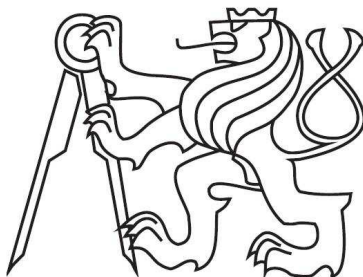


**České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská**

Katedra fyziky

Obor: Fyzikální inženýrství

Zaměření: Fyzika a technika termojaderné fúze



Podpora experimentů v tokamaku pomocí simulací

Výzkumný úkol

Autor: Bc. Adam Seman

Školitel: Ing. Jakub Urban, Ph.D.

Rok: 2015

Pod'akovanie

Pod'akovanie by som chcel venovať predovšetkým môjmu školiteľovi, Ing. Jakubovi Urbanovi, PhD. za všetok ochotne strávený čas a podnetné rady, vďaka ktorým mohla táto práca vzniknúť.

V neposlednej rade by som sa chcel poďakovať rodine a priateľom, ktorí ma podporovali a umožňovali mi pracovať v kreatívnom pracovnom prostredí.

ABSTRAKT

SEMAN, Adam: *Podpora experimentů v tokamaku pomocí simulací*. (výzkumný úkol). České vysoké učení technické v Praze, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská; Katedra fyziky. Školitel: Ing. Jakub Urban Ph.D., Praha 2015.

Podpora experimentov pomocou počítačových simulácií umožňuje rýchlejší a ekonomickejší spôsob vedeckého pokroku. Transportné simulácie celého výboja v tokamaku dokážu napríklad overiť konzistentnosť dát z jednotlivých diagnostík a tiež dopočítať veličiny, ktoré sa priamo nemerajú. Pokiaľ je transportný model dobre „vytrénovaný“ na experimentálnych dátach, tak je možné s ním tiež s dostatočnou presnosťou predpovedať parametre budúcich výbojov. Výzkumný úkol sa zaoberá problematikou injekcie neutrálnych častíc – NBI, hlavne z hľadiska podpory experimentov na tokamaku COMPASS pomocou numerických simulácií. Prvá kapitola je venovaná teoretickému základu potrebnému pre pochopenie magnetického udržania vysokoteplotnej fúznej plazmy v zariadeniach typu tokamak. Druhá kapitola preberá problematiku injekcie neutrálnych častíc – NBI z hľadiska ionizácie a termalizácie injektovaných častíc. Posledná kapitola je venovaná samotným výsledkom numerických simulácií. Vo výsledkoch sa nachádza parametrický rozbor pomocou jednoduchej simulácie a komplikovanejšie výsledky a porovnania zo simulačných kódov FAFNER a METIS. Doplnením simulácií je porovnanie simulovaných časových vývojev energie plazmy a elektrónovej teploty pomocou kódu METIS s experimentálnymi dátami.

Kľúčové slová: jadrová fúzia, tokamak, injekcia neutrálnych častíc – NBI, numerické simulácie

ABSTRAKT

SEMAN, Adam: *Tokamak experiments support by simulations*. Czech Technical University in Prague, Faculty of Nuclear Sciences and Physical Engineering; Department of Physics. Supervisor: Ing. Jakub Urban Ph.D., Prague, 2015.

Support experiments using computer simulation enables faster and economic way of scientific progress. Transport simulations of the entire tokamak discharges can do, for example, check of consistency of data from individual diagnostics and also can calculate the quantities that aren't directly measured. As far as transport model is good "trained" on experimental data, it is also possible to use it for the sufficient parameter prediction of a future tokamak discharges. The topic of research is related to neutral beam injection - NBI, especially in terms of supporting the COMPASS experiments using numerical simulations. The first chapter is devoted to theoretical basis needed to understand magnetically confined fusion plasma in devices such as tokamak. The second chapter considers the issues injections neutral particles - NBI in terms of ionization and thermalization injected particles. The last chapter is devoted to the actual results of numerical simulations. In the results there is a parametric analysis using a simple simulation and comparison of results from more complicated simulation codes FAFNER and METIS. In addition, temporal evolution of plasma energy and electron temperature were compared with simulation of code METIS and experimental data.

Keywords: nuclear fusion, tokamak, neutral beam injection- NBI, numerical simulations

Obsah

1. Úvod	6
2. Jadrová fúzia a vysokoteplotná plazma	8
2.1 Magnetické udržanie fúznej plazmy	14
2.2 Tokamak	19
2.3 Ohrev plazmy	24
3. Injekcia neutrálnych častíc - NBI	26
3.1 Ionizácia zväzku NBI	26
3.2 Driftové pohyby rýchlych iónov	29
3.3 Spomaľovanie rýchlych iónov	31
3.4 Tokamak COMPASS a NBI	34
4. Výsledky simulácií	35
4.1 Jednoduchá simulácia NBI.....	35
4.2 Kód FAFNER.....	40
4.3 Kód METIS	40
4.4 Porovnania simulácií	41
5. Záver	46
6. Zoznam použitej literatúry	49

1. Úvod

So zreteľom hľadania nových zdrojov energie sa v päťdesiatych rokoch dvadsiateho storočia začal výskum upriamovať na výrobu elektrickej energie využitím javu jadrovej syntézy resp. jadrovej fúzie. Pri syntéze jadier do atómového jadra (produktu) s väzbovou energiou väčšou než bola väzbová energia pôvodných jadier (reaktantov) je možné exotermicky energiu uvoľňovať a pre tieto účely sa javili ako najvhodnejšie reaktanty vyššie izotopy vodíka.

Jav jadrovej fúzie, ako už zo samotného názvu vyplýva, vzniká pri priblížení atómových jadier na vzdialenosť dostatočnú na prejavenie silnej interakcie atómových jadier a ich následnej syntéze. Tomuto efektu však konkuruje vzájomná elektromagnetická repulzia jadier z dôvodu ich rovnakej nábojovej polarity, a preto je potrebné aby bola jadram dodaná dostatočná energia na prekonanie tejto repulzie.

Problémom však je, že pri spomínaných energiách jadier nie je možné udržať žiadnu materiu v inej forme ako vo forme vysokoteplotnej plazmy a neexistuje materiál čo by teplotu vysokoteplotnej plazmy bol schopný vydržať a tým priestor plazmy vymedziť. Z tohto dôvodu sa jednou z množstva možných metód javí vhodná metóda vymedzenia priestoru vysokoteplotnej plazmy pomocou vhodnej konfigurácie magnetického poľa. Nakoľko vysokoteplotná plazma je silne ionizované prostredie, jednotlivé častice plazmy interagujú s magnetickým poľom prostredníctvom Lorentzovej sily a tým dokážu ich trajektórie byť vymedzené.

Jedna z vhodných konfigurácií magnetického poľa je uloženie plazmy do toroidálneho magnetického poľa, pričom je v plazme generovaný elektrický prúd v tvare prstenca pozdĺž tohto toroidálneho magnetického poľa. Prúdový prstenec má však prirodzenú tendenciu zväčšovať svoj polomer a z tohto dôvodu sa k tejto konfigurácii magnetického poľa pridáva ešte vertikálne magnetické pole pre odstránenie efektu zväčšovania polomeru prúdového prstenca. Takáto konfigurácia magnetického poľa pre udržanie vysokoteplotnej fúznej plazmy získala názov „tokamak“, alebo aj toroidálna komora v magnetických cievkach.

Postupom času bol vedecký pokrok v oblasti jadrovej fúzie a tokamakov stále väčší, s čím súviselo vykonanie množstva experimentálnych meraní, empirických pozorovaní, teoretických výpočtov a v neposlednom rade numerických simulácií.

Numerické simulácie špeciálne, sú pre porozumenie experimentov na tokamakoch veľmi dôležité. Transportné simulácie dokážu overiť konzistentnosť dát z jednotlivých diagnostík vysokoteplotnej plazmy, a tiež dopočítať veličiny, ktoré nie sú priamo merateľné. Pokiaľ je transportná simulácia dobre osvedčená na experimentálnych dátach, je možné s ňou do dobrej miery predikovať výsledky experimentov, čo umožňuje rýchlejší a ekonomickejší pokrok vo vedeckom výskume.

Súčasťou transportných simulácií na tokamakoch, sú okrem iného aj simulácie systémov ohrevu vysokoteplotnej plazmy resp. metódy zvýšenia energie častíc vysokoteplotnej plazmy. Medzi takéto metódy ohrevu plazmy patrí napríklad aj injekcia neutrálnych častíc (NBI-Neutral Beam Injection). Táto metóda spočíva v injektovaní neutrálnych častíc s určitou energiou do objemu plazmy, pričom v dôsledku jednotlivých zrážkových procesov ionizácie a termalizácie týchto injektovaných častíc dochádza k samotnému ohrevu plazmy.

V tejto práci sa budeme venovať simuláciám NBI pre podporu experimentov na tokamaku COMPASS. Existuje séria otázok, ktoré by mohli byť pomocou numerických simulácií zodpovedané. Kde a ako sa absorbuje výkon injektovaných neutrálnych častíc s energiou 40 keV, pochádzajúcich z dvoch zdrojov o výkone 300 kW ? Aká je iónová teplota na tokamaku COMPASS ? Aká je doba udržania plazmy a ako odpovedá semiempirickým škálovacím zákonom ?

Simuláciám sa budeme venovať z rôznych prístupov. Jedným z prístupov bude jednoduchá simulácia injekcie neutrálnych častíc z pohľadu ionizácie zväzku neutrálnych častíc a deponovaného ionizovaného výkonu. Použité budú však aj komplikovanejšie kódy pre simuláciu NBI ako Monte-Carlo kód FAFNER ktorý detailne sleduje jednotlivé injektované častice a určí celkové absorbované a stratové výkony zo vstupného výkonu NBI, a kód METIS ktorý simuluje výboje na tokamaku pomocou škálovacích zákonov a zjednodušených transportných rovníc.

Výsledkom tejto práce je vykonanie parametrickej štúdie efektov NBI na tokamakovú plazmu a porovnanie výsledkov jednotlivých simulácií pomocou jednoduchej simulácie, kódu FAFNER a kódu METIS a porovnanie a patričné interpretovanie výsledkov simulácií s experimentálnymi dátami.

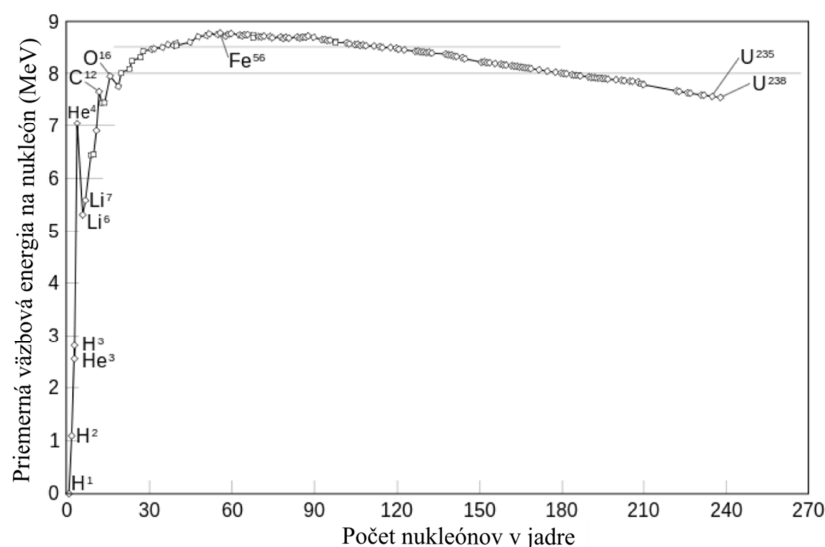
2. Jadrová fúzia a vysokoteplotná plazma

Počínajúc vzťahom ekvivalencie hmoty a energie (1.) zo špeciálnej teórie relativity Alberta Einsteina zaznamenalo ľudstvo progres nie len z hľadiska poznania prírody, ale aj z hľadiska aplikovaného výskumu.

$$E = mc^2 \quad (1.)$$

Vzťah vyjadruje že energia E a hmota m sú vzájomne previazané veličiny. Principiálne opodstatnenie tohto vzťahu môžeme ilustrovať na jednoduchom príklade. S prihliadnutím na fakt, že atómové jadro pozostáva z protónov a neutrónov (nukleónov), vedeli by sme z prvého pohľadu určiť hmotnosť jadra jednoduchým súčtom hmotností jednotlivých nukleónov jadra. Napriek maximálne logickej úvahe však tento predpoklad nie je správny. Súčet hmotností nukleónov jadra a reálna hmotnosť jadra sa líšia. Rozdiel týchto hmotností, a v skutočnosti energii, je rovný väzbovej energii potrebnej na udržanie jednotlivých nukleónov vo forme jadra.

Existencia väzbovej energie nám aspoň myšlienково umožňuje vytvárať nové prvky s exotermickým či endotermickým uvoľňovaním energie. Exotermické uvoľňovanie energie je vhodným javom využiteľným v konzumnej spoločnosti. O to akým spôsobom je možné energiu generovať jadrovými procesmi sa pokúsime naznačiť v nasledujúcom grafe (obr. 1) väzbovej energie na jeden nukleón vzhľadom od počtu nukleónov v jadre.

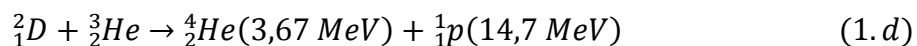
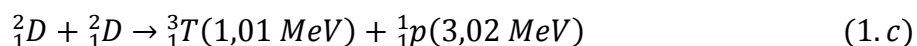
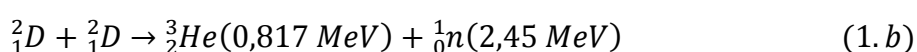
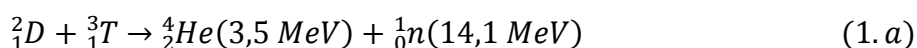


Obr.1. Závislosť priemernej väzbovej energie na jeden nukleón od počtu nukleónov v jadre

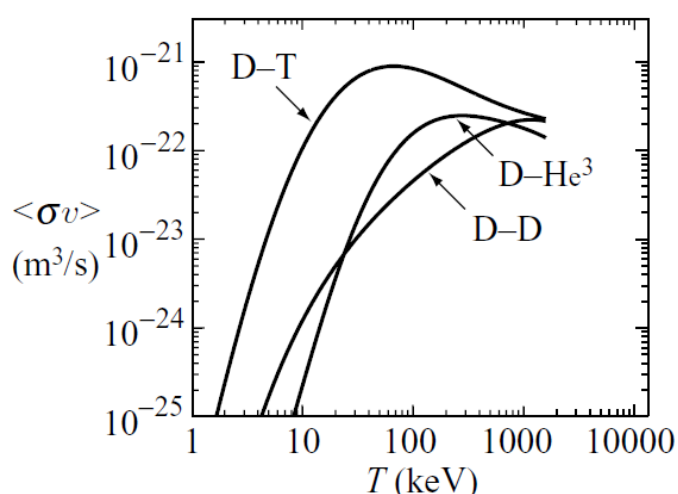
Na základe tejto závislosti je evidentné, že energiu je možné exotermicky čerpať z viacerých jadrových procesov. Pre nás relevantným javom je zlučovanie jadier nižšieho

nukleónového čísla do jadier vyššieho nukleónového čísla, ktorého väzbová energia je vyššia než väzbová energia reaktantov. Tento jadrový proces je zvaný jadrová fúzia, ktorú budeme ďalej nazývať iba fúzia.

Jedným z pre nás zaujímavých fúzných procesov (1. a – d) je zlučovanie izotopov vodíka (deutéria D a trícia T). Centrum záujmu padá na rovnicu (1. a), ktorej uvoľnená energia väzieb je pretransformovaná do kinetickej energie produktov reakcie (hodnota kinetickej energie je uvedená pri danom produkte), alfa častice a neutrónu.[1]



Samozrejme pokiaľ začíname hovoriť o jadrových procesoch, je vhodné zadať veličinu, ktorá vyjadruje efektívnosť s ktorou k spomínanej fúznej reakcii dochádza vplyvom vzájomnej zrážky reaktantov. Vhodnou veličinou, ktorá popisuje túto pravdepodobnosť je tzv. účinný prierez σ . Reakčné rýchlosti vo veličine $\langle\sigma v\rangle$, (v je relatívna rýchlosť jadier reaktantov) týchto fúzných reakcií sú znázornené na **obr. 2**. Z obrázka 2. je evidentný aj náš záujem o rovnicu (1. a) nakoľko reakčná rýchlosť výrazne prevyšuje ostatné fúzne reakcie.[2]



Obr. 2 Reakčné rýchlosti fúzných reakcií v závislosti od kinetickej energie jadier [2]

Ďalšou otázkou sú energetické vstupy potrebné na zlúčenie jadier fúzných reaktantov. Problémom sa javí rovnaká polarita náboja jadier reaktantov, ktorej dôsledkom je odpudivá coulombovská interakcia medzi jadrami. Na to aby jadrá dosiahli vzájomnú syntézu je potrebné prekonať ich vzájomnú elektromagnetickú repulziu a priblížiť ich na vzájomnú vzdialenosť rádovo $10^{-15}m$, kde začína pôsobiť silná interakcia jadrových síl ktorá má príťažlivý charakter. Avšak podľa klasickej fyziky na priblíženie jadier izotopov vodíka na vzájomnú vzdialenosť $10^{-15}m$ potrebujeme vykonať prácu na úrovni 100 keV . Samozrejme z grafu na obr.2 vidíme, že k fúznej reakcii dochádza aj pri nižších energiách ako je 100 keV , tento fakt je len dôsledkom priblíženia z pohľadu klasickej fyziky. Z pohľadu kvantovej mechaniky môže dochádzať aj k tunelovému javu prechádzania častíc cez potenciálovú bariéru, a preto môže dochádzať k fúzií jadier aj pri nižších energiách ako 100 keV .

Avšak pri spomínaných energiách častíc nie je možné udržať materiu v inom prirodzenom stave ako v stave vysokoteplotnej plazmy. Vysokoteplotná plazma je silne ionizovaný plyn, ktorého prirodzené rozdelenie rýchlostí častíc má maxwellovský charakter. Výhodou maxwellovského rozdelenia je, že plazma ako celok nestráca vnútornú energiu vzájomnými pružnými zrážkami častíc a udržuje ju kým nedôjde k danej fúznej reakcii medzi časticami. Ďalšou vlastnosťou maxwellovského rozdelenia rýchlostí častíc plazmy je, že energiu plazmy nie je potrebné udržiavať na supremálnej hodnote 100 keV . Priemernú energiu plazmy stačí udržiavať na optimálnej hodnote približne 10 keV , keď budú straty energie v dôsledku transportu a vyžarovania plazmy vyrovnané energiou uvoľnenou z fúzných reakcií a fúzných reakcií sa budú zúčastňovať len častice z „chvosta“ maxwellovskej distribučnej funkcie.[2]

Problémom vysokoteplotnej plazmy je však vhodná nádoba, v ktorej by mohla byť udržiavaná. Nakoľko neexistuje pevný materiál, ktorý by dokázal zniesť teplotu vysokoteplotnej plazmy a tým vymedziť jej priestor, je potrebné nájsť alternatívny spôsob vymedzenia jej priestoru. Nakoľko vysokoteplotná plazma je vysoko ionizované prostredie, je prevažná väčšina častíc nositeľom elektrického náboja a jedným z možných využití tohto faktu je udržanie plazmy pomocou silných magnetických polí, keď na častice v plazme pôsobí Lorentzova sila. Problematike udržania plazmy pomocou magnetického poľa sa však budeme venovať trochu neskôr.

Podme sa teraz zaoberať energetickými pomermi vo vysokoteplotnej fúznej plazme. Oprávnené budeme predpokladať, že distribučná funkcia kinetických energií a rýchlostí častíc plazmy je maxwellovská a častice z chvosta tejto distribučnej funkcie sa zúčastňujú fúzných reakcií. Z týchto faktov určíme hustotu energetických výkonov P_+ (hustota výkonu prenesená na nabitú časticu) a P_n (hustota výkonu prenesená na neutróny) normované na jednotkový objem uvoľňované termojadrovou reakciou (1. a) podľa vzťahov (2. a) a (2. b),

$$P_n = n_T n_D \langle \sigma(v) \cdot v \rangle E_n \quad (2. a)$$

$$P_+ = n_T n_D \langle \sigma(v) \cdot v \rangle E_+ \quad (2. b)$$

kde n_T je koncentrácia trícia, n_D je koncentrácia deutéria v plazme, $\sigma(v)$ je účinný prierez fúznej reakcie (1. a) ako funkcia relatívnej rýchlosti v častíc deutéria a trícia. E_n a E_+ sú kinetické energie neutrónov a kladných jadier hélia uvoľnené reakciou (1. a). Vidíme, že vo vzťahoch (2. a) a (2. b) vystupuje výraz $\langle \sigma(v) \cdot v \rangle$. Je to stredná hodnota súčinu účinného prierezu termojadrovej reakcie a relatívnej rýchlosti častíc maxwellovskej plazmy určená integráciou cez šesťrozmerný rýchlostný priestor častíc deutéria a trícia.

Hustoty výkonov P_+ a P_n zodpovedajú celkovej hustote výkonu uvoľnenej fúznymi reakciami. Hustote výkonu P_+ vďačíme za zvyšovanie strednej kinetickej energie častíc plazmy (teda aj za jej samotný ohrev) a hustote výkonu P_n vďačíme za energiu využitú vhodnou konverziou kinetickej energie neutrónov.

Ďalšou dôležitou skupinou výkonov zodpovedných za energetickú situáciu vo fúznej plazme sú stratové procesy. Vieme rozdeliť stratové procesy vplyvom vyžarovania plazmy a stratové procesy spôsobené rôznymi transportnými javmi.

Prvou skupinou stratových procesov sú straty žiarením z čiarových emisných spektier nečistôt. Sú spôsobené najmä výskytom atómov prvkov s vyšším protónovým číslom v priestore vyhradenom pre vysokoteplotnú plazmu. Odstránenie čiarových spektier sa dosahuje vysokými nárokmi na čistotu plazmy.

Druhá skupina stratových výkonov je spojená s brzdným žiarením. Z teórie elektromagnetického poľa vieme, že brzdné žiarenie vzniká v dôsledku zrýchleného pohybu častíc s nábojom. Tento zrýchlený pohyb je spôsobený vplyvom elektromagnetických polí ostatných nábojov. Toto žiarenie generujú najmä elektróny, ktorých trajektórie sú ovplyvňované poľami kladných iónov, ktorých hmotnosti sú

približne o tri rády vyššie než hmotnosti elektrónov a preto je ich zrýchlenie podstatne väčšie. Hustotu výkonu vplyvom brzdného žiarenia vieme vyjadriť pomocou vzťahu (3.)[2].

$$P_{Br} = 1,69 \cdot 10^{-38} \cdot Z^2 n^2 \sqrt{T_-} \quad (3.)$$

Hustota stratového výkonu P_{Br} je v jednotkách $\frac{W}{m^3}$, pričom Z je protónové číslo iónov, kvôli ktorým sú vplyvom ich poľa elektróny urýchlené, n je koncentrácia elektrónov v plazme v jednotkách m^{-3} a T_- je teplota elektrónov v jednotkách eV .

Pri udržiavaní vysokoteplotnej plazmy sa často stretávame s magnetickou izoláciou. Z tohto dôvodu je vhodné zdefinovať tretiu skupinu strát energie vyžarovaním a tou je cyklotrónové (magnetobrzdné) žiarenie. Vplyvom magnetického poľa pôsobiaceho na nabitú časticu vysokoteplotnej plazmy majú trajektórie týchto iónov závitnicový tvar. Aj v tomto prípade sa jedná o zrýchlený pohyb častíc s nábojom a z tohto dôvodu dochádza ku žiareniu, ktoré sme nazvali cyklotrónové. Cyklotrónové žiarenie má však vysoký koeficient spätnej absorpcie a pri teplotách 10 – 20 keV je oproti brzdnému žiareniu zanedbateľné.

V neposlednom rade zdefinujeme stratové procesy vplyvom transportných javov. Pod transportnými javmi máme na mysli straty vedením tepla, difúziou častíc a vplyvom rôznych nestabilit. Po zdefinovaní všetkých zásadných stratových procesov a procesov spojených s uvoľňovaním energie fúznymi reakciami, môžeme zdefinovať základné pojmy ako zápalná teplota a Lawsonovo kritérium.

Zápalná teplota je teplota vysokoteplotnej plazmy, pri ktorej výkon uvoľňovaný fúznymi reakciami P_+ kryje celkový stratový výkon vplyvom vyžarovania a transportných stratových procesov P_{loss} (vzťah (4.)) . Zápalná teplota pre zmes deutéria a trícia v pomere 1:1 je 45 MK a pre čisté deutérium 400 MK.[1]

$$P_+ = P_{loss} \quad (4.)$$

Jedným z dôležitých pojmov je **Lawsonovo kritérium**, resp. kritérium pre určenie parametrov fúznej plazmy, tak aby riadenou termojadrovou reakciou vzniklo viac energie než by stačilo na samotné krytie strát energie stratovými procesmi. Lawsonovo kritérium zavedieme nasledovným spôsobom. Energiu plazmy W vieme jednoducho determinovať pomocou nasledovného vzťahu (5.).

$$W = \iiint_V \left(\frac{3}{2} n_e k T_e + \frac{3}{2} (n_D + n_T) k T_i \right) dV = \iiint_V 3 n_e k T_e dV \quad (5.)$$

$$\frac{W}{V} = 3 n k T \quad (6.)$$

Pričom $n_e = n$ je elektrónová hustota, $n_D = n_T \approx n/2$ je hustota jadier deutéria a trícia.

Teraz zadefinujeme dobu udržania energie plazmy nasledujúcim vzťahom.

$$\tau_e = \frac{W}{P_{loss}} \quad (7.)$$

Zo vzťahu (7.) vidíme, že doba udržania je charakterizovaná ako charakteristický čas, za ktorý sa stratí vnútorná energia plazmy W vplyvom stratových procesov P_{loss} .

V prípade, že chceme aby stratové výkony boli kryté výkonmi uvoľnenými fúznymi reakciami P_{fusion} , požadujeme nasledovnú reláciu (8.), pričom sme využili vzťah (2.), kde E_{fusion} je celková energia uvoľnená fúznou reakciou.

$$P_{fusion} = n_T n_D \langle \sigma(v) \cdot v \rangle E_{fusion} = \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v) \cdot v \rangle E_{fusion} \geq P_{loss} \quad (8.)$$

Na základe tohto vieme určiť nasledovný vzťah (9.) zo vzťahov (8.), (7.), (6.).

$$\frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v) \cdot v \rangle E_{fusion} \geq \frac{W}{\tau_e} = \frac{3 n k T}{\tau_e}$$

$$n \tau_e \geq \frac{12 k T}{\langle \sigma(v) \cdot v \rangle E_{fusion}} \quad (9.)$$

Tento vzťah je tzv. Lawsonovo kritérium. Samozrejme je to len zjednodušená forma Lawsonovho kritéria ktoré sa reálne používa vo výskume. Lawsonovo kritérium s technologickým pokrokom nabralo inú komplikovanejšiu formu v dôsledku rôznych stratových procesov a metód externého ohrevu plazmy. Avšak napriek tomu nám prináša aj tento jednoduchý vzťah (9.) isté netriviálne dôsledky a požiadavky na potenciálny fúzny reaktor.[2]

Teraz sa pokúsme Lawsonovo kritérium nejako fyzikálne analyzovať. Z prvého pohľadu na rovnicu vidíme, že doba udržania τ_E a koncentrácia častíc n sa objavuje spolu

v súčine. Z tohto faktu vieme povedať, že čím je doba udržania plazmy kratšia, tým musí byť koncentrácia reagujúcich častíc v reakčnom objeme väčšia. Koncentrácia častíc je zviazaná stavovou rovnicou s tlakom, a tento fakt prináša fyzikálny limit pre skonštruovanie termojadrového reaktora, nakoľko technické možnosti reaktorov majú horný tlakový limit, kedy sa dosahuje medza pevnosti materiálov, z ktorých je reaktor skonštruovaný. Tieto skutočnosti v kombinácii so stavovou rovnicou, Lawsonovým kritériom a potrebou vysokej čistoty vysokoteplotnej plazmy určujú jednak, že reakčný objem reaktora má byť systém s ultravysokým vákuom a tiež celkové parametre plazmy v reaktore.

2.1 Magnetické udržanie fúznej plazmy

Zo spomínaných dôvodov neexistencie materiálov vhodných pre vymedzenie priestoru vysokoteplotnej plazmy bolo potrebné sa uchýliť k alternatívnym metódam jej udržania. Jednou z metód je udržanie plazmy pomocou vhodnej konfigurácie magnetického poľa. Lorentzova sila externých magnetických polí pôsobí na nabitú časticu vo vysokoteplotnej plazme, čím ovplyvňuje ich trajektórie a vymedzuje celkový priestor plazmy.

Pre popísanie tohto javu napíšeme pohybovú rovnicu (10.) častice s hmotnosťou m a nábojom q nachádzajúcu sa v homogénnom magnetickom poli $\mathbf{B}$.

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} \quad (10.)$$

Táto pohybová rovnica je lineárna diferenciálna rovnica druhého rádu. Pokiaľ zavedieme súradný systém tak, že jednu z osí (konkrétne os z) pravotočivého karteziánskeho systému položíme rovnobežnú s vektorovým poľom $\mathbf{B} = (0, 0, |\mathbf{B}|)$, tak sme schopní rozpísať pôvodnú vektorovú diferenciálnu rovnicu (10.) po zložkách do systému troch skalárnych diferenciálnych rovníc. Dá sa ľahko overiť, že riešenie pôvodnej diferenciálnej rovnice je v nasledujúcom tvare (11.).

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}, \quad \mathbf{R} = \mathbf{v}_z t + \mathbf{r}_0, \quad \boldsymbol{\rho} = \frac{\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}}{\omega^2} \quad (11.)$$

Pričom platí $\boldsymbol{\omega} = -\frac{q}{m} \mathbf{B}$ a vektor $\mathbf{v}$ je vektor rýchlosti častice v čase popísaný vzťahom (12.) kde $\mathbf{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$ je počiatočná podmienka pre rýchlosť

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t & 0 \\ -\sin \omega t & \cos \omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \\ v_{0z} \end{pmatrix} \quad (12.)$$

Homogénne magnetické pole nám umožnilo vytvoriť si predstavu o tom aký charakter má pohyb nabitej častice v tomto poli. Charakter tohto pohybu je tzv. cyklotrónový, tzn. že častica sa pozdĺž magnetického poľa pohybuje voľne rovnomernou rýchlosťou a kolmo na magnetické pole koná harmonický pohyb po kružnicovej trajektórii s polomerom $|\rho|$, taktiež zvaným Larmorov polomer. Larmorov polomer je však pre klasické parametre reaktorovej plazmy veľmi malý a zanedbateľný oproti charakteristickým dĺžkam prejdenným časticou pozdĺž magnetického poľa. Preto budeme ďalej pracovať len s vektorom popisujúcim tzv. gyračný stred častice $\mathbf{R}$.

Predstava homogénneho magnetického poľa je samozrejme možná iba teoreticky, nakoľko rozmery potenciálneho reaktora sú konečné a homogénne magnetické pole je možné definovať iba teoreticky na nekonečnom vektorovom priestore. Homogénne magnetické pole sa na prvý pohľad zdalo ako vhodné riešenie problému udržania častíc plazmy, avšak zo spomínaných dôvodov musíme z tejto predstavy odstúpiť, čím sme nútení vytvoriť nehomogénne magnetické pole. Matematický popis pohybu častice v nehomogénnom magnetickom poli je po všeobecnej stránke veľmi náročný, a málokedy riešiteľný analyticky. V našom prípade vieme pre pohyb častice zaviesť pár aproximácií na základe slabých nehomogenít magnetického poľa.

Pre popis pohybu častice v slabo nehomogénnych magnetických poliach budeme postupovať spôsobom, ktorý je príbuzný poruchovému počtu. Vychádzať budeme opäť z rovnice (10.). Označením Larmorovho polomeru ako poruchy, zanedbaním druhých a vyšších rádov porúch a vystredovaním cez čas jedného Larmorovského otočenia sme schopní odvodiť rovnicu pre gyračný stred (13.)

$$m \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = q \frac{d\mathbf{R}}{dt} \times \mathbf{B} - \frac{q R_L^2 \omega}{2} \nabla |\mathbf{B}| \quad (13.)$$

Pričom R_L je veľkosť Larmorovho polomeru. Samozrejme sme schopní túto rovnicu zovšeobecniť o ľubovoľnú externú silu $\mathbf{F}$ a potom naberie rovnica pre gyračný stred nasledovný tvar (14.).

$$m \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = \mathbf{F} + q \frac{d\mathbf{R}}{dt} \times \mathbf{B} - \frac{q R_L^2 \omega}{2} \nabla |\mathbf{B}| \quad (14.)$$

Vektorovým vynásobením tejto rovnice s vektorom $\mathbf{B}$ a vyjadrením $\frac{d\mathbf{R}_\perp}{dt}$, dostávame tzv. driftovú rovnicu (15.), ktorá popisuje driftové rýchlosti častíc, ktoré sú kolmé na magnetické pole.

$$\frac{d\mathbf{R}_\perp}{dt} = \frac{1}{qB^2} \mathbf{F} \times \mathbf{B} - \frac{R_L^2 \omega}{2B^2} \nabla |\mathbf{B}| \times \mathbf{B} - \frac{m}{qB^2} \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} \times \mathbf{B} \quad (15.)$$

Pričom $\mathbf{R}_\perp$ je priemet vektora $\mathbf{R}$ do ortokomplementárnej zložky vektora $\mathbf{B}$. [3]

So zavedením aproximácie pre popis trajektórie gyračného streda, je vhodné zadefinovať aj veličinu zvanú prvý adiabatický invariant. Pri uvažovaní larmorovskej rotácie častice a slabo nehomogénnych magnetických polí vieme uviesť nasledujúce jednoduché odvodenie (16.), ktorým určíme závislosť zmeny práce častice v jednej larmorovskej gyrácii. [3]

$$\Delta W = \int_{\partial S} q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_S q \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_S q \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \approx q \frac{\Delta B}{T} \pi R_L^2 = \frac{mv_\perp^2}{2} \frac{\Delta B}{B} = W \frac{\Delta B}{B}$$

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta B}{B} \Rightarrow \frac{v_\perp^2}{B} = const. \quad (16.)$$

Odvođený výraz popisuje, že podiel kvadrátu kolmej zložky rýchlosti častice k magnetickému poľu a veľkosti magnetického poľa je konštantný a tento zachovávací sa výraz sa nazýva prvý adiabatický invariant. Tento fakt nám bude prinášať rôzne dôležité netriviálne dôsledky z hľadiska magnetického udržania a ohrevu plazmy.

Na jednoduchom príklade sa pokúsime demonštrovať efekt zachovania prvého adiabatického invariantu na pohyb častice v magnetickom poli $\mathbf{B}$. Správime preto nasledovné odvodenie, keď skalárne vynásobíme rýchlosťou $\mathbf{v}$ obe strany pohybovej rovnice (10.) dostaneme výraz (17.), ktorý nám hovorí, že celková kinetická energia častice pohybujúcej sa v magnetickom poli sa nemení.

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \mathbf{v} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = const. \quad (17.)$$

Na základe zachovania prvého adiabatického invariantu a celkovej kinetickej energie vieme spraviť ešte jedno jednoduché odvodenie, kde $v_\perp$ je rýchlosť častice kolmá na magnetické pole, $v_\parallel$ je rýchlosť častice rovnobežná s magnetickým poľom a ϑ je vzájomný uhol vektora rýchlosti častice a magnetického poľa.

$$\frac{1}{2}mv_{\perp}^2 + \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \text{const.}$$

$$v_{\perp} = v \cdot \sin \vartheta \quad v_{\parallel} = v \cdot \cos \vartheta$$

$$\frac{v_{\perp}^2}{B} = \text{const.} \Rightarrow \frac{1}{2}m \frac{v_{\perp}^2}{B} = \text{const.}$$

Ďalej budeme predpokladať že magnetické pole orientované v smere zvolenej osi bude pozvoľne vzrastať z hodnoty B_0 na maximálnu hodnotu B_m v smere tejto osi. Pri prechode častice takouto sústavou z jedného magnetického poľa do druhého s maximálnou hodnotou, bude spoločne so vzrastajúcim magnetickým poľom vzrastať aj zložka rýchlosti častice kolmej na toto magnetické pole. Samozrejme so vzrastajúcou hodnotou kolmej zložky rýchlosti bude klesať jej paralelná zložka, s prihliadnutím na zákon zachovania energie. V určitom prípade môže nastať, že pre konkrétny uhol ϑ_0 , ktorý zvierá vektor rýchlosti a magnetického poľa B_0 , môže zložka paralelnej rýchlosti klesnúť k nule pri vstupe častice do magnetického poľa B_m a dôjde k zmene orientácie paralelnej rýchlosti častice a odrazu častice od zosilneného magnetického poľa. Tento efekt je tiež nazývaný magnetické zrkadlo. Z týchto skutočností vieme jednoducho odvodiť podmienku odrazu častice od magnetického zrkadla (18.).[4]

$$\sin^2 \vartheta_0 > \frac{B_0}{B_m} \quad (18.)$$

Výraz pomeru veľkostí magnetických polí $\frac{B_0}{B_m}$ je takzvaný zrkadlový pomer a určuje pre ktorý uhol ϑ_0 dôjde k odrazu častice od magnetického zrkadla.

Doteraz sme sa venovali popisu pohybu jednotlivých častíc v magnetickom poli, avšak pre pohyb v problematike bude vhodné zdefinovať aj tzv. tekutinový model plazmy. Tekutinový model alebo tiež jednotekutinový model plazmy poskytuje pohľad na plazmu v zmysle istých hmotnostných elementov, ktorých rýchlosť je rovná strednej hodnote rýchlosti častíc nachádzajúcich sa v konkrétnom hmotnostnom elemente. Rýchlosť daného hmotnostného elementu vieme definovať podľa vzťahu (19.) , kde dochádza k sume cez všetky častice nachádzajúce sa v danom elemente.

$$\mathbf{u} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i} \quad (19.)$$

Pri spomínanom pohľade na plazmu treba dodefinovať aj rovnice ktoré popisujú pohyb jednotlivých hmotnostných elementov. Pohybovou rovnicou pre popis pohybu týchto elementov je rovnica (20.), pričom sme zanedbali viskozitu plazmy a hustotu tiažovej sily.

$$\rho_m \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho_m \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (20.)$$

Z tejto rovnice vidíme, že sa nám vyskytli nové parametre, v dôsledku čoho potrebujeme väčší počet rovníc. Spomínanými rovnicami sú rovnice (20.) – (23.). Prvé dve rovnice sú zákony zachovania hmotnosti a náboja v tvare rovníc kontinuity. Tretia rovnica je rovnica pre časový vývoj magnetického poľa, pričom σ je elektrická vodivosť plazmy a μ_0 je permeabilita vákua. Táto rovnica sa odvádza z Faradayovho zákona (druhá Maxwelllová rovnica) a Ampérovho zákona (štvrtá Maxwelllová rovnica) pri predpoklade vysokovodivej plazmy, keď je Ampérov posuvný prúd zanedbateľný oproti prúdovej hustote. Posledná štvrtá rovnica je rovnica pre kinetický tlak v diferenciálnom tvare popisujúca správanie sa plazmy pri predpoklade polytrópného správania sa $p \cdot V^\kappa = \text{const.}$, pričom κ je polytrópný koeficient.[3]

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u}) = 0 \quad (21.)$$

$$\frac{\partial \rho_Q}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (22.)$$

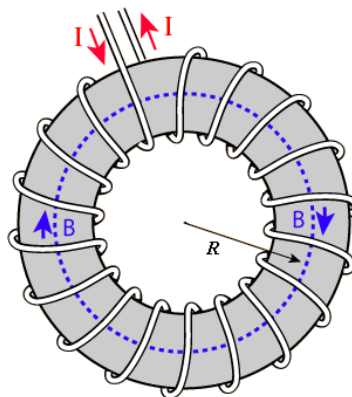
$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \Delta \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (23.)$$

$$\rho_m \left[\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) p \right] + p \rho_m \kappa \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (24.)$$

2.2 Tokamak

Nakoľko sme sa doteraz zaoberali všeobecnou teoretickou stránkou problematiky termojadrovej fúzie, nastal čas aplikácie týchto poznatkov pri jej technickej realizácii. Bolo spomenuté, že z dôvodu neexistencie materiálov, ktoré by boli schopné vymedziť priestor vysokoteplotnému prostrediu fúznej plazmy, je vhodným riešením tejto situácie správna konfigurácia magnetického poľa, ktoré je schopné vplyvom Lorentzovej sily pôsobiacej na jednotlivé častice, vymedziť priestor plazmy.

V predchádzajúcich statiach sme sa už presvedčili, že homogénne magnetické pole nie je možné prakticky generovať, preto sa uchýlime pre pravdepodobne najjednoduchšie možné prakticky realizovateľné magnetické pole, a to toroidálne magnetické pole. Toroidálne magnetické pole je možné generovať pomocou toroidálnej cievky (obr. 2)



Obr. 2 Znáznornenie generácie toroidálneho magnetického poľa pomocou toroidálnej cievky

Problémom toroidálneho magnetického poľa je jeho nehomogenita spôsobená jeho toroidálnou symetriou. Toroidálna symetria magnetického poľa má za následok, že jeho veľkosť klesá s reciprokovou hodnotou radiálnej vzdialenosti od osi toroidálnej symetrie. O tomto fakte sa dá ľahko presvedčiť z Maxwellových rovníc pri predpokladoch magnetického poľa $\mathbf{B} = (0, B_\phi, 0)$ a nulovej prúdovej hustoty (v celom objeme toroidálneho systému) zavedených v cylindrickom súradnom systéme. Pri spomenutých predpokladoch platia rovnice (25.) a (26.) (bázové vektory $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\phi$ a $\mathbf{e}_z$ cylindrického systému).

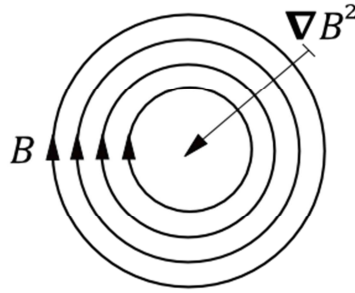
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} = 0 \quad (25.)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\mathbf{e}_r \frac{\partial B_\varphi}{\partial z} + \mathbf{e}_z \frac{1}{r} \frac{\partial r B_\varphi}{\partial r} = \mathbf{0} \Rightarrow \frac{\partial r B_\varphi}{\partial r} = 0, \frac{\partial B_\varphi}{\partial z} = 0 \quad (26.)$$

Pri uvážení posledných implikovaných skutočností platí rovnica (27.), z ktorej je evidentná závislosť medzi vektorom $\mathbf{B}$ a radiálnou vzdialenosťou r .

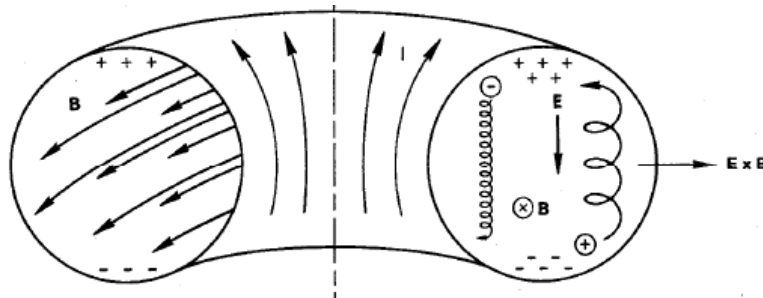
$$\frac{dr B_\varphi}{dr} = 0 \Rightarrow r B_\varphi = \text{const} \Rightarrow B_\varphi \sim \frac{1}{r} \quad (27.)$$

Zo spomínaných faktov vieme jednoznačne určiť tvar magnetického poľa a aj jeho gradient. Z **obr.3** vieme dedukovať, že častice driftujú, vyplývajú z driftovej rovnice, v smere kolmom na magnetické pole a na gradient jeho veľkosti (resp. kvadrátu jeho veľkosti) nad alebo pod rovinu nákresu v závislosti od polarít ich náboja. Táto driftová rýchlosť spôsobuje, že sa vertikálne diferencuje náboj v tomto tzv. toroidálnom systéme, čo má za následok vytvorenie vertikálneho elektrického poľa $\mathbf{E}$.



Obr.3 Schematické znázornenie toroidálneho magnetického poľa $\mathbf{B}$ a gradientu kvadrátu tohto poľa ∇B^2

Existencia tohto elektrického poľa ale spôsobuje ďalší drift častíc podľa vzťahu (15.), čo v danom toroidálnom systéme má za následok únik častíc v smere $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, pokiaľ uvažíme že silu $\mathbf{F}$ v driftovej rovnici položíme rovnú $q\mathbf{E}$ (**obr. 4**).



Obr. 4 Schematické znázornenie driftových pohybov častíc plazmy v toroidálnom magnetickom poli [5]

Týmto sa celá situácia udržania plazmy začala komplikovať v dôsledku spomínaných driftových pohybov častíc plazmy. Naše úsilie však nekončí pri takejto komplikácii. Priaznivý vplyv na riešenie tejto situácie má vytvorenie helikálnej štruktúry magnetických indukčných čiar. Pojem helikálnej štruktúry alebo helicity je spojený s vytvorením závitnicového tvaru magnetických siločiar. Helicitu magnetického poľa definuje takzvaná rotačná transformácia, ktorá určuje uhol pootočenia závitnice magnetického poľa v poloidálnej rovine pri otočení o plný toroidálny uhol.

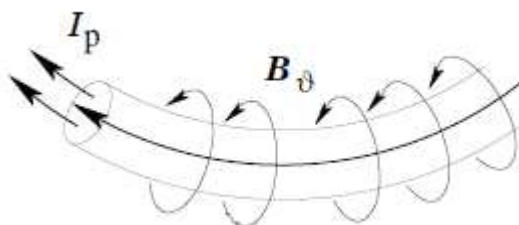
Z pohľadu pohybov častíc má vytvorenie helikálneho tvaru magnetických siločiar za následok, že častica nachádzajúca sa v danom bode pôvodne driftujúca nahor sa vzdďľuje od stredu plazmy, ale pokiaľ táto častica dosiahne konkrétny bod ležiaci na danej siločiare, bude síce driftovať stále nahor, ale v dôsledku spomínaného závitnicového tvaru siločiar bude jej pohyb smerovať už do stredu plazmy. Pokiaľ bude tepelný pohyb častíc omnoho rýchlejší ako ich drift v smere $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, po vystredovaní cez niekoľko obehov okolo hlavnej osi toroidálnej symetrie, si budú častice udržiavať konštantnú vzdialenosť od vedľľajšej osi.[5]

Celkom názorné vysvetlenie účinku závitnicového tvaru siločiar poskytuje aj tekutinový model plazmy. Vieme, že diferenciáciou náboja v dôsledku driftových pohybov častíc vzniká v reakčnom objeme vertikálne elektrické pole $\mathbf{E}$. Avšak závitnicové magnetické indukčné čiary si môžeme predstaviť ako „ekvipotenciálne“ krivky, ktoré vytvárajú vodivé spojenie medzi diferencovanými nábojmi, čím vytvárajú skrat vertikálneho elektrického poľa $\mathbf{E}$ v danej sústave. Týmto spôsobom sa možno pozerať na odstránenie nepriaznivých driftov častíc cez tekutinový model plazmy.[5]

Ako však vytvoriť z pôvodného toroidálneho magnetického poľa, magnetické pole s helikálnou štruktúrou ? Jedna z metód generácie takéhoto poľa vznikla v päťdesiatych rokoch minulého storočia v bývalom sovietskom zväze. Táto koncepcia bola nazvaná tokamak („тороидальная камера в магнитных катушках“), čo v preklade znamená „toroidálna komora v magnetických cievkach“. Principiálne šlo o superpozíciu toroidálneho magnetického poľa generovaného toroidálnou cievkou a poloidálneho magnetického poľa vytvoreného od elektrického prúdu tečúceho plazmou paralelne

s toroidálnym magnetickým poľom. Prúd v plazme I_p generuje okolo seba poloidálne magnetické pole $\mathbf{B}_\theta$ (*obr. 5*) na základe Ampérovho zákona (28.).

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_p \quad (28.)$$



Obr. 5 Vytvorenie poloidálnej zložky magnetického poľa $\mathbf{B}_\theta$ generáciou plazmového prúdu I_p [6]

Týmto spôsobom je možné vytvoriť spomínanú rotačnú transformáciu, ktorá je schopná odstrániť nepriaznivé efekty driftových rýchlostí.

Jedným z problémov tejto konfigurácie je, že toroidálne uzavreté prúdové vlákno má prirodzenú tendenciu vlastnej rozpínavosti. Pre objasnenie tejto problematiky aproximujeme prúdové vlákno kružnicovou prúdovou slučkou s prúdovou hustotou $\mathbf{j}$.

Po zrátaní vektora magnetickej indukcie z Biot-Savartovho zákona (29.) na ľubovoľnom bode prúdovej slučky nám vyjde, že vektor magnetickej indukcie $\mathbf{B}_j$ generovaný samotnou prúdovou slučkou smeruje kolmo na rovinu prúdovej slučky.

$$\mathbf{B}_j = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{r}}{r^3} d^3r \quad (29.)$$

Pokiaľ by sme vypočítali vektor objemovej sily $\mathbf{f}$ (30.) pôsobiacej na prúdovú slučku z tekutinového modelu plazmy, vyšlo by nám, že by sa nachádzal v rovine prúdovej slučky a jeho orientácia by smerovala von z prúdovej slučky.

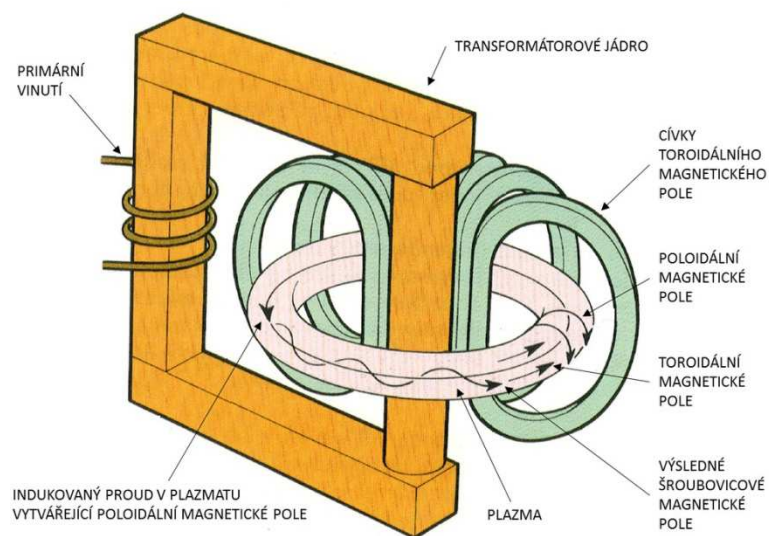
$$\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}_j \quad (30.)$$

Z týchto dôvodov sa na tokamakoch technicky realizuje vertikálne magnetické pole $\mathbf{B}_v$, ktoré kompenzuje magnetické pole $\mathbf{B}_j$ generované prúdovým prstencom, aby odstránilo rozpínavý efekt pôsobiaci na prúdový prstenec.

Metóda generácie elektrického prúdu je principiálne rovnaká ako princíp transformátora, pričom sekundárny závit tvorí samotná plazma tokamaku. V primárnom vinutí transformátora sa generuje rovnomerne rastúci prúd a prostredníctvom jadra

transformátora sa distribuuje magnetický indukčný tok do sekundárneho vinutia. Časová zmena magnetického indukčného toku v sekundárnom vinutí (plazmovom prstenci) má za následok generáciu prúdu v plazme. Avšak v dôsledku saturácie feromagnetického jadra a nemožnosti neustáleho rastu prúdu v primárnom vinutí nie je možné elektrický prúd v plazme pomocou transformátorového princípu generovať kontinuálne, ale je nutné vymyslieť iné doplnkové metódy generácie elektrického prúdu (vlečenie prúdu elektromagnetickými vlnami, injekciou neutrálnych častíc).

Celková schéma komponentov tokamaku je znázornená na **obr. 6**.



Obr.6 Celková schéma komponentov tokamaku

2.3 Ohrev plazmy

Doteraz sme sa venovali iba problému udržania plazmy magnetickým poľom v reakčnom objeme. Z dôvodu kompenzácie spomínaných stratových výkonov je však nutne potrebné zaviesť pojem, ktorým je ohrev plazmy. Už zo samotného názvu vyplýva, že sa jedná o dodanie konkrétneho množstva energie vysokoteplotnej plazme aditívnym spôsobom na vyrovnanie transportných a radiačných stratových výkonov, ešte pred dosiahnutím zápalnej teploty.

Jedným z prvých spôsobov kompenzácie stratových výkonov v reakčnom objeme bol pomocou ohmického ohrevu. Ohmický ohrev funguje principiálne na báze ohmickej disipácie energie podľa vzťahu (31.) pre vyjadrenie okamžitého výkonu dodávaného vodiču s odporom R , ktorým preteká prúd I .

$$P = I^2 R \quad (31.)$$

Vidíme, že energia uvoľnená ohmickou disipáciou je úmerná kvadrátu veľkosti pretekajúceho prúdu daným vodičom. Tento fakt je užitočný pri spomínaných toroidálnych zariadeniach, keď sa generáciou indukovaného prúdu v plazme uvoľňuje Joulovo teplo z ohmickej disipácie a odráža predovšetkým v kinetickej energii elektrónov plazmy. Elektróny v plazme distribuuju zrážkami s iónmi Joulovo teplo, čím dochádza k jej ohrevu. Opäť sa však vráťme ku vzťahu (31.). Ohmický výkon nie je závislý iba od prúdu, ale aj od odporu ktorým daný vodič (vysokoteplotná plazma) disponuje. Pre mernú vodivosť vysokoteplotnej vodíkovej plazmy platí tzv. Spitzerov vzťah (32.), v ktorom e je elementárny elektrický náboj a m_e hmotnosť elektrónu.[1]

$$\sigma = \frac{1,16 m_e}{\ln \Lambda} \left(\frac{4\pi\epsilon_0}{e} \right)^2 \left(\frac{2kT}{\pi m_e} \right)^{\frac{3}{2}}, \Lambda = \frac{12\pi (\epsilon_0 kT)^{\frac{3}{2}}}{e^3 \sqrt{n}} \quad (32.)$$

Nakoľko Coulombov logaritmus $\ln \Lambda$ sa pri daných hodnotách parametrov mení relatívne málo, vieme zo Spitzerovho vzťahu implikovať, že merná vodivosť vysokoteplotnej vodíkovej plazmy rastie úmerne s $T^{3/2}$, preto vieme prehlásiť, že zvyšovanie energie častíc plazmy ohmickou disipáciou má obmedzenie, nakoľko aj samotný odpor vo vzťahu (32.) s rastúcou teplotou klesá. Samozrejme aj bez tohto obmedzenia nie je možné zvyšovať strednú kinetickú energiu častíc čisto ohmickým ohrevom, nakoľko prúd generovaný v plazme spôsobuje náročne zvládnuteľné magnetohydrodynamické nestability.

Ako je nám známe, pohyby nabitých častíc v magnetických poliach majú cyklotrónový charakter. Harmonický cyklotrónový pohyb častíc má svoju charakteristickú frekvenciu a tento fakt automaticky láka myšlienku využitia rezonancie. Vytvorenie elektromagnetickej vlny šíriacej sa plazmou s frekvenciou potrebnou na vygenerovanie rezonancie s pohybmi častíc sa nazýva vysokofrekvenčný ohrev plazmy. Medzi základné rezonančné frekvencie patrí iónová a elektrónová cyklotrónová frekvencia a dolná hybridná frekvencia. V dôsledku priestorovej závislosti toroidálneho magnetického poľa úmernej $1/R$, kde R je hlavný polomer toroidálnej geometrie, sa energia dodaná elektromagnetickou vlnou uvoľňuje predovšetkým v konkrétnej oblasti reaktoru, kde frekvencia elektromagnetickej vlny je totožná s rezonančnou frekvenciou cyklotrónového pohybu častice. Týmto spôsobom je možné dodávať priamo energiu elektromagnetickej vlny časticiam plazmy.[2]

Existuje ešte spôsob ohrevu plazmy na báze vstrekovania neutrálnych zväzkov (*NBI- neutral beam injection*). Tomuto spôsobu ohrevu sa budeme venovať ešte neskôr, napriek tomu však vysvetlíme základný princíp ohrevu.

Princíp tohto ohrevu je založený na urýchlení častíc paliva reaktoru elektrickým poľom mimo reaktorovej nádoby s cieľom injekcie týchto častíc do reakčného objemu a následným zvýšením strednej kinetickej energie častíc plazmy pomocou rôznych druhov zrážok. Nabité častice nie je možné vstrekať do reakčného objemu, nakoľko magnetické pole, tak isto ako bráni nabitým časticiam plazmy v úniku z magnetickej nádoby, bráni aj vniknutiu do reakčného priestoru. Preto musí byť zväzok nabitých častíc vystavený rekombinácií s cieľom ich neutralizácie. Neutrálne častice už nie sú pod vplyvom Lorentzovej sily silných magnetických polí reaktoru a sú schopné pružnými zrážkami distribuovať svoju kinetickú energiu časticiam magneticky izolovanej plazmy.

3. Injekcia neutrálnych častíc - NBI

NBI už bolo spomenuté v kapitole o ohrevoch plazmy, avšak v tejto kapitole sa budeme venovať NBI trochu podrobnejšie. Injekcia neutrálnych častíc má na starosti okrem ohrevu plazmy spôsobeného termalizáciou ionizovaných atómov s časticami plazmy aj iné dôležité zretele ako napríklad injekciu paliva (deutéria a trícia) do reaktorového objemu, generáciu elektrického prúdu v plazme a taktiež štúdium fyzikálnych procesov interakcie neutrálneho zväzku s plazmou.

Budeme sa sústreďovať na základné fyzikálne procesy, ktoré budú ovplyvňovať jednotlivé parametre injektovaného neutrálneho zväzku ako energia zväzku, výkon zväzku, jeho orientácia voči plazme a pod., s cieľom minimálnych strát a maximálnej účinnosti zväzku. Medzi základné fyzikálne procesy, ktoré ovplyvňujú tieto parametre patria [4]:

1. Ionizácia neutrálneho zväzku pri interakciách s časticami plazmy
2. Driftové pohyby rýchlych ionizovaných atómov zväzku v magnetickom poli
3. Termalizácia jednotlivých rýchlych ionizovaných atómov v reakčnom objeme

3.1 Ionizácia zväzku NBI

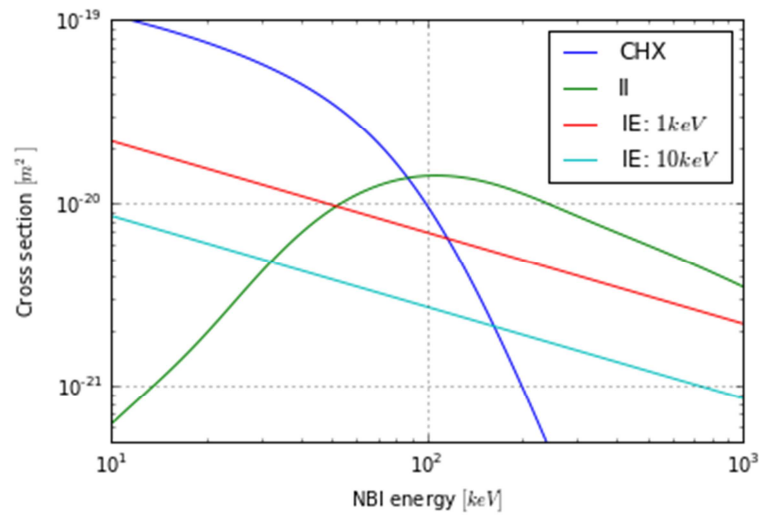
Už zo spomínaných poznatkov vieme , že neutrálne častice prechádzajú vákuovou komorou tokamaku bez toho, aby boli ovplyvnené jeho silnými magnetickými poľami. Následnými rôznymi zrážkovými procesmi s časticami vysokoteplotnej plazmy tokamaku podstúpia tieto neutrálne atómy proces ionizácie a výsledné ióny a elektróny ionizovaného atómu sú zachytené v magnetických poliach tokamaku. V závislosti od parametrov produktov ionizácie (elektrónov a iónov) ako energia, uhol injekcie častíc a miesta ionizácie sú ich následné zachytené trajektórie určené jednoznačne. Následne v dôsledku Coulombovských zrážok s ostatnými časticami v plazme je energia injektovaných častíc deponovaná v plazme a neutrálny zväzok je termalizovaný.

Poznáme tri základné procesy, ktoré sú zodpovedné za ionizáciu neutrálnych atómov NBI. Prvou z nich je ionizácia vplyvom výmeny elektrónu medzi rýchlym neutrálnym atómom a „studeným“ iónom v reaktorovej plazme. Tento typ ionizačnej reakcie neutrálnych atómov NBI budeme ďalej značiť skratkou „CX“ reakcia, z anglického výrazu pre prenos náboja medzi atómom a iónom („*charge exchange*“). Druhým a tretím typom reakcií sú ionizácie vplyvom zrážky rýchleho neutrálneho atómu s elektrónom a iónom reaktorovej plazmy. Reakciu ionizácie vplyvom zrážky s elektrónom budeme

d'alej značiť „IE“ a vplyvom zrážky s iónom „II“ opäť z anglického výrazu („*ionisation by electrons*“ a „*ionization by ions*“). Jednotlivé typy reakcií sú zapísané nasledovne:



Pričom ${}_fH$ je rýchly neutrálny atóm zo zväzku NBI. Avšak samozrejme ako sme spomínali pri fúzných reakciách, pokiaľ začíname hovoriť o zrážkach častíc je potrebné nejakým spôsobom kvantifikovať pravdepodobnosť s akou nastáva táto reakcia, a vhodnou veličinou na kvantifikovanie tejto pravdepodobnosti je už spomínaný účinný prierez reakcie. Závislosť účinného prierezu reakcie vzhľadom od energie častíc je znázornená na obr.7.



Obr. 7 Účinný prierez ionizačných reakcií pre deutérium

Priebeh ionizácie zväzku vieme popísať pomocou jednoduchšej diferenciálnej rovnice (34.). Pri čom x je trajektória zväzku prechádzajúca vysokoteplotnou plazmou, σ_{chx} , σ_{II} , $\frac{\langle \sigma_{IE} v_e \rangle}{v_i}$ sú jednotlivé účinné prierezy reakcií zodpovedných za ionizáciu zväzku NBI, $n_e(x)$ je elektrónová koncentrácia (resp. iónová nakoľko využívame predpoklad, že $n_e = n_i$) ako funkcia x a I je intenzita zväzku NBI (vzťah (35.))[1].

$$\frac{dI}{dx} = -n_e(x) \left(\sigma_{chx} + \sigma_{II} + \frac{\langle \sigma_{IE} v_e \rangle}{v_i} \right) I \quad (34.)$$

$$N_b v_b = I \quad (35.)$$

Pričom N_b je dĺžková hustota častíc zväzku NBI a v_b je ich rýchlosť.

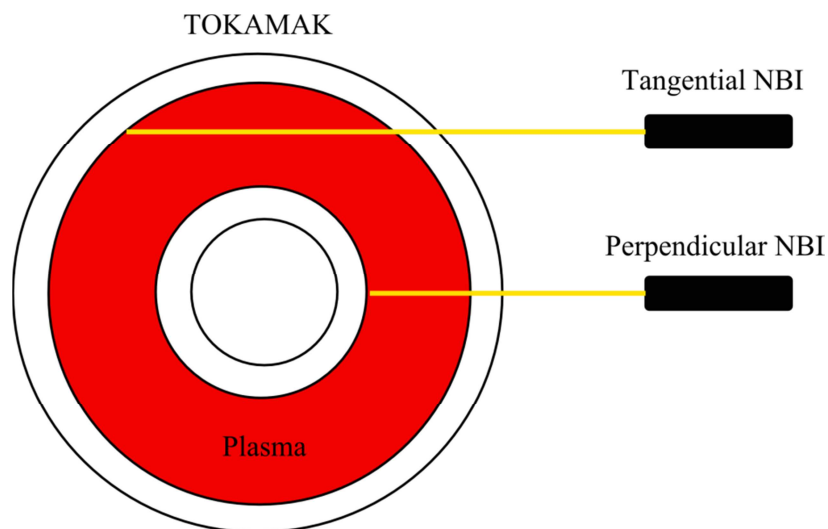
Riešením tejto diferenciálnej rovnice dostávame nasledovný výraz (36.), ktorý je možné zjednodušiť napísať v tvare (37.).

$$I = I_0 \exp \left(- \int_0^x n_e(l) \left(\sigma_{chx} + \sigma_{II} + \frac{\langle \sigma_{IE} v_e \rangle}{v_i} \right) dl \right) \quad (36.)$$

$$I = I_0 \exp \left(- \frac{x}{\lambda} \right) \quad (37.)$$

Vidíme, že vo výraze (37.) sa vyskytuje parameter λ , ktorý reprezentuje strednú voľnú dráhu atómov zväzku po ich ionizácii. Z tohto faktu vieme určiť energiu injektovaným časticiam v závislosti od geometrie injektovaného zväzku (tangenciálna injekcia, kolmá injekcia). Taktiež v závislosti od tohto parametra vieme určiť mieru „prestrelenia“ plazmy zväzkom a tým stratu výkonu dodaného do zväzku. Tento typ strát sú tzv. „shine-through losses“.[4]

Názorná ukážka injekcie neutrálnych častíc tangenciálne a paralelne s toroidálnym magnetickým poľom je znázornená na jednoduchšej schéme (**obr. 8**).



Obr. 8 Schematický náčrt NBI

3.2 Driftové pohyby rýchlych iónov

Po ionizácii sa začnú jednotlivé rýchle ióny pohybovať po gyračných trajektóriách. Avšak ako sme spomínali v stati o magnetickom poli, popis gyrácie častice okolo magnetických indukčných čiar je pre nás známy a z istého pohľadu nezaujímavý a pre popis tohto pohybu využijeme rovnicu pre gyračný stred častice, kde sa sústredíme na pohyb častice v magnetickom poli, od ktorého je odseparovaná gyrácia tejto častice. Počas toho ako sa častica pohybuje pozdĺž týchto tzv. driftových trajektórií interaguje s elektrónmi a iónmi v plazme, čím im odovzdáva svoju energiu a stáva sa termalizovanou časticou.

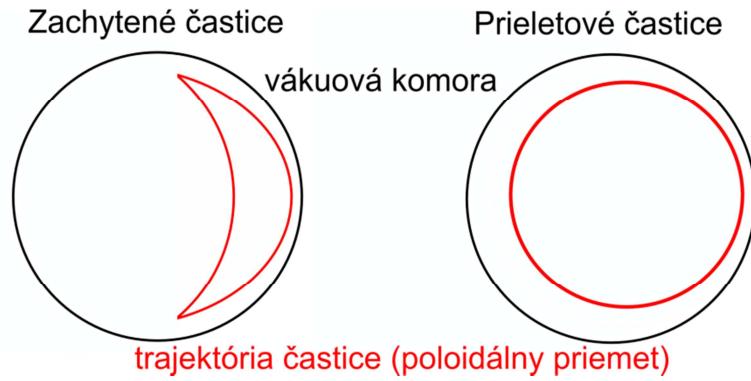
Samozrejme nežiadanou záležitosťou je únik rýchlych iónov pozdĺž týchto driftových trajektórií na steny reaktorovej nádoby ešte pred tým ako sa stihnú termalizovať. Preto je dôležité určiť jednotlivé trajektórie injektovaných častíc po ich ionizácii, nakoľko ich únik na steny reaktorovej nádoby spôsobuje výrazné straty a neefektivitu tohto typu ohrevu. Z tohto hľadiska závisí tvar driftových trajektórií na veľkosti paralelnej a pozdĺžnej rýchlosti danej častice voči magnetickému poľu, miesta kde došlo k ionizácii daného atómu a veľkosti poloidálneho a toroidálneho magnetického poľa reaktoru v tomto mieste.

Na základe state o magnetickom zrkadle vieme častice podliehajúce driftovým pohybom rozdeliť na dve základné skupiny:

1. Prieletové častice
2. Zachytené častice

Prieletové častice sú tie, ktorých paralelná rýchlosť s magnetickým poľom je dostatočná na prekonanie magnetického zrkadla vzniknutého na základe $1/R$ závislosti toroidálneho magnetického poľa. Priemet trajektórie týchto častíc do poloidálnej roviny má kružnicový tvar.

Zachytené častice sú tie, ktorých paralelná rýchlosť s magnetickým poľom nebola dostatočná, a zostali zachytené v tzv. banánovej trajektórii. Tento názov vznikol na základe banánového tvaru priemetu tejto trajektórie do poloidálnej roviny (obr.9).



Obr. 9 Trajektórie rýchlych iónov v magnetickom poli tokamaku

Z týchto dôvodov hrá rolu uhol injekcie neutrálneho zväzku do plazmy. Pri tangenciálnej injekcii sú ionizované častice zväzku prevažne prieletové, zatiaľ čo pri strmších injekciách majú trajektórie častíc spomínaný banánový tvar s prihliadnutím na závislosť uhlu rýchlosti častice voči magnetickému poľu a tzv. zrkadlového pomeru (vzťah 18.).

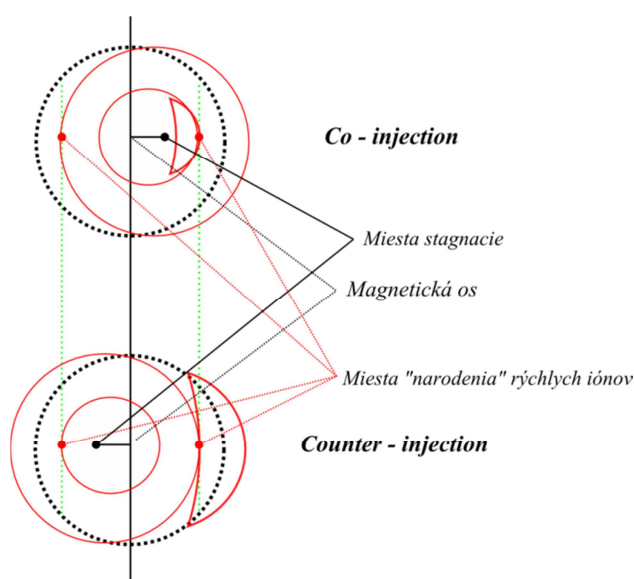
Samozrejme hrá rolu aj na miesto ionizácie neutrálneho atómu. Pokiaľ dôjde k ionizácii atómu zo zväzku vo vnútornej strane torusu reaktora, bude trajektória tohto atómu vždy prieletová, nakoľko zrkadlový pomer bude vždy rovný jednej. Ďalšou dôležitou záležitosťou je orientácia smeru injekcie zväzku voči smeru prúdu tečúceho reaktorovou plazmou. Závislosť orientácie injektovaného zväzku voči toroidálnemu elektrickému prúdu má za následok posun stredy kružnicovej trajektórie prieletových častíc Δ (vzťah 36.). Tento posun je v smere von od stredy torusu pri injekciách v smere paralelnom s toroidálnym elektrickým prúdom („co-injection“) a v smere do vnútra pri injekciách proti smeru elektrického prúdu („counter-injection“) (obr 10.). Závislosť veľkosti tohto posunu vieme určiť z proporcionálneho vzťahu (36.) kde q je tzv. bezpečnostný faktor (vzťah 37.) a R_L je Larmorov polomer [4].

$$|\Delta| \sim qR_L \quad (36.)$$

$$q = \frac{a B_T}{R B_p} \quad (37.)$$

Treba podotknúť, že vzťah (36.) je odvodený pre plazmu s kruhovým prierezom, napriek tomu nám tento vzťah môže pomôcť v predikcii správania sa rýchlych iónov v tokamakovej plazme. Posun Δ môže mať za následok, že pre určité rýchlosti z rýchlostného priestoru injektovaných častíc budú driftové trajektórie pretínať vákuovú

komoru, a tým bude dochádzať ku výrazným stratám. Tiež zo vzťahu vidíme, že veľkosť posunu Δ závisí na Larmorovskom polomery, a preto vieme že veľká kolmá kinetická energia častíc spôsobuje výrazné vychýlenie driftových orbitov od jednotlivých magnetických povrchov (bližšie v stati „*Jednoduchá simulácia NBI*“). V spojitosti s týmto efektom dochádza aj k ďalšej forme strát z dôvodu nedodržania toroidálnej invariantnosti toroidálneho magnetického poľa tokamaku. Diskrétnym rozložením toroidálnych vinutí dochádza k tvaru toroidálneho magnetického poľa zvaného „ripple“, keď dochádza k zhusteniu a zriedeniu toroidálnych



Obr. 10 Rozdielnosť injekcie NBI v smere a v protismere elektrického prúdu

magnetických indukčných čiar v okolí vinutí. Tento efekt má za následok obdobné trajektórie častíc v takto vzniknutých magnetických zrkadlách čím dochádza opätovne k stratám.

3.3 Spomaľovanie rýchlych iónov

Rýchle ióny ktoré kopírujú driftové trajektórie v toroidálnej geometrii reaktora sú spomaľované prostredníctvom zrážok s časticami v plazme, čím im odovzdávajú svoju kinetickú energiu, až kým ich rýchlosti nebudú termalizované. Tento efekt má za následok výsledný ohrev plazmy.

Pri predpoklade, že distribučná funkcia častíc reaktorovej plazmy má maxwelovský charakter a teplota plazmy je na úrovni niekoľkých keV , vieme určiť termálne rýchlosti

iónov $v_i \sim 10^5 \text{ m.s}^{-1}$ a elektrónov $v_e \sim 10^7 \text{ m.s}^{-1}$. Rýchly ión pri energii 100 keV má rýchlosť $v_f = 3 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ a z tohto faktu je možné spraviť uvaženie, že $v_i \ll v_f \ll v_e$.

Pri spomínanom uvažení, že termálne rýchlosti iónov plazmy sú podstatne nižšie ako rýchlosti rýchlych iónov a tie sú podstatne nižšie ako termálne rýchlosti elektrónov a tiež pri predpoklade párových zrážok rýchlych iónov zväzku s maxwellovskými časticami reaktorovej plazmy vieme určiť závislosť časového úbytku energie rýchlych iónov zväzku W_b podľa rovnice (38.), pričom prvý člen na pravej strane v hranatých zátvorkách reprezentuje úbytok energie zväzku vplyvom zrážok s elektrónmi a druhý člen reprezentuje úbytok energie zväzku vplyvom zrážok s iónmi.[7]

$$\frac{dW_b}{dt} = -\frac{2W_b}{\tau_s} \left[1 + \left(\frac{W_c}{W_b} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (38.)$$

Vo vzťahu (38.) sú uvedené výrazy ako W_c a τ_s . Výraz W_c je takzvaná kritická energia, ktorú vieme určiť zo vzťahu (39.), pričom T_e je elektrónová teplota, n_e je koncentrácia elektrónov, A je atómové číslo injektovaných atómov a n_i , Z_i a A_i je koncentrácia, protónové a atómové číslo atómov v plazme.[7]

$$W_c = 14,8 \cdot T_e \left(\frac{A^2}{n_e} \sum_i \frac{n_i Z_i^2}{A_i} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (39.)$$

V prípade, že kritická energia je podstatne menšia ako energia rýchlych iónov zväzku, bude výraz v hranatej zátvorke úmerný "1" a úbytok energie zväzku bude mať exponenciálny charakter (40.), pričom W_{b0} je počiatočná energia zväzku.

$$\frac{dW_b}{dt} = -\frac{2W_b}{\tau_s} \Rightarrow W_b = W_{b0} e^{-\frac{2t}{\tau_s}} \quad (40.)$$

V takomto prípade bude všetka energia zväzku W_b odovzdaná elektrónom.

Zaujímavosťou tohto faktu je, že jednotlivé jadrá hélia generované pri fúznej reakcií majú preferenčnú tendenciu transformovať svoju kinetickú energiu na elektróny. Charakteristický čas odovzdania energie týchto častíc elektrónom je takzvaný spomalovací

čas τ_s , ktorý je vyjadrený pomocou vzťahu (41.), pričom M_b je hmotnosť danej častice z ktorých zväzok pozostáva.[7]

$$\tau_s = 0,012 \cdot \frac{T_e [keV] M_b}{n_e [10^{20} m^{-3}] Z_b^2} \quad (41.)$$

Pri charakteriských parametroch plazmy je τ_s porovnateľné s dobou udržania energie plazmy, preto tento transport energie môže hrať rolu na rovnakých časových škálach ako spomaľovanie zväzku v priebehu odovzdávania jeho energie plazme.

Teraz sa sústredíme na dve dôležité veličiny, ktoré popisujú celkový spomaľovací proces rýchlych iónov v plazme od ich vzniku až po ich termalizáciu. Tými veličinami sú frakcie odovzdanej energie iónom a elektrónom po celkovom spomalení zväzku. Výkon odovzdaný iónom P_i vieme určiť jednoducho z rovnice (38.) podľa vzťahu (42.).

$$P_i = -\frac{2W_b}{\tau_s} \left(\frac{W_c}{W_b} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (42.)$$

A celková energia odovzdaná iónom je vyjadrená vzťahom (43.).

$$W_i = \int_0^{\infty} P_i dt \quad (43.)$$

Opätovne vieme vyjadriť z rovnice (38.) diferenciál pre čas pomocou nasledovného vyjadrenia (44.). Spätným dosadením do vzťahu (43.) vieme určiť frakciu zväzkovej energie odovzdanej iónom F_i (45.) a energiu odovzdanú elektrónom $F_e = 1 - F_i$. [7]

$$-\frac{2}{\tau_s} dt = \frac{dy}{y \left(1 + y^{-\frac{3}{2}} \right)}, \quad y = \frac{W_b}{W_c} \quad (44.)$$

$$F_i = \frac{W_c}{W_{b0}} \int_0^{\frac{W_{b0}}{W_c}} \frac{dy}{y \left(1 + y^{\frac{3}{2}} \right)} \quad (45.)$$

3.4 Tokamak COMPASS a NBI

Tokamak COMPASS je najväčším tokamakom Českej republiky a nachádza sa v Prahe na Ústave fyziky plazmy AV ČR. Jeho dôležitosť budeme priradovať jednak geometrickej podobnosti s tokamakmi JET a ITER, ale aj potrebám pri podpore experimentov na tomto tokamaku pomocou simulácií. Geometrická podobnosť s tokamakom ITER môže prinášať nové fyzikálne poznatky, dôležité pre spresnenie geometrických a prevádzkových parametrov reaktora. Okrem geometrickej podobnosti so spomínanými reaktormi, má tokamak COMPASS aj jednu významnú prednosť a tou je flexibilita vytvárania rôznych konfigurácií magnetického poľa, ktorú docieľuje okrem samotného toroidálneho poľa pomocou ďalších 35-tich poloidálnych cievok. Základné technické parametre tokamaku COMPASS sú uvedené v tabuľke 1.[8]

Tabuľka 1.

Veličina	Hodnota
Hlavný polomer	0,56 m
Vedľajší polomer	0,20 m
Plazmatický prúd	400 kA
Toroidálne magnetické pole	0,8 – 2.1 T
Dĺžka výboja	~ 1 s

Z metód ohrevu plazmy používa tokamak COMPASS metódu NBI a špeciálne z tohto dôvodu bol podnet k zadaniu tejto práce. Tokamak je vybavený dvomi zväzkami NBI, ktorých energia je 40 keV a špičkový výkon 300 kW. Zhrnutie parametrov neutrálnych zväzkov sú uvedené v tabuľke 2.[9]

Tabuľka 2.

Počet zväzkov	2
Energia častíc	40 keV
Celkový prúd	$2 \times 12,5 \text{ A}$
Celkový výkon injektovaných neutrálov	300 kW
Dĺžka pulzu	300 ms
Priemer zväzku	7 cm
Celkový vstupný výkon	1,5 MW

Základné parametre NBI na tokamaku COMPASS

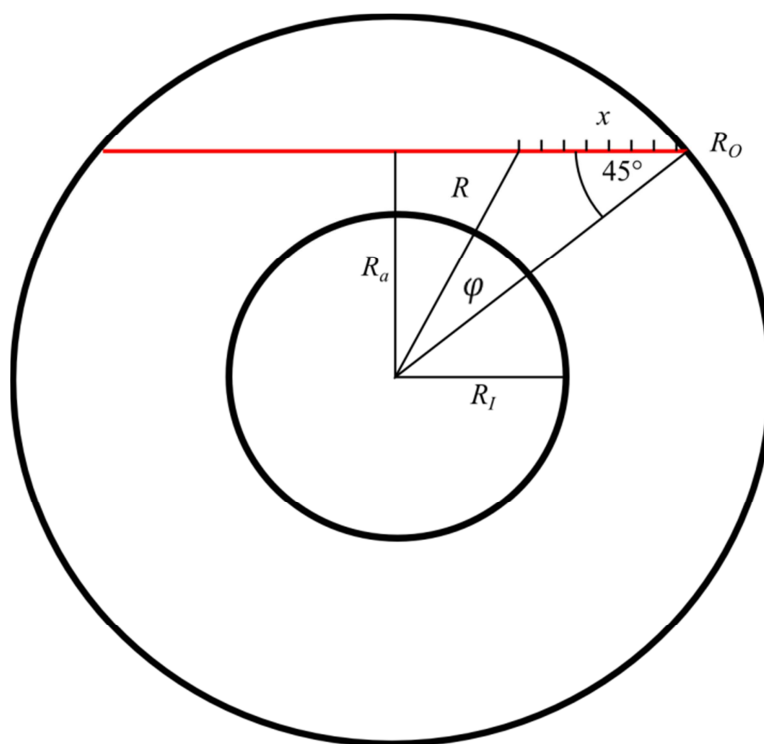
4. Výsledky simulácií

Vychádzajúc zo spomínaného teoretického základu fyzikálneho správania sa zväzku neutrálnych častíc v plazme toroidálneho systému tokamaku sme spravili jednoduchú simuláciu a parametrickú štúdiu. Taktiež sme použili aj komplikovanejšie simulačné programy a kód FAFNER a kód METIS.

4.1 Jednoduchá simulácia NBI

Prvotný zámer štúdie padol na riešenie diferenciálnej rovnice (34.) pre ionizáciu neutrálneho zväzku v tokamakovej plazme. Je evidentné, že pre riešenie tejto diferenciálnej rovnice je potrebné vedieť koncentráciu elektrónov pozdĺž trajektórie neutrálneho zväzku a účinné prierezy jednotlivých reakcií spôsobujúcich ionizáciu atómov zväzku ako funkcie energie jednotlivých častíc.

Pre riešenie spomínanej diferenciálnej rovnice je potrebné určiť geometriu zväzku v rámci toroidálnej geometrie. Najideálnejšia cesta pre vyjadrenie geometrie je vyjadrenie valcových súradníc R, φ, Z (46.) (kde Z je os toroidálnej symetrie). Jednotlivé parametre pomocou ktorých sú vyjadrené súradnice R, φ, Z sú znázornené na obr. 11.



Obr. 11 Znázornenie geometrie NBI v toroidálnom reze tokamakom

$$R = \sqrt{\left(\sqrt{R_o^2 - R_a^2} - x\right)^2 + R_a^2} \quad (46.a)$$

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{2 \left[\left(\sqrt{R_o^2 - R_a^2} - x\right)^2 + R_a^2 \right]}} \right) \quad (46.b)$$

$$Z = 0 \quad (46.c)$$

Dôvod zavádzania geometrie zväzku v toroidálnych súradniciach je, že v týchto súradniciach je určená hodnota poloidálneho magnetického toku Ψ . Na konštantnej hodnote Ψ sú aj veličiny ako elektrónová koncentrácia a teplota konštantné. Tento fakt vyplýva zo základnej magnetohydrodynamickej rovnice (19.) pri zanedbaní zotrvačných členov (47.).

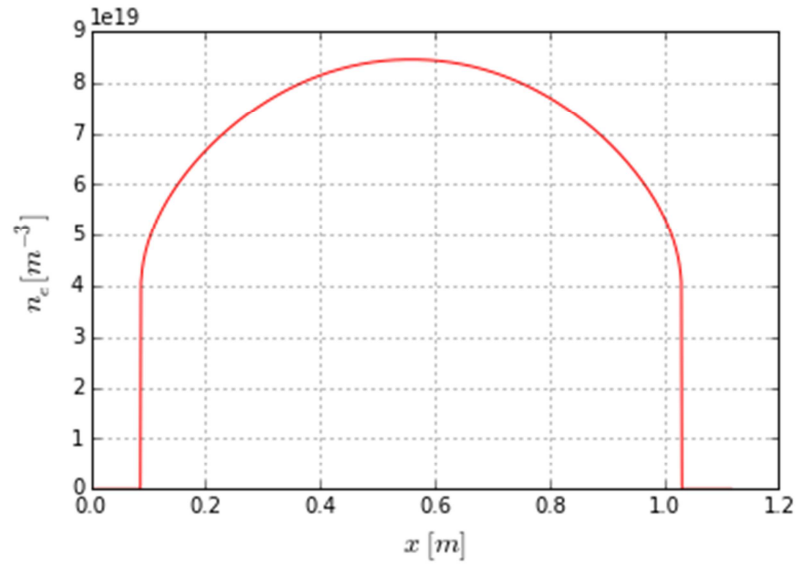
$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (47.)$$

Z tejto rovnice je možné odvodiť Gradovu - Shafranovu rovnicu, pomocou ktorej je možné numerickými metódami určiť rekonštrukciu plôch konštantného poloidálneho magnetického toku Ψ . Rekonštrukcia pozície jednotlivých plôch konštantného magnetického toku sa vykonáva pomocou kódu EFIT.

Posledným krokom už je len nájsť vhodný škálovací vzťah medzi hodnotou poloidálneho magnetického toku Ψ a elektrónovou hustotou n_e . Na tieto výpočty nám poslúži empirický vzťah (48.). Pričom n_o je elektrónová koncentrácia v centre plazmy (na magnetickej osi), n_a je elektrónová koncentrácia na okraji plazmy, Ψ_i je hodnota poloidálneho magnetického toku na magnetickej osi a Ψ_o je hodnota poloidálneho magnetického toku na okraji plazmy. Parametre α a β sú vhodne zvolené bezrozmerné parametre.

$$n_e = (n_o - n_a) \left(1 - \rho^2\right)^\alpha + n_a, \quad \rho = \frac{\Psi - \Psi_i}{\Psi_o - \Psi_i} \quad (48.)$$

Priebeh modelovanej elektrónovej hustoty pozdĺž trajektórie neutrálneho zväzku je znázornený na obr. 12.



Obr.12 Priebeh elektrónovej koncentrácie pozdĺž trajektórie zväzku pre parametre:
 $\alpha = 1.00, \beta = 0.44, n_0 = 8.56 \times 10^{19} m^{-3}, n_a = 3.80 \times 10^{19} m^{-3}$

Účinné prierezy ionizačných reakcií ako funkcie energie častíc sme určili zo známych regresíí podľa vzťahov (49. a – 49. c).[10] Na základe toho sme vedeli vykonať jednoduchú štúdiu správania sa neutrálneho zväzku v tokamakovej plazme.

$$\sigma_{cx} = \frac{a_1 \ln(\frac{a_2}{u + a_6})}{1 + a_3 u + a_4 u^{3.5} + a_5 u^{5.4}} \quad (49. a)$$

$$\sigma_i = b_1 \left[e^{-\frac{b_2}{u}} \frac{\ln(1 + b_3 u)}{u} + b_4 \frac{e^{-b_5 u}}{u^{b_6} + b_7 u^{b_8}} \right] \quad (49. b)$$

$$\sigma_e = 10^{-6} \exp \left(\sum_n c_n [\ln(T_e)]^{n-1} \right) \quad (49. c)$$

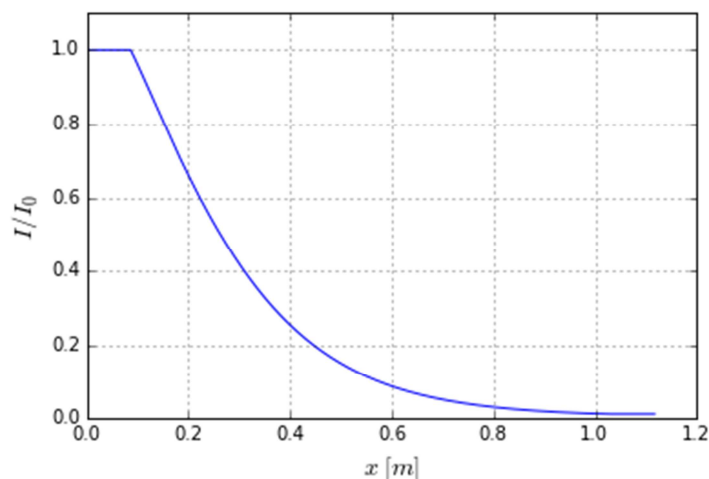
$$u = \frac{W_b}{A_b}$$

$$a_n = [3.2345 \times 10^{-20}, 235.88, 0.038371, 3.8068 \times 10^{-6}, 1.1832 \times 10^{-10}, 2.3713]$$

$$b_n = [12.899 \times 10^{-20}, 61.897, 9.2731 \times 10^3, 4.9749 \times 10^{-4}, 3.989 \times 10^{-2}, -1.5900, 3.1834, -3.7154]$$

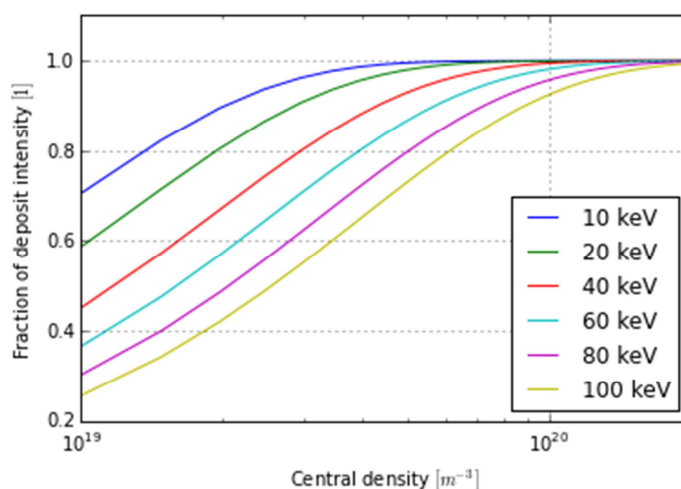
$$c_n = [-32.714, 13.537, -5.7393, 1.5632, -0.28771, 0.034826, -2.6320 \times 10^{-3}, 1.119 \times 10^{-4}, -2.0392 \times 10^{-6}]$$

Numerickým riešením diferenciálnej rovnice (34.) sme určili úbytok intenzity zväzku I . Numerické riešenie spomínanej diferenciálnej rovnice sme vykonali pomocou programovacieho jazyku „Python“ využitím funkcie v knižnici „SciPy“. Pribeh intenzity neutrálneho zväzku pozdĺž trajektórie zväzku je znázornený na (obr. 13).



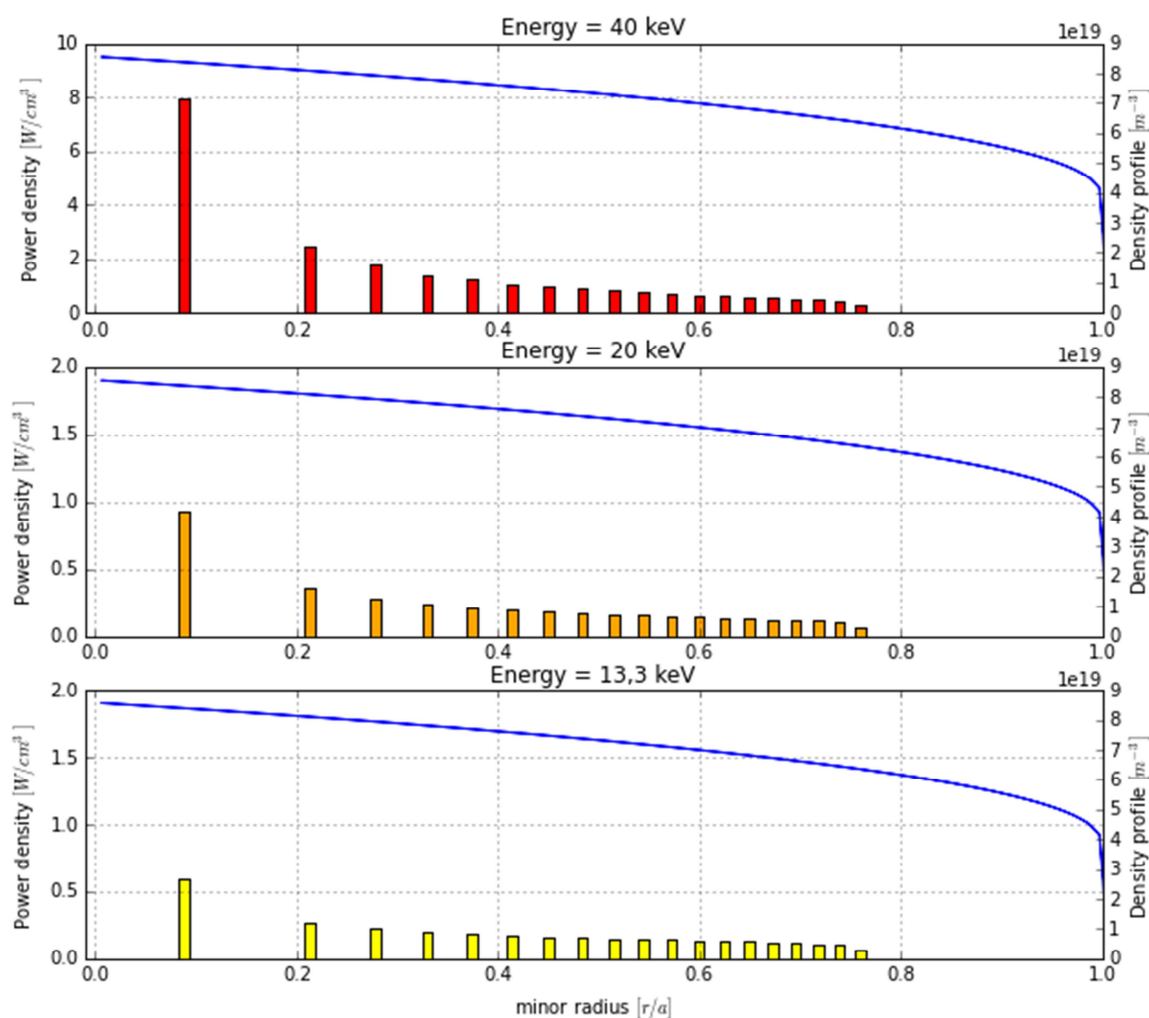
Obr. 13 Pribeh intenzity neutrálneho zväzku pri injekcii častíc s energiou 40 keV do tokamakovej plazmy s parametrami elektrónovej hustoty:
 $\alpha = 1.00, \beta = 0.44, n_0 = 8.56 \times 10^{19} \text{m}^{-3}, n_a = 3.80 \times 10^{19} \text{m}^{-3}$

Pri pohľade na obr. sa nám naskytá otázka aká frakcia neutrálneho zväzku sa deponuje vplyvom ionizačných zrážok v plazme. Pokúsili sme sa preto vykonať parametrický rozbor závislosti deponovanej intenzity zväzku v tokamakovej plazme na elektrónovej koncentrácii v centre torusu tokamaku. Výsledok tohto parametrického rozboru je znázornený na obr. 14.



Obr.14 Parametrický rozbor frakcie zväzku zionizovaného v plazme v závislosti od energie zväzku

Nakoľko vieme, že po ionizácii častice neutrálneho zväzku sa častica začne pohybovať po driftových trajektóriách, ktoré sa nachádzajú v rámci jednotlivých plôch konštantného magnetického toku, pokúsime sa odhadnúť mieru odovzdanej energie od zväzku medzi jednotlivé objemy medzi plochami konštantného magnetického toku určené pomocou kódu EFIT. Výsledok tohto rozboru je znázornený na obr. 15. Na obrázku sú zreteľné tri grafy odpovedajúce jednotlivým energiám častíc injektovaných do torusu tokamaku. Dôvodom prečo ich energia nie je jednotná je, že pri generácii vznikajú rôzne, rovnako ionizované molekuly a atómy, ktoré síce po urýchlení konkrétnym potenciálovým rozdielom majú rovnakú energiu, ale po ich následnej disociácii sa ich urýchľovacia energia prerozdolí do jednotlivých disociovaných fragmentov.



Obr.15 Objemová hustota ionizovaného výkonu NBI

4.2 Kód FAFNER

Pre ďalšiu podporu experimentov na tokamaku COMPASS sme vybrali prepracovanejší program pre simuláciu injekcie neutrálnych zväzkov do trojdimenzionálnej tokamakovej plazmy – FAFNER. Program FAFNER využíva metódu Monte Carlo pre simuláciu injekcie neutrálnych častíc zväzku, pričom detailne sleduje miesta ionizácie jednotlivých atómov a následné driftové trajektórie jednotlivých iónov v toruse tokamaku, s výpočtom celkového procesu termalizácie a stratových procesov. Na základe tohto je program FAFNER schopný zo vstupných parametrov:

- Geometria neutrálnych zväzkov
- Geometria tokamaku
- Základné počiatočné parametre zväzku (energia častíc, výkon zväzku,..)
- Základné parametre tokamakovej plazmy (elektrónová a iónová koncentrácia, elektrónová a iónová teplota, plochy konštantného poloidálneho magnetického toku, ..)
- Numerické parametre (rýchlosť integrácie, krok integrácie, ...)

určiť výstupné parametre ako radiálne profily (hustota deponovanej intenzity zväzku; hustotu výkonu zväzku prenesenú na elektróny; hustotu výkonu zväzku prenesenú na ióny; frakciu stratového výkonu v dôsledku „shine-through losses“, driftovým orbitom, „CX losses“, ...).[11]

4.3 Kód METIS

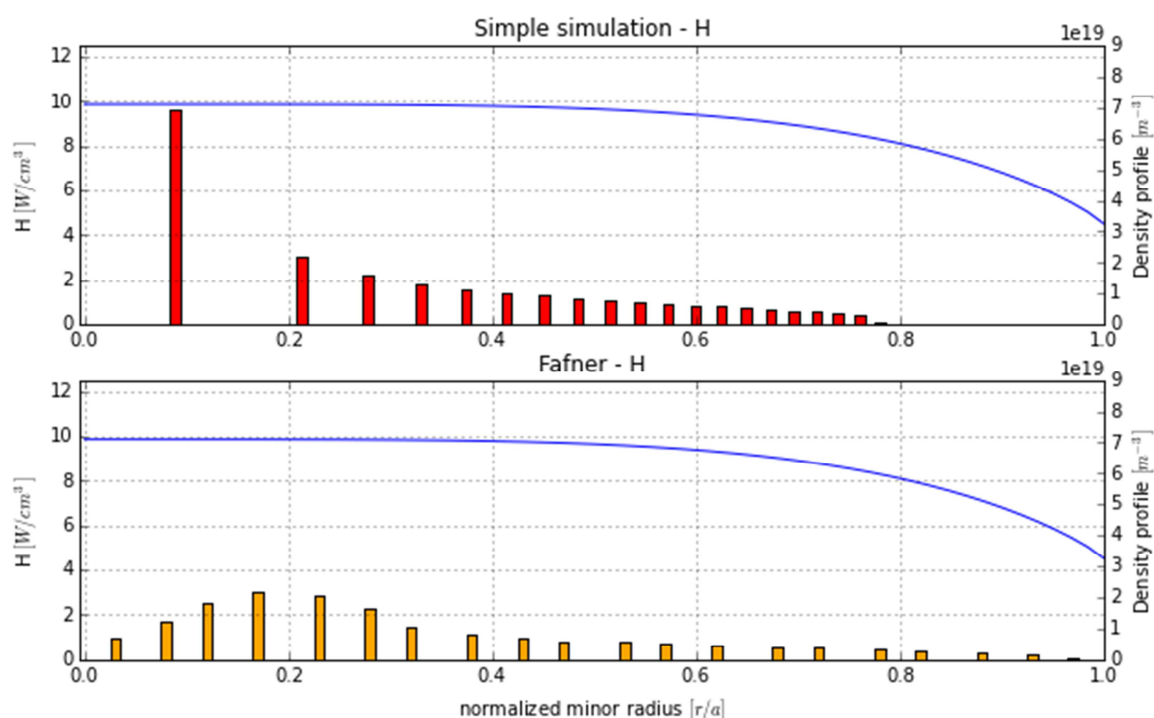
Z istého hľadiska nám môže prísť relevantná otázka, či by nám na podporu experimentov pomocou simulácií na tokamaku COMPASS mohol poskytnúť program, ktorý je z istého hľadiska jednoduchší a výpočtový čas jeho simulácie je kratší, avšak nie na úkor dobrej interpretovateľnosti experimentu. S týmto zámerom sme sa pokúsili venovať čas programu METIS – Minute Embedded Tokamak Integrated Simulator, ktorý by nám vedel poskytnúť tieto informácie.

Kód METIS bol vyvinutý so zámerom simulácie časového vývoja tokamakovej plazmy, využívajúc informácie zo škálovacích zákonov spojené so zjednodušenými transportnými rovnicami pričom využíva takmer vždy konvergentné výpočetné schémy, čo umožňuje simuláciu celého tokamakového výboja vypočítanú v rámci jednej minúty.[12]

4.4 Porovnania simulácií

Teraz sa pokúsime výsledky simulácií z jednotlivých kódov a modelov porovnať a vhodným spôsobom interpretovať. Pre interpretáciu výsledkov sme sa pokúsili vybrať vhodné parametre výboja pre NBI a s týmto zámerom sme sa sústredili na parametre z databázy výbojov na tokamaku COMPASS pre výboj *num.* 10338.

Náš jednoduchý model bol postavený na riešení diferenciálnej rovnice (34.) a z tohto dôvodu bude vhodným úvodným porovnaním porovnanie hustoty ionizovaného výkonu H , resp. mieru ionizácie zväzku medzi jednotlivými plochami konštantného magnetického toku. Výsledok tohto porovnania je znázornený na obr. 16.

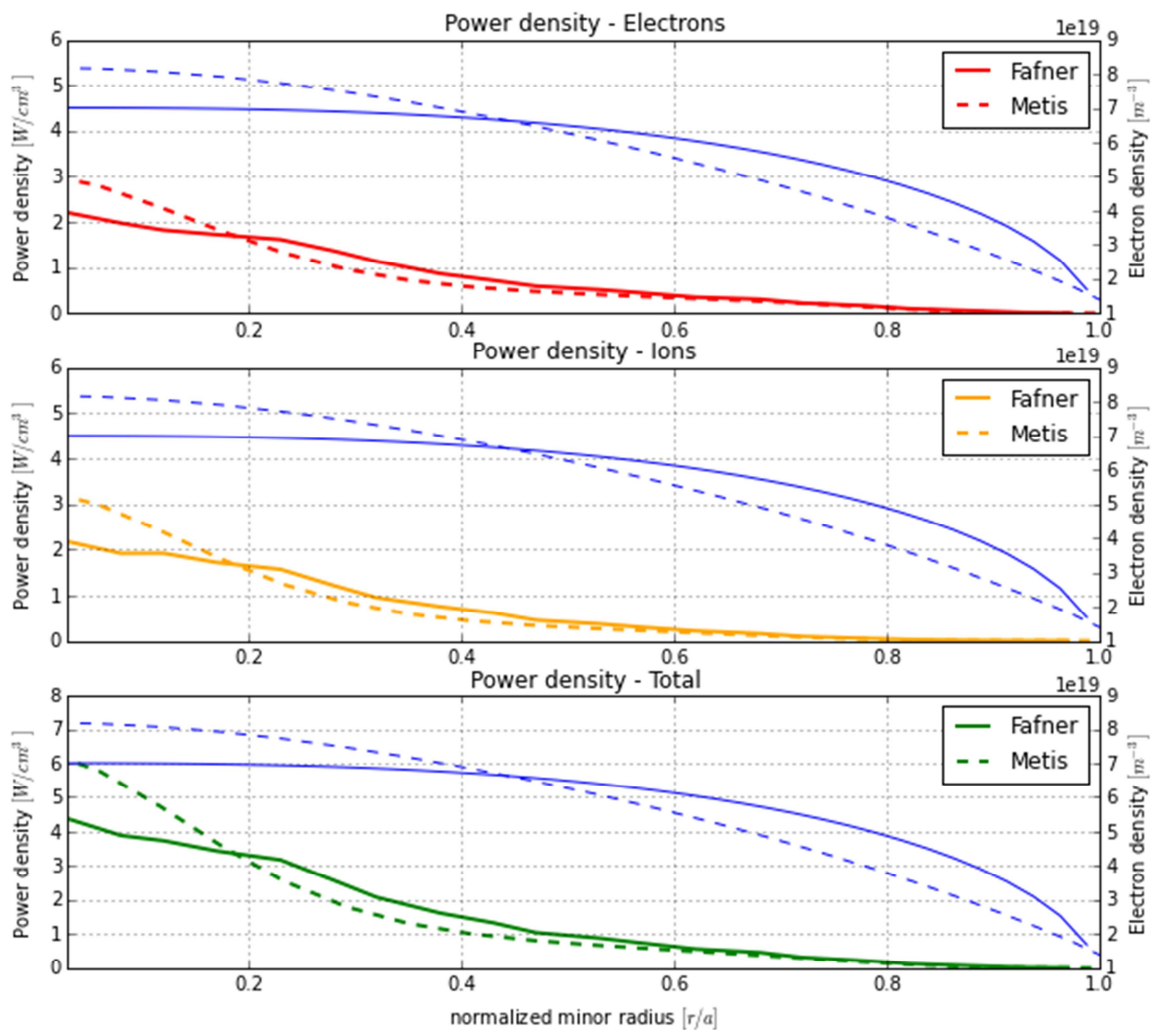


Obr. 16 Porovnanie hustoty ionizovaného výkonu H pre jednoduchú simuláciu a kód FAFNER

Celkový ionizovaný výkon v celom objeme plazmy nám vyšiel pre jednoduchý model rovný 299984.28 W a pre kód FAFNER 297726.39 W z celového vloženého výkonu 300 kW, čo môžeme považovať za celkom porovnateľný výsledok. Napriek tomu však vidíme, že výsledky jednoduchej simulácie a kódu FAFNER sa líšia. V jednoduchej simulácii dosahuje hustota miery ionizácie zväzku maximum v objeme prislúchajúcemu magnetickej osi, zatiaľ čo pre kód FAFNER dosahuje maximum pre hodnotu normalizovaného polomeru rovnú 0.2. Tento efekt môže byť spôsobený rozdielnou geometriou zväzku v oboch simuláciách. Jednoduchá simulácia má v predpokladoch, že zväzok je nekonečne úzky, na

rozdiel od kódu FAFNER, ktorý predpokladá konečnú šírku zväzku (5 cm). Z tohto dôvodu je možné, že zväzok vo FAFNER-ovej simulácii sa väčšinou zionizuje mimo centra plazmy. Nekonečne úzky zväzok pri priechode plazmou prechádza väčšinu svojej trajektórie centrálnym objemom plazmy, na rozdiel od zväzku z FAFNER-ovej simulácie kde sa celkový výkon NBI rozdelí do plochy zväzku a môže prechádzať aj mimo centrálného objemu plazmy.

Skúsme sa však venovať niečomu na čo nám náš jednoduchý model nie je schopný odpovedať a to sú energetické pomery v plazme ako miera ohriatia plazmy, výkon prenesený na elektróny a ióny, stratové procesy a pod.. Pre tento rozbor sme porovnali výsledky zo simulácií pre kód METIS a FAFNER. Výsledky jednotlivé profily hustôt výkonu absorbované v plazme sú znázornené na obr. 17. .



Obr. 17 Profily hustôt výkonu prenesené zo zväzku NBI na ióny, elektróny a totálny výkon pohltitý plazmou

Nakoľko kód FAFNER určí profily spomínaných hustôt výkonu až po termalizácii jednotlivých častíc, tak sme museli z celého časového vývoju tokamakového výboja zo simulácie z kódu METIS vybrať čas korešpondujúci s termalizačným časom z FAFNER-ovej simulácie. Hodnota termalizačného času od spustenia NBI nám vyšla $\sim 8 \text{ ms}$.

Pri pohľade na tvar profilov hustôt výkonu vidíme mierne rozdiely. Zo simulácie z kódu METIS vidíme intenzívnejší ohrev centrálnej plazmy tokamaku, než pozorujeme pri kóde FAFNER.

Kód FAFNER pri simulácii používa podstatne detailnejší výpočet oproti kódu METIS, ktorý pri simulácii NBI používa škálovacie zákony a jednoduché transportné rovnice. Z tohto dôvodu bude najväčší rozdiel medzi simuláciami najmä v stratových procesoch, ktoré jednotlivé kódy uvažujú. Kód FAFNER uvažuje napríklad aj efekty pri injekcii neutrálnych častíc ako generácia „halo“ neutrálov a s tým spojené tzv. „CX losses“, keď dochádza v dôsledku CX reakcie ku kumulácii neutrálnych atómov v objeme reaktora, s ktorými následne interagujú rýchle ióny, ktoré sú spätnou CX reakciou zneutralizované a vynesené na stenu reaktorovej nádoby. Frakcie preneseného celkového výkonu 300 kW z NBI sú zaznamenané v tabuľke 3. [13]

Tabuľka 3.

Frakcie vloženého výkonu NBI	Kód FAFNER	Kód METIS
Výkon absorbovaný plazmou	0.9080	0.9634
Výkon prenesený na elektróny	0.5179	0.5407
Výkon prenesený na ióny	0.3901	0.4226
Stratový výkon	0.0920	0.0366

Pre výsledok simulácie z kódu FAFNER vieme určiť aj frakcie celkového výkonu priradené jednotlivým stratovým procesom. Tieto frakcie sú zaznamenané v tabuľke 4. .

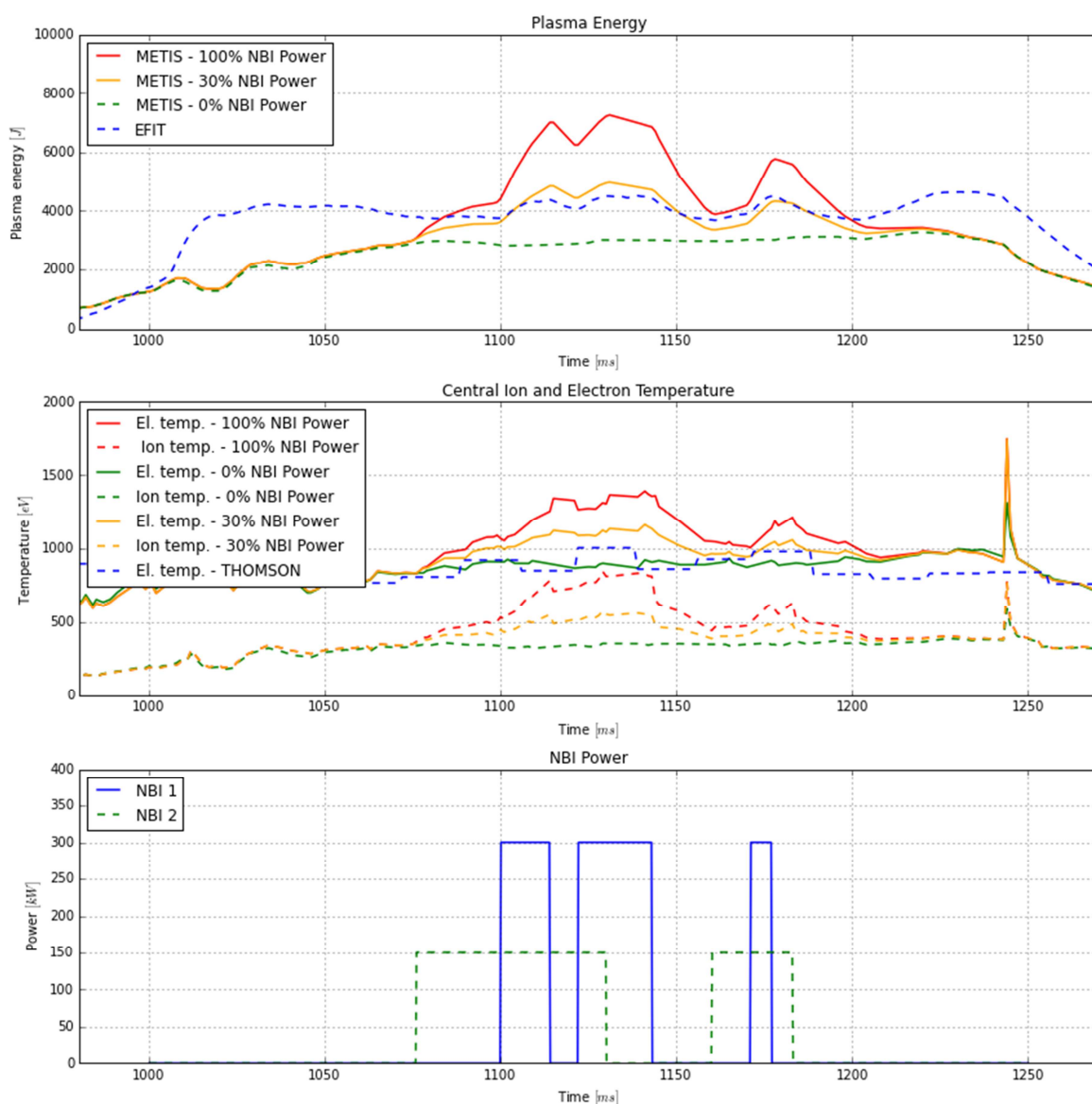
Tabuľka 4.

Straty - frakcie vloženého výkonu NBI	Kód FAFNER
„Shine through losses“	0.0074
„CX losses“	0.0193
„Orbit losses“	0.0653

Z výsledkov simulácií však vidíme, že aj napriek menším rozdielom nám vie aj pomerne jednoduchý program ako METIS, založený nie na detailnom výpočte ako má kód FAFNER, podať celkom porovnateľné výsledky s kódom FAFNER. Toto by nám vedelo

uľahčiť ďalšiu predikciu experimentov na tokamaku COMPASS, nakoľko kód FAFNER má v dôsledku pomernej komplikovanosti patrične dlhý výpočetný čas a nie vždy je jeho výpočet konvergentný, zatiaľ čo kód METIS používa takmer vždy konvergentné výpočetné schémy a čas jeho simulácie je v rámci jednej minúty. Z tohto dôvodu by mohol byť kód METIS použiteľný pri predikcii experimentov, pri uvážení približne 10 % strát.

Skúsme sa však pozrieť na kód METIS aj z hľadiska porovnania výsledkov z reálneho experimentu na tokamaku COMPASS. Pre tento účel sme skúsili vybrať prejav NBI na celkovej energii plazmy a centrálnej teplote elektrónov pri pohľade na experimentálne dáta a pohľade na výsledok zo simulácie z kódu METIS.



Obr. 18 Porovnanie simulácie z kódu METIS a experimentálnych údajov z EFIT-u pre energiu plazmy a z Thomsonovho rozptylu pre elektrónovú teplotu.

Porovnali sme simuláciu vplyvu NBI na celkovú energiu plazmy s energiou určenou z kódu EFIT. Výsledky simulácie sú zaznamenané na obr. 18..

Pri predpoklade absorpcie pôvodného vloženého výkonu NBI vidíme, že rozdielnosť medzi časovým vývojom energie z EFIT-u a z METIS-u má pomerne výrazný charakter. Takýto výsledok simulácie však istotne nie je nijakým spôsobom korešpondujúci s reálnym experimentom.

Jedinou racionálnou myšlienkou sa nám naskytla predstava, že istá časť výkonu vloženého do plazmy skrz NBI sa istou formou stráca. Z tohto hľadiska sme sa pokúsili v simulácii znížiť celkový absorbovaný výkon z NBI v plazme a týmto spôsobom interpretovať výsledok simulácie. Postupným znižovaním vstupného výkonu NBI sme sledovali rozdiel časového vývoja energie plazmy zo simulácie z kódu METIS s časovým vývojom energie z kódu EFIT, až kým nebol evidentný najmenší rozdiel týchto časových vývojev počas chodu NBI. Najmenší rozdiel medzi časovými vývojmí sme zaznamenali pri znížení vstupného výkonu na úroveň 30% pôvodného vloženého výkonu NBI. Po vykonaní tohto úkonu nám vychádzajú do dobrej miery porovnateľné výsledky s kódom EFIT.

Korešpondencia výsledku simulácie s experimentom sa nám naskytá aj pri pohľade na časový vývoj elektrónovej a iónovej teploty. Okrem evidentného efektu ohrevu plazmy vplyvom NBI vidíme, že experimentálne výsledky elektrónovej teploty z Thomsonovho rozptylu sú v dobrej zhode s výsledkom simulácie z kódu METIS pre spomínaných 30% pôvodného vloženého výkonu NBI.

Tieto výsledky v nás vzbudzujú otázku, či sa istá časť vloženého výkonu z NBI stráca v určitých efektoch, ktoré kód METIS zanedbáva resp. neuvažuje. Potenciálna možná forma strát môže mať pôvod v tzv. “ NBI blocking” resp. v zablokovaní vstupnej komory NBI a následným stratám v dôsledku nedostatočného čerpania komory NBI. Ďalšou zvažovateľnou myšlienkou pôvodu strát môže byť nedokonalá neutralizácia zväzku, nakoľko nemáme presne kvantifikovaný prúd neutrálnych častí z NBI, ale len prúd nabitých častíc urýchlených pred neutralizátorom.

5. Záver

Podpora experimentov na tokamakoch pomocou simulácií bola základná tematika, ktorej sme venovali hlavnú pozornosť v tejto práci. Napriek pomerne všeobecnému názvu tejto práce sa práca upriamila na problematiku injekcie neutrálnych častíc – NBI. Pre úspešné zoznámenie sa s problematikou takejto metódy ohrevu bolo nevyhnutnou podmienkou pochopenie elementárnych fyzikálnych procesov odohrávajúcich sa v magneticky udržovanej vysokoteplotnej plazme v zariadení typu tokamak.

V prvej kapitole tejto práce, venovanej teoretickému základu týchto fyzikálnych procesov sme zistili, že s vytvorením vysokoteplotnej plazmy prichádzajú podmienky, ktoré určujú efektivitu syntézy jadier prebiehajúcej v maxwellovskej plazme, a tieto kritériá sa nazývajú Lawsonovo kritérium a zápalná teplota. So zreteľom splniť tieto kritériá je potrebné energiu častíc vysokoteplotnej plazmy istým spôsobom zvyšovať a preto boli vymyslené rôzne metódy ohrevu plazmy.

Prvou uvažovanou metódou ohrevu bol ohmický ohrev plazmy. Ohmický ohrev plazmy spočíva vo využití ohmickej disipácie energie generovaním elektrického prúdu v plazme. Problémom tohto ohrevu je, že elektrický odpor plazmy klesá istou závislosťou s rastúcou teplotou plazmy, čím je ohmický ohrev tokamakovej plazmy použiteľný iba do istej teploty plazmy avšak nestačí na dosiahnutie termojadrových teplôt. Z tohto dôvodu boli vymyslené aj iné aditívne spôsoby ohrevu plazmy.

Jedným z aditívnych spôsobov ohrevu plazmy je už spomínaná injekcia neutrálnych častíc – NBI. V druhej kapitole tejto práce sme sa venovali práve fyzikálnym procesom, ktoré vznikajú po injekcii neutrálneho zväzku do toroidálne symetrickej tokamakovej plazmy. Prvým z procesov je proces ionizácie zväzku neutrálnych častíc prostredníctvom zrážok nábojovej výmeny a zrážok s elektrónmi a s iónmi. S týmto procesom sú spojené aj straty známe pod názvom „shine – through losses“, keď v dôsledku nedostatočnej ionizácie injektovaného zväzku dôjde k deponovaniu zväzku na stene reaktora. Po ionizácii zväzku sa už rýchle zionizované atómy pohybujú po driftových trajektóriách, ktorých tvar závisí od viacerých parametrov ako uhol rýchlosti častíc voči magnetickému poľu, uhlu injekcie, miestu ionizácie a pod.. Pozdĺž týchto driftových trajektórií dochádza k zrážkam týchto rýchlych iónov s elektrónmi a iónmi čím sa častice zväzku termalizujú a dochádza k výslednému ohrevu plazmy alebo sú rýchle ióny pozdĺž driftových trajektórií vynesené na

steny reaktorovej nádoby ešte pred dosiahnutím termalizácie, čím dochádza k ďalším stratám tzv. „orbit losses“.

V poslednej kapitole tejto práce sme sa sústredili už na priamu podporu experimentov na tokamaku COMPASS pomocou simulácií. Prvý záujem padol na riešenie diferenciálnej rovnice popisujúcej ionizáciu zväzku v toroidálnej tokamakovej plazme. Pre riešenie tejto diferenciálnej rovnice bolo potrebné určiť geometriu, v ktorej sa trajektória zväzku nachádza, elektrónovú koncentráciu pozdĺž tejto trajektórie a účinné prierezy ionizačných reakcií. Po určení týchto veličín potrebných na riešenie spomínanej diferenciálnej rovnice sme vykonali parametrický rozbor útlmu neutrálneho zväzku pre rôzne energie častíc zväzku a rôzne centrálné elektrónové hustoty a tiež sme určili profil hustoty ionizovaného výkonu NBI.

Pre podrobnejší rozbor správania sa NBI hlavne z hľadiska energetických pomerov v tokamakovej plazme sme použili aj komplikovanejšie simulácie ako kód FAFNER a kód METIS. Kód FAFNER využíva Monte-Carlo simuláciu pre detailný popis trajektórií a zrážkových procesov jednotlivých injektovaných častíc, zatiaľ čo kód METIS využíva pre popis časového vývoja tokamakového výboja škálovacie zákony a jednoduché transportné rovnice.

Pre simulácie z oboch kódov sme porovnali absorbované profily hustôt výkonu a celkový absorbovaný výkon. Napriek miernym rozdielom spôsobeným pravdepodobne kvôli odlišným prístupom započítavania stratových procesov sme zaznamenali porovnateľné výsledky. Toto by nám vedelo uľahčiť ďalšiu predikciu experimentov na tokamaku COMPASS, nakoľko kód FAFNER má v dôsledku pomernej komplikovanosti patrične dlhý výpočetný čas a nie vždy je jeho výpočet konvergentný, zatiaľ čo kód METIS používa takmer vždy konvergentné výpočetné schémy a čas jeho simulácie je podstatne kratší. Z tohto dôvodu by mohol byť kód METIS použiteľný pri predikcii výsledkov experimentov, pri uvažovaní približne 10 % strát.

Pokúsili sme sa kód METIS porovnať aj s experimentálne nameranými výsledkami. Toto porovnanie sme vykonali pre časové vývoje celkovej energie plazmy a elektrónovej teploty. Pozorovali sme však nereálne výsledky pri porovnaní výsledkov simulácií a experimentálnych dát, nakoľko energia plazmy aj elektrónová teplota boli podstatne vyššie pre simuláciu v kóde METIS. Pravdepodobná príčina tejto rozdielnosti je, že výkon NBI sa neabsorbuje tak ako kód METIS predpokladá, ale stráca sa v istých formách. Preto jedinou racionálnou myšlienkou sa nám javilo znížiť vstupný výkon v simulácií

a porovnať výsledný efekt opäť s experimentálnymi dátami. Pri znížení vstupného výkonu na 30 % pôvodného výkonu zväzku sme zaznamenali veľmi dobrú zhodu s experimentom. Korešpondencia výsledku simulácie s experimentom sa nám naskytla aj pri pohľade na časový vývoj elektrónovej a iónovej teploty, kde je vidieť že experimentálne výsledky elektrónovej teploty z Thomsonovho rozptylu sú v dobrej zhode s výsledkom simulácie z kódu METIS pre spomínaných 30% pôvodného vloženého výkonu NBI.

Otázkou však zostáva, aké efekty môžu spôsobovať, že reálny absorbovaný výkon z NBI je na úrovni 30% pôvodného vloženého výkonu. Jedna z pravdepodobných príčin vzniku tohto efektu je existencia javu tzv. “NBI blocking”. Tento efekt je spôsobený nedostatočným čerpaním v prístupovej komore NBI do tokamaku a tým dochádza k jej zablokovaniu pracovným plynom. Ďalšou možnou príčinou zníženého vstupného výkonu NBI je nedokonalá neutralizácia zväzku urýchlených iónov, nakoľko nemáme presne kvantifikovaný prúd neutrálnych častí z NBI, ale len prúd nabitých častíc urýchlených pred neutralizátorom.

Dôležitosť venovania sa numerickým simuláciám a problematike NBI sa však netýka iba tokamaku COMPASS. Numerickým simuláciám vdáčíme za rýchly a ekonomický vedecký pokrok všeobecne, nakoľko nie potrebné investovať množstvo času a peňazí na vykonanie nespočetného množstva experimentov a technických úprav. Okrem iného metóda ohrevu plazmy pomocou NBI bude využitá aj na väčších zariadeniach ako ITER a DEMO, a preto je táto téma aj naďalej perspektívna.

6. Zoznam použitej literatúry

- [1] Wesson, J. and D.J. Campbell, *Tokamaks* (2004).
- [2] Freidberg, J. P., *Plasma physics and fusion energy* (2007).
- [3] P. Kulhánek, *Uvod do teorie plazmatu* ' [Introduction to theory of plasma], Aldebaran Group for Astrophysics, Prague, (2011).
- [4] Speth, E., *Neutral Beam Heating of Fusion Plasmas*. Reports on Progress in Physics, 52(1): p. 57-121 (1989).
- [5] F.F. Chen, *Úvod do fyziky plazmatu*. Praha: Academia (1984).
- [6] V.Martišoviš, *Základy fyziky plazmy: učebný text pre magisterské štúdium*, Bratislava: Univerzita Komenského, (2006).
- [7] R. Koch, *Fast particle heating, Laboratory for Plasma Physics, Ecole Royale Militaire -Koninklijke Militaire SchoolB-1000 Brussels, Belgium* (2012).
- [8] R.Pánek et al., *Reinstallation of the COMPASS-D Tokamak in IPP ACSR*. Czechoslovak Journal of Physics, 56(2):B125-B13, (2006).
- [9] Urban, J., et al., *NBI system for reinstalled COMPASS-D tokamak*. Czechoslovak Journal of Physics, 56(Suppl. B): p. B176-B181 (2006).
- [10] Kikuchi, Lackner, Tran. *Fusion Physics*, IAEA,p.539,(2012).
- [11] G. G. Lister, *FAFNER, A Fully 3-D Neutral Beam Injection Code Using Monte Carlo Methods*, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Garching bey Munchen, (1985).
- [12] J.F. Artaud, *METIS User's Guide*, Institute for Magnetic Fusion Research, France, (2008).
- [13] Urban, J., et al., *Self-consistent transport simulations of COMPASS operation with optimized NBI*. Plasma Physics and Controlled Fusion, 52(4): p. 045008 (2010).