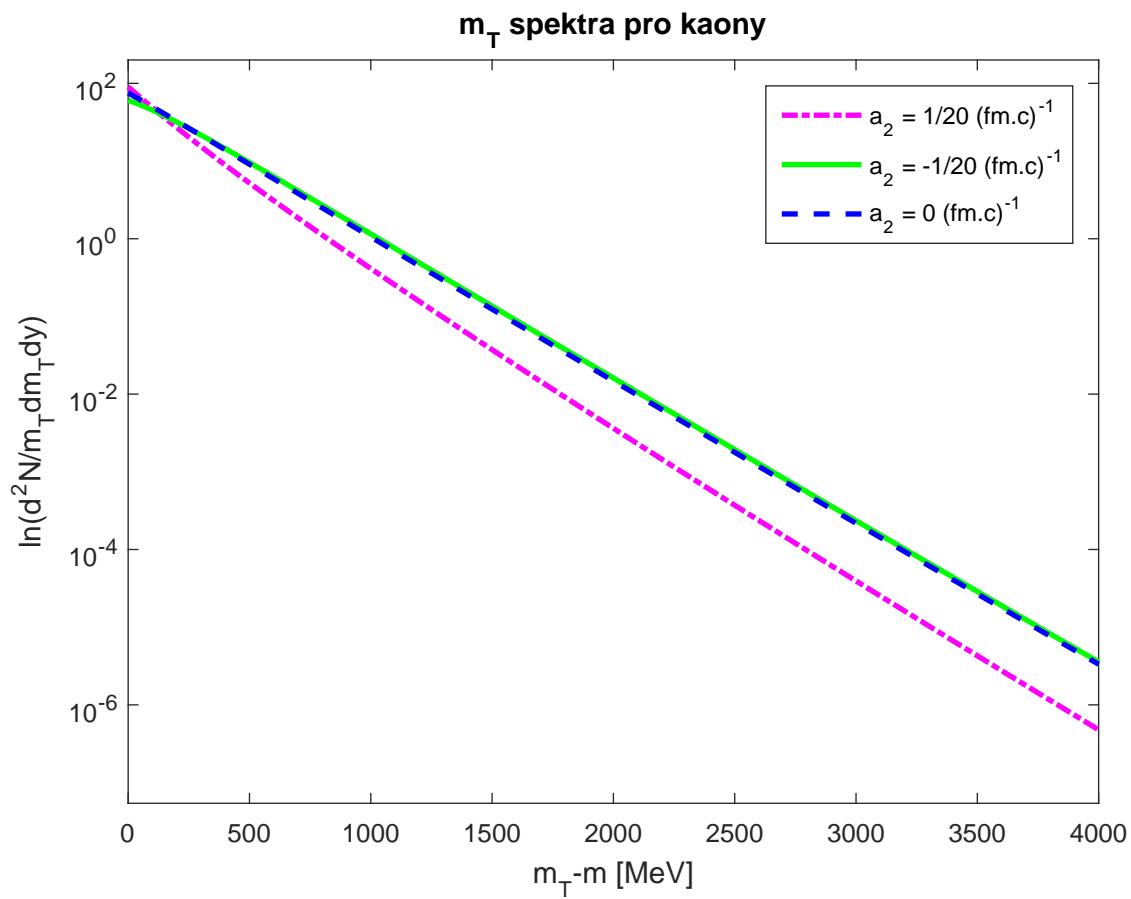
Spektrum v příčné hmotnosti pro piony je vyobrazeno na Obr.3.3 a pro kaony na Obr.3.4.

3 RŮZNÉ TVARY NADPLOCHY VYMRZNUTÍ A PROFILY PŘÍČNÉ RYCHLOSTI EXPANZE



Obrázek 3.3: Spektrum v příčné hmotnosti pro piony se zahrnutím příčné expanze při teplotě $T = 120$ MeV. Nadplocha vymrznutí je parametrisována parabolickou funkcí.

3.2 Odvození tvaru nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu



Obrázek 3.4: Spektrum v příčné hmotnosti pro kaony se zahrnutím příčné expanze při teplotě $T = 120$ MeV. Nadplocha vymrznutí je parametrizována parabolickou funkcí.

3 RŮZNÉ TVARY NADPLOCHY VYMRZNUTÍ A PROFILY PŘÍČNÉ RYCHLOSTI EXPANZE

3.3 Efektivní parametr sklonu spektra

Pro spektra v příčné hybnosti se zahrnutím příčné expanze není dán sklon spektra pouze teplotou T . Sklon spektra je potom zaveden vztahem

$$T^* = \left[-\frac{d}{dm_T} \ln \left(\frac{d^2 N}{m_T dm_T d\phi dy} \right) \right]^{-1}. \quad (3.53)$$

V relativistické limitě $p_T \gg m$ dostaneme

$$T^* = \sqrt{\frac{1 + \langle v_t \rangle}{1 - \langle v_t \rangle}}, \quad (3.54)$$

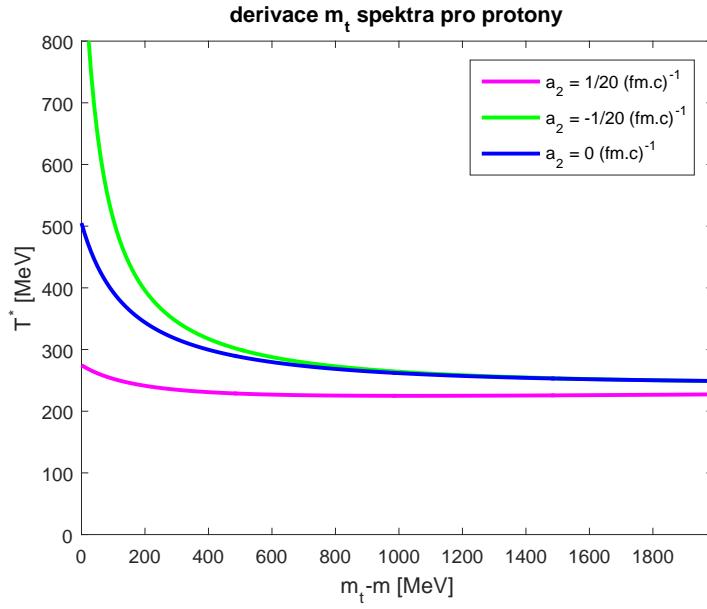
kde $\langle v_t \rangle$ je průměrná příčná rychlosť expanze.

V nerelativistické limitě pro $p_T < m$ je parametr T^* dán vztahem [24]

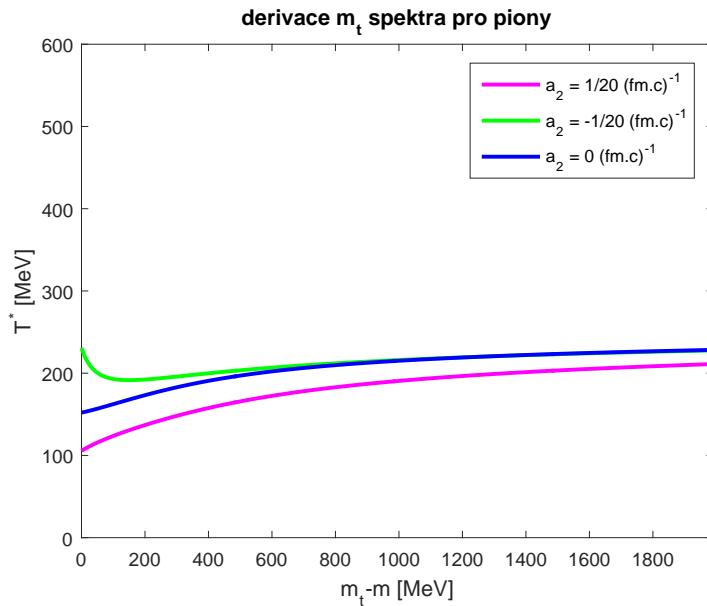
$$T^* = T + m \langle v_t \rangle^2. \quad (3.55)$$

Parametr sklonu je větší než T v případě, že zahrnujeme příčnou expanzi fireballu. Spektra se pak stávají méně strmá. Méně strmá jsou pak také spektra těžších částic a tudíž je pro ně parametr sklonu T^* větší než pro lehčí částice, jak je vidět z obrázků 3.5, 3.6 a 3.7. Na těchto obrázkách je pro protony, piony a kaony vykreslen graf závislosti parametru sklonu T^* na hodnotě $m_T - m$.

3.3 Efektivní parametr sklonu spektra

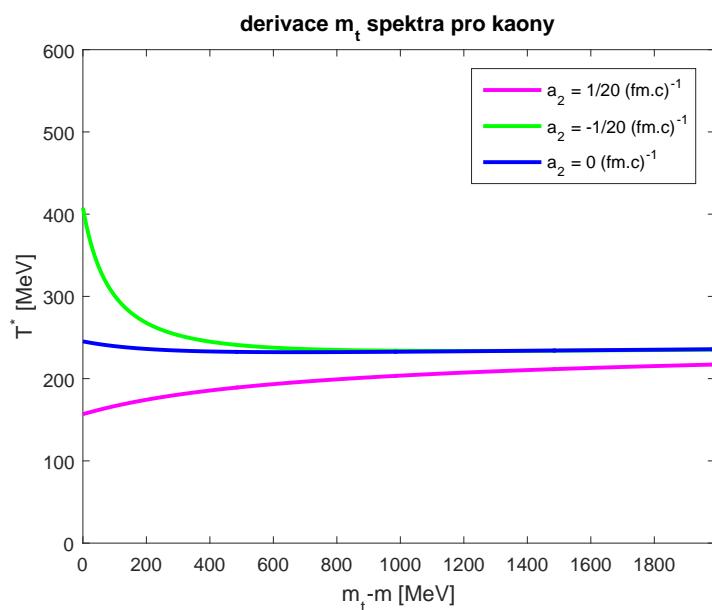


Obrázek 3.5: Graf závislosti parametru sklonu T^* na $m_T - m$ pro spektrum protonů parametrizované parabolickou funkcí.



Obrázek 3.6: Graf závislosti parametru sklonu T^* na $m_T - m$ pro spektrum pionů parametrizované parabolickou funkcí.

3 RŮZNÉ TVARY NADPLOCHY VYMRZNUTÍ A PROFILY PŘÍČNÉ RYCHLOSTI EXPANZE



Obrázek 3.7: Graf závislosti parametru sklonu T^* na $m_T - m$ pro spektrum kaonů parametrizované parabolickou funkcí.

4 Viskozita a její vliv na spektra v příčné hybnosti

4.1 Ideální a neideální hydrodynamika

Důležitým výsledkem z relativistického těžko-iontového collideru (RHIC) je pozorování kolektivního pohybu, díky němuž byl naměřen velký eliptický tok v necentrálních srážkách. Eliptický tok je popsán druhou harmonickou komponentou azimutálního rozdělení produkovaných částic

$$v_2(p_T) = \langle \cos(2\phi) \rangle_{p_T} = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} d\phi \cos(2\phi) \frac{d^3 N}{dy p_T dp_T d\phi}}{\int_{-\pi}^{\pi} d\phi \frac{d^3 N}{dy p_T dp_T d\phi}}, \quad (4.1)$$

kde ϕ je měřeno vzhledem k reakční rovině.

Jedním z možných vysvětlení pozorovaného toku je, že hydrodynamický tlak vzniká z rozptylu produkovaných sekundárních částic a gradienty tlaku následně řídí kolektivní pohyb.

Silná hydrodynamická odezva nastává v případě, že je délka utlumení

$$\Gamma_S = \frac{4}{3} \frac{\eta}{e + p} \quad (4.2)$$

podstatně menší než škála rozpínání, $\sim \tau$. V rovnici (4.2) je η smyková viskozita, e je hustota energie a p je tlak.

Ideální hydrodynamika ale nevyhovuje z několika důvodů. Pro hodnotu $p_T \approx 1.5 GeV$ pozorovaný eliptický tok dále neroste tak, jak předpovídá hydrodynamika. Také jednočásticová spektra se odchylí od hydrodynamických předpovědí pro $p_T \approx 1.5 GeV$. Dále HBT³ poloměry jsou podstatně menší než předpovídá ideální hydrodynamika. Vztahy a hodnoty v kapitole 4.1 byly převzaty z [19].

Abychom mohli určit korekce pro ideální hydrodynamiku, musíme studovat neideální (viskózní) hydrodynamiku. V posledních letech je viskózní hydrodynamika hodně zkoumána.

³Hanbury Brown-Twiss poloměr

4 VISKOZITA A JEJÍ VLIV NA SPEKTRA V PŘÍČNÉ HYBNOSTI

Studie používají různý formalismus a studují různá $v_2(p_T)$ s ohledem na počáteční smykovou viskozitu, model pro počáteční geometrii a další parametry.

Rozdělení částic po vymrznutí je dáno vztahem

$$f = f_0 + \delta f, \quad (4.3)$$

kde f_0 je rovnovážná rozdělovací funkce a δf je korekce v prvním řádu v gradientech rychlosti a hustoty [18].

Efekt viskozity je dvojí. Za prvé viskozita mění řešení pohybové rovnice. Za druhé viskozita mění lokální rovnovážnou rozdělovací funkci, jak je vidět z rovnice (4.3).

Tato kapitola se tedy zabývá výpočtem první korekce tepelné rozdělovací funkce rozpínajícího se plynu v důsledku přítomnosti smykové viskozity.

4.2 Viskózní korekce pro Bjorkenovu expanzi

Budeme uvažovat Bjorkenovu expanzi nekonečně velkého jádra bez příčného toku. Čtyřrychlosť je v tomto případě daná rovnicí (2.22). V oblasti střední časoprostorové rapidity je tensor hybnosti a energie v čase τ_0 dán vztahem

$$T_0^{\mu\nu} + \eta \langle \nabla^\mu u^\nu \rangle = \begin{vmatrix} e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p + \frac{2}{3} \frac{\eta}{\tau_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p + \frac{2}{3} \frac{\eta}{\tau_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p - \frac{4}{3} \frac{\eta}{\tau_0} \end{vmatrix}, \quad (4.4)$$

kde $T_0^{\mu\nu}$ označuje v klidové soustavě tekutiny ideální tenzor energie a hybnosti $diag(e, p, p, p)$

a

$$\eta \langle \nabla^\mu u^\nu \rangle = \frac{\eta}{s} \frac{1}{2T^3} \left[\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E} p^\mu p^\nu p^\alpha p^\beta f_0 (1 \pm f_0) \right] \langle \nabla_\alpha u_\beta \rangle. \quad (4.5)$$

Pro blast-wave model je vztah (4.5) určen vztahy (4.34), (4.35) a (4.36), které budou odvozeny později.

4.3 Viskózní tenzor a blast-wave model

Podélný tlak je snížený expanzí

$$T^{zz} = p - \frac{4}{3} \frac{\eta}{\tau_0}, \quad (4.6)$$

zatímco příčný tlak je zvýšený expanzí

$$T^{xx} = p + \frac{2}{3} \frac{\eta}{\tau_0}. \quad (4.7)$$

Rozdíl mezi podélným a příčným tlakem mění p_T spektrum tepelného rozdělení. Tepelné spektrum částic v příčné rovině ve vlastním čase τ_0 je dáno vztahem

$$\frac{d^2N}{d^2p_T dy} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int p^\mu d\Sigma_\mu f. \quad (4.8)$$

Po dosazení rovnosti (4.3) do dovnice (4.8) dostaneme

$$\frac{d^2N^{(0)}}{d^2p_T dy} + \frac{d^2N^{(1)}}{d^2p_T dy} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int p^\mu d\Sigma_\mu (f_0 + \delta f), \quad (4.9)$$

kde $d\Sigma_\mu$ je čtyřvektor popisující nadplochu vymrznutí a δf je viskózní korekce definovaná vztahem

$$\delta f = \frac{3}{8} \frac{\Gamma_s}{T^2} f_0 \left(\frac{p \cdot u}{T} \right) \left(1 \pm f_0 \left(\frac{p \cdot u}{T} \right) \right) p^\alpha p^\beta \langle \nabla_\alpha u_\beta \rangle, \quad (4.10)$$

kde $(1 + f_0)$ je pro bosony a $(1 - f_0)$ je pro fermiony.

4.3 Viskózní tenzor a blast-wave model

K odvození korekce použijeme Bjorkenovy souřadnice:

podélný čas

$$\tau = \sqrt{t^2 - z^2}, \quad (4.11)$$

časoprostorovou rapiditu

$$\eta_S = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t+z}{t-z} \right), \quad (4.12)$$

4 VISKOZITA A JEJÍ VLIV NA SPEKTRA V PŘÍČNÉ HYBNOSTI

vzdálenost od středu fireballu

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (4.13)$$

a úhel

$$\phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{y}{x} \right). \quad (4.14)$$

V tomto souřadném systému je metrický tenzor dán vztahem

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\tau^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \end{vmatrix} \quad (4.15)$$

A příslušná matice (g^{ij}) má tvar

$$(g^{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{r^2} \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

kde

$$g^{\tau\tau} = 1, \quad (4.17)$$

$$g^{\eta_s \eta_s} = -\frac{1}{\tau^2}, \quad (4.18)$$

$$g^{rr} = -1, \quad (4.19)$$

$$g^{\phi\phi} = -\frac{1}{r^2}. \quad (4.20)$$

4.3 Viskózní tenzor a blast-wave model

Christofellovy symboly jsou definovány vztahem

$$\Gamma_{ij}^s = g^{ks} [ij, k] = \frac{1}{2} g^{ks} \left\{ \frac{\partial g_{ik}}{\partial q^j} + \frac{\partial g_{jk}}{\partial q^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial q^k} \right\}, \quad (4.21)$$

pro který platí

$$[ij, k] = [ji, k]. \quad (4.22)$$

Vztahy (4.21) a (4.22) byly převzaty z [25].

Jediné nemizející Christofellovy symboly pak jsou

$$\Gamma_{\eta_s \eta_s}^\tau = \frac{1}{2} g^{\tau\tau} \left\{ \frac{\partial g_{\eta_s \tau}}{\partial \eta_s} + \frac{\partial g_{\eta_s \tau}}{\partial \tau} - \frac{\partial g_{\eta_s \eta_s}}{\partial \tau} \right\} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\tau = \tau, \quad (4.23)$$

$$\Gamma_{\tau \eta_s}^{\eta_s} = \frac{1}{2} g^{\eta_s \eta_s} \left\{ \frac{\partial g_{\tau \eta_s}}{\partial \eta_s} + \frac{\partial g_{\eta_s \eta_s}}{\partial \tau} - \frac{\partial g_{\tau \eta_s}}{\partial \eta_s} \right\} = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\tau^2} \right) \cdot (-2\tau) = \frac{1}{\tau}, \quad (4.24)$$

$$\Gamma_{\phi \phi}^r = \frac{1}{2} g^{rr} \left\{ \frac{\partial g_{\phi r}}{\partial \phi} + \frac{\partial g_{\phi r}}{\partial r} - \frac{\partial g_{\phi \phi}}{\partial r} \right\} = \frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-2r) = -r, \quad (4.25)$$

$$\Gamma_{r \phi}^\phi = \frac{1}{2} g^{\phi \phi} \left\{ \frac{\partial g_{r \phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial g_{\phi \phi}}{\partial r} - \frac{\partial g_{r \phi}}{\partial \phi} \right\} = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{r^2} \right) \cdot (-2r) = \frac{1}{r}. \quad (4.26)$$

Hydrodynamická pole jsou parametrizována jako

$$u^r(\tau_0, \eta_s, r, \phi) = u_0 \frac{r}{R_0}, \quad (4.27)$$

$$u^\phi = 0, \quad (4.28)$$

$$u^{\eta_s} = 0, \quad (4.29)$$

$$u^\tau = \sqrt{1 + (u^r)^2}. \quad (4.30)$$

Dále předpokládáme, že fireball má ve všech místech stejnou teplotu T .

Pro boost-invariantní expanzi bez příčného toku platí

$$u^{\eta_s} = u^r = u^\phi = 0, \quad (4.31)$$

4 VISKOZITA A JEJÍ VLIV NA SPEKTRA V PŘÍČNÉ HYBNOSTI

$$u^\tau = 1. \quad (4.32)$$

Rychlostní pole splňuje

$$u^\mu u_\mu = 1. \quad (4.33)$$

Pro centrální srážky je $u_2 = 0$. Rychlosť ve směru η je dána vztahem τu^{η_s} a rychlosť ve směru ϕ vztahem ru^ϕ .

Jediné nenulové prostorové komponenty viskózního tenzoru jsou dány vztahy

$$\langle \nabla^r u^r \rangle = \frac{2}{3\tau}, \quad (4.34)$$

$$r^2 \langle \nabla^\phi u^\phi \rangle = \frac{2}{3\tau}, \quad (4.35)$$

$$\tau^2 \langle \nabla^{\eta_s} u^{\eta_s} \rangle = -\frac{4}{3\tau}. \quad (4.36)$$

Vztahy (4.34), (4.35), (4.36) jsou odvozeny v Příloze B.

4.4 Bjorkenova expanze

Čtyřhybnost je dána vztahem

$$p^\mu = (E, p^x, p^y, p^z) = (m_T \cosh y, p_T \cos \phi', p_T \sin \phi', m_T \sinh y). \quad (4.37)$$

Dále platí

$$p^\tau = m_T \cosh(y - \eta_s), \quad (4.38)$$

$$\tau p^{\eta_s} = m_T \sinh(y - \eta_s), \quad (4.39)$$

$$p^r = p_T \cos(\phi - \phi'), \quad (4.40)$$

$$rp^\phi = p_T \sin(\phi - \phi'). \quad (4.41)$$

4.5 Odvození viskozity pro protony

Pro odvození viskózního tenzoru ještě potřebujeme

$$p^\phi p^\phi \langle \nabla_\phi u_\phi \rangle = p_T^2 \sin^2(\phi - \phi') \frac{2}{3\tau}, \quad (4.42)$$

$$p^{\eta_s} p^{\eta_s} \langle \nabla_{\eta_s} u_{\eta_s} \rangle = -m_T^2 \sinh^2(y - \eta_s) \frac{4}{3\tau}, \quad (4.43)$$

$$p^r p^r \langle \nabla_r u_r \rangle = p_T^2 \cos^2(\phi - \phi') \frac{2}{3\tau}. \quad (4.44)$$

Pro viskózní tenzor pak dostaneme vztah

$$p^\mu p^\nu \langle \nabla_\mu u_\nu \rangle = p_T^2 \frac{2}{3\tau} - \frac{4}{3\tau} m_T^2 \sinh^2(y - \eta_s). \quad (4.45)$$

Pro viskózní korekci δf (pro $y = 0$) pak dostaneme

$$\begin{aligned} \delta f &= \frac{3}{8} \frac{\Gamma_s}{T^2} f_0 \left(\frac{p.u}{T} \right) \left(1 \pm f_0 \left(\frac{p.u}{T} \right) \right) p^\mu p^\nu \langle \nabla_\mu u_\nu \rangle \\ &= \frac{3}{8} \frac{\Gamma_s}{T^2} f_0 \left(\frac{p.u}{T} \right) \left(1 \pm f_0 \left(\frac{p.u}{T} \right) \right) \left(p_T^2 \frac{2}{3\tau} - \frac{4}{3\tau} m_T^2 \sinh^2(\eta_s) \right), \end{aligned} \quad (4.46)$$

kde $f_0 \left(\frac{p.u}{T} \right)$ je rovnovážná rozdělovací funkce a

$$\Gamma_s = \frac{4}{3} \eta' \frac{s}{e + p}, \quad (4.47)$$

kde e je hustota energie, p je tlak, s entropie a $\eta' = \frac{\eta}{s} = \frac{1}{10}$. Po dosazení teploty $T = 120 MeV$ do parametrizace stavové rovnice QCD [20] získáme

$$\Gamma_s = 0,94. \quad (4.48)$$

4.5 Odvození viskozity pro protony

Podle vztahů (3.6), (3.7), (3.8) a (3.9) dostáváme pro čtyřvektor elementu nadplochy

$$d\Sigma^\mu = (\cosh \eta_s, 0, 0, \sinh \eta_s) \tau r dr d\phi d\eta_s \quad (4.49)$$

4 VISKOZITA A JEJÍ VLIV NA SPEKTRA V PŘÍČNÉ HYBNOSTI

a po vynásobení čtyřhybností p^μ

$$p^\mu d\Sigma_\mu = (m_T \cosh \eta_s \cosh y - m_T \sinh \eta_s \sinh y) r \tau dr d\phi d\eta_s = m_T \cosh(y - \eta_s) \tau r d\eta_s dr d\phi. \quad (4.50)$$

Spektrum v příčné hmotnosti je součtem spektra nadplochy vymrznutí bez viskózní korekce a korekce ke spektru v důsledku viskozity.

$$\frac{d^2 N}{m_T dm_T dy} = \frac{d^2 N^{(0)}}{m_T dm_T dy} + \frac{d^2 N^{(1)}}{m_T dm_T dy} \quad (4.51)$$

Spektrum nadplochy vymrznutí s korekcí na viskozitu je pro Boltzmanovský plyn dáno vztahem

$$E \frac{dN^3}{d^3 p} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \int \int p^\mu d\Sigma_\mu \cdot f\left(\frac{p \cdot u}{T}\right) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \int \int p^\mu d\Sigma_\mu \left(f_0\left(\frac{p \cdot u}{T}\right) + \delta f\right), \quad (4.52)$$

kde je spektrum nadplochy vymrznutí bez viskózní korekce dáno vztahem

$$\frac{d^2 N^{(0)}}{m_T dm_T dy} = \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{\tau m_T}{2\pi^2} \int_0^R r dr K_1\left(\frac{nm_T}{T}\right). \quad (4.53)$$

Pro fermiony nahradíme v rovnici (4.52) funkci f_0 funkcí $f_0(1 - f_0)$. Dále je potřeba tedy spočítat $f_0(1 - f_0)$

$$f_0 = \frac{1}{\exp\left(\frac{p \cdot u}{T}\right) + 1} = \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \exp\left(-\frac{nm_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right), \quad (4.54)$$

$$f_0^2 = \exp\left(-\frac{2m_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right), \quad (4.55)$$

$$f_0 - f_0^2 = \exp\left(-\frac{m_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right) - 2 \exp\left(-\frac{2m_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right) + \exp\left(-\frac{3m_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right). \quad (4.56)$$

Vztahy (4.55) a (4.56) platí pouze do třetího členu rozvoje. Více členů pro výpočet ale nepotřebujeme.

4.5 Odvození viskozity pro protony

Korekce na viskozitu pro spektrum v příčné hmotnosti je dána vztahem

$$\begin{aligned} \frac{d^2N^{(1)}}{m_T dm_T dy} &= \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1}(1 + \delta_{n2}) \frac{1}{8\pi^2} \left[m_T p_T^2 + \frac{m_T^3}{2} \right] \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &\quad - \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1}(1 + \delta_{n2}) \frac{m_T^3}{16\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_3 \left(\frac{nm_T}{T} \right), \end{aligned} \quad (4.57)$$

z kterého je vidět, že člen pro $n = 2$ je započten dvakrát, protože pro fermiony dosazujeme do rovnice (4.10) $f_0(1 - f_0)$. Vztahy (4.53) a (4.57) jsou odvozeny v Příloze B.

Rovnice (4.52) pak přejde do tvaru

$$\begin{aligned} \frac{d^2N^{(0)}}{m_T dm_T dy} + \frac{d^2N^{(1)}}{m_T dm_T dy} &= \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{m_T \tau}{2\pi^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &\quad + \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1}(1 + \delta_{n2}) \frac{1}{8\pi^2} \left[m_T p_T^2 + \frac{m_T^3}{2} \right] \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &\quad - \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1}(1 + \delta_{n2}) \frac{m_T^3}{16\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_3 \left(\frac{nm_T}{T} \right), \end{aligned} \quad (4.58)$$

Pro

$$\tau = 10 \text{ fm/c}, \quad (4.59)$$

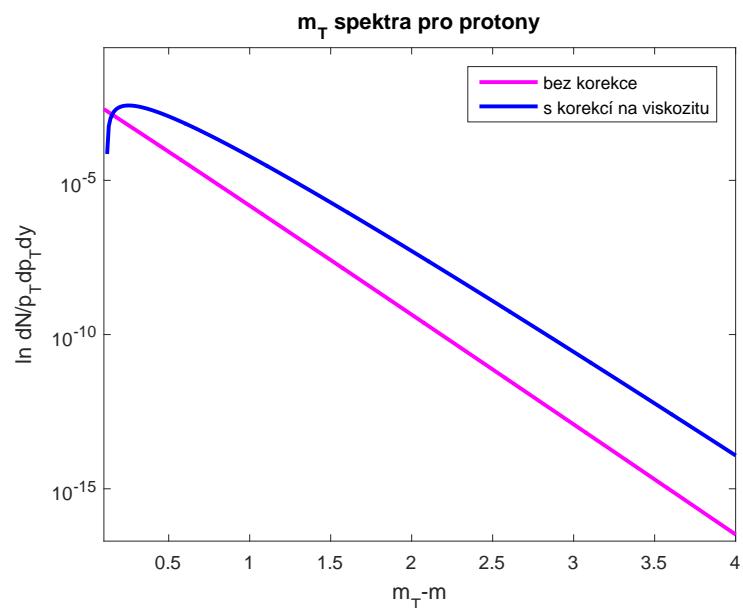
$$T = 120 \text{ MeV}, \quad (4.60)$$

$$\eta_f = 0.8, \quad (4.61)$$

$$m_p = 938 \text{ MeV}, \quad (4.62)$$

$$R = 10 \text{ fm} \quad (4.63)$$

je spektrum pro protony vykresleno na Obr. 4.1.



Obrázek 4.1: Spektrum v příčné hmotnosti pro protony se zahrnutím viskozity při teplotě $T = 120$ MeV.

4.6 Odvození korekce na viskozitu pro piony a kaony

Pro bosony nahradíme v rovnici (4.52) funkci f_0 funkcí $f_0(1 + f_0)$. Pro odvození je tedy potřeba spočítat $f_0(1 + f_0)$

$$f_0 = \frac{1}{\exp\left(\frac{p.u}{T}\right) + 1} = \sum_{n=1}^3 \exp\left(-\frac{nm_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right), \quad (4.64)$$

$$f_0^2 = \exp\left(-\frac{2m_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right), \quad (4.65)$$

$$f_0 + f_0^2 = \exp\left(-\frac{m_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right) + 2 \exp\left(-\frac{2m_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right) + \exp\left(-\frac{3m_T \cosh(y - \eta_s)}{T}\right). \quad (4.66)$$

Vztahy (4.65) a (4.66) platí pouze do třetího členu rozvoje. Více členů pro výpočet ale nepotřebujeme.

Spektrum pro kaony a piony s korekcí na viskozitu je dáno vztahem

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N^{(0)}}{m_T dm_T dy} + \frac{d^2 N^{(1)}}{m_T dm_T dy} &= \sum_{n=1}^3 \frac{m_T \tau}{2\pi^2} \int_0^R r dr K_1\left(\frac{nm_T}{T}\right) + \\ &+ \sum_{n=1}^3 (1 + \delta_{n2}) \frac{1}{8\pi^2} \left[m_T p_T^2 + \frac{m_T^3}{2}\right] \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_1\left(\frac{nm_T}{T}\right) \\ &- \sum_{n=1}^3 (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T^3}{16\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_3\left(\frac{nm_T}{T}\right), \end{aligned} \quad (4.67)$$

z kterého je vidět, že člen pro $n = 2$ je započten dvakrát, protože pro bosony dosazujeme do rovnice (4.10) $f_0(1 + f_0)$ definované vztahem (4.66).

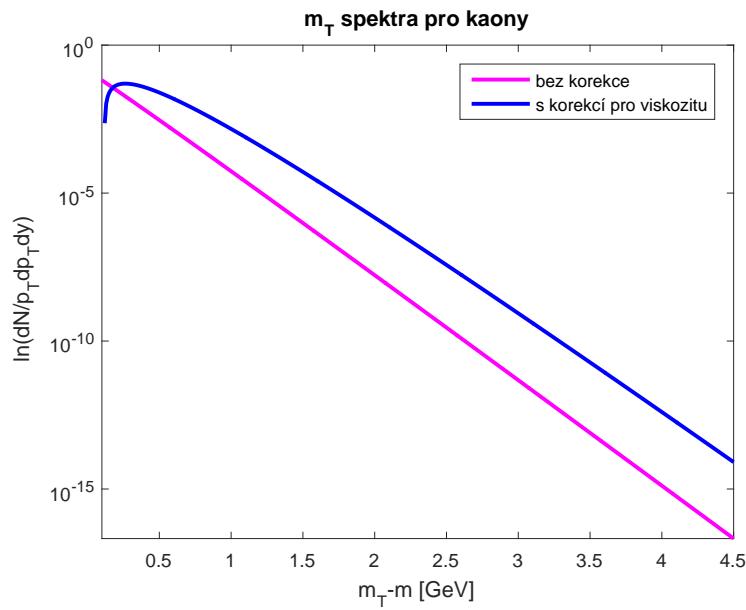
Pro

$$m_{\pi^\pm} = 140 \text{ MeV}/c^2, \quad (4.68)$$

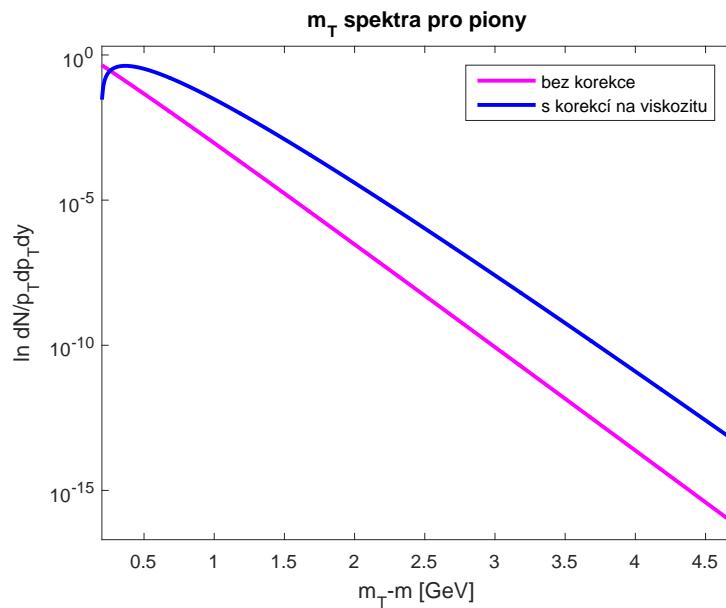
$$m_{K^\pm} = 494 \text{ MeV}/c^2, \quad (4.69)$$

je spektrum s korekcí na viskozitu pro kaony vykresleno na Obr.4.2 a pro piony na Obr. 4.3. Spektrum bylo odvozeno podobně jako spektrum pro protony s použitím vztahu (3.49).

4 VISKOZITA A JEJÍ VLIV NA SPEKTRA V PŘÍČNÉ HYBNOSTI



Obrázek 4.2: Spektrum v příčné hmotnosti pro kaony se zahrnutím viskozity při teplotě $T = 120$ MeV.



Obrázek 4.3: Spektrum v příčné hmotnosti pro piony se zahrnutím viskozity při teplotě $T = 120$ MeV.

4.7 Odhad vlivu viskozity na tvar spektra

4.7 Odhad vlivu viskozity na tvar spektra

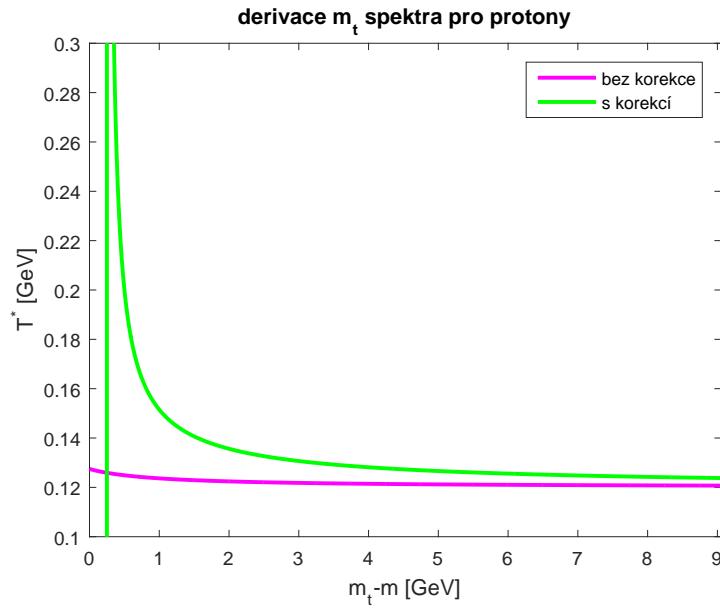
Abychom byli schopni odhadnout, jaký vliv má viskozita na tvar spektra, spektrum bez započítané korekce i se započítanou korekcí zderivujeme.

Předpokládáme, že je spektrum v obou případech úměrné

$$\propto \exp\left(-\frac{m_T}{T^*}\right). \quad (4.70)$$

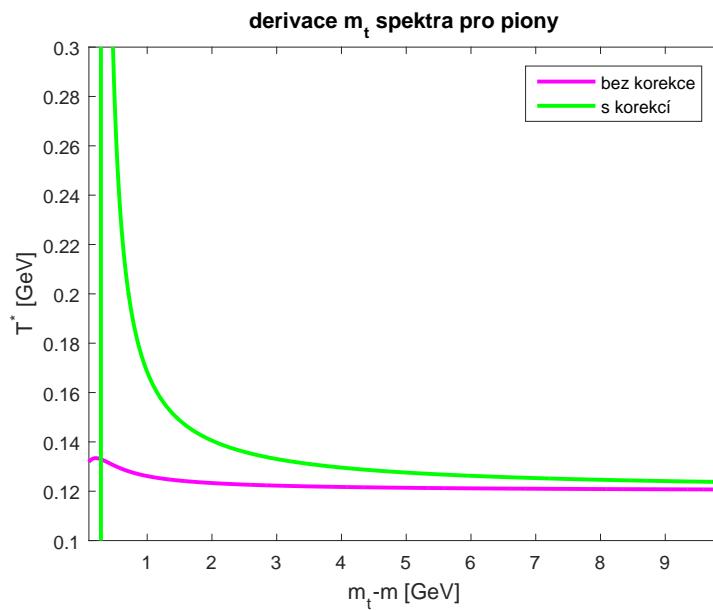
Parametr sklonu spektra je potom daný vztahem (3.53) definovaným v kapitole 3.3. Pro příčnou expanzi fireballu je parametr sklonu spektra T^* větší než teplota T . My jsme ale v této kapitole odvozovali vliv viskozity na tvar spekter bez příčné expanze fireballu, tudíž se ukazuje, že i jiné faktory než je teplota nebo příčné rychlosti, ovlivňují tvar spektra.

Pro protony je graf závislosti parametru sklonu spektra T^* na hodnotě $m_T - m$ na Obr.4.4, pro piony na Obr.4.5 a pro kaony na Obr.4.6.

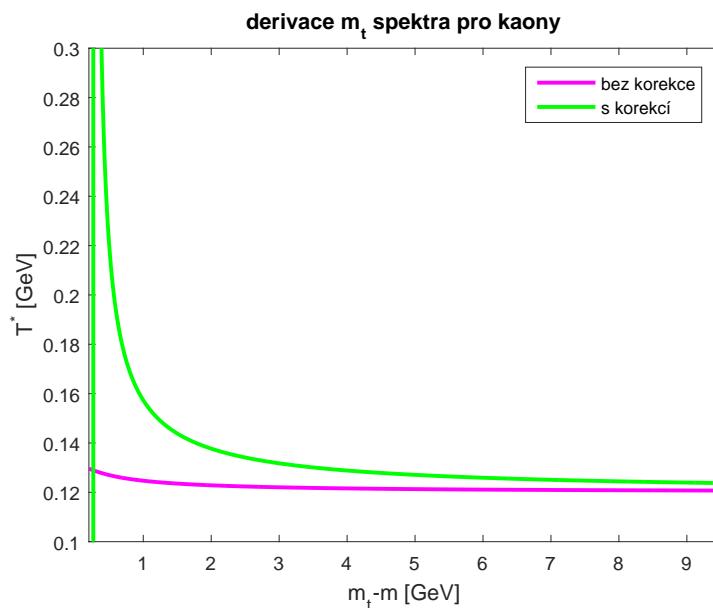


Obrázek 4.4: Graf závislosti T^* na příčné hmotnosti m_T pro protony se zahrnutím a bez zahrnutí korekce na viskozitu.

4 VISKOZITA A JEJÍ VLIV NA SPEKTRA V PŘÍČNÉ HYBNOSTI



Obrázek 4.5: Graf závislosti T^* na příčné hmotnosti m_T pro piony se zahrnutím a bez zahrnutí korekce na viskozitu.



Obrázek 4.6: Graf závislosti T^* na příčné hmotnosti m_T pro kaony se zahrnutím a bez zahrnutí korekce na viskozitu.

5 Vliv produkce hadronů z rozpadů rezonancí a vliv chemického složení rezonančního plynu

Vliv rozpadu rezonancí na hadronová spektra v příčné hybnosti je studován za pomoci jednoduchého termodynamického modelu. Pro termodynamické podmínky, které jsou předpokládány ve vysoce-energetických těžko-iontových srážkách, je důležitá produkce rezonancí vyšších hmotností. Rozpad těchto rezonancí je významným příspěvkem ke spektru přímo produkováných částic. Tento fakt potvrzuje články [21] a [22].

5.1 Termodynamický model

Předpokládáme, že jsou rezonance v tepelné i chemické rovnováze. Pro každou částici nebo rezonanci R s hmotností m_R definujeme chemický potenciál

$$\mu_R = b_R \mu_b + s_R \mu_s, \quad (5.1)$$

kde b_R je baryonové číslo, s_R je podivnost, μ_b je chemický potenciál pro baryonové číslo a μ_s je chemický potenciál pro podivnost fireballu. Počet N_R rezonancí R ve fireballu ($\hbar = c = k_B = 1$) je daný potom vztahem

$$N_R = g_R V \int \frac{d^3 p_R}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp[\beta(E_R - \mu_R)] \pm 1}, \quad (5.2)$$

kde g_R je degenerační faktor, $E_R = \sqrt{p_R^2 + m_R^2}$ je energie rezonance R v klidové soustavě tekutiny, $\beta = \frac{1}{T}$ je inverzní teplota a V je objem fireballu.

Rozdělení hybnosti je dáno vztahem

$$E \frac{dN_R}{d^3 p_R} = \int m_{TR} \cosh(y_R - \eta_{||}) \tau_{fr} d\eta_{||} dr d\phi \times \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \exp \left[\frac{1}{T} \left(m_{TR} \cosh \eta_t \cosh(y_R - \eta_{||}) - p_{TR} \sinh \eta_t \cos(\phi - \phi') \right) \pm 1 \right]^{-1}. \quad (5.3)$$

5 VLIV PRODUKCE HADRONŮ Z ROZPADŮ REZONANCÍ A VLIV CHEMICKÉHO SLOŽENÍ REZONANČNÍHO PLYNU

kde

$$m_{TR} = \sqrt{p_{TR}^2 + m_R^2} \quad (5.4)$$

je příčná hmotnost a

$$y_R = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E_R + p_{LR}}{E_R - p_{LR}} \right) \quad (5.5)$$

je rapidita.

Boltzmanova limita vztahu (5.3) je

$$\begin{aligned} E \frac{dN_R}{d^3 p_R} &= \int m_{TR} \cosh(y_R - \eta_{\parallel}) \tau_f r d\eta_{\parallel} dr d\phi \\ &\times \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \exp \left[-\frac{1}{T} (m_{TR} \cosh \eta_t \cosh(y_R - \eta_{\parallel}) - p_{TR} \sinh \eta_t \cos(\phi - \phi')) \right]. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Vztahy z kapitoly 5.1 byly převzaty z [22].

5.2 Rozpady rezonancí

Doba života těchto rezonancí produkovaných z fireballu je náhodná podle exponencielního rozpadového zákona $\exp(-\Gamma\tau)$ (v klidové soustavě rezonance).

Pokud se rezonance s hmotností M rozpadá pomocí dvoučásticového rozpadu na dceřiné částice s hmotnostmi m_1 a m_2 , jejich energie v klidové soustavě rezonance pak budou

$$E_1 = \frac{M^2 - m_2^2 + m_1^2}{2M}, \quad (5.7)$$

$$E_2 = \frac{M^2 - m_1^2 + m_2^2}{2M}. \quad (5.8)$$

Dceřiné částice se budou pohybovat od sebe s hybnostmi

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = \frac{\sqrt{(M^2 - (m_1 + m_2)^2)(M^2 - (m_1 - m_2)^2)}}{2M}. \quad (5.9)$$

Pokud se jedná o tříčásticové rozpady, všechny hybnosti dceřiných částic leží v rovině.

5.3 DRAGON

Toto tvrzení platí za předpokladu, že hybnosti posuzujeme v klidové soustavě rezonance. Rozdělení energie dceriných částic je rovnoměrné. Energie a hybnosti dceriných částic se tedy zachovávají

$$E_1 + E_2 + E_3 = M, \quad (5.10)$$

$$|\vec{p}_1|^2 + |\vec{p}_2|^2 + 2|\vec{p}_1||\vec{p}_2| \cos \Theta_{12} = p_3, \quad (5.11)$$

kde

$$E_i = \sqrt{|\vec{p}_i|^2 + m_i^2} \quad (5.12)$$

a Θ_{12} je úhel mezi hybnostmi \vec{p}_1 a \vec{p}_2 .

Vztahy z kapitoly 5.2 byly převzaty z [23].

5.3 DRAGON

DRAGON [23] je Monte Carlo generátor konečného stavu hadronů emitovaných při relativistických jaderných srážkách. Výhodou generátoru je možná fragmentace fireballu a emise hadronů z jednotlivých fragmentů. Fázové rozdělení fragmentů je založeno na blast wave modelu rozšířeném na azimutálně nesymetrický fireball. Model umožňuje měnit parametry generovaného konečného stavu hadronů. Rozpady rezonancí jsme sledovali pro spektra pionů π^- , kaonů K^- a protonů p .

Parametry programu byly nastaveny následovně

- Počet událostí: 10 000
- Teplota chemického vymrznutí: 166,5 MeV
- $\frac{dN}{dy}$ všech hadronů: 1 500

Teplota kinetického vymrznutí a parametr η_f byly nastaveny v závislosti na centralitě srážky a jsou uvedeny v tabulce 5.1.

5 VLIV PRODUKCE HADRONŮ Z ROZPADŮ REZONANCÍ A VLIV CHEMICKÉHO SLOŽENÍ REZONANČNÍHO PLYNU

Centralita srážky	0 - 5 %	20 - 40 %	60 - 80 %
Teplota kinetického vymrznutí	98 MeV	115 MeV	166 MeV
η_f	0,981	0,918	0,6735

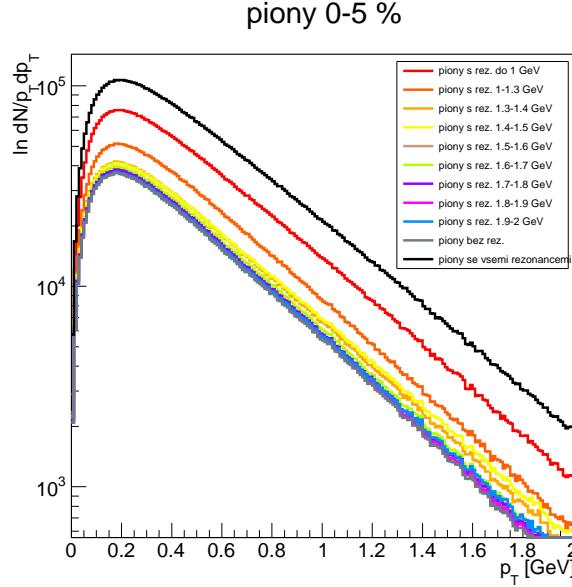
Tabulka 5.1: Hodnoty teploty kinetického vymrznutí a jí příslušejícího parametru η_f pro různé centrality srážky.

Hodnoty teploty kinetického vymrznutí byly převzaty z článku [21] z tabulky 2. Hodnota parametru η_f byla dopočítána podle vztahu

$$\eta_f = \frac{3}{2} \langle v_t \rangle. \quad (5.13)$$

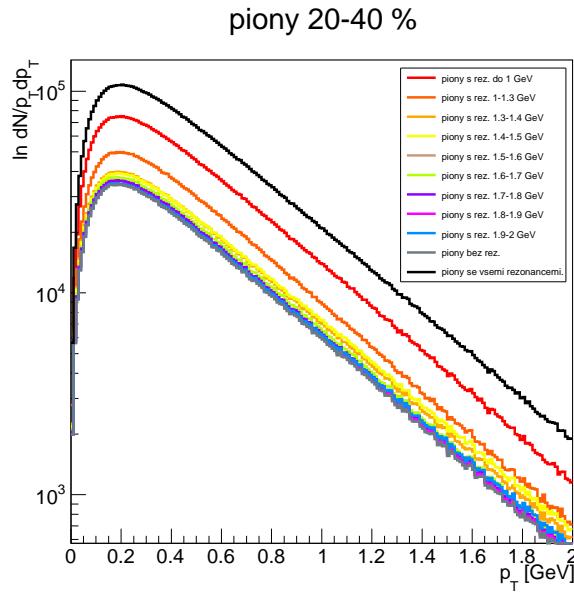
Hodnoty $\langle v_t \rangle$ jsou taktéž převzaty z článku [21] z tabulky 2.

Histogramy znázorňující počet přímo produkovaných částic a částic vzniklých z rezonancí v závislosti na příčné hybnosti p_T v porovnání s počtem částic produkovaných přímo jsou pro piony pro centrality 0 - 5 %, 20 - 40 % a 60 - 80 % na obrázkách Obr.5.1, Obr.5.2 a Obr.5.3.

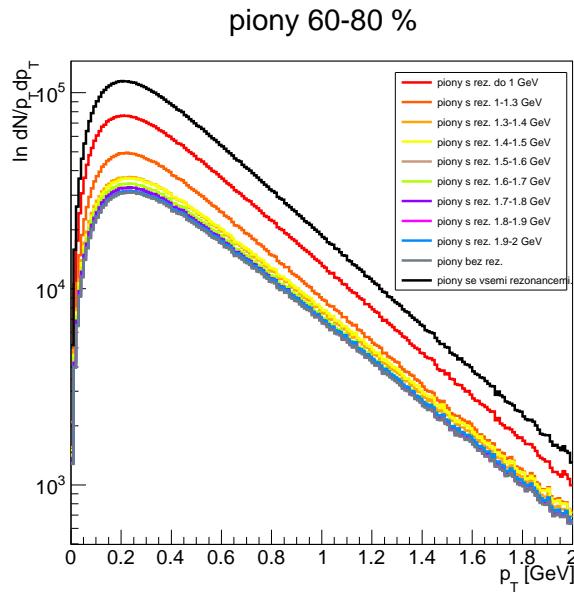


Obrázek 5.1: Histogram znázorňující počet přímo produkovaných pionů a pionů vzniklých rozpadem rezonancí v závislosti na příčné hybnosti p_T pro centrální srážku 0 - 5 %.

5.3 DRAGON



Obrázek 5.2: Histogram znázorňující počet přímo produkovaných pionů a pionů vzniklých rozpadem rezonancí v závislosti na příčné hybnosti p_T pro necentrální srážku 20 - 40 %.

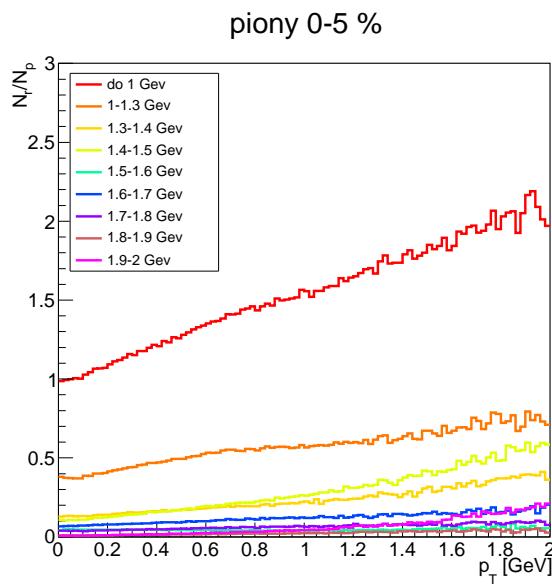


Obrázek 5.3: Histogram znázorňující počet přímo produkovaných pionů a pionů vzniklých rozpadem rezonancí v závislosti na příčné hybnosti p_T pro centrální srážku 60 - 80 %.

5 VLIV PRODUKCE HADRONŮ Z ROZPADŮ REZONANCÍ A VLIV CHEMICKÉHO SLOŽENÍ REZONANČNÍHO PLYNU

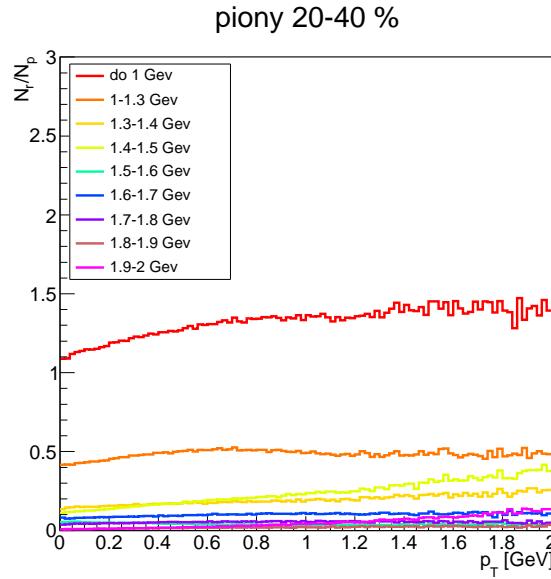
Kvůli větší přehlednosti a lepšímu porovnání výsledků s článkem [21] byly vykresleny histogramy znázorňující poměr částic vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným částicím. Dále je na těchto grafech mnohem lépe vidětelná změna sklonu spektra.

Histogramy znázorňující poměr částic vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným částicím pro piony π^- jsou na obrázkách Obr. 5.4, Obr. 5.5 a Obr. 5.6, pro kaony K^- jsou na obrázkách Obr. 5.7, Obr. 5.8 a Obr. 5.9 a pro protony p jsou na obrázkách Obr. 5.10, Obr. 5.11 a Obr. 5.12.

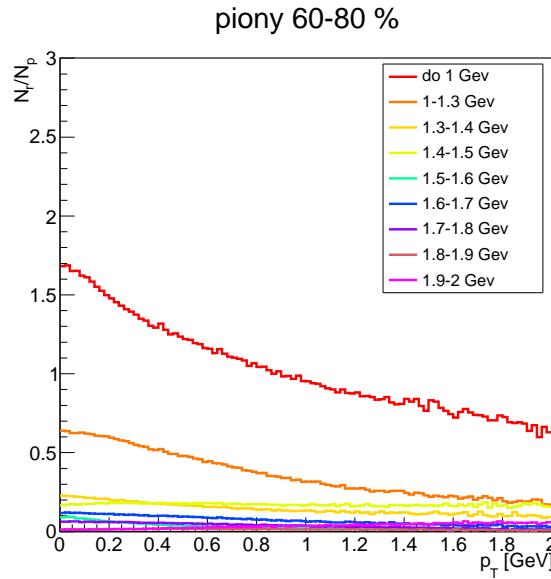


Obrázek 5.4: Histogram znázorňující poměr pionů vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným pionům v závislosti na příčné hybnosti p_T pro centrální srážku 0 - 5 %. Každá barevná čára odpovídá jinému intervalu hmotností rezonancí.

5.3 DRAGON

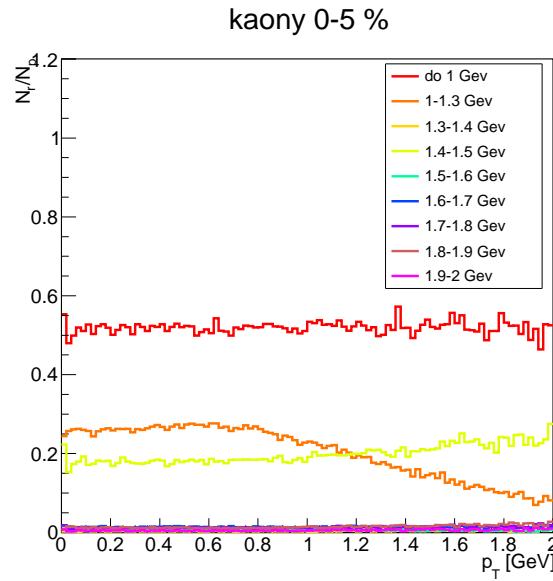


Obrázek 5.5: Histogram znázorňující poměr pionů vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným pionům v závislosti na příčné hybnosti p_T pro necentrální srážku 20 - 40 %. Každá barevná čára odpovídá jinému intervalu hmotností rezonancí.

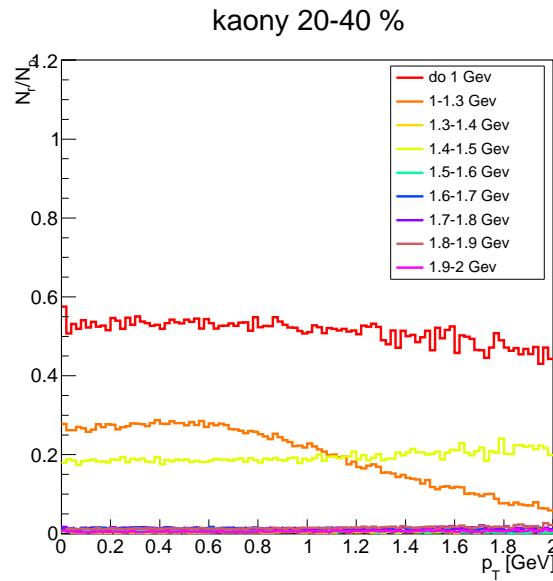


Obrázek 5.6: Histogram znázorňující poměr pionů vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným pionům v závislosti na příčné hybnosti p_T pro necentrální srážku 60 - 80 %. Každá barevná čára odpovídá jinému intervalu hmotností rezonancí.

5 VLIV PRODUKCE HADRONŮ Z ROZPADŮ REZONANCÍ A VLIV CHEMICKÉHO SLOŽENÍ REZONANČNÍHO PLYNU

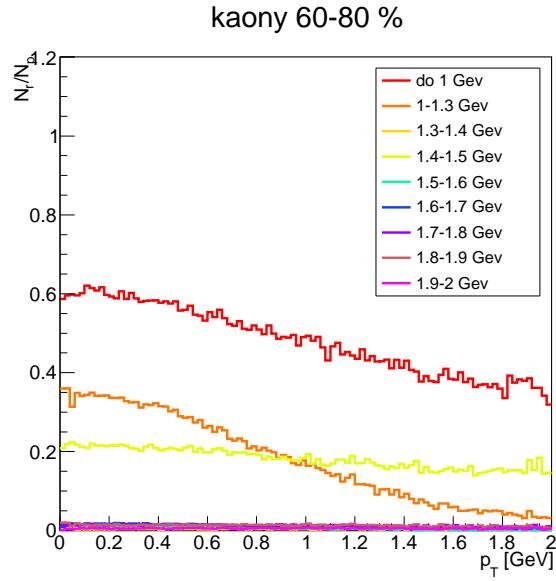


Obrázek 5.7: Histogram znázorňující poměr kaonů vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným kaonům v závislosti na příčné hybnosti p_T pro centrální srážku 0 - 5 %. Každá barevná čára odpovídá jinému intervalu hmotností rezonancí.

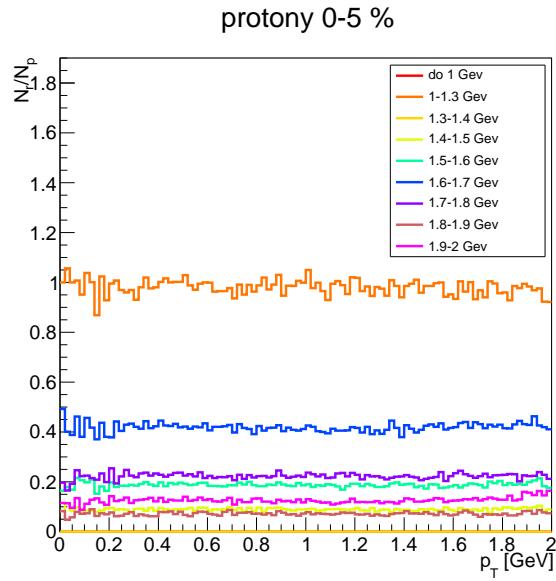


Obrázek 5.8: Histogram znázorňující poměr kaonů vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným kaonům v závislosti na příčné hybnosti p_T pro necentrální srážku 20 - 40 %. Každá barevná čára odpovídá jinému intervalu hmotností rezonancí.

5.3 DRAGON



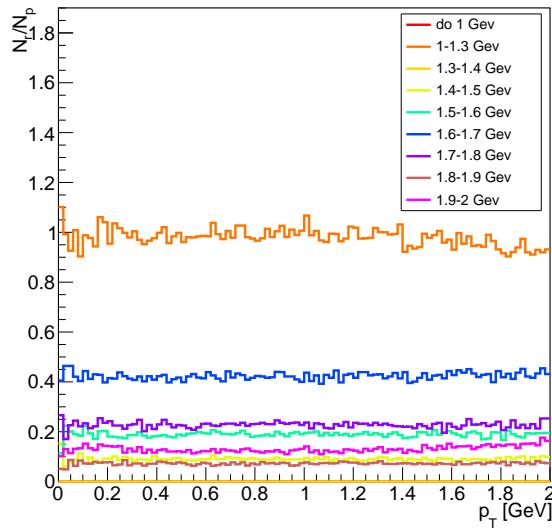
Obrázek 5.9: Histogram znázorňující poměr kaonů vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným kaonům v závislosti na příčné hybnosti p_T pro necentrální srážku 60 - 80 %. Každá barevná čára odpovídá jinému intervalu hmotností rezonancí.



Obrázek 5.10: Histogram znázorňující poměr protonů vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným protonům v závislosti na příčné hybnosti p_T pro centrální srážku 0 - 5 %. Každá barevná čára odpovídá jinému intervalu hmotností rezonancí.

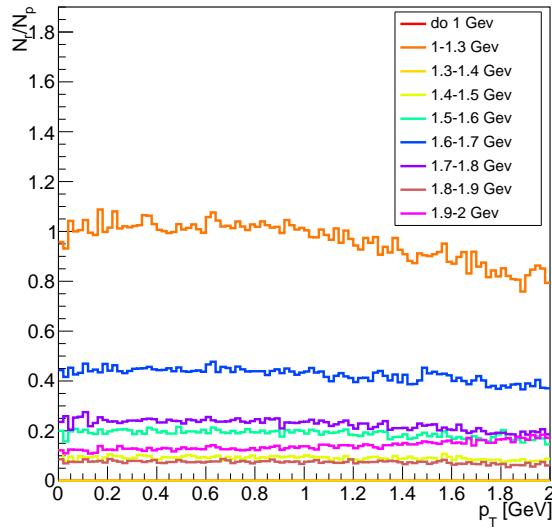
5 VLIV PRODUKCE HADRONŮ Z ROZPADŮ REZONANCÍ A VLIV CHEMICKÉHO SLOŽENÍ REZONANČNÍHO PLYNU

protony 20-40 %



Obrázek 5.11: Histogram znázorňující poměr protonů vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným protonům v závislosti na příčné hybnosti p_T pro necentrální srážku 20 - 40 %. Každá barevná čára odpovídá jinému intervalu hmotností rezonancí.

protony 60-80 %



Obrázek 5.12: Histogram znázorňující poměr protonů vzniklých rozpadem rezonancí ku přímo produkovaným protonům v závislosti na příčné hybnosti p_T pro necentrální srážku 60 - 80 %. Každá barevná čára odpovídá jinému intervalu hmotností rezonancí.

5.3 DRAGON

Z obrázků Obr. 5.4, Obr. 5.5 a Obr. 5.6 je vidět, že na celková spektra pionů mají největší vliv piony vzniklé z lehčích rezonancí o hmotnostech do 1,5 GeV. Největší vliv pak mají rezonance do 1 GeV. V této oblasti se nacházejí např. rezonance η , ρ , ω a K^* .

Z obrázků Obr. 5.7, Obr. 5.8 a Obr. 5.9 je zřejmé, že pro celková spektra kaonů jsou nejdůležitější kaony vzniklé rozpadem lehčích rezonancí o hmotnostech do 1,3 GeV a potom rozpad rezonancí o hmotnostech od 1,4 GeV do 1,5 GeV. V této oblasti se nacházejí např. rezonance K^* a Σ^* .

Na obrázkách Obr. 5.10, Obr. 5.11 a Obr. 5.12 vidíme, že na celková spektra protonů mají největší vliv protony vzniklé z rezonancí o hmotnostech od 1 GeV do 1,3 GeV a potom rozpady těžších rezonancí o hmotnostech od 1,5 GeV do 1,8 GeV. V této oblasti se necházejí např. rezonance Δ , $\Lambda(1600, 1800)$, $\Sigma^*(1660, 1670)$, $N(1520)$ nebo $\Xi(1690)$.

6 Porovnání tvaru spekter nadplochy vymrznutí pro různé centrality srážky

V kapitole 5 jsme se zabývali vlivem rezonancí na tvar spekter v příčné hmotnosti pro různé centrality. Cílem této kapitoly je odhadnout vliv parametrů jako je teplota vymrznutí T a příčná rychlosť v_T na tvar spektra pionů v příčné hmotnosti. Tyto parametry jsou závislé na centralitě srážky a nás tedy bude zajímat, jak se to na spektrech projevuje a také jaký vliv by na to měla změna tvaru nadplochy vymrznutí. Zejména nás zajímá, jaký vliv bude mít jiná než konstantní nadplocha, protože produkuje nárůst při malém p_T a podobný efekt byl pozorován v experimentu. Zkoumat budeme nadplochu vymrznutí parametrizovanou parabolickou závislostí, které byla věnována pozornost v kapitole 3. Vztah odvozený v kapitole 3 ovšem trochu zobecníme. Místo vztahu

$$\sinh \eta_t = \eta_f \left(\frac{r}{R} \right) \quad (6.1)$$

použijeme vztah

$$\sinh \eta_t = \eta_f \left(\frac{r}{R} \right)^n, \quad (6.2)$$

kde pomocí n měníme tvar profilu.

Pro bosony jsme odvodili vztah

$$E \frac{dN}{d^3p} = \sum_{n=1}^3 \frac{m_T}{(2\pi^2)} \int_0^R (a_0 r + a_2 r^3) dr I_0 \left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_1 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right) - \sum_{n=1}^3 \frac{p_T}{(2\pi^2)} \int_0^R (2a_2 a_0 r^2 + 2a_2^2 r^4) dr I_1 \left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T} \right) K_0 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right), \quad (6.3)$$

kde

$$\cosh \eta_t = \sqrt{1 + \eta_f^2 \left(\frac{r}{R} \right)^{2n}}. \quad (6.4)$$

6 POROVNÁNÍ TVARU SPEKTER NADPLOCHY VYMRZNUTÍ PRO RŮZNÉ CENTRALITY SRÁŽKY

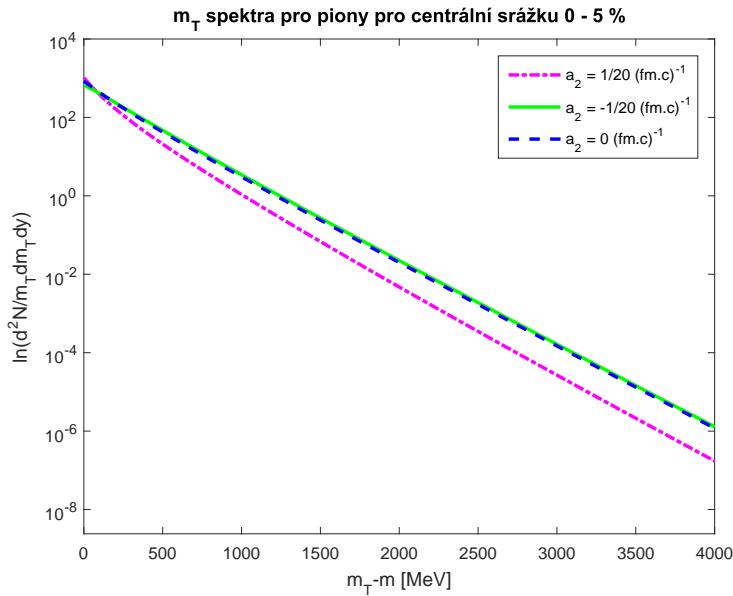
Teplota kinetického vymrznutí T , parametr η_f a profil n byly nastaveny v závislosti na centralitě srážky a jsou uvedeny v tabulce 6.1.

Hodnoty v tabulce 6.1 byly převzaty z článku [21] z tabulky 2.

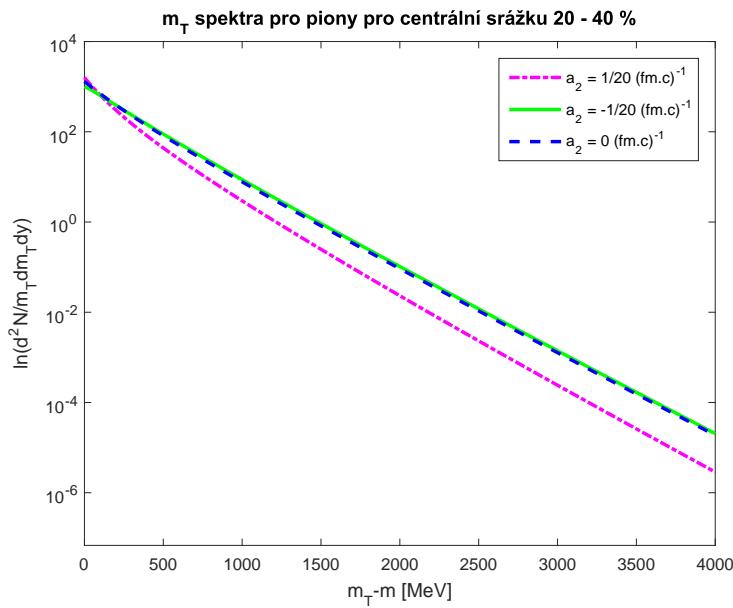
Centralita srážky	0 - 5 %	20 - 40 %	60 - 80 %
Teplota kinetického vymrznutí	98 MeV	115 MeV	166 MeV
η_f	0,88	0,86	0,77
n	0,69	0,81	1,43

Tabulka 6.1: Hodnoty teploty kinetického vymrznutí, jí příslušejícího parametru η_f a profilu n pro různé centrality srážky.

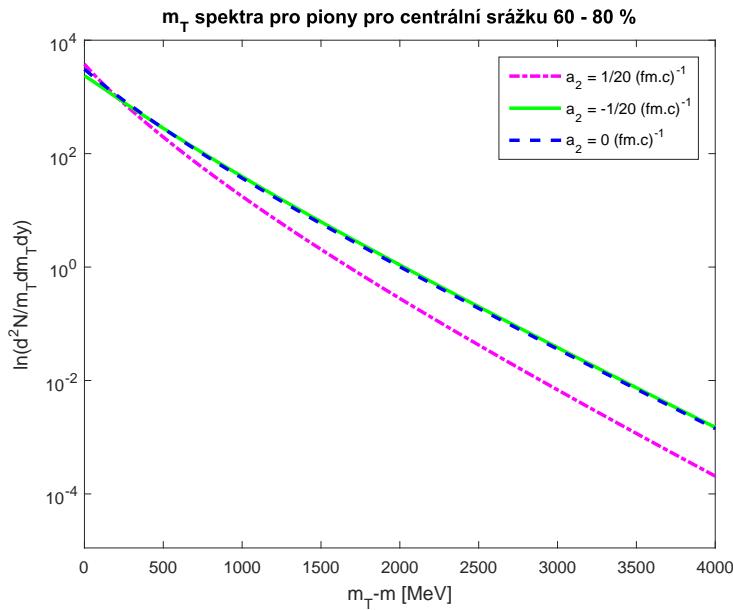
Spektrum v příčné hmotnosti pro piony pro centrální srážku 0 - 5 % je vyobrazeno na Obr.6.1, pro necentrální srážku 20 - 40 % na Obr.6.2 a pro necentrální srážku 60 - 80 % na Obr.6.3.



Obrázek 6.1: Spektrum v příčné hmotnosti pro piony se zahrnutím příčné expanze pro centrální srážku 0 - 5 %. Nadplocha vymrznutí je parametrisována parabolickou funkcí.



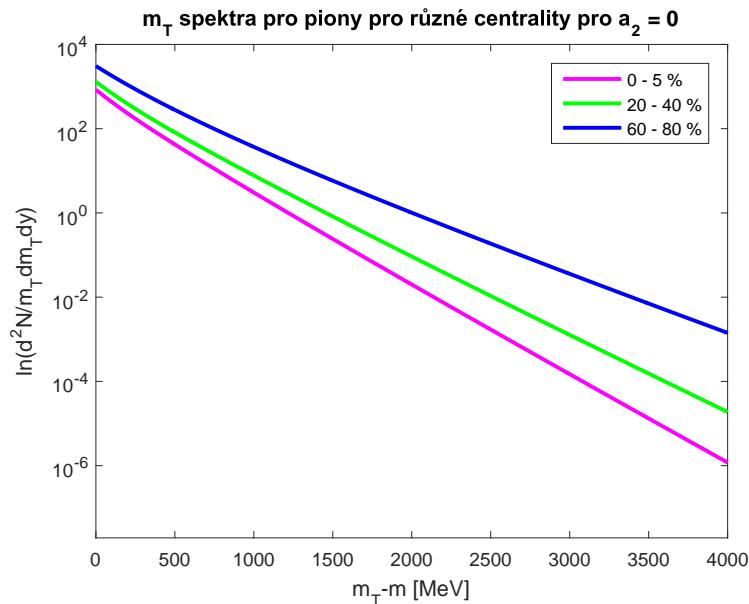
Obrázek 6.2: Spektrum v příčné hmotnosti pro piony se zahrnutím příčné expanze pro centrální srážku 20 - 40 %. Nadplocha vymrznutí je parametrizována parabolickou funkcí.



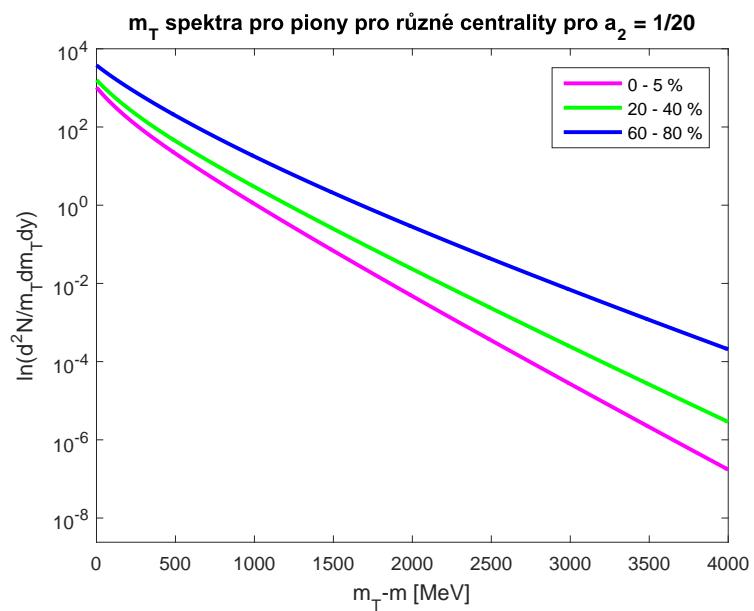
Obrázek 6.3: Spektrum v příčné hmotnosti pro piony se zahrnutím příčné expanze pro centrální srážku 60 - 80 %. Nadplocha vymrznutí je parametrizována parabolickou funkcí.

6 POROVNÁNÍ TVARU SPEKTER NADPLOCHY VYMRZNUTÍ PRO RŮZNÉ CENTRALITY SRÁŽKY

Pro lepší možnost porovnání spekter pro různé centrality je na obrázku Obr.6.4 vykresleno spektrum pro piony pro parametr $a_2 = 0$ a na Obr.6.5 pro parametr $a_2 = 1/20$. Z těchto grafů je patrné, že centralita srážky má velký vliv na tvar spektra.



Obrázek 6.4: Spektrum v příčné hmotnosti pro piony se zahrnutím příčné expanze pro různé centrality srážky pro parametr $a_2 = 0$. Nadplocha vymrznutí je parametricky parabolickou funkcí.

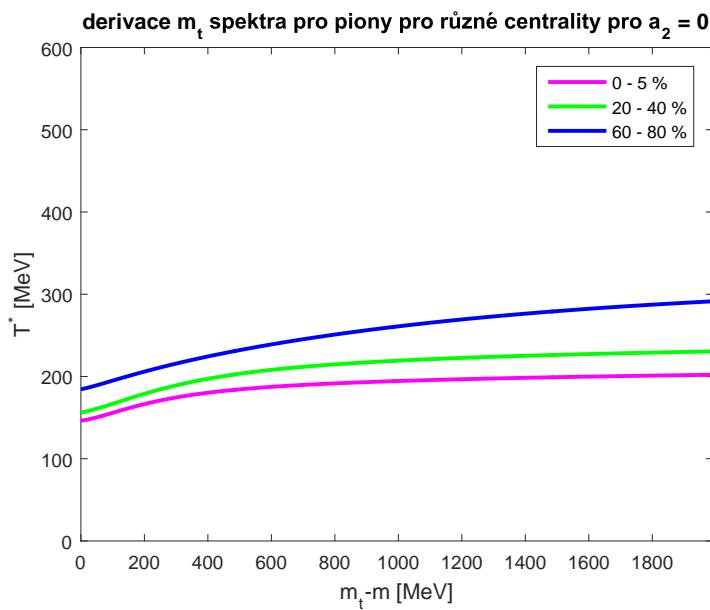


Obrázek 6.5: Spektrum v příčné hmotnosti pro piony se zahrnutím příčné expanze pro různé centrality srážky pro parametr $a_2 = 1/20$. Nadplocha vymrznutí je parametrizována parabolickou funkcí.

6 POROVNÁNÍ TVARU SPEKTER NADPLOCHY VYMRZNUTÍ PRO RŮZNÉ CENTRALITY SRÁŽKY

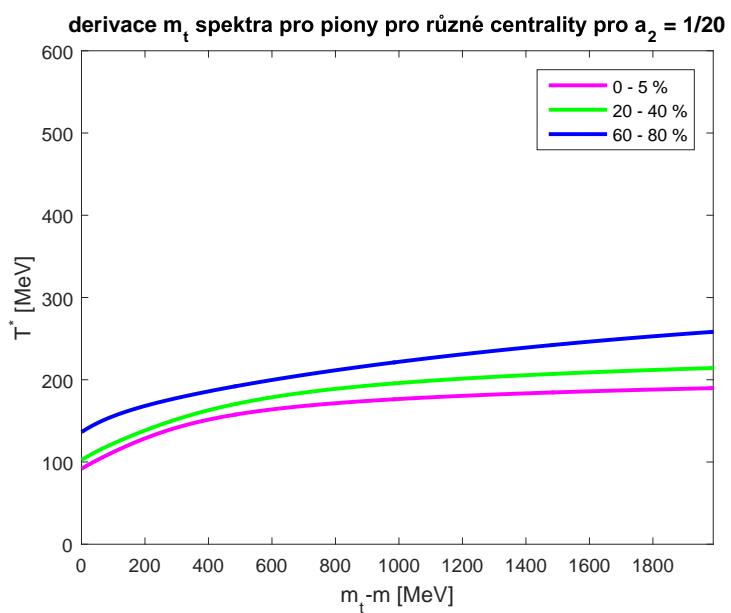
6.1 Efektivní parametr sklonu spektra

Podobně jako v kapitole 3 uvedeme ještě graf závislosti efektivního parametru sklonu spektra na $m_T - m$. Graf je pro parametr $a_2 = 0$ na Obr. 6.6 a pro $a_2 = 1/20$ na Obr. 6.7. Z Obr. 6.6 pro parametr $a_2 = 0$ je patrné, že hodnota T^* je o něco vyšší než byla hodnota T . Na Obr. 6.7 pro parametr $a_2 = 1/20$ vidíme, že pro malé hodnoty $m_T - m$ hodnota T^* odpovídá hodnotě T a následně roste.



Obrázek 6.6: Graf závislosti efektivního parametru sklonu spektra na $m_T - m$ pro různé centrality srážky pro parametr $a_2 = 1/20$. Nadplocha vymrznutí je parametrizována parabolickou funkcí.

6.1 Efektivní parametr sklonu spektra



Obrázek 6.7: Graf závislosti efektivního parametru sklonu spektra na $m_T - m$ pro různé centrality srážky pro parametr $a_2 = 0$. Nadplocha vymrznutí je parametrizována parabolickou funkcí.

6 POROVNÁNÍ TVARU SPEKTER NADPLOCHY VYMRZNUTÍ PRO RŮZNÉ CENTRALITY SRÁŽKY

Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo studium různých tvarů nadplochy vymrznutí na tvar spekter v příčné hybnosti a také zkoumání vlivu viskozity a rozpadů rezonancí na tvar spektra v příčné hybnosti.

V první kapitole jsme uvedli základní poznatky o těžko-iontových srážkách a kvantové chromodynamice. Dále jsme se zaměřily na vlastnosti kvark-gluonového plazmatu a na analogii mezi fyzikou relativistických srážek a fyzikou raného vesmíru. Ve druhé kapitole jsme zkoumali vliv podélné a příčné expanze na tvar spektra v příčné hybnosti. V další kapitole jsme odvodili tvar nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu pro piony, protony a kaony. Následující kapitola byla věnována vlivu viskozity a odvození korekce na viskozitu pro spektra v příčné hybnosti. Zjistili jsme, že vliv viskozity není zanedbatelný, obzvláště při malých hodnotách $m_T - m$. V páté kapitole je popsán vliv rozpadu rezonancí na tvar spektra přímo produkovaných částic. Simulace rozpadu rezonancí byla provedena pomocí Monte Carlo generátoru DRAGON [23] pro centrální srážky 0 - 5 % a pro necentrální srážky 20 - 40 % a 60 - 80 %. Zjistili jsme, že částice vzniklé z rozpadu rezonancí významně přispívají ke spektru přímo produkovaných částic. V poslední kapitole jsme se zaměřili na vliv centrality srážky na tvar spekter pionů v příčné hmotnosti parametrizovaných parabolickou závislostí a došli jsme k závěru, že centralita srážky má velký vliv na tvar těchto spekter.

A Příloha: Odvození tvaru nadplochy vymrznutí pro parabolickou parametrizaci fireballu

Pro infinitezimální elementy plochy podle vzorců (3.6),(3.7),(3.8),(3.9) dostaneme

$$d\Sigma^0 = \begin{vmatrix} \cos\phi & -r\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & r\cos\phi & 0 \\ \frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\sinh\eta_{\parallel} & 0 & \tau_f(r)\cosh\eta_{\parallel} \end{vmatrix} d\eta_{\parallel} dr d\phi \\ = (r\cos^2\phi\tau_f(r)\cosh\eta_{\parallel} + r\sin^2\phi\tau_f(r)\cosh\eta_{\parallel}) d\eta_{\parallel} dr d\phi \\ = r\tau_f(r)\cosh\eta_{\parallel} d\eta_{\parallel} dr d\phi, \quad (\text{A.1})$$

$$d\Sigma^1 = \begin{vmatrix} \sin\phi & r\cos\phi & 0 \\ \frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\sinh\eta_{\parallel} & 0 & \tau_f(r)\cosh\eta_{\parallel} \\ \frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\cosh\eta_{\parallel} & 0 & \tau_f(r)\sinh\eta_{\parallel} \end{vmatrix} d\eta_{\parallel} dr d\phi \\ = \left(r\tau_f(r)\frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\cosh^2\eta_{\parallel}\cos\phi - r\tau_f(r)\frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\cos\phi\sinh^2\eta_{\parallel} \right) d\eta_{\parallel} dr d\phi \\ = r\tau_f(r)\frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\cos\phi d\eta_{\parallel} dr d\phi, \quad (\text{A.2})$$

$$d\Sigma^2 = - \begin{vmatrix} \frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\sinh\eta_{\parallel} & 0 & \tau_f(r)\cosh\eta_{\parallel} \\ \frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\cosh\eta_{\parallel} & 0 & \tau_f(r)\sinh\eta_{\parallel} \\ \cos\phi & -r\sin\phi & 0 \end{vmatrix} d\eta_{\parallel} dr d\phi \\ = - \left(-r\tau_f(r)\frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\sin\phi\cosh^2\eta_{\parallel} + r\tau_f(r)\frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\sin\phi\sinh^2\eta_{\parallel} \right) d\eta_{\parallel} dr d\phi \\ = r\tau_f(r)\frac{\partial\tau_f(r)}{\partial r}\sin\phi d\eta_{\parallel} dr d\phi, \quad (\text{A.3})$$

A PŘÍLOHA: ODVOZENÍ TVARU NADPLOCHY VYMRZNUTÍ PRO PARABOLICKOU PARAMETRIZACI FIREBALLU

$$\begin{aligned}
d\Sigma^3 &= \left| \begin{array}{ccc} \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} \cosh \eta_{||} & 0 & \tau_f(r) \sinh \eta_{||} \\ \cos \phi & -r \sin \phi & 0 \\ \sin \phi & r \cos \phi & 0 \end{array} \right| d\eta_{||} dr d\phi \\
&= (\tau_f(r) r \cos^2 \phi \sinh \eta_{||} + \tau_f(r) \sin^2 \phi \sinh \eta_{||}) d\eta_{||} dr d\phi \\
&\quad = r \tau_f(r) \sinh \eta_{||} d\eta_{||} dr d\phi.
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Podrobné odvození integrálu (3.29) pro příčné hmotnostní spektrum fermionů,

$$\begin{aligned}
E \frac{dN}{d^3p} &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} m_T \cosh(y - \eta_{||}) d\eta_{||} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^R dr \tau_f(r) r \\
&\quad \times \exp\left(\frac{np_T \sinh \eta_t \cos(\phi - \phi')}{T}\right) \cdot \exp\left(-\frac{nm_T \cosh \eta_t \cosh(y - \eta_{||})}{T}\right) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \int_0^R \frac{r dr}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} m_T \tau_f(r) \cosh \chi d\chi I_0\left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T}\right) \\
&\quad \times \exp\left(-\frac{m_T n \cosh \eta_{||} \cosh \chi}{T}\right) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{m_T}{(2\pi^2)} \int_0^R r \tau_f dr I_0\left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T}\right) K_1\left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T}\right),
\end{aligned} \tag{A.5}$$

kde jsme provedli substituci

$$y - \eta_{||} = \chi. \tag{A.6}$$

Podrobné odvození integrálu (3.34) pro příčné hmotnostní spektrum fermionů,

$$\begin{aligned}
E \frac{dN}{d^3p} &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2\pi)^3} p_T \int_{-\infty}^{\infty} d\eta_{\parallel} \int_0^R \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} \tau_f(r) r dr \int_0^{2\pi} d\phi \cos(\phi - \phi') \\
&\quad \times \exp\left(\frac{np_T \sinh \eta_t \cos(\phi - \phi')}{T}\right) \times \exp\left(-\frac{nm_T \cosh \eta_t \cosh(y - \eta_{\parallel})}{T}\right) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2\pi)^2} p_T \int_0^R \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} \tau_f(r) r dr \int_{-\infty}^{+\infty} d\chi I_1\left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T}\right) \\
&\quad \times \exp\left(-\frac{m_T n \cosh \eta_{\parallel} \cosh \chi}{T}\right) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2\pi^2)} p_T \int_0^R \frac{\partial \tau_f(r)}{\partial r} \tau_f(r) r dr I_1\left(\frac{np_T \sinh \eta_t}{T}\right) K_0\left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T}\right),
\end{aligned} \tag{A.7}$$

kde jsme provedli substituci

$$y - \eta_{\parallel} = \chi. \tag{A.8}$$

B PŘÍLOHA: ODVOZENÍ KOREKCE NA VISOZITU

Příloha B

B Příloha: Odvození korekce na viskozitu

Ke spočítání tenzoru viskozity potřebujeme definovat diferenciální operátor

$$\nabla^\alpha = \Delta^{\alpha\beta} d_\beta, \quad (\text{B.1})$$

kde $\Delta^{\alpha\beta}$ označuje projektor do roviny kolmé na směr rychlosti

$$\Delta^{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} - u^\alpha u^\beta \quad (\text{B.2})$$

a d_β označuje kovariantní derivaci

$$d_\beta u^\alpha = \partial_\beta u^\alpha + \Gamma_{\mu\beta}^\alpha u^\mu, \quad (\text{B.3})$$

kde Christoffelovy symboly $\Gamma_{\mu\beta}^\alpha$ byly definovány vztahem 4.21 a 4.22.

Viskózní tenzor je pak daný vztahem

$$\eta \langle \nabla_\alpha u_\beta \rangle, \quad (\text{B.4})$$

kde

$$\langle \nabla_\alpha u_\beta \rangle \equiv \nabla_\alpha u_\beta + \nabla_\beta u_\alpha - \frac{2}{3} \Delta_{\alpha\beta} \nabla_\gamma u^\gamma. \quad (\text{B.5})$$

B.1 Odvození prostorových komponent viskózního tenzoru

Časové derivace jsou v klidové soustavě dány vztahem

$$Du^\mu = u^\alpha d_\alpha u^\mu. \quad (\text{B.6})$$

Odvození $\langle \nabla^r u^r \rangle$:

$$\langle \nabla^r u^r \rangle = 2\nabla^r u^r - \frac{2}{3} \Delta^{rr} \nabla^\gamma u_\gamma = -2\partial_r u^r - 2u^r Du^r - \frac{2}{3} \Delta^{rr} \nabla^\gamma u_\gamma, \quad (\text{B.7})$$

kde

$$\begin{aligned} 2\nabla^r u^r &= 2\Delta^{r\beta} d_\beta u^r = 2(g^{r\beta} - u^r u^\beta) d_\beta u^r = 2g^{r\beta} d_\beta u^r - 2u^r Du^r \\ &= 2g^{rr}(\partial_r u^r + \Gamma_{\mu r}^r u^r) - 2u^r Du^r = -2\partial_r u^r - 2 \cdot 0 - 2u^r Du^r = -2\partial_r u^r - 2u^r Du^r. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

B.1 Odvození prostorových komponent viskózního tenzoru

Odvození $r^2 \langle \nabla^\phi u^\phi \rangle$:

$$r^2 \langle \nabla^\phi u^\phi \rangle = 2r^2 \nabla^\phi u^\phi - \frac{2}{3} r^2 \Delta^{\phi\phi} \nabla^\gamma u_\gamma = -2\partial_\phi u^\phi - 2\frac{u^r}{r} - 2r^2 u^\phi D u^\phi - \frac{2}{3} r^2 \Delta^{\phi\phi} \nabla^\gamma u_\gamma, \quad (\text{B.9})$$

kde

$$\begin{aligned} 2r^2 \nabla^\phi u^\phi &= 2r^2 \Delta^{\phi\beta} d_\beta u^\phi = 2r^2 (g^{\phi\beta} - u^\phi u^\beta) d_\beta u^\phi = 2r^2 g^{\phi\beta} d_\beta u^\phi - 2r^2 u^\phi D u^\phi \\ &= 2r^2 g^{\phi\beta} (\partial_\beta u^\phi + \Gamma_{\mu\beta}^\phi u^\phi) - 2r^2 u^\phi D u^\phi = 2r^2 g^{\phi\phi} \partial_\phi u^\phi + 2r^2 g^{\phi\phi} \Gamma_{r\phi}^\phi u^r - 2r^2 u^\phi D u^\phi \\ &= -2\partial_\phi u^\phi - 2\frac{u^r}{r} - 2r^2 u^\phi D u^\phi. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Odvození $r \langle \nabla^r u^\phi \rangle$:

$$\begin{aligned} r \langle \nabla^r u^\phi \rangle &= r \nabla^r u^\phi + r \nabla^\phi u^r - \frac{2}{3} r \Delta^{r\phi} \nabla^\gamma u_\gamma \\ &= -\frac{1}{r} \partial_\phi u^r - r \partial_r u^\phi - r u^\phi D u^r - \frac{2}{3} r \Delta^{r\phi} \nabla^\gamma u_\gamma, \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

kde

$$\begin{aligned} r \nabla^r u^\phi &= r \Delta^{r\beta} d_\beta u^\phi = r (g^{r\beta} - u^r u^\beta) d_\beta u^\phi = r g^{r\beta} d_\beta u^\phi - r u^r u^\beta d_\beta u^\phi \\ &= r g^{r\beta} d_\beta u^\phi - r u^r D u^\phi = r g^{r\beta} (\partial_\beta u^\phi + \Gamma_{\mu\beta}^\phi) - r u^r D u^\phi \\ &= r g^{r\beta} \partial_\beta u^\phi + r g^{r\beta} \Gamma_{\mu\beta}^\phi u^\mu - r u^r D u^\phi = -r \partial_r u^\phi - r u^r D u^\phi - u^\phi \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

a

$$\begin{aligned} r \nabla^\phi u^r &= r \Delta^{\phi\beta} d_\beta u^r = r (g^{\phi\beta} - u^\phi u^\beta) d_\beta u^r = r g^{\phi\beta} d_\beta u^r - r u^\phi D u^r \\ &= r g^{\phi\beta} (\partial_\beta u^r + \Gamma_{\mu\beta}^r u^\mu) - r u^\phi D u^r \\ &= r g^{\phi\phi} \partial_\phi u^r + r g^{\phi\phi} \Gamma_{\phi\phi}^r u^\phi = -\frac{1}{r} \partial_\phi u^r - r u^\phi D u^r + u^\phi. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Odvození $\tau^2 \langle \nabla^{\eta_s} u^{\eta_s} \rangle$:

$$\begin{aligned} \tau^2 \langle \nabla^{\eta_s} u^{\eta_s} \rangle &= 2\tau^2 \nabla^{\eta_s} u^{\eta_s} - \frac{2}{3} \tau^2 \Delta^{\eta_s \eta_s} \nabla^\gamma u_\gamma \\ &= -2\partial_{\eta_s} u^{\eta_s} - \frac{2}{\tau} u^\tau - 2\tau^2 u^{\eta_s} D u^{\eta_s} - \frac{2}{3} \tau^2 \Delta^{\eta_s \eta_s} \nabla^\gamma u_\gamma, \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

kde

$$\begin{aligned} 2\tau^2 \nabla^{\eta_s} u^{\eta_s} &= 2\tau^2 \Delta^{\eta_s \beta} d_\beta u^{\eta_s} = 2\tau^2 (g^{\eta_s \beta} - u^{\eta_s} u^\beta) d_\beta u^{\eta_s} = 2\tau^2 g^{\eta_s \eta_s} d_{\eta_s} u^{\eta_s} - 2\tau^2 u^{\eta_s} D u^{\eta_s} \\ &= -2\partial_{\eta_s} u^{\eta_s} - \Gamma_{\mu\eta_s}^{\eta_s} u^{\eta_s} - 2\tau^2 u^{\eta_s} D u^{\eta_s} = -2\partial_{\eta_s} u^{\eta_s} - 2\frac{u^\tau}{\tau} - 2\tau^2 u^{\eta_s} D u^{\eta_s}. \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

B PŘÍLOHA: ODVOZENÍ KOREKCE NA VISOZITU

Ve všech vztazích je

$$\nabla^\gamma u_\gamma = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} u^\mu), \quad (\text{B.16})$$

kde $\sqrt{-g} = \tau r$ a g je determinant metrického tenzoru. Nyní si odvodíme vztah B.16.

Pro

$$\mu = \tau \Rightarrow \frac{1}{\tau r} \partial_\tau (\tau r u^\tau) = \frac{1}{\tau} u^\tau + \partial_\tau u^\tau, \quad (\text{B.17})$$

$$\mu = \phi \Rightarrow \frac{1}{\tau r} \partial_\phi (\tau r u^\phi) = \partial_\phi u^\phi, \quad (\text{B.18})$$

$$\mu = r \Rightarrow \frac{1}{\tau r} \partial_r (\tau r u^r) = \frac{1}{r} u^r + \partial_r u^r, \quad (\text{B.19})$$

$$\mu = \eta_s \Rightarrow \frac{1}{\tau r} \partial_{\eta_s} (\tau r u^{\eta_s}) = \partial_{\eta_s} u^{\eta_s} \quad (\text{B.20})$$

pak rovnice (B.16) přejde do tvaru

$$\nabla^\gamma u_\gamma = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} u^\mu) = \frac{u^\tau}{\tau} + \frac{u^r}{r} + \partial_\phi u^\phi + \partial_{\eta_s} u^{\eta_s} + \partial_\tau u^\tau + \partial_r u^r. \quad (\text{B.21})$$

Pro

$$\begin{aligned} \mu = r \Rightarrow Du^r &= u^\alpha d_\alpha u^r = u^\tau \partial_\tau u^r + u^r \partial_r u^r + u^\phi \partial_\phi u^r + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} u^r + u^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^r u^\mu \\ &= u^\tau \partial_\tau u^r + u^r \partial_r u^r + u^\phi \partial_\phi u^r + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} u^r + u^\phi \Gamma_{\phi\phi}^r u^\phi = u^\tau \partial_\tau u^r + u^r \partial_r u^r + u^\phi \partial_\phi u^r - r(u^\phi)^2, \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

$$\begin{aligned} \mu = \phi \Rightarrow rDu^\phi &= u^\tau \partial_\tau (ru^\phi) + u^r \partial_r (ru^\phi) + u^\phi \partial_\phi (ru^\phi) + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} (ru^\phi) + ru^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\phi u^\mu \\ &= u^\tau \partial_\tau (ru^\phi) + u^r \partial_r (ru^\phi) + u^\phi \partial_\phi (ru^\phi) + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} (ru^\phi) + u^\phi u^r, \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

$$\begin{aligned} \mu = \eta_s \Rightarrow \tau Du^{\eta_s} &= u^\tau \partial_\tau (\tau u^{\eta_s}) + u^r \partial_r (\tau u^{\eta_s}) + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} (\tau u^{\eta_s}) + u^\phi \partial_\phi (\tau u^{\eta_s}) + \tau u^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^{\eta_s} u^\mu \\ &= u^\tau \partial_\tau (\tau u^{\eta_s}) + u^r \partial_r (\tau u^{\eta_s}) + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} (\tau u^{\eta_s}) + u^\phi \partial_\phi (\tau u^{\eta_s}) + \tau u^{\eta_s} \Gamma_{\tau\eta_s}^{\eta_s} u^\tau \\ &= u^\tau \partial_\tau (\tau u^{\eta_s}) + u^r \partial_r (\tau u^{\eta_s}) + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} (\tau u^{\eta_s}) + u^\phi \partial_\phi (\tau u^{\eta_s}) + u^{\eta_s} u^\tau, \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

$$\begin{aligned} \mu = \tau \Rightarrow Du^\tau &= u^\tau \partial_\tau u^\tau + u^r \partial_r u^\tau + u^\phi \partial_\phi u^\tau + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} u^\tau + u^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\tau u^\mu \\ &= u^\tau \partial_\tau u^\tau + u^r \partial_r u^\tau + u^\phi \partial_\phi u^\tau + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} u^\tau + u^{\eta_s} \Gamma_{\eta_s\eta_s}^\tau u^{\eta_s} \\ &= u^\tau \partial_\tau u^\tau + u^r \partial_r u^\tau + u^\phi \partial_\phi u^\tau + u^{\eta_s} \partial_{\eta_s} u^\tau + \tau(u^{\eta_s})^2. \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Časové komponenty jsou spočítány z $\langle \nabla^\alpha u^\beta \rangle u_\beta = 0$. Časové derivace $\partial_\tau u^\phi, \partial_\tau u^r$ a $\partial_\tau u^\tau$ zmizí.

Pro rovnice (B.7), (B.9), (B.11) a (B.14) pak dostáváme za použití výše odvozených

B.2 Odvození spektra v příčné hmotnosti pro fermiony s korekcí na viskozitu

vztahů a za předpokladu, že pro Bjorkenovu expanzi platí

$$u^\phi = 0, \quad (\text{B.26})$$

$$u^{\eta_s} = 0, \quad (\text{B.27})$$

$$u^r = 0, \quad (\text{B.28})$$

$$u^\tau = 1 \quad (\text{B.29})$$

$$r \langle \nabla^r u^\phi \rangle = -\frac{2}{3} r (g^{r\phi} - u^r u^\phi) \left(\frac{u^\tau}{\tau} + \frac{u^r}{r} + 0 \right) = 0, \quad (\text{B.30})$$

$$\begin{aligned} r^2 \langle \nabla^\phi u^\phi \rangle &= -2 \frac{u^r}{r} - \frac{2}{3} r^2 \left(-\frac{1}{r^2} - u^\phi u^\phi \right) \left(\frac{u^\tau}{\tau} + \frac{u^r}{r} + \partial_r u^r + \partial_\tau u^\tau \right) \\ &= \frac{2}{3} \frac{u^\tau}{\tau} = \frac{2}{3\tau}, \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

$$\begin{aligned} \langle \nabla^r u^r \rangle &= -2 \partial_r u^r - 2 u^r D u^r - \frac{2}{3} (g^{rr} - u^r u^r) \left(\frac{u^\tau}{\tau} + \frac{u^r}{r} + \partial_r u^r + \partial_\tau u^\tau \right) \\ &= \frac{2}{3} \frac{u^\tau}{\tau} = \frac{2}{3\tau}, \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

$$\begin{aligned} \tau^2 \langle \nabla^{\eta_s} u^{\eta_s} \rangle &= -2 \frac{u^\tau}{\tau} - \frac{2}{3} \tau^2 (g^{\eta_s \eta_s} - u^{\eta_s \eta_s}) \left(\frac{u^\tau}{\tau} + \frac{u^r}{r} \right) = -\frac{2}{\tau} + \frac{2}{3\tau^2} \tau^2 \frac{u^\tau}{\tau} \\ &= -\frac{2}{\tau} + \frac{2}{3\tau} = -\frac{4}{3\tau}. \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

B.2 Odvození spektra v příčné hmotnosti pro fermiony s korekcí na viskozitu

Pro čtyřrychlosť platí

$$u^\mu = (\cosh \eta_s, 0, 0, \cosh \eta_t) \quad (\text{B.34})$$

a pro čtyřhybnost

$$p^\mu = (m_T \cosh y, p_T \cos \phi', p_T \sin \phi', m_T \sinh y). \quad (\text{B.35})$$

Vynásobením vztahů (B.34) a (B.35) dostaneme

$$p^\mu u_\mu = m_T \cosh \eta_t \cosh(y - \eta_s). \quad (\text{B.36})$$

B PŘÍLOHA: ODVOZENÍ KOREKCE NA VISOZITU

$$\begin{aligned}
& \frac{dN^{(0)}}{m_T dm_T dy} + \frac{dN^{(1)}}{m_T dm_T dy} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \int \int p^\mu d\Sigma_\mu \left(f_0 \left(\frac{p^\mu u_\mu}{T} \right) + \delta f \right) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} m_T r \tau \cosh(y - \eta_s) dr d\phi d\eta_s \frac{1}{\exp \left[\frac{m_T \cosh(y - \eta_s)}{T} \right] + 1} \\
&\quad + \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} m_T r \tau \cosh(y - \eta_s) dr d\phi d\eta_s \frac{1}{\exp \left[\frac{m_T \cosh(y - \eta_s)}{T} \right] + 1} \\
&\quad \cdot \left[1 - \frac{1}{\exp \left(\frac{m_T \cosh(y - \eta_s)}{T} \right) + 1} \right] \cdot \left[\frac{3}{8} \frac{\Gamma_s}{T^2} \left(\frac{2p_T^2}{3\tau} - \frac{4m_T^2}{3\tau} \sinh^2 \eta_s \right) \right] \\
&\approx \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{1}{2\pi^2} \int_0^R \int_0^{+\infty} m_T r \tau \cosh(y - \eta_s) dr d\phi d\eta_s \exp \left[\frac{-nm_T \cosh(y - \eta_s)}{T} \right] \\
&+ \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{1}{2\pi^2} \int_0^R \int_0^{+\infty} m_T r \tau \cosh(y - \eta_s) dr d\phi d\eta_s \exp \left[\frac{-nm_T \cosh(y - \eta_s)}{T} \right] \\
&\quad \cdot \left[\frac{3}{8} \frac{\Gamma_s}{T^2} \left(\frac{2p_T^2}{3\tau} - \frac{4m_T^2}{3\tau} \sinh^2 \eta_s \right) \right] \\
&= \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{m_T \tau}{2\pi^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\
&+ \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{1}{(2\pi^2)} \frac{3}{8} \frac{\Gamma_s m_T}{T^2} \int_0^R \int_0^{+\infty} \cosh \chi r dr \exp \left(\frac{-nm_T \cosh \chi}{T} \right) \\
&\quad \cdot \left[\frac{2p_T^2}{3\tau} - \frac{4m_T^2}{3\tau} \sinh^2 \eta_s \right] d\chi \\
&= \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{m_T \tau}{2\pi^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\
&+ \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T p_T^2}{8\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\
&- \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T^3}{4\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R \int_0^{+\infty} r dr \cosh \chi \sinh^2 \chi \exp \left(\frac{-nm_T \cosh \chi}{T} \right) d\chi,
\end{aligned} \tag{B.37}$$

B.2 Odvození spektra v příčné hmotnosti pro fermiony s korekcí na viskozitu

kde

$$\begin{aligned} \cosh \chi \cdot \sinh^2 \chi &= \frac{1}{2} [\cosh \chi \cdot \cosh 2\chi - \cosh \chi] = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \cosh \chi + \frac{1}{2} \cosh 3\chi - \cosh \chi \right] \\ &= \frac{1}{4} \cosh 3\chi - \frac{1}{4} \cosh \chi. \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

a závorka $(1 + \delta_{n2})$ se zde objevila kvůli vztahu 4.56.

Pak rovnice (B.37) přejde do tvaru

$$\begin{aligned} \frac{dN^{(0)}}{m_T dm_T dy} + \frac{dN^{(1)}}{m_T dm_T dy} &= \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{m_T \tau}{2\pi^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &\quad + \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T p_T^2}{8\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &\quad + \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T^3}{16\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R \int_0^{+\infty} r dr \cosh \chi \exp \left(\frac{-nm_T \cosh \chi}{T} \right) d\chi \\ &\quad - \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T^3}{16\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R \int_0^{+\infty} r dr \cosh 3\chi \exp \left(\frac{-nm_T \cosh \chi}{T} \right) d\chi \\ &= \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{m_T \tau}{2\pi^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T \cosh \eta_t}{T} \right) \\ &\quad + \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T p_T^2}{8\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &\quad + \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T^3}{16\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &\quad - \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T^3}{16\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_3 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &= \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} \frac{m_T \tau}{2\pi^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &\quad + \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{1}{8\pi^2} \left[m_T p_T^2 + \frac{m_T^3}{2} \right] \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_1 \left(\frac{nm_T}{T} \right) \\ &\quad - \sum_{n=1}^3 (-1)^{n+1} (1 + \delta_{n2}) \frac{m_T^3}{16\pi^2} \frac{\Gamma_s}{T^2} \int_0^R r dr K_3 \left(\frac{nm_T}{T} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

kde K_3 je modifikovaná Besselova funkce definovaná vztahem (3.31).

Reference

- [1] FLORKOWSKI, Wojciech. Phenomenology of ultra-relativistic heavy-ion collisions. London: World Scientific, 2010, xix, 416 p. ISBN 98-142-8066-6.
- [2] K. G. Wilson, "Confinement of quarks," Phys. Rev. D10 (1974).
- [3] The Physics of the Quark-Gluon Plasma, Introductory Lectures, Lecture Notes in Physics 785, S. Sarkar, H. Satz, B. Sinha.
- [4] J. C. Collins and M. J. Perry, "Superdense matter: neutrons or asymptotically free quarks?", Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 1353.
- [5] Malý třesk: https://u.osu.edu/vishnu/files/2014/09/little_bang_10wt2pd.jpg. [online 23/04/2016]
- [6] N. Cabibbo and G. Parisi, "Exponential hadronic spectrum and quark liberation," Phys. Lett. B59 (1975) 67.
- [7] E. V. Shuryak, "Quark-gluon plasma and hadronic production of leptons, photons and pions," Phys. Lett. B78 (1978) 150.
- [8] J. I. Kapusta, "Quantum chromodynamics at high temperature," Nucl. Phys. B148 (1979) 461-498.
- [9] S. A. Chin, "Transition to hot quark matter in relativistic heavy ion collision," Phys. Lett. B78 (1978) 552-555.
- [10] U. W. Heinz, "The little bang: Searching for quark-gluon matter in relativistic heavy-ion collisions," Nucl. Phys. A685 (2001) 414-431.
- [11] Velký třesk: www.particleadventure.org/images/history_of_the_universe_2014.jpg [online 23/04/2016]
- [12] B. Tomášik, F. Sannino, I. Bearden a T. Dossing, "Topics in modern nuclear physics: Flow and Sizes", Kobenhavns Universitet, Niels Bohr Institutet, 2004.
- [13] E. Schnedermann, J. Sollfrank and U. Heinz, "Thermal phenomenology of hadrons from 200 A GeV S+S collisions," Phys. Rev. C48 (1993) 2462-2475.
- [14] Freeze-out: R. Stock.arXiv:0807.1610v1. [online 23/04/2016]

REFERENCE

- [15] W. Broniowski, A. Baran and W. Florkowski, "Thermal approach to rhic," *Acta Phys. Polon.* B33 (2002) 4235-4258.
- [16] B. Tomášik, F. Sannino, I. Bearden and T. Dossing, "Topics in modern nuclear physics: Observables addressed by hydrodynamics," Kobenhavns Universitet, Niels BohrInstitutet, 2004.
- [17] Modifikované Besselovy funkce: http://people.math.sfu.ca/~cbm/aands/page_376.htm [online 11/05/2016]
- [18] K. Dusling, G. D. Moore and D. Teaney, "Radiative energy loss and $v_2(p_T)$ spectra for viscous hydrodynamics," *Phys. Rev.* C81(2010)
- [19] D. Teaney,"Effect of shear viscosity on spectra, elliptic flow, and Hanbury Brown-Twiss radii," *Phys. Rev.* C68(2003)
- [20] Pohybové rovnice QCD: https://wiki.bnl.gov/TECHQM/index.php/QCD_Equation_of_State [online 11/05/2016]
- [21] I. Melo and B. Tomášik,"Reconstructing the final state of Pb+Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76\text{TeV}$," *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 43 (2016)
- [22] J. Sollfrank, P. Koch and U. Heinz, "The influence of resonance decays on the p_T spectra from heavy-ion collisions," *Phys. Lett. B* (1990)
- [23] B. Tomášik,"DRAGON: Monte Carlo generator of particle production from a fragmented fireball in ultrarelativistic nuclear collisions," *Computer Physics Communications* 180 (2009) 1642-1653
- [24] T. Csörgo and B. Lörstad, "Bose-Einstein correlations for three-dimensionally expanding, cylindrically symmetric, finite systems," *Phys. Rev. C54* (1996) 1390
- [25] G. B. Arfken and H. J. Weber, "Mathematical methods for physicists, "Sixth edition, Elsevier Academic Press (2005)