České vysoké učení technické v Praze Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská <sup>Katedra fyziky</sup> Aplikace přírodních věd Fyzika a technika termojaderné fúze

## Popis 2D rychlostního prostoru ubíhajících elektronů na tokamacích CASTOR a COMPASS a výklad dřívějších měření na tokamaku CASTOR

2D velocity space description of runaway electrons in the CASTOR and COMPASS tokamaks and interpretation of previous CASTOR measurements

Výzkumný úkol

Vypracovala: Bc. Lenka Kocmanová Vedoucí práce: RNDr. Vladimír Fuchs, CSc. Rok: 2011

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem výzkumný úkol vypracovala samostatně a použila jsem pouze podklady uvedené v přiloženém seznamu. V Praze dne .....

Bc. Lenka Kocmanová

## Poděkování

Děkuji RNDr.Vladimíru Fuchsovi,CSc. za vedení mého výzkumného úkolu a za podnětné návrhy.

Bc. Lenka Kocmanová



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ INŽENÝRSKÁ PRAHA 1 - STARÉ MĚSTO, BŘEHOVÁ 7 - PSČ 115 19



Katedra: fyziky

Akademický rok: 2010/11

# VÝZKUMNÝ ÚKOL

Posluchač: Bc. Lenka Kocmanová

Zaměření: Fyzika a technika termojaderné fúze

Vedoucí úkolu: RNDr. Vladimír Fuchs, CSc., Ústav fyziky plazmatu, AV, ČR, v.v.i.

### Konzultant:

Název úkolu (česky/anglicky): Popis 2-D rychlostního prostoru ubihajících elektronů na tokamacích CASTOR a COMPASS a výklad dřívějších měření na tokamaku COMPASS / 2-D velocity space description of runaway electrons in the CASTOR and COMPASS tokamaks and interpretation of previous CASTOR measurements

#### Pokyny pro vypracování:

In the region of high velocities  $v >> v_e$  (electron thermal velocity), the 2-D kinetic Fokker-Planck equation can be approximated by the momentum and energy slowing down equations. Determine electron runaway characteristics from phase space properties of this sytem of differential equations. Assess whether the non-Maxwellian feature of distribution functions measured in Ref [5] can be caused by runaway.

Součástí zadání výzkumného úkolu je jeho uložení na webové stránky katedry fyziky.

#### Literatura:

[1] H. Dreicer, Phys. Rev. 115, 238 (1959) and H. Dreicer, Phys. Rev. 117, 329 (1960).
[2] R. Kulsrud et al.,, Phys. Rev. Lett. 31, 690 (1973).
[3] V. Fuchs, R. A. Cairns, et al., Phys. Fluids 29, 2931, (1986).
[4] V. Fuchs, M. M. Shoucri, J. Teichmann, A. Bers, Phys. Fluids 31, 2221 (1988).

[5] Tsv. K. Popov et al., P. Ivanova, et al., Plasma Phys. Control Vision 51 (2009) 065014.

*Datum zadání:* 07.10.2010

Datum odevzdání: 30.06.2011

🖉 Vedoucí katedry

- Název práce: Popis 2D rychlostního prostoru ubíhajících elektronů na tokamacích CASTOR a COMPASS a výklad dřívějších měření na tokamaku CASTOR
- Autor: Bc. Lenka Kocmanová
- **Obor:** Aplikace přírodních věd
- Druh práce: Výzkumný úkol
- Vedoucí práce: RNDr. Vladimír Fuchs, CSc. , Ústav fyziky plazmatu, AV, ČR, v.v.i.
- Klíčová slova: ubíhající elektrony, CQL3D, COMPASS, CASTOR
- **Abstrakt:** Tato práce popisuje vliv elektrického pole na elektrony v plazmatu. Základem je uvážení změny hybnosti a energie testovacího elektronu v elektrickém poli. Dále jsou diskutovány různé způsoby výpočtu poměru ubíhajících elektronů. Předmětem úkolu je zjistit, zda byly v tokamaku CASTOR při experimentu, jež je popsaný v článku [5] pozorovány ubíhající elektony. Dále je zde diskutovaný vliv změny  $Z_{eff}$  na poměr ubíhajících elektronů. Výpočty byly provedeny kódem CQL3D.
- **Title:** 2D velocity space description of runaway electrons in the CASTOR and COMPASS tokamaks and interpretation of previous CASTOR measurements
- Key words: runaway electrons, CQL3D, COMPASS, CASTOR
- **Abstract:** This work describes the influence of an electric field on electrons in a plasma. This involves calculating changes in momentum and in energy of test electrons. Also discussed are various ways of calculating the electron runaway rate. The aim of the work is detect whether runaway electrons were detected in the CASTOR tokamak during experiments carried out by Popov et al. [5]. The influence of  $Z_{eff}$  is also discussed here. The Fokker-Planck code CQL3D was used for determining the electron distribution function and runaway rates.

# Obsah

6	Závěr	<b>24</b>
	5.2 COMPASS	21
	5.1 CASTOR	16
<b>5</b>	Ubíhající elektrony na tokamacích CASTOR a COMPASS	16
4	Rychlosti produkce ubíhajících elektronů	11
3	Vznik ubíhajících elektronů, fázový prostor	10
2	Srážky	9
1	Úvod	7

# 1 Úvod

Tokamak je zařízení, v němž je plazma udržováno kombinací toroidálního a poloidálního magnetického pole. Poloidální pole je generováno toroidálním proudem a způsobuje helicitní pohyb částic. Elektrický proud je generovaný indukovaným elektrickým polem *E*. Přítomnost elektrického pole je pro zařízení tohoto druhu nepostradatelá a vede k produkci ubíhajících elektronů. Ubíhající elektrony jsou takové elektrony, jejichž rychlost se výrazně zvýší vlivem stejnosměrného elektrického proudu. Proti pohybu elektronů ve směru elektrického pole působí Coulombovy srážky. Elektrické pole, které urychluje elektrony může být poměrně malé. Pro velké rychlosti elektronů je frekvence srážek elektronů s ionty podobná jako frekvence srážek mezi elektrony a obě tyto hodnoty jsou nepřímo úměrné třetí mocnině rychlosti elektronu. V důsledku toho srážková frekvence výrazně klesá s rostoucí rychlostí.

Studium ubíhajících elektronů je důležité hlavně ze dvou důvodů

- Důsledkem nestabilit vyletují z plazmatu a dopadají na první stěnu, čímž ji poškozují.
- Při ohmickém ohřevu ubíhající elektrony odvádí velké množství dodané energie.

Ubíhající elektrony vznikají před nárůstem elektronové hustoty. Vznik ubíhajících elektronů závisí mimo jiné na plazmové hustotě. Při nízké hustotě se zvyšuje počet ubíhajících elektronů a při velmi nízké hustotě mohou nést významnou část plazmatického proudu a v důsledku toho velkou část ohmické energie. Ubíhající elektrony mají tři fáze. První fáze zahrnuje začátek ubíhání. Rychlost elektronů je blízká kritické rychlosti. Druhá fáze začíná, když se rychlost elektronu rovná kritické rychlosti a jeho dráha se značně vychýlí z magnetického povrchu. Elektron se urychluje a je zdrojem elektromagnetického záření. Udržení těchto elektronů je stejné jako udržení tepelných elektronů. Ve třetí fázi se kinetická energie značně zvýší a driftové povrchy se významně posunou ( $\geq 1cm$ ) směrem vně. Na tyto elektronů značně převyšuje dobu udržení tepelných elektronů. Dopad ubíhajícího elektronu na stěnu nádoby, na limiter nebo divertor způsobuje vznik tvrdého rentgenového záření.

Ubíhající elektrony budou představovat závažné riziko ve velkých tokamacích. Mohou být příčinou disrupcí. Způsobují velký spád proudové hustoty a tearing nestability. V tokamacích s velkým elektrickým polem je hlavním zdrojem ubíhajících elektronů sekundární emise. Primární ubíhající elektrony vznikají náhodným procesem v důsledku velkého množství srážek. Disrupcím můžeme předejít vstřikem nečistot (killer pellets) do plazmatu, čímž se zvýší odpor a rychle se sníží proud. Zvýší se hustota elektronů  $n_e$  a v důsledku toho i kritické elektrické pole  $E_c$ . Teplota se také sníží okamžitým vyzářením. Snížit rychlost produkce ubíhajících elektronů se však může jednoduše vstřikem paliva, tedy zvýšením jeho hustoty.[10]

Nyní stručně popíši procesy, které vedou k ubíhání elektronů kvantitativně. Mějme testovací částici pohybující se v plazmatu. Na částici v plazmatu působí třecí síla a síla elektrického pole. Pokud jsou tyto síly v rovnováze, má elektron kritickou rychlost  $v_c$ , tedy

$$eE = F(v_c). \tag{1}$$

Uvažuje se jak rovnováha v hybnosti, tak v energii. Třecí sílu definujeme

$$F(v) = mv\nu, \tag{2}$$

kde

$$\nu = \frac{4\pi e^4 n_e ln\lambda}{(4\pi\varepsilon_0)^2 m^2 v^3} = \frac{4\pi e^4 n_e ln\lambda}{(4\pi\varepsilon_0)^2 m^{1/2} (kT_e)^{3/2}}$$
(3)

je srážková frekvence Coulombovských srážek. Pro kritickou rychlost platí rovnost

$$v_c^2 = \frac{4\pi e^3 n_e ln\lambda}{\left(4\pi\varepsilon_0\right)^2 mE},\tag{4}$$

kde $ln\lambda$  je Coulombův logaritmus. Je to logaritmus podílu Debyeovy vlnové délky a srážkového parametru, který způsobí změnu pohybu nalétávající částice o 90°. Elektrické pole bude elektrony s rychlostmi $v > v_c$  pozvolna urychlovat. Elektrony s rychlostmi  $v < v_c$ zůstanou v tepelné oblasti. Je-li kritická rychlost rovna tepelné rychlosti, pak příslušné elektrické pole, nazýváme kritické elektrické pole $E_c$ . Tedy

$$eE_c = F(v_{th}). \tag{5}$$

Pro kritické elektrické pole pak platí rovnost

$$E_c = \frac{4\pi e^3 n_e l n \lambda_c}{(4\pi\varepsilon_0)^2 m v_{tb}^2}.$$
(6)

První odvození hranice pro ubíhající elektrony provedl Dreicer. Použil k odvození meze vzniku ubíhajících elektronů pouze hybnost. Tímto problémem se budu zabývat níže. Narozdíl od Dreicerovy rychlosti, se kterou jsem se v literatuře nesetkala, je výskyt Dreicerova elektrického pole častý.

$$E_D = \frac{T_e}{2T} \frac{ln\lambda}{ln\lambda_c} E_c,\tag{7}$$

kde T je teplota plazmatu v čase t = 0, kdy je spuštěno elektrického pole a  $ln\lambda$  se též vypočítá z parametrů v čase t = 0. Dreicer uvažoval jiný tvar elektrického pole, protože bral v úvahu změnu v čase.

V následující kapitole se zabývám různými druhy srážek, jejichž vliv musí elektrony překonat, než se stanou ubíhajícími. Ve 3. kapitole detailně popisuji procesy, které vedou ke vzniku ubíhajících elektronů. Další kapitola obsahuje různé způsoby výpočtu rychlosti produkce ubíhajících elektronů a v 5. kapitole se zabývám ubíhajícími elektrony na tokamacích CASTOR a COMPASS.

# 2 Srážky

V případě částečně ionizovaného plynu je celková třecí síla součtem tření mezi elektrony a molekulami nebo atomy  $F_m$  a tření mezi elektrony a nabitými částicemi  $F_p$ . Tedy  $F = F_m + F_p$ . Pro třecí sílu platí [5]

$$F_{m,p} = mu\nu_{m,p} = 2n_e W Q_{m,p},\tag{8}$$

kde  $W = mu^2/2$  je kinetická energie elektronu a  $Q_{m,p}$  je účinný průřez. Účinný průřez pro celkovou výměnu hybnosti elektronu s kinetickou energií W v částečně ionizovaném plynu je

$$Q_{m,p}[cm^2] = \frac{2 * 10^{-2}}{\sqrt{W[eV]}(750 + W[eV]^{3/2})},$$
(9)

což platí pro energie elektronů od 1eV do 200eV.

Mějme nalétávající částice  $\alpha$  s rychlostí  $v_{\alpha}$ , které dopadají na terčíkové částice  $\beta$  s rychlostí  $v_{\beta}$ . Rozlišují se čtyři relaxační procesy[8]:

zpomalovací proces

$$\frac{d\vec{v_{\alpha}}}{dt} = -\nu_s^{\alpha \setminus \beta} \vec{v_{\alpha}} \tag{10}$$

příčná difuze

$$\frac{d}{dt}(\vec{v}_{\alpha} - \vec{\bar{v}}_{\alpha})_{\perp}^2 = \nu_{\perp}^{\alpha \setminus \beta} v_{\alpha}^2 \tag{11}$$

podélná difuze

$$\frac{d}{dt}(\vec{v}_{\alpha} - \vec{\bar{v}}_{\alpha})_{\parallel}^2 = \nu_{\parallel}^{\alpha \setminus \beta} v_{\alpha}^2 \tag{12}$$

energerické ztráty

$$\frac{d}{dt}v_{\alpha}^2 = -\nu_E^{\alpha\setminus\beta}v_{\alpha}^2,\tag{13}$$

kde průměrné hodnoty jsou středované přes soubor testovacích částic. Koeficienty na pravé straně mají následující tvar

$$\nu_s^{\alpha \setminus \beta} = (1 + m_\alpha / m_\beta) \psi(x^{\alpha \setminus \beta}) \nu_0^{\alpha \setminus \beta}; \tag{14}$$

$$\nu_{\perp}^{\alpha \setminus \beta} = 2[(1 - 1/2x^{\alpha \setminus \beta})\psi(x^{\alpha \setminus \beta}) + \psi'(x^{\alpha \setminus \beta})]\nu_{0}^{\alpha \setminus \beta};$$
(15)

$$\nu_{\parallel}^{\alpha \setminus \beta} = [\psi(x^{\alpha \setminus \beta})/x^{\alpha \setminus \beta}]\nu_{0}^{\alpha \setminus \beta};$$
(16)

$$\nu_E^{\alpha\backslash\beta} = 2[(m_\alpha/m_\beta)\psi(x^{\alpha\backslash\beta}) - \psi'(x^{\alpha\backslash\beta})]\nu_0^{\alpha\backslash\beta},\tag{17}$$

kde

$$\begin{aligned} \nu_0^{\alpha\backslash\beta} &= 4\pi e_\alpha^2 e_\beta^2 n_\beta ln\lambda/m_\alpha^2 v_\alpha^2; \ x^{\alpha\backslash\beta} &= m_\beta v_\alpha^2/2kT_\beta; \\ \psi(x) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x t^{1/2} e^{-t} dt; \ \psi(x) &= \frac{d\psi}{dx}. \end{aligned}$$

## 3 Vznik ubíhajících elektronů, fázový prostor

V plně ionizovaném plazmatu s jedním druhem iontů je testovací elektron zpomalován ve směru  $v_{\parallel}$  srážkami s ionty a s elektrony. Platí vztah[3]

$$\dot{v}_{\parallel} = eE/m_e - (\nu_s^{e/e} + \nu_s^{e/i})v_{\parallel}, \tag{18}$$

kde $\nu^{e/e,i}$ jsou srážkové frekvence. Tato rovnice popisuje hybnost elektronu. Vztah převedeme pomocí transformačních vztahů

$$v \to v/v_e, v_e^2 = kT_e/m_e, t \to t\nu_0, \nu_0 = 4\pi n_e e^4 ln\Lambda/m_e^2 v_e^3, \epsilon = E/E_c$$
 (19)

na normovaný tvar

$$\dot{v}_{\parallel} = \epsilon - \alpha v_{\parallel} / v^3, \ \alpha = 2 + Z_i.$$
<sup>(20)</sup>

Rychlost $v_{\parallel}$  je rovnoběžná s elektrickým polem a předpokládá se platnost nerovnosti $v_{\parallel}^2 \gg v_{\perp}^2$ . Dreicer uvažoval pouze tuto rovnici. Počítal s tím, že se mění pouze hybnost elektronu. Rychlost, při které je derivace nulová označil jako bod přechodu mezi tepelnými a ubíhajícími elektrony. Elektron získává energii úměrnou součinu  $e\vec{E}\cdot\vec{v}$ , což může způsobit výrazný vzrůst energie. Následující rovnice popisuje energii částice.

$$\dot{v}v = e\vec{E} \cdot \vec{v}/m_e - (\nu_E^{e/e} + \nu_E^{e/i})v^2$$
(21)

Pro rychlé elektrony platí $\nu_E^{e/e}\gg\nu_E^{e/i}$  <br/>a $\nu_E^{e/e}\cong\nu_s^{e/e}.$  Rovnici (21) znormujeme a získáme tvar

$$\dot{v}v = \epsilon v_{\parallel} - 1/v. \tag{22}$$

Tento výraz upravíme použitím rovnice (18) a dostaneme vztah

$$\dot{v}_{\perp}v_{\perp} = (\alpha v_{\parallel}^2 / v^2 - 1)/v \tag{23}$$

Systém rovnic (20) a (23) má v prostoru  $(v_{\parallel}, v_{\perp}^2/2)$  singulární bod V<sub>s</sub>,

$$V_s = \left(\frac{1}{\epsilon^{1/2}\alpha^{1/4}}, \frac{\alpha - 1}{2\epsilon\alpha^{1/2}}\right),\tag{24}$$

což je bod  $V_s$  sedlový.

Na obrázku (3) je rychlostní fázový prostor a stejný fázový prostor je na obrázku (2), kde čáry spojují body umístění elektronu ve fázovém prostoru.  $V_s$  je průsečíkem dvou křivek. Jedna spojuje body, pro které platí  $\dot{v}_{\parallel} = 0$  a druhá body  $\dot{v}_{\perp} = 0$ . Separatrix  $S_r$  a  $S_a$  jsou čáry toku, které prochází bodem  $V_s$ . Elektrony s rychlostí  $v_c < v < v_D$  získají kolmou energii. Zvyšuje se jejich kolmá rychlost a ubíhají podél separatrix  $S_a$ . Elektrony, které se ve fázovém prostoru nacházejí nad separatrix  $S_r$  a mají zápornou rovnoběžnou rychlost, budou nejprve snižovat,



Obrázek 1: Fázový prostor rovnic (22) a (20), kde  $V_s$  je sedlový bod,  $S_a$  a  $S_r$  jsou separatrix,  $\epsilon = E/E_c$  a eE > 0.

až se dostane do kladné oblasti. Rovnoběžná rychlost roste, až do bodu, kde rovnoběžná rychlost odpovídá bodu  $V_s$ . Pak se rychlost elektronu mění podél separatrix  $S_a$ . Tady elektrony, které měly původně zápornou rychlost se mohou stát ubíhajícími. Počítáme-li s hybností i energií částice, posune se hranice pro ubíhání elektronu na nižší hodnotu  $v_c$ . Dreicerova rychlost  $v_D$  je tedy pouze postačující podmínkou.

# 4 Rychlosti produkce ubíhajících elektronů

Teorií vzniku ubíhajících elektronů v plazmatu, které je vystavené elektrickému poli ( $E \ll E_c$ ) se zabývalo mnoho vědců přes 20 let. Při  $E \ll E_c$  se určité množství elektronů vychýlí z oblasti větší četnosti elektronů v Maxwellově rozdělení a vytvoří tzv. plato. Kdyby  $E \gtrsim E_c$ , ubíhaly by téměř všechny elektrony a nastaly by nestability.

Před zapnutím elektrického pole mají elektrony a ionty Maxwellovo rozdělení.[1]

$$F_e(v) = n \left(\frac{m}{2\pi k T_e}\right)^{3/2} exp\left(-\frac{mv^2}{2k T_e}\right)$$
(25)

$$F_i(v) = n \left(\frac{M}{2\pi k T_i}\right)^{3/2} exp\left(-\frac{Mv^2}{2k T_i}\right),\tag{26}$$

kde  $m, M, T_e, T_i$  elektronová a iontová hmotnost a teplota elektronu a iontu. Zapneme elektrické pole  $E \ll E_c$ . Platí Boltzmannovy rovnice

$$\frac{\partial F_e}{\partial t} + \vec{v} \nabla_x F_e - \frac{e}{m} \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \cdot \nabla_v F_e = \left( \frac{\partial F_e}{\partial t} \right)_v$$
$$\frac{\partial F_i}{\partial t} + \vec{v} \nabla_x F_i - \frac{e}{m} \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \cdot \nabla_v F_i = \left( \frac{\partial F_i}{\partial t} \right)_v \tag{27}$$



Obrázek 2: Fázový prostor rovnic (22) a (20). Čáry toku spojují body umístění elektronu ve fázovém prostoru v závislosti na čase.

Výrazy na pravé straně jsou srážkové členy a platí pro ně Fokkerova-Planckova rovnice. Po zapnutí elektrického pole se elektrony chovají následovně: Vrchol distribuční funkce elektronů v elektrickém poli se posune do driftové rychlosti elektronů. Konečná driftová rychlost se ustálí po několikanásobku času mezi dvěma srážkami. Růst elektronové teploty způsobuje další nárůst driftové rychlosti. V čase  $(E_c/E)^2 \nu^{-1}$  po zapnutí začínají vznikat ubíhající elektrony z elektronů, které byly před zapnutím v klidu. Rychlostní prostor se rozdělí na oblast ubíhání a oblast srážek.

Rychlost produkce ubíhajících elektronů vyšetřoval nejprve Dreicer. Vytvořil numerický model. Rozdělil rychlostní prostor na oblast srážek a oblast ubíhání. Distribuční funkci vysokoenergetických elektronů rozdělil takto:

$$F = F_0(\vec{V}, \tau) + \mu F_1(\vec{V}, \tau),$$

kde  $\mu$  je kosinus úhlu mezi rychlostí  $\vec{V}$  a elektrickým polem  $\vec{E}$ . Když byla rychlost elektronu větší než kritická rychlost ubíhajících elektronů,  $F_0$  zanedbával.

Pro členy  $F_0$  a  $F_1$  platí výrazy:

$$F_0 = f(\vec{V})exp(-\lambda t) \tag{28}$$

$$F_1 = \frac{E}{E_c} V^3 \frac{\partial f}{\partial V} exp(-\lambda t).$$
<sup>(29)</sup>

Zavedl funkci



Obrázek 3: Graf závislosti velikosti  $\lambda_1$  na poměru  $E/E_c$  pro dané  $V_b$ .

$$w(\vec{V}) = \vec{V}f(\vec{V})$$

s okrajovými podmínkami  $w(\vec{V}_c) = 0$  a w(0) = 0. Pomocí této funkce vyjádřil Fokkerovu-Planckovu rovnici. K sadě vlastních funkcí  $w_1(\vec{V}), w_2(\vec{V})...$  příslušejících danému  $V_c$  přísluší sada vlastních čísel  $\lambda_1, \lambda_2, ...$  Vlastní čísla  $\lambda$  udávají rychlost produkce ubíhajících elektronů,  $\lambda = \frac{1}{n} \frac{dn}{dt}$ . Pro nás je nejdůležitější  $\lambda_1$ , které je nejmenší. Na obrázku (4) vidíme závislost  $\lambda_1$  na poměru  $E/E_c$ pro danou kritickou rychlost  $\vec{V}_c$ , která je na obrázku (4) označena  $\vec{V}_b$ .

První analytické odvození provedl Gurevič. Při zvýšení rychlosti elektronů vlivem elektrického pole na rychlosti blízké kritické rychlosti se rozdělovací funkce odchýlí od Maxwellova rozdělení a získá charakter směru, proto rozvinul lnf podle  $1 - \mu$ , kde  $\mu$  je kosinus úhlu mezi  $\vec{E}$  a  $\vec{v}$ . Tedy

$$lnf = \varphi_0(v) + (1 - \mu)\varphi_1(v).$$
(30)

Distribuční funkci v tomto tvaru dosadil do Fokkerovy-Planckovy rovnice. Toto řešení však není platné pro  $v \sim v_{th}$  ani pro  $v \gg v_c$  a má singulární bod ve  $v = v_c$ . Další rozdíl mezi pracemi Gureviče a Dreicera byl ten, že Gurevič vázal parametry (teplotu, hustotu ...) k místu, zatímco Dreicer k času. Gurevičovo řešení platilo pouze pro velké rychlosti ve srovnání s tepelnou rychlostí a pro malé rychlosti ve srovnání s kritickou rychlostí ubíhajících elektronů. Gurevič získal výraz

$$\lambda = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{E}{E_c}\right)^{1/2} exp\left[-\frac{E_c}{4E} - \left(\frac{2E_c}{E}\right)^{1/2}\right].$$
(31)

Tok ubíhajících elektronů je definovaný vztahem

$$\Gamma = \nu n \lambda. \tag{32}$$

Lepší přiblížení udělal Lebeděv, který použil rozvoj logaritmu distribuční funkce do druhého stupně. Stejně jako Gurevič se zabýval rychlostmi  $v_{th} < v < v_c$ . Jeho výsledek pro rychlost produkce ubíhajících elektronů byl:

$$\lambda = 0.36 \left(\frac{E}{E_c}\right)^{-1/4} exp\left[-\frac{E_c}{4E} - \left(\frac{2E_c}{E}\right)^{1/2}\right].$$
(33)

Nejdůkladněji se věnovali ubíhajícím elektronům Kruskal a Bernstein, kteří rozdělili rychlostní prostor na pět intervalů a každý interval zpracovávali zvlášť. Opravili člen před exponencielou, ale výraz v exponentu zůstal stejný.

$$\lambda = K(Z_{eff}) \left(\frac{E}{E_c}\right)^{-3/8} exp\left[-\frac{E_c}{4E} - \left(\frac{2E_c}{E}\right)^{1/2}\right],\tag{34}$$

kde  $Z_{eff} = \frac{1}{n_e} \sum_j n_j Z_j^2$ a elektronová hustota  $n_e = \sum_j n_j Z_j$ a  $K(Z_e)$  je experimentální konstanta, K = 0.32 pro Z = 1, K = 0.43 pro Z = 2, K = 0.42 pro Z = 3. Dochází ke zkreslení v oblastech  $v \sim v_c$ , na druhou stranu pro  $v \gg v_c$  se výsledek blíží reálnému plynu.

Kruskal s Bernsteinem a později Cohen [5] se dále zabývali ubíháním elektronů v jiném než vodíkovém plazmatu a získali výraz

$$\lambda = K(Z_{eff}) \left(\frac{E}{E_c}\right)^{-3(Z_{eff}+1)/16} exp\left[-\frac{E_c}{4E} - \left(\frac{(Z_{eff}+1)E_c}{E}\right)^{1/2}\right].$$
 (35)

Kulsrud [2] vytvořil numerický model, ke kterému došel integrováním Fokkerovy-Planckovy rovnice.

Všichni předchozí počítali s nerelativistickým případem, tedy  $E/E_D \gg kT/mc^2$ . V budoucích tokamacích však nebude tato podmínka vždy splněna. Coulombovy srážky při rychlostech  $v \sim c$  výrazně ovlivní pohyb částice. Elektrony s rychlostí blížící se rychlosti světla budou vyzařovat silné synchrotronní záření a bremstrahlung. Relativistickým případem se zabývali Connor a Hastie. Zavedli mezní elektrické pole

$$E_R = \frac{4\pi n e^3 l n \lambda}{m c^2}.$$
(36)

Když $E < E_R$ nevznikají žádné ubíhající elektrony. Do výrazu pro tok (35) zavedli opravu. Vynásobili ho $exp\left[-\frac{kT_e}{mc^2}\left[\frac{1}{8}\left(\frac{E_c}{E}\right)^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{E_c}{E}\right)^{3/2}(1+Z_e)^{1/2}\right]\right].$ 

Gurevich a Dimant studovali ubíhající elektrony v zakřiveném a nehomogenním poli. Předchozí měření zanedbávala přítomnost magnetického pole. Když je  $Z_e = 1$  je rychlost produkce rovna tomuto výrazu

$$\lambda = K \left(\frac{E_c}{E}\right)^{3/8} exp\left\{-\left[\frac{1}{4}\frac{E_c}{\langle E_{\parallel} \rangle} + P\left(\frac{2E_c}{\langle E_{\parallel} \rangle}\right)^{1/2}\right]\right\},\tag{37}$$

kde $E_{\parallel}$  je elektrické pole ve směru $\vec{B},~P=(\langle B\rangle\,\langle 1/B\rangle)^{1/2},~B$  je amplituda magnetického pole a závorky  $\langle\rangle$ značí průměrování přes toroidální otočku .



Obrázek 4: Rychlost toku ubíhajících elektronů v závislosti na normovaném elektrickém poli $E/E_c$ . Červená křivka je vypočítána podle vztahu, který odvodil Gerevič a modrá je vypočtena podle vztahu Lebeděva.

Pro tokamak je charakteristické, že P bude blízké jedničce a  $\langle E_{\parallel} \rangle \simeq E$ . Získali tedy stejný výraz jako když se neuvažovala přítomnost magnetického pole. Ukázalo se, že ani zvlnění magnetického pole, které způsobují cívky okolo torusu, nezpůsobí velký rozdíl ve vzniku ubíhajících elektronů, ale vedou ke ztrátám částic.

Rychlost produkce ubíhajících elektronů závisí přímo úměrně na poměru  $E/E_c$ . Za stabilních podmínek platí pro poměr  $E/E_c$  úměrnost [5]

$$\frac{E}{E_c} \sim \frac{T_e E}{n_e} \sim \frac{j Z_{eff}}{n_e \sqrt{T_e}},\tag{38}$$

kde j je proudová hustota. Aby v plazmatu vznikaly ubíhající elektrony, musí být hustota plazmatu v určitém intervalu. Tento interval je omezený shora i zdola. Když je hustota příliž malá, ubíhající elektrony nevznikají, a když je moc velká dochází k disrupcím a částice jsou vyvrhovány na stěnu tokamaku. Střední hodnota hustoty musí splňovat podmínku

$$\bar{n_e} \le 7 * 10^{10} \langle j \rangle q(a) [cm^{-3}, Acm^{-2}],$$
(39)

kde q(a) je bezpečnostní faktor. Z toho vyplývá podmínka pro  $E/E_c$ :

$$\frac{E}{E_c} \ge \left(\frac{E}{E_c}\right)_{min} = 0.3 \frac{\langle Z_{eff} \rangle}{q(a) \langle T_e \rangle^{1/2}}.$$
(40)

Dále musí platit v plazmatu podmínka stability, která se vztahuje k proudové hustotě. Proudová hustota musí být menší než kritická hodnota

$$j_c = 0.6 \frac{B_T}{R_0} \frac{2.5}{q(a)},\tag{41}$$

kde $B_T$  je toroidální magnetické pole <br/>a $R_0$ velký poloměr. Důsledkem toho je podmínka pro horní hranic<br/>i $E/E_c$ 

$$\frac{E}{E_c} \le \left(\frac{E}{E_c}\right)_{max} = 3.5 * 10^{10} \frac{B_T}{R_0} \frac{Z_{eff}}{n_e \sqrt{T_e}}.$$
(42)

Tato podmínka závisí na velikosti tokamaku. Experimentálně bylo ověřeno, že zřetelná rychlost produkce ubíhajících elektronů vzniká, když

$$\frac{E}{E_c} \ge 0.34 Z_{eff} T_e^{-1/2}.$$
(43)

V budoucích tokamacích velkých rozměrů bude mít ubíhající poměr větší vliv, protože se zvýší doba udržení stejně jako energie elektronů. Ve větších zařízeních teplota roste vlivem ohmického ohřevu pomaleji. To způsobí větší rychlost produkce ubíhajících elektronů, viz (38). Nejvíc ubíhajících elektronů vzniká v počáteční fázi výstřelu, proto se pro velké tokamaky plánuje magnetický limiter, který bude udržovat kanál výboje co nejmenší, tím se zvýší hustota a sníží poměr ubíhajících elektronů. Další metodou může být dodatečný ohřev v počáteční fázi, čímž vzroste teplota.

Detekce ubíhajících elektronů bude u velkých tokamaků problém. Neelastické srážky ubíhajících elektronů nezpůsobují významný přenos energie, ale mohou se díky nim detekovat ubíhající elektrony. Způsobů detekce je několik: z měkkého a tvrdého rentgenového záření, ze záření terčíků plazmatu, ze spektrálních čar, z elektromagnetického záření s frekvencemi blízkými frekvencím  $\omega_{ce}, \omega_{pe}, \omega_{LH}$  a  $\omega_{pi}$ , z neutronů, které vznikly při fotoreakcích a z Thomsonova rozptylu.

# 5 Ubíhající elektrony na tokamacích CASTOR a COMPASS

Tokamak CASTOR i tokamak COMPASS se řadí mezi malé tokamaky.

### 5.1 CASTOR

Tokamak CASTOR je původní sovětský tokamak TM-1-MH. V letech 1977-2006 byl v provozu pod jménem CASTOR (Czechoslovak Academy of Science Torus) v Ústavu fyziky plazmatu AV ČR. Od roku 2006 je na Fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské Českého vysokého učení technického v Praze pod jménem GOLEM. Má kruhový průřez a hlavní parametry:

velký poloměr	$R_0=40$ cm
malý poloměr	$r_0 = 8,5cm$
poloměr komory	a = 10cm
proud plazmatem	$I_p < 20kA$
toroidální magnetické pole	$B_T < 1.5T$
délka pulzu	t < 50ms
napětí na závit	$U_{loop} = 2.5 \mathrm{V}$



Figure 12. The EEDF obtained by (a) perpendicular probe #1, shot #26402 and (b) parallel probe #1, shot #27034 (black curves). The dash-dot line is bi-Maxwellian approximation. The dashed line represents the distribution of the low-energy electron population; the dotted line is the high energy one. The dash-dot line is a sum of the dotted line and the dashed line.

Obrázek 5: Distribuční funkce v závislosti na energii elektronů.[5]

Mým úkolem bylo zjistit, zda v tokamaku CASTOR můžeme očekávat ubíhající elektrony a jestli při pokusu, který provedl T.K.Popov a jeho kolegové a popsal v článku [5], vznikly ubíhající elektrony, či nikoliv. Měření probíhalo sondou v horním portu, která měla dvě řady hrotů. Jedna řada byla umístěna kolmo ke směru magnetických čar a druhá rovnoběžně. Klíčovou úlohu pro mě hrál obrázek číslo 12 v tomto článku. Na tomto obrázku (5.1) vidíme distribuční funkce naměřené v jednotlivých směrech. Experimentálně získaná data jsou proložena čerchovanou čarou, která tvoří bi-maxwellovské rozdělení, součet vysokoenergetických a nízkoenergetických elektronů. Vysokoenergetické elektrony mají teplotu T = 31 eV a hustotu  $n = 0, 2 * 10^{18} m^{-3}$ . Nízkoenergetické elektrony mají teplotu T = 8 eV a hustotu  $n = 2, 4 * 10^{18} m^{-3}$ . Experimentální křivka v kolmém směru vykazuje pro elektrony s energií větší než 40 eV výrazné fluktuace.

Tyto fluktuace odpovídají dvojnásobku tepelné rychlosti. Ubíhající elektron má rychlost alespoň  $\sqrt{E_c/E}$ krát větší, než je tepelná rychlost elektronů. Elektrické pole se vypočítá z napětí na závit [7]

$$E = \frac{U_{loop}}{2\pi R}.$$
(44)

V případě CASTORu to je přibližně  $E = 1Vm^{-1}$ .

Pro výpočty parametrů jsem použila CQL3D kód (Collisional Quasi-Linear 3D code). CQL3D je počítačový kód, který řeší Fokkerovu-Planckovu rovnici ve 3D (2D v rychlosti a poloměr) pro elektrony a více druhů iontů. Je relativistický, založený na rovnováze mezi srážkami, zdroji radiofrekvenčního pole, neutrálními svazky a toroidálním polem. Cílem je vypočítat celkový ohřev, proud procházející tokamakem a elektronové a distribuční funkce a zahrnout do výpočtu důležité fyzikální jevy. Uvažuje se toroidální symertie. Distribuční funkce jsou závislé na poloidálním úhlu a dvou souřadnicích hybnosti. Fokkerova-Planckova rovnice je řešena na několika površích v různých bodech v závislosti

r/a	$T_e[eV]$	$n_e[10^{19}.m^{-3}]$	$\nu_0[10^5.s^{-1}]$	$v_e[10^6 m/s]$	$E/E_c$	$v_c/v_{th}$	$\lambda$	$\Gamma = \nu_0 n_e \lambda$
0.025	230	3.0	13.2	6.35	0.041	4.09	$4.17 * 10^{-10}$	$1.66 * 10^{16}$
0.15	216	2.9	14.07	6.16	0.040	5.0	$1.81 * 10^{-10}$	$7.38 * 10^{15}$
0.35	161	2.68	19.77	5.33	0.033	5.5	$2.41 * 10^{-12}$	$1.28 * 10^{14}$
0.55	90	2.38	40.47	4.0	0.022	6.74	$8.2 * 10^{-17}$	$7.9 * 10^9$
0.75	36	1.95	12.31	2.56	0.011	9.53	$5.97 * 10^{-27}$	1.43
0.95	19	1.22	19.28	1.86	0.010	10.0	$4.64 * 10^{-29}$	$1.09 * 10^{-2}$

Tabulka 1: Parametry ve vybraných vzdálenostech od středu v tokamaku CAS-TOR pro případ  $Z_{eff} = 1$ . r/a je poměr vzdálenosti od středu ku malámu poloměru,  $T_{e,n_e,\lambda}$  jsou výsledky výpočtu kódem CQL3D a  $\Gamma$  je rychlost produkce ubíhajících elektronů.

r/a	$T_e[eV]$	$n_e[10^{19}.m^{-3}]$	$\nu_0[10^5.s^{-1}]$	$v_e[10^6 m/s]$	$E/E_c$	$v_c/v_{th}$	$\lambda$	$\Gamma = \nu_0 n_e \lambda$
0.025	230	1.15	5.20	6.35	0,049	4.51	$6.0 * 10^{-6}$	$3.59 * 10^{19}$
0.15	216	1.11	5.52	6.16	0,048	4.55	$3.7 * 10^{-6}$	$2.27 * 10^{19}$
0.35	161	1.03	7.75	5.33	0,041	4.94	$5.4 * 10^{-7}$	$4.31 * 10^{18}$
0.55	91	0.92	15.8	3.98	0,028	6.04	$3.7 * 10^{-9}$	$53.8 * 10^{16}$
0.75	37	0.76	46.9	2.52	0,015	8.30	$4.8 * 10^{-14}$	$1.71 * 10^{12}$
0.95	20	0.48	75.2	1.80	0,013	8.95	$4.9 * 10^{-15}$	$1.77 * 10^{11}$

Tabulka 2: Parametry ve vybraných vzdálenostech od středu v tokamaku CAS-TOR pro případ  $Z_{eff} = 2$ .

od středu.

V mých výpočtech je jediný druh i<br/>ontů, a to ionty vodíku. Výpočty s deutériem vykazovaly stejné výsledky. Toto se dá očekávat pro srážky elektronu se stejně nabitymi ionty. Počáteční podmínky se zadávaly na 41 bodech ekvidistantně vzdálených od středu tokamaku. Zadávala se mimo jiné počáteční elektronová teplota a hustota a iontová teplota a hustota, náboj, hmotnosti iontů a elektronů a velikost elektrického pole. V našem případě byl vypnutý bootstrap proud a  $Z_{eff}$  jsem zadávala konstantní v celém objemu tokamaku a porovnávala jsem vliv změny  $Z_{eff}$  na výsledky. Časový krok je dlouhý 1ms a konečné výsledky se vztahují k desetinásobku tohoto času. Z velkého množství výsledků, které kód generuje, jsem vybrala elektronovou teplotu, hustotu, rychlost produkce ubíhajících elektronů $\lambda = \frac{d(\ln n)}{dt}$ , Coulombův logaritmus  $ln\Lambda$ , tepelnou rychlost  $v_{th}$  a poměr  $E/E_D$ , který je přibližně roven dvojnásobku  $E/E_c$ . Srážkovou frekvenci jsem vypočítala pomocí vzorce (3), kritická rychlost  $v_c$  splňuje rovnost

$$v_c = v_{th} \left(\frac{E_c}{E}\right)^{1/2} \tag{45}$$

a  $\Gamma$  je rychlost produkce ubíhajících elektronů.

V tabulkách (1), (2) a (3) jsou výsledky výpočtu CQL3D kódu. Paramerty elektronů byly vypočítány v šesti různých vzdálenostech od středu a pro různá

r/a	$T_e[eV]$	$n_e[10^{19}.m^{-3}]$	$\nu_0[10^5.s^{-1}]$	$v_e[10^6 m/s]$	$E/E_c$	$v_c/v_{th}$	$\lambda$	$\Gamma = \nu_0 n_e \lambda$
0.025	230	1.15	$5.37 * 10^5$	6.35	0.05	4.47	$2.96 * 10^{-6}$	$1.83 * 10^{19}$
0.15	216	1.11	$5.62 * 10^5$	6.16	0.05	4.47	$1.46 * 10^{-6}$	$9.1 * 10^{18}$
0.35	161	1.03	$7.88 * 10^5$	5.33	0.042	4.88	$9.96 * 10^{-8}$	$8.08 * 10^{17}$
0.55	91	0.92	$1.60 * 10^6$	4.0	0.028	5.98	$3.33 * 10^{-10}$	$4.89 * 10^{15}$
0.75	37	0.76	$4.79 * 10^{6}$	2.56	0.015	8.16	$2.68 * 10^{-15}$	$9.76 * 10^{10}$
0.95	20	0.48	$7.91 * 10^{6}$	1.86	0.013	8.77	$2.48 * 10^{-16}$	$9.41 * 10^9$

Tabulka 3: Parametry ve vybraných vzdálenostech od středu v tokamaku CAS-TOR pro případ  $Z_{eff}=3.$ 

 $Z_{eff}$ . Výsledky jsou pro $Z_{eff}=2$ a $Z_{eff}=3$ téměř stejné,  $Z_{eff}=1$  je výsledná elektronová teplota na kraji menší a elektronová hustota dvakrát větší, důsledkem toho je mnohem menší rychlost produkce ubíhajících elektronů na kraji tokamaku.

Podmínka pro zřetelnou rychlost produkce ubíhajících elektronů (43) je splněna v případě  $Z_{eff} = 1$  v prvních třech testovaných bodech, tedy pro r/a = 0,025; 0,15; 0,35. V případě $Z_{eff} = 2$  je tato podmínka splněna v prvních dvou bodech a v posledním případě v žádném bodě. Když je podmínka (43) splněná, je malý rozdíl mezi levou a pravou stranou. Poměr  $v_c/v_{th}$  má průměrně hodnotu 6,38. Aby elektrony byly ubíhající, musí mít rychlost 6,38krát větší než je tepelná rychlost. To splňují jen elektrony z konce Maxwellova rozdělení. Z toho vyplývá, že se ubíhající elektrony v tokamaku CASTOR běžně nevyskytují a fluktuace, jež detekoval K. Popov et al., nesouvisí s ubíhajícími elektrony. V tabulce (4) je průměrná velikost poměru  $v_c/v_{th}$  v závislosti na  $Z_{eff}$ . Je patrné, že hodnota poměru se snižuje, tedy rychlost elektronů snáze překročí kritickou rychlost  $v_c$ . Ve všech případech je produkce ubíhajících elektronů u středu silnější. Je to způsobené tím, že elektronová teplota klesá rychleji než elektronová hustota, takže směrem ke kraji klesá počet srážek. Jak můžeme vidět na obrázku (6).

Na obrázcích (7) a (8) jsou fázové prostory a distribuční funkce elektronů ve středu a na kraji tokamaku CASTOR. Čáry ve fázovém prostoru spojují body se stejnou četností výskytu elektronů. Střední část ve tvaru písmene V je ovlivněna elektrony zachycenými na banánových trajektoriích. Ubíhající elektrony vznikají ve středu tokamaku a driftují ke kraji na LFS. V distribuční funkci ve směru působení elektrického pole vzniká tzv. plato. Elektrony v tomto směru nemají Maxwellovské rozdělení. Porovnáním těchto dvou obrázků zjistíme, že ubíhání je daleko větší ve středu, kde je velká teplota a hustota elektronů, přičemž vliv teploty na srážkovou frekvenci tu převažuje.

V tabulce (6) jsem porovnala numerický výpočet s analytickým, který odvodil Lebeděv. Průměrná hodnota poměru  $\lambda_{CQL3D}/\lambda_D$  je u tokamaku CASTOR 1,6 a u tokamaku COMPASS 1,3.

$Z_{eff}$	1	2	3	
$v_c/v_{th}$	6.81	6.22	6.12	

Tabulka 4: Průměrné hodnoty poměru $v_c/v_{th}$  pro různé  $Z_{eff}.$ 



Obrázek 6: Profily elektronové teploty a hustoty v závislosti na vzdálenosti od středu tokamaku, použité v kódu CQL3D.



Obrázek 7: Tokamak CASTOR a) Fázový prostor<br/>  $(v_{\parallel},v_{\perp})$ b) Distribuční funkce elektronů ve směru elektrické<br/>ho pole,  $Z_{eff}{=}1.~r/a{=}0.025,~\lambda=4,17*10^{-10}.$ 



Obrázek 8: Tokamak CASTOR a) Fázový prostor ( $v_{\parallel}, v_{\perp}$ ) b) Distribuční funkce elektronů ve směru elektrického pole,  $Z_{eff}$ =1. r/a=0.95,  $\lambda = 4,64 * 10^{-29}$ .

## 5.2 COMPASS

Tokamak COMPASS (COMPact ASSembly) byl do Ústavu fyziky plazmatu AV ČR dovezen z Culhamu (Velké Británie) na podzim 2007, instalován a první plazma bylo zapáleno v prosinci 2008. Tokamak COMPASS má průřez ve tvaru D a je desetinásobná zmenšenina budoucího ITERu. Jeho paramerty jsou:

hlavní poloměr	$R_0 = 56cm$
vedlejší poloměr	$r_0 = 18cm$
toroidální magnetické pole	$B_t < 2.1T$
proud plazmatem	$I_p < 250 kA$
délka pulzu	t = 0.1s

V případě tokamaku COMPASS se omezíme na případ operačních podmínek s menším proudem ( $I_p = 175kA$ ) a toroidálním polem ( $B_t = 1.2T$ ). Výpočet kódem CQL3D probíhal stejným způsobem jako u tokamaku CASTOR s jediným rozdílem, že výpočet probíhal v deseti různých vzdálenostech od středu. Z tabulky (5) vidíme, že částice začne ubíhat, když je její rychlost přibližně třikrát větší než tepelná rychlost. Podmínka (43) je splněná v prvních šesti testovaných bodech od středu. V prvním bodě od středu je poměr mezi levou a pravou stranou (43) větší než 3. Elektrony ze středu tokamaku COMPASS mohou mnohem snadněji a rychleji difundovat k okraji než v tokamaku CASTOR. Elektronová teplota a srážková frekvence jsou ve středu tokamaku COMPASS zhruba pětkrát větší než ve středu tokamaku CASTOR. Porovnáme-li tokamak COMPASS,  $Z_{eff}=3$  a tokamak CASTOR,  $Z_{eff}=1$  liší se rychlost produkce ubíhajících elektronů o 6 řádů a tok ubíhajících elektronů o 5 řádů.

r/a	$T_e[keV]$	$n_e[10^{19}m^{-3}]$	$\nu_0[10^5 s^{-1}]$	$v_e[10^9m/s]$	$E/E_c$	$v_c/v_e$	$\lambda$	$\Gamma = n_e \nu_0 \lambda$
0,025	1,1	2,00	0,95	1,39	0,104	$^{3,1}$	$7,3*10^{-4}$	$2,83*10^{21}$
0,15	1,05	1,93	1,00	1,34	$0,\!105$	3,08	$4,9*10^{-4}$	$9,46*10^{20}$
0,25	0,91	1,85	1,15	1,26	0,102	$3,\!13$	$2,8*10^{-4}$	$5,96*10^{20}$
0,35	0,75	1,76	1,44	1,14	0,094	3,26	$1,2*10^{-4}$	$3,04*10^{20}$
0,45	$0,\!57$	1,66	2,03	1,00	0,080	$3,\!53$	$3,1*10^{-5}$	$1,04*10^{20}$
0,55	0,39	1,53	3,26	0,84	0,063	$^{4,0}$	$4,0*10^{-6}$	$2,00*10^{19}$
$0,\!65$	0,23	1,39	6,25	0,64	0,044	4,8	$1,1*10^{-7}$	$1,00*10^{18}$
0,75	0,12	1,22	15,3	0,45	0,026	6,2	$1,22*10^{-10}$	$2,28*10^{15}$
0,85	0,045	0,79	37,5	0,28	0,016	7,9	$5,18*10^{-14}$	$1,53*10^{12}$
0,95	0,022	0,20	27,5	0,20	0,032	$^{5,6}$	$6,45*10^{-9}$	$3,55*10^{16}$

Tabulka 5: Parametry ve vybraných vzdálenostech od středu v tokamaku COM-PASS.  $Z_{eff}\!=\!\!3.$ 

			r/a	$\lambda_{CQL3D}$	$\lambda_L$
			0,025	$7,3*10^{-4}$	$7.1 * 10^{-4}$
r/a	$\lambda_{CQL3D}$	$\lambda_L$	0,15	$4,9*10^{-4}$	$7.4 * 10^{-4}$
0.025	$6.0 * 10^{-6}$	$7.8 * 10^{-6}$	0,25	$2,8*10^{-4}$	$6.6 * 10^{-4}$
0.15	$3.7 * 10^{-6}$	$6.6 * 10^{-6}$	0,35	$1,2*10^{-4}$	$4.5 * 10^{-4}$
0.35	$5.4 * 10^{-7}$	$1.7 * 10^{-7}$	0,45	$3,1*10^{-5}$	$2 * 10^{-5}$
0.55	$3.7 * 10^{-9}$	$2.5 * 10^{-9}$	0,55	$4,0*10^{-6}$	$4.9 * 10^{-6}$
0.75	$4.8 * 10^{-14}$	$5.7 * 10^{-14}$	0,65	$1,1*10^{-7}$	$3.2 * 10^{-7}$
0.95	$4.9 * 10^{-15}$	$1.9 * 10^{-15}$	0,75	$1,22*10^{-10}$	$9.3 * 10^{-10}$
			0,85	$5,18*10^{-14}$	$2.3 * 10^{-13}$
			0,95	$6,45*10^{-9}$	$1.3 * 10^{-8}$

Tabulka 6: Porovnání numerického výsledku získaného pomocí kódu CQL3D a výrazu, který odvodil Lebeděv. V tabulce vlevo jsou hodnoty pro tokamak CASTOR a  $Z_{eff} = 2$ , v tabulce vpravo jsou hodnoty pro tokamak COMPASS,  $Z_{eff} = 3$ .



Obrázek 9: Tokamak COMPASS a) Fázový prostor<br/>  $(v_\parallel,v_\perp)$ b) Distribuční funkce elektronů ve směru elektrické<br/>ho pole,  $r/a=0.025,\,Z_{eff}{=}3.$ 



Obrázek 10: Tokamak COMPASS. <br/>a) Fázový prostor  $(v_{\parallel},v_{\perp})$ b) Distribuční funkce elektronů ve směru elektrické<br/>ho pole,  $r/a=0.95,\,Z_{eff}{=}3.$ 

## 6 Závěr

Za pomoci kódu CQL3D jsem zjistila, že v tokamaku CASTOR je poměr kritické rychlosti a tepelné rychlosti průměrně roven 6.8. Elektrony se stanou ubíhajícími, když mají rychlost téměř sedmkrát větší než je tepelná rychlost. Takových elektronů je však pouze malá část. Jsou to elektrony z konce Maxwellova rozdělení. Fluktuace, které pozoroval Popov at. al. v článku [5] začínaly při dvojnásobku tepelné rychlosti, a pravděpodobně nesouvisí se vznikem ubíhajících elektronů.

Hodnota poměru  $v_c/v_{th}$  s rostoucím  $Z_{eff}$  klesá, tedy elektrony se snáze ubíhají. Produkce ubíhajících elektronů je u středu silnější. Je to způsobené tím, že elektronová teplota klesá rychleji než elektronová hustota, takže směrem ke kraji klesá počet srážek.

Experimentální podmínka (43) pro ubíhání elektronů je splněna v tokamaku CASTOR pouze ve středu.V tokamaku COMPASS je tato podmínka splněna v každém měřeném bodě a ubíhající elektrony se v něm vyskytují za běžných operačních podmínek.

# Reference

- H. Dreicer, Phys. Rev. 115, 238 (1959), H. Dreicer, Phys. Rev. 117, 329 (1960).
- [2] R. Kulsrud et al., Phys. Rev. Lett. 31, 690 (1973).
- [3] V. Fuchs, R. A. Cairns, et al., Phys. Fluids 29, 2931, (1986).
- [4] V. Fuchs, M. M. Shoucri, J. Teichmann, A. Bers, Phys. Fluids 31, 2221 (1988).
- [5] Knoepfel H., Spong D.A.: Runaway electrons in toroidal discharges, Nuclear Fusion 19 (1979).
- [6] Tsv. K. Popov et al., P. Ivanova, et al., Plasma Phys. Control Vision 51 (2009).
- [7] A. V. Gurevich, Soviet physics vol.12,904 (1961).
- [8] R.H.Cohen, Phys.Fluids 19, 239 (1976)
- [6] R.W. Harvey and M.G. McCoy, The CQL3D Code, Proc. IAEA TCM on Advances in Simulation and Modeling of Thermonuclear Plasmas, Montreal, (1992) p. 527.
- J.Adámek, Přímé měření potenciálu plazmatu na zařízení typu tokamak, Disertační práce (2006)
- [8] J.D.Huba, NRL plasma formulary, 2009
- [9] Brotánková, Studium horkého plazmatu v experimentálních zařízeních typu Tokamak, disertační práce (2009)
- [10] H.M.Smith, T.Fehér, Plasma Phys. Control. Fusion 51 (2009) 124008 (8pp)