

**České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra fyziky**

**Použití mikrovln v termojaderném
výzkumu**
Bakalářská práce

Autor práce: **Michal Kazda**
Školitel: **Ing. František Žáček, CSc.**
Školní rok: **2006/2007**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu §60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne.....

Michal Kazda

Poděkování

Chci na tomto místě velice poděkovat svému školiči Ing. Františku Žáčkovi, CSc. nejen za trpělivé a ochotné vedení mé práce, ale i za čas, který se mnou strávil nad obecnými otázkami termojaderné fúze.

Michal Kazda

Název práce:

Použití mikrovln v termojaderném výzkumu

Autor: Michal Kazda

Obor: Fyzikální inženýrství

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Ing. František Žáček, CSc., oddělení Tokamak, Ústav Fyziky Plazmatu, Akademie věd České Republiky, v.v.i.

Abstrakt: Práce podává obecný přehled o možnostech využití elektromagnetických vln v oboru mikrovln jak pro diagnostické účely, tak pro neinduktivní vlečení proudu na tzv. dolnohybridní frekvenci v tokamacích. Záměrně byla jako první zahrnuta kapitola o termojaderné fúzi jako takové. Dále práce nabízí teoretický přehled o vlastnostech šíření elektromagnetických vln v plazmatu.

Klíčová slova: plazma, elektromagnetická vlna, úhlová frekvence, dolnohybridní frekvence.

***Title:* Application of microwaves in the thermonuclear research**

Author: Michal Kazda

Abstract: This thesis overviews possibilities of microwave electromagnetic waves usage both in diagnostics and for non-inductive lower hybrid current drive in tokamaks. The first chapter, dealing with thermonuclear fusion as such, is included intentionally for educational purposes. Further, the thesis offers a theoretic summary of electromagnetic waves propagation properties in plasma.

Key words: plasma, electromagnetic wave, angular frequency, lower hybrid frequency.

Obsah

Úvod	6
1 Základy termojaderného slučování	7
1.1 Energie na Zemi	7
1.2 Co je to plazma?	9
1.3 Úvod do termojaderné fúze	11
1.4 Tokamaky	13
2 Elektromagnetické vlny	18
2.1 Maxwellovy rovnice	18
2.2 Řešení Maxwellových rovnic bez proudů a nábojů	20
2.3 Řešení Maxwellových rovnic s proudy a náboji	21
2.4 Polarizace vln	22
2.5 Šíření EM vln v disperzním prostředí	23
2.6 Šíření EM vln v anizotropním prostředí	25
2.7 Vlny v plazmatu	27
3 Interakce mikrovln s plazmatem a jejich použití	32
3.1 Podstata absorpce energie EM vlny-Landauův útlum	33
3.2 Mikrovlnná diagnostika	34
3.3 Interferometrické měření hustoty plazmatu řádnou vlnou šířící se kolmo na magnetické pole	35
3.4 Ohřev plazmatu EM vlnami	37
3.5 Ohřev na dolnohybridní (LH) rezonanci	38
3.6 Šíření vln z oblasti LH frekvencí nehomogenním plazmatem	40
3.7 Efektivita LHCD	44
3.8 LH experimenty s neinduktivní generací elektrického proudu (LHCD) na tokamaku CASTOR	46
Závěr	50

Úvod

Zdá se, že po téměř 60 letech od začátku intenzivního výzkumu termojaderné fúze (tj. od roku 1958, kdy se na konferenci v Ženevě sešli vědci z obou stran "železné opony" a došlo k odtajnění výzkumu), se vědecká komunita přibližuje nadosah svému cíli. Dokázat to, že termojaderná fúzní elektrárna může být prostředkem k vyřešení energetické krize, přicházející s postupným ubýváním světových zásob nejen ropy, zemního plynu, ale výhledově i uhlí, uranu.

V roce 1933 řekl E.Rutherford, že kdokoliv se snaží pro komerční účely uvolnit výkon přeměnou atomu, je snílek. Mýlil se, už po devíti letech E. Fermi demonstroval v USA první samoudržitelnou řetězovou štěpnou reakci. Proč to v případě udržitelné termojaderné fúze trvá tak dlouho, když základy obou dvou způsobů jaderné reakce jsou vědcům známy přibližně stejnou dobu? Pomineme-li finanční otázku, je základní fyzikální rozdíl v tom, že při štěpení dochází k interakci mezi jádrem (např. U^{235}) a elektricky neutrálním neutronem (navíc reakce probíhající za jakýchkoliv podmínek), zatímco při fúzi např. dvou jader Deuteria je potřeba při vzájemném přibližování jader překonávat odpudivou Coulombickou sílu.

Přes svoji aktuálnost je stále ještě téma jaderné fúze mezi širokou veřejností velkou neznámou. V řadě lidí zřejmě toto sousloví neevokuje naději, zájem, ale naopak bázeň, skepsi. Věřím ale tomu, že se velice brzy začnou nejen ve vědeckých kruzích, ale i v médiích často objevovat nové zprávy a informace o tomto po všech stránkách perspektivním způsobu získávání elektrické energie. Malým dílem přispět k většímu povědomí o termojaderné fúzi, to je jeden z cílů této práce. Proto jsem se také rozhodl, že do práce zahrnu i obecnější kapitolu o fúzi jako takové. Hlavním cílem práce je pak podat ucelený přehled o využití mikrovln (tj. elektromagnetického záření o frekvencích jednotek až stovek GHz) v termojaderném výzkumu, konkrétně pak jejich použití při generaci elektrického proudu v tokamaku CASTOR.

Kapitola 1

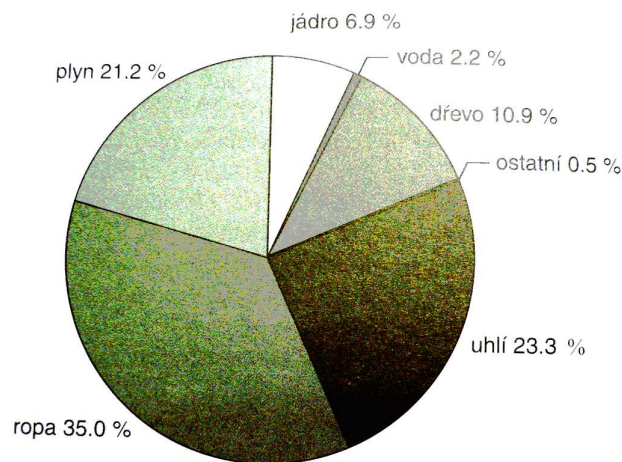
Základy termojaderného slučování

V této kapitole bych chtěl podat základní přehled o problematice termojaderné fúze. Kapitola obsahuje popis současné energetické situace na Zemi, stručně charakterizuje základní vlastnosti plazmatu a seznamuje s podstatou jaderného slučování. Poslední část popisuje základní principy tokamaku.

1.1 Energie na Zemi

Je vůbec potřeba hledat nové zdroje energie a investovat do jejich výzkumu? Ano, na konci 21. století bude svět údajně potřebovat každých 10 až 20 let takové množství energie, jako spotřebovalo lidstvo od počátku civilizace do současnosti. Obrovský nárůst spotřeby energie v průběhu necelých 200 let je daní za pohodlnější, jednodušší a delší život. I další nárůst spotřeby energie je zřejmý, neustále stoupá počet obyvatel (jen do roku 2050 vzroste ze současných 6 miliard na 10 miliard obyvatel; potřeba energie poroste přitom v tomto období přinejmenším dvakrát rychleji) a hlavně lze očekávat obrovský nedostatek elektřiny v rozvojových zemích, které se budou v průběhu století rozvíjet do moderních společností. Například dnes má každý člověk v rozvojové zemi k dispozici méně než 1/10 energie, kterou spotřebovává obyvatel průmyslově vyspělé země. 2 miliardy lidí žijí dodnes úplně bez elektřiny.

Jak pokrýt tuto rostoucí poptávku po energii a zároveň přestat nadále používat ekologicky nevhodné způsoby? Bez jádra těžko. Obnovitelnými zdroji (jako vodní, geotermální, větrné či sluneční elektrárny, biomasa) energie v budoucnosti pokryjeme nanejvýš 20% poptávky. Zásoby fosilního paliva pro dnešní nejrozšířenější zdroje energie jsou alarmující, přestože se podílejí na celkové spotřebě energie pro výrobu elektřiny téměř z 80% (viz obr.1.1) : ověřené zásoby ropy asi 40 let (jsme přitom blízko ke spotřebování poloviny světové zásoby), zemní plyn 50 let, uhlí při dnešní spotřebě asi 300 let. Pro výrobu jednoho gigawattroku elektřiny (spotřeba typického průmyslového velkoměsta za rok) se musí spálit asi 3, 5 milionů tun uhlí, které mimochodem obsahují přes 5 tun uranu. . . Přitom spalování uhlí také uvolňuje více skleníkových plynů na jednotku vyrobené energie než ropa a plyn. 1 t uhlí = 3, 5 t CO₂ do atmosféry. Za rok se spálí na celém světě asi 5 miliard tun uhlí , což znamená spolu s CO₂ z ropy a zemního plynu dohromady 24 miliard tun CO₂. Globální oteplování...? To, že všechna výše uvedená čísla nemusí být úplně přesná,



Obrázek 1.1: Globální spotřeba energie v roce 2001. Graf zahrnuje primární energii použitou pro výrobu elektřiny. Část "dřvo" zahrnuje všechny hořlavé obnovitelné zdroje a odpady. "ostatní" znamená geotermální, sluneční a větrná energie. Převzato z [2]

že se třeba podaří najít nová ložiska ropy, že se omezí spotřeba atd. je podle mého názoru v principu úplně jedno, protože jednou stejně všechny tyto zásoby dojdou a nezáleží na tom, jestli to bude za 100, nebo za 500 let. Zcela logické je tedy to, že se v budoucnu bez jaderné energetiky neobejdeme. Přestože jsou dnes zásoby snadno štěpitelného uranu díky jeho ne hospodárného využívání (v jaderném odpadu je stále asi 95% nevyužitého U) téměř vyčerpané, lze jaderné štěpení považovat za zdroj energie ještě pro několik dalších tisíc let. To protože se pracuje na využití Thoria jako paliva a protože se snad jednou podaří vyvinout technologii na získávání uranu z mořské vody, kde jsou ho obrovské zásoby. A hlavně se bude dále zpracovávat odpad z dnešních štěpných reaktorů. Tím by také byla vyřešena pro mnohé citlivá otázka s uložením jaderného odpadu- jedná se totiž o relativně vzácný materiál na to, aby se na tisíce let uložil do země a dále se nezpracoval. Je to jen otázka času. Přesto ani jaderné štěpení není výhledově dlouhodobým zdrojem energie, takovým, který bude bezpečným, bez sebemenšího dopadu na životné prostředí, ekonomický a v neposlední řadě s rovnoměrně geograficky rozloženým a dostupným palivem.

Řízená termojaderná fúze vyhovuje všem těmto kritériím a zároveň zaručuje svou praktickou nevyčerpatelnost. Odhad zásob potřebných surovin pro budoucí fúzní elektrárny je obrovský, Lithia v zemi je asi na 30000 let, v oceánech lze zásoby odhadnout až na 30 milionů let, Deuterium pak obsahuje jakákoliv voda. Jen asi 0,015%, přesto všechna voda v oceánech představuje 10^{15} tun deuteria, což je množství na prakticky neomezenou dobu, protože pro zabezpečení celkové světové spotřeby v současné době by bylo zapotřebí jen asi 1000 tun deuteria na rok. Základní výhody termojaderné fúze spočívají v šetrnosti k životnímu prostředí, dostupnosti prakticky neomezeného množství paliva a v úplné vnitřní bezpečnosti fúzní elektrárny (princiálně nemůže dojít k výbuchu reaktoru). Fúzní elektrárna neznečišťuje atmosféru, nepřispívá ke skleníkovému efektu, radioaktivní zátěž je omezena jen na samotný fúzní reaktor, samotné palivo dovážené do elektrárny není radioaktivní, navíc je laciné a je ho dostatek. Fúzní cyklus neprodukuje žádný radioaktivní odpad, pouze plynné helium. Koncepce fúzní elektrárny je také velice

bezpečná. Paliva v reaktoru bude jen asi jeden gram, což je množství, které udrží reakci jen několik sekund. Bez dodávání dalšího paliva pak fúzní reakce ustane. Stejně tak k samovolnému zhasnutí termojaderné reakce dojde při jakékoliv poruše reaktoru, protože teplota plazmatu rychle poklesne. Největší bezpečnostní výhoda fúze před štěpením je ale to, že v případě fúzní elektrárny není nutný žádný transport radioaktivního paliva do, nebo z elektrárny během celé doby jejího provozu.

1.2 Co je to plazma?

Plazma je "kvazineutrální" (celkový elektrický náboj je mnohem menší než celkové množství kladného či záporného náboje) plyn nabitých a neutrálních částic, který vykazuje kolektivní chování. Elektrická neutralita prostředí je charakterizována stejnou hustotou elektricky nabitých částic v daném objemu. Avšak i kdyby v určitém objemu plazmatu bylo stejné množství pozitivně a negativně nabitých částic, mohou vytvářet při svém tepelném pohybu a vzájemnými srážkami lokální poruchy koncentrace náboje a tím i nezanedbatelná lokální elektrická pole. Tato vnitřní pole pak působí na ostatní nabité částice jak lokálně, tak i ve vzdálených oblastech. Tak lze vysvětlit slovo "kolektivní" v definici plazmatu. To, v jakém skupenství se daná látka při stejném tlaku nachází, závisí na její teplotě. Proto se také někdy plazma označuje jako 4. skupenství hmoty - když budeme neustále zahřívat plyn, jeho atomy se ionizují a vzniká tak prostředí splňující naši definici. Teplota plazmatu se může pohybovat v širokém rozmezí, od 10000 K (televizní obrazovka) až po stovky milionů K (fúze ¹).

Zajímavou a těžko představitelnou vlastností plazmatu je to, že může mít několik teplot současně. Protože frekvence srážek iontů mezi sebou a elektronů mezi sebou je značně větší než frekvence vzájemných srážek iontů s elektrony (v důsledku velkého rozdílu jejich hmot), může se stát, že ionty a elektrony budou mít trvale Maxwellova rozdělení s odlišnou teplotou T_i a T_e (nedojde mezi nimi k termodynamické rovnováze):

$$f_{i,e}(v_x, v_y, v_z) = A_{i,e} \exp \left(-\frac{\frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{kT_{i,e}} \right), \quad (1.1)$$

kde $f_{i,e}$ je počet částic v jednotce objemu, jejichž rychlost leží v intervalu $(v_x + \Delta v_x, v_y + \Delta v_y, v_z + \Delta v_z)$, $\frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$ je kinetická energie a $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K je Boltzmannova konstanta, A_i , resp. A_e získáme z normalizační podmínky pro hustotu n v celém prostoru

$$n = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{i,e}(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = 1,$$

čili

$$A_{i,e} = n \left(\frac{m}{2\pi k T_{i,e}} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

¹pro srovnání - teplota ve středu Slunce je asi 15 milionů K.

Teplota plazmatu se často udává v jednotkách energie (teplota = energie) , pouze vyjádřena v jiných jednotkách; převod mezi těmito jednotkami vyjadřuje konstanta k . Střední kinetická energie částic plazmatu je $E_{st} = 3/2kT$, neboli $1/2kT$ na každý stupeň volnosti. To lze snadno vypočítat použitím (1.1):

$$\begin{aligned} E_{st} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = \\ &= 3A_{i,e} \frac{1}{2} m \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{mv_x^2}{kT}\right) dv_x = \frac{3}{2} kT. \end{aligned}$$

Pro převod energie souboru částic na teplotu je však nutno vzít nikoliv střední energii částic, ale energii částice s nejpravděpodobnější rychlostí z Maxwellova rozdělení, tj. $E = kT$. Přestože elektronvolt je velmi malá jednotka energie ($1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$), dostáváme pak z výrazu $E = kT$ za pomoci Boltzmannovy konstanty k hledaný převodní vztah mezi energií vyjádřenou v elektronvoltech a ve stupních ve tvaru:

$$1eV = (e/k) K = 11564,2 K = 11600 K.$$

Je vidět, že jednotka energie vyjádřena ve stupních je ještě o 4 řády menší než elektronvolt a při studiu horkého termojaderného plazmatu se tedy prakticky nepoužívá. Vedle teploty je plazma charakterizováno i hustotou. Ta dosahuje také širokého rozsahu, od 10^6 do $10^{31} m^{-3}$.

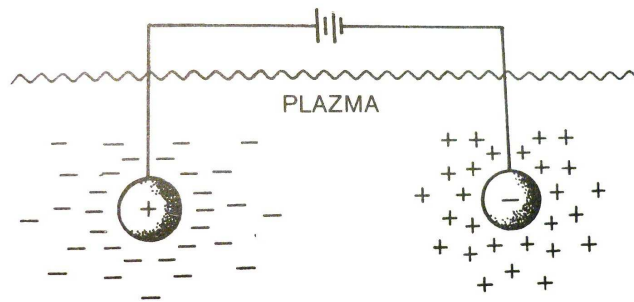
Schopnost odstínit elektrický potenciál vložený do plazmatu se nazývá Debyeovo stínění. Kdyby bylo plazma bez tepelného pohybu, téměř okamžitě by po vložení dvou koulí spojených s baterií (tyto koule by vytvořily ono elektrické pole) obklopil oblak iontů zápornou kouli a oblak elektronů kouli kladnou. (obr.1.2) Došlo by k dokonalému odstínění vloženého pole. Protože má ale plazma teplotu T , respektive tepelnou energii kT , budou mít částice na okraji stínícího oblaku (kde bude menší intenzita (klesá s $1/r^2$)) dost energie na to, aby unikly z potenciálové jámy. Okrajem oblaku pak bude poloměr, kde potenciální energie = tepelná energie částic. Stínění pak není úplné, existuje konečné elektrické pole. Odvození výpočtu tloušťky oblaku lze najít např. v [1] :

$$\lambda_D = \left(\frac{\varepsilon_0 k T_e}{n e^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.2)$$

kde n je hustota, T_e je elektronová teplota. Veličina λ_D se nazývá Debayova délka a je to tloušťka stínící vrstvy. Potenciál Φ vloženého pole je pak roven

$$\phi = \phi_0 \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_D}\right).$$

V definici λ_D vystupuje pouze elektronová teplota, protože elektrony jsou pohyblivější než ionty a tím se více podílejí na stínícím efektu, jak už vytvářením nadbytku záporného náboje na anodě, tak snížením své koncentrace v blízkosti katody. Nyní lze definovat pojem "kvazineutralita" pomocí λ_D a rozměrů celého pozorovaného systému L . Podmínka pro to, aby ionizovaný plyn mohl být označován plasma, říká, že $L \gg \lambda_D$, čili, že po vložení



Obrázek 1.2: Debyeovo stínění, po vložení elektrického potenciálu do plazmatu dojde k jeho částečnému odstínění plazmatem.

potenciálu do plazmatu dojde ke vzniku el. pole jen na vzdálenostech krátkých ve srovnání s L a tak zůstane většina plazmatu bez velkých změn rozložení náboje. Pro jednoduchost položíme $n_i \simeq n_e \simeq n$, kde n označuje společnou hustotu plazmatu. Počet částic v "Debyeově sféře" se pak určí snadno jako

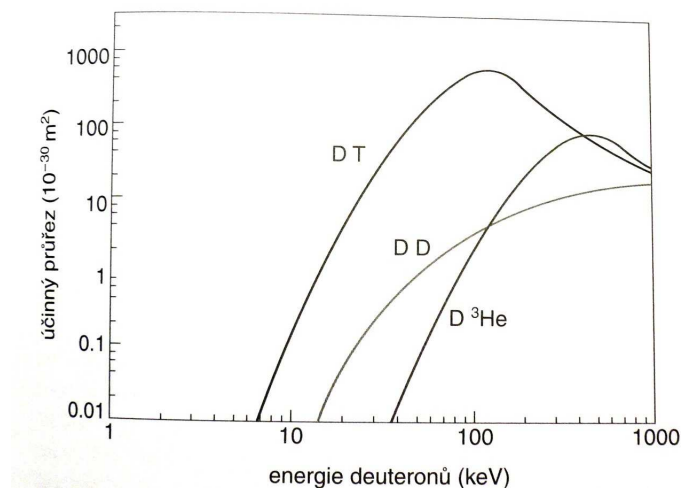
$$N_D = n \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 = 1,38 \cdot 10^6 \frac{T^{\frac{3}{2}}}{n^{\frac{1}{2}}}$$

(Teplota v K). Kolektivní chování plazmatu je pak dáno podmínkou $N_D \gg 1$.

1.3 Úvod do termojaderné fúze

Jaderná fúze je taková jaderná reakce, při které se spojí jádra dvou lehčích prvků a vytvoří tak nové těžší jádro. Protože je součet hmotností reaktantů menší než hmotnost produktu, uvolní se při reakci určité množství energie. Dvě jádra se mohou sloučit, pokud se k sobě přiblíží na takovou vzdálenost, kdy se uplatní přitažlivé jaderné síly. Tomu brání odpuzivá coulombovská síla. Pro syntézu dvou jader je potřeba tuto bariéru Coulombovského potenciálu (stovky keV až jednotky MeV) překonat, tedy přiblížit je natolik, že jaderné síly s malým dosahem ($\sim 10^{-15}m$), které zabráňují rozpadu jádra, překonají coulombické odpuzivé síly a reakci syntézy tak umožní. Toho lze dosáhnout nejlépe využitím kinetické energie chaotického tepelného pohybu částic. Potřebná střední energie částic je pak pouze několik desítek keV (pro nejsnáze uskutečnitelné reakce), což odpovídá teplotě "jen" několika stovek milionů K. Velikost teploty potřebné k překonání bariéry je totiž snížena existencí kvantověmechanického tunelového jevu a dále pak skutečností, že i při mnohem nižší střední energii (teplotě) se v Maxwellově rychlostním rozdělení jader nacházejí jádra, která požadované vyšší energie mají. Je nutno si uvědomit, že jakákoliv látka se při těchto teplotách nachází ve stavu plně ionizovaného plazmatu, tzn. jedná se o směs volně se pohybujících kladných a záporných nábojů. Teoreticky je možná řada fúzních reakcí, ale zdaleka ne všechny je možné uvažovat za člověkem realizovatelné (p-p reakce nebo CNO reakce probíhající ve hvězdách).

Reakce vhodné pro termonukleární procesy, využitelné k produkci energie ve velkém měřítku, musí být silně exoenergetické jaderné přeměny s vysokým účinným průřezem



Obrázek 1.3: Pravděpodobnost, že dojde k fúzní reakci(účinný průřez) v daném intervalu energií deuteriových iontů. Pro nižší energie je pravděpodobnost DT reakce mnohem vyšší než pravděpodobnost dvou zbylých reakcí.

již při poměrně nízkých energiích. To, jestli daná reakce je či není vhodná, posuzují tedy tato kritéria:

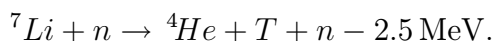
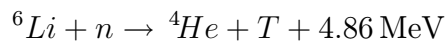
- minimální potřebná energie částic
- maximální účinný průřez reakce
- dostatečná energetická výtěžnost jednoho aktu reakce

Nejvýhodnější reakcí je z hlediska těchto kritérií reakce deuteria a tritia, její energetický výtěžek je 98000 kWhg^{-1} , navíc má největší účinný průřez a to při nejnižší požadované energii. (obr.1.3).

Deuterium D a tritium T jsou těžké izotopy vodíku, jádro D obsahuje vedle protonu i jeden neutron, T má neutrony v jádře dokonce dva. Reakce mezi nimi probíhá podle této rovnice:



Helium a neutron získají dohromady pohybovou energii 17,62 MeV. Ta se může využít na ohřev chladicí vody a elektrickou energii pak můžeme získat klasickým tepelným cyklem. Tritium je nestabilní izotop s poločasem rozpadu přibližně 12 let, proto se bude muset získávat přímo v reaktoru, kde bude vznikat jadernou přeměnou lithia na helium. Ta probíhá podle jedné z reakcí:



Přírodní lithium obsahuje 92,5% ${}^7\text{Li}$ a 7,5% ${}^6\text{Li}$. V dlouhodobém výhledu se zřejmě bude ve fúzních elektrárnách používat reakce DD, která může probíhat dvěma způsoby, s přibližně stejnou pravděpodobností:





Tato reakce však bude probíhat jen při daleko vyšších teplotách, které jsou při současné technologii zatím nedostupné.

Energetické využití fúze je myslitelné pouze za předpokladu, že výkon uvolňovaný fúzní reakcí v dostatečně zahřátém plazmatu převýší výkon potřebný k ohřevu plazmatu na tuto teplotu, dodávaný vnějšími zdroji. Poměr fúzního výkonu a výkonu vnějších zdrojů se označuje Q . Samovolné hoření bude dosaženo při $Q \approx \infty$ (tzv. zapálení, ignition, kdy je plasma teplotně soběstačné), přesto se uvažuje s ideální hodnotou pro fúzní elektrárnu "jen" $Q \approx 80$ (z důvodu snadnější regulace výkonu reakce). Důležitá je hodnota $Q = 1$, tzv. breakeven, kdy dojde k vyrovnání obou výkonů. Podmínka breakevenu se nazývá Lawsonovo kritérium. To říká, že má-li probíhat reakce DT (uvažujeme teplotu 200 mil. K) s kladnou energetickou bilancí, musí být splněno $n\tau > 10^{20} \text{ m}^3\text{s}$, kde n je počet částic paliva v 1 m^3 plazmatu a τ je doba udržení energie plazmatu. Pro teploty T v intervalu 10 – 20 keV má pak Lawsonovo kritérium pro DT reakci tvar

$$nT\tau \approx 6 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3} \text{ keV s}.$$

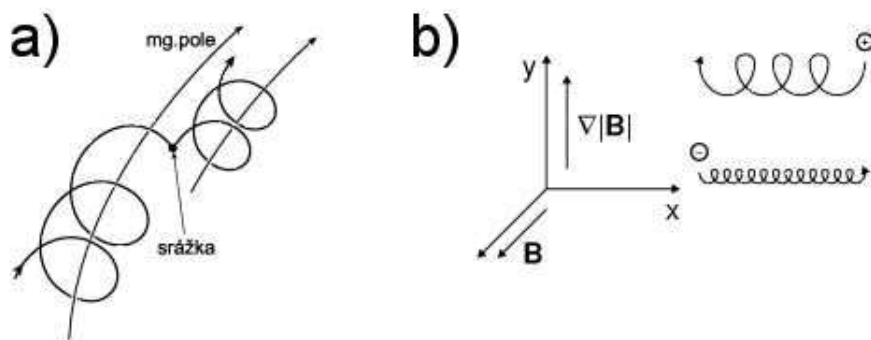
Při určité teplotě (z uvedeného intervalu) máme tedy velkou volnost ve volbě hustoty a doby udržení (obr z knizky fuze energie vesmiru.). Tak dostáváme dvě hlavní alternativy k dosažení fúzní reakce:

Magnetické udržení – Pomocí silných magnetických polí dosáhnout v trvalém režimu dlouhé doby udržení při malých hustotách plazmatu (typicky $\tau \sim 1 \text{ s}$, $n \sim 10^{20} \text{ m}^{-3}$). Přitom čím déle se částice udrží, tím je vyšší pravděpodobnost toho, že bude fúzně reagovat s jinou částicí. Udržení je založeno na takové konfiguraci magnetického pole, při kterém většina nabitých částic sleduje v prostoru omezené magnetické siločáry a tak nepříjde do styku se stěnou komory, ve které je samotné plazma. Taková zařízení jsou např. tokamaky, nebo stellarátory.

Inerciální fúze – Základem je extrémně rychlý ohřev, vedoucí k uvolnění fúzní energie dříve než síly, jež působí na atomové a subatomové částice, způsobí, že se reagující hmota rozptýlí (tomu zabraňuje setrvačnost, nebo-li inerce). Jedná se o nestacionární proces s typickými parametry $\tau \sim 10^{-11} \text{ s}$, tzn. musí být $n \sim 10^{31} \text{ m}^{-3}$ (což je o několik řádů více než hustota pevné fáze). V praxi by to potom vypadalo tak, že se drobná kulička zmrazeného vodíku (pelet) spustí do komory, v níž je ozářena velmi krátkým pulsem laseru o vysoké energii, fokusovaným na tuto kuličku zcela symetricky z co nejvíce směrů. Vzniklá rázová vlna rychle zvýší hustotu peletu až na hodnotu potřebnou pro dosažení podmínek pro fúzi. Při současném zahřátí paliva pak dojde v nepatrném zlomku sekundy (zlomky ns) k uvolnění fúzní energie, tzn. dříve, než terč exploduje.

1.4 Tokamaky

V závěru předchozí části byly popsány dva základní přístupy k realizaci termojaderné fúze v pozemských podmínkách. V tomto oddíle se blíže podíváme na podstatu tokamaků, které



Obrázek 1.4: Pohyb nabitých částic napříč magnetickým polem: a) srážkami, b) drifty (zde drift v gradientu magnetického pole).

se po 50-ti letech řešení problému zdají být nejbližší k vytyčenému cíli, tj. uskutečnit fúzní reakci s kladnou energetickou bilancí. Základní motivace je následující:

Proces termojaderné fúze je myslitelný pouze za vysokých teplot. Energie částic musí dosahovat hodnot 10 keV. Při této kinetické energii by elektron urazil za 1 sec vzdálenost přibližně 60000 km, jak lze snadno vypočítat. Je tedy zřejmé, že aby měly částice vůbec čas se sloučit, je potřeba je v omezeném prostoru pozemského reaktoru nějakým způsobem udržet.

Uvažujme konstantní magnetické pole $\vec{B}$ ve směru osy z , tedy $\vec{B} = (0, 0, B)$. Pohybují-li se elektricky nabitá částice o hmotnosti m rychlostí $\vec{v}$, bude dráha částice určena pohybovou rovnicí

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B},$$

kde q je náboj částice. Pro naši volbu $\vec{B}$ dostáváme pro složky rychlosti v_x, v_y rovnice popisující jednoduchý harmonický oscilátor

$$\ddot{v}_{x,y} = - \left(\frac{qB}{m} \right)^2 v_{x,y}.$$

Proto lze definovat tzv. cyklotronní frekvenci kruhového pohybu částice:

$$\omega_c \equiv \frac{|q|B}{m}. \quad (1.3)$$

Částice tedy bude magnetickým polem zakřivována a bude opisovat kružnici² o polooměru (Larmorův poloměr)

$$r_L \equiv \frac{v_{\perp}}{\omega_c} = \frac{mv_{\perp}}{|q|B},$$

kde $v_{\perp}$ je rychlost v rovině kolmé na $\vec{B}$. Tento jednoduchý pohyb se nazývá cyklotronní rotace (viz obr.1.4).

²složka rychlosti rovnoběžná se směrem $\vec{B}$ tímto magnetickým polem ovlivněna nebude, proto bude výsledným pohybem(při $\vec{v}$ libovolném) šroubovice s osou rovnoběžnou s vektorem $\vec{B}$.

Protože plazma tvoří vysoce ionizovaný plyn (plazma v tokamacích tvoří vedle elektronů a jader D,T i v malém množství ionty těžších příměsí), což jsou elektricky nabitě částice, je možné vhodnými magnetickými poli dráhy částic plazmatu ovlivňovat.

Základ tokamaku tvoří dvě hlavní magnetická pole: toroidální a poloidální. Plazma je umístěno v komoře³ obepnuté cívkami toroidálního pole navinutými do tvaru toru. Tyto cívky, protékané proudem z vnějšího zdroje, vytvářejí silné udržovací pole v toroidálním směru. Podél siločar tohoto pole se pak elektrony a ionty pohybují výše popsaným způsobem. Poněvadž mají siločáry kruhový tvar, působí na částice ještě navíc odstředivá síla $\vec{F}$. Tato síla, která působí stejným směrem jak na elektrony, tak na ionty, způsobí jejich separaci (e^- a i^+ se otáčejí v $\vec{B}$ navzájem opačným směrem). Drift gyračního středu (střed cyklotronní rotace) vyvolaný takovou silou $\vec{F}$ je potom

$$\vec{v}_g = \frac{1}{q} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2}.$$

Podle znaménka náboje q dojde tedy k separaci elektronů a iontů a tím dojde ke vzniku nové síly, tentokrát síly elektrického pole. Elektrické pole je jediná síla (působí na opačné náboje v opačném směru), která způsobí drift obou částic (e^- a i^+) stejným směrem (kolmým jak na původní $\vec{B}$, tak i na $\vec{E}$) rychlostí

$$\vec{v}_g = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2}.$$

V uspořádání tokamaku má tato síla směr ven z toru, což vede k rychlému úniku plazmatu na vnější stěnu komory.

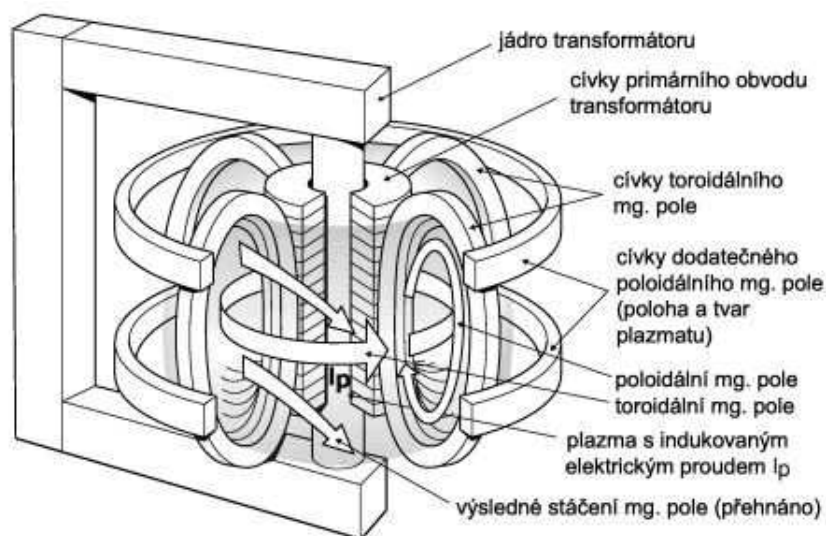
Tomuto jevu, nazývanému toroidální drift, se v tokamaku brání přidáním poloidálního magnetického pole, které je generováno elektrickým proudem tekoucím ve vlastním plazmatu. Tento proud je vytvářen transformátorovým efektem⁴. Obě pole (toroidální a poloidální) se složí ve výsledné pole připomínající tvar zvolna se stáčející šroubovice. (Toroidální pole bývá asi desetkrát silnější než pole poloidální). Základní schéma tokamaku je znázorněno na obr.1.5.

Jedním z faktorů určujících, zda se objeví disrupce (okamžitá ztráta udržení plazmatu), je strmost stáčení magnetických siločar. Ta se měří parametrem q , tzv. bezpečnostním faktorem, který udává počet oběhů magnetické siločáry v toroidálním směru kolem toru nutný jednomu úplnému oběhu ve směru poloidálním. Plazma většinou ztrácí stabilitu, jestliže je na okraji plazmatu $q < 3$.

Ohřev plazmatu na požadované termojaderné teploty se musí provádět více způsoby, protože pouhý ohmický ohřev protékajícím proudem je nedostatečný. Maximální možný proud závisí na rozměrech tokamaku a na síle toroidálního mag. pole. Navíc při zvyšování elektrického proudu roste poloidální pole a tím se zmenšuje bezpečnostní faktor, což vede ke zmíněné disruptivní nestabilitě. Další obtíž je ta, že při ohřevu plazmatu na vysoké teploty rychle klesá jeho elektrický odpor a tak se stává ohřev protékajícím proudem postupně neúčinným (elektrický odpor klesá s teplotou jako $T^{-3/2}$). Přestože ve velkých

³anglicky vessel, torus

⁴což má za následek jednu nepříjemnost: transformátor nemůže generovat tento proud v kontinuálním provozu, tokamak je tedy pulzní zařízení.



Obrázek 1.5: Schéma tokamaku, kde výsledné šroubovicové magnetické pole vzniká součtem pole toroidálního a poloidálního.

tokamacích tečou obrovské proudy (JET 4,8 MA, ITER bude mít 15 MA), maximální teplota, které lze ohmickým ohřevem reálně dosáhnout, je menší než padesát milionů stupňů a to je málo. Je tedy nutné plazma dodatečně ohřívat metodami nezávislými na velikosti proudu v plazmatu. Základní metody jsou dvě:

ohřev neutrálními svazky⁵ – svazky velmi rychlých neutrálních atomů paliva (deuteria nebo tritia) jsou vystřelovány do plazmatu. Rychlost, respektive energie, je stanovena podle velikosti plazmatu a jeho hustoty (vysoké energie proto, aby ionty dolétly do nitra plazmatu a aby se v plazmatu neionizovaly předčasně na okraji). Typické energie pro dnešní velké tokamaky jsou kolem 120 keV (pro ITER bude třeba až 1 MeV). Přitom jeden neutrální svazek dodává do plazmatu výkon kolem 2 MW.

ohřev na vysokých frekvencích – při této metodě plazma absorbuje energii elektromagnetické vlny vysílané vnějším zdrojem. Vhodné frekvence vln pro ohřev jsou frekvence blízké vlastním cyklotronním frekvencím plazmatu $\omega \approx \omega_c$. Nejvyšší rezonanční frekvenci pro ohřev má *elektronová cyklotronová rezonance* ω_{ce} , která závisí pouze na velikosti toroidálního pole, jak plyne z (1.3). Dosazením za q a m pro elektron ($q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg) dostáváme hodnotu rezonanční frekvence 28 GHz/T. Tato rezonance vyžaduje u dnešních experimentů vlny v oboru 60 – 120 GHz a více (vysílají se i vlny na vyšších harmonických frekvencích). Takové vlny ohřívají elektrony, které pak srážkami mohou získanou energii předávat i iontům. Nižší frekvenci má *iontová cyklotronová rezonance*. Obecně závisí tato frekvence na poměru náboje a hmotnosti iontu Z/A . Potom se základní rezonance vodíku nachází na hodnotě 15,2 (Z/A) MHz/T. Danou frekvencí vlny lze cíleně ohřívat dané místo v plazmatu, protože v tokamacích toroidální pole klesá

⁵anglicky Neutral Beam Injection-NBI

s poměrem $1/R$, kde R je hlavní poloměr toru. V praxi se také často využívají vyšší harmonické rezonance, tj. násobky základní frekvence. Mezi iontovou a elektronovou cyklotronovou frekvencí se používá ještě třetí pásmo frekvencí, tzv. *dolní hybridní frekvence*. V centru plazmatu se nachází v oboru frekvencí 1 – 8 GHz a závisí na hustotě plazmatu a velikosti magnetického pole. Tato frekvence je účinná při vlečení elektrického proudu a při potlačování fluktuací elektronové hustoty.

Přímý ohřev na vysokých frekvencích je užitečný při kontrolování a řízení profilu plazmatu. Absorpce vysokofrekvenčních (VF) vln je lokální, protože pozice ohřevu je předem daná. Tímto ohřevem lze eliminovat výkyvy teplotního profilu a tak potlačit případné nestability.

Co se týče kvality udržení plazmatu v tokamacích, hovoří se zhruba o dvou skupinách režimů: L-mod (nízké udržení - low confinement) a H-mod (vysoké udržení - high confinement). Po létech výzkumu na tokamacích byl totiž v roce 1981 na německém tokamaku ASDEX-U objeven mod režimu výboje v tomto tokamaku (později nazvaný H-mod), který podstatně snižuje únik energie z plazmatu a usnadňuje tak teprve dosažení podmínek pro termojadernou reakci. Při H-modu se totiž vlastnosti plazmatu přeskupí tak, že se zlepší udržení energie a částic náhlým nárůstem hustoty a teploty na okraji toru, což se jeví jako vznik okrajové transportní bariéry. K dosažení H-modu je třeba, aby výkon dodávaný do plazmatu překročil jistou prahovou úroveň. Při tomto modu se však také může na okraji plazmatu objevit nestabilita vedoucí k náhlé ztrátě energie plazmatu oscilačním jevem nazývaným zkráceně ELM (Edge Localized Modes): vysoké udržení při H-modu vede totiž k hromadění nečistot v plazmatu a také k poklesu možnosti dodávání energie přes separatrix ⁶, čímž dojde k náhlému přechodu do L-modu a tím k rychlému úniku částic plazmatu (pozorují se rychlé záblesky zářivých ztrát v oblasti periferie, což jsou ony ELMy). K oscilačnímu jevu ELM pak dochází na základě představy, že po rychlém úniku energie dochází ke zpětné obnově podmínek pro vznik H-modu, což je opětovný vznik transportní bariéry. Tento jev se pak může s rychlejší či pomalejší periodou stále opakovat.

⁶myšlená plocha kolem okraje torusu, vně které už neteče elektrický proud. Za separatrixou už částice unikají podél magnetických siločar volně pryč na stěnu vakuové komory. Tok částic přes separatrix tedy znamená ztráty energie konvexí (prouděním).

Kapitola 2

Elektromagnetické vlny

Dříve, než budeme hovořit o využití EM vln v laboratořích zabývajících se termojadernou fúzí, je nutné vědět, jak tyto vlny vlastně vznikají a jak se chovají při průchodu nějakým prostředím. Tato kapitola je tedy rozdělena na části jednak popisující vznik vln jako řešení Maxwellových rovnic, jednak na části zabývajících se charakteristikami vln, které se mění při průchodu vln plazmatem. Jsou popsány jevy polarizace, disperze a anizotropie. Poslední část této kapitoly je věnována popisu vln, které lze pozorovat v plazmatu. Jedná se jak o vlny, které v plazmatu vznikají, tak o vlny, které jsou do plazmatu vysílány z okolí.

2.1 Maxwellovy rovnice

Od začátku 19. století vyústilo studium elektrodynamiky v soubor 4 rovnic, které zcela popisují chování elektromagnetického pole (EM pole). Byly formulovány J. C. Maxwellem a mají tuto podobu

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0 & \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \mu_0 \vec{j} & \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

kde $\vec{E}$ je intenzita elektrického pole, $\vec{B}$ je vektor magnetické indukce, $\vec{j}$ je vektor proudové hustoty a ρ je objemová hustota náboje. Permitivita vakua je $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ a permeabilita vakua je $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \text{ Hm}^{-1}$. To je soustava Maxwell-Lorentzových rovnic popisující nestacionární EM pole buzené pohybujícími se částicemi ve vakuu. Z Maxwellových rovnic lze odvodit rovnici kontinuity

$$\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,$$

což je v podstatě zákon zachování náboje vyjádřený v diferenciálním tvaru. Chování EM pole v dané hmotě, v přítomnosti makroskopického tělesa, je pak popsáno soustavou

rovnice

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0 & \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= \vec{j} & \nabla \cdot \vec{D} &= \varrho,\end{aligned}\quad (2.2)$$

kde $\vec{H}$ je intenzita magnetického pole a $\vec{D}$ je vektor elektrické indukce. Pro vyřešení soustavy (2.2) a tím získání úplného popisu EM pole v daném prostředí je potřeba znát příslušné vztahy mezi vektory $\vec{D}$ a $\vec{E}$ a vektory $\vec{H}$ a $\vec{B}$. Tyto závislosti jsou určeny charakterem interakce EM pole s prostředím (látkou) a obecně mohou mít velice složitou formu. Jedná se o tzv. materiálové vztahy a obecně mohou být vyjádřeny v této maticové formě:

$$\begin{aligned}c\vec{D} &= \mathbf{P} \cdot \vec{E} + \mathbf{L} \cdot c\vec{B} \\ \vec{H} &= \mathbf{M} \cdot \vec{E} + \mathbf{Q} \cdot c\vec{B},\end{aligned}\quad (2.3)$$

kde c je rychlost světla a $\mathbf{P}, \mathbf{L}, \mathbf{M}, \mathbf{Q}$ jsou tenzory 3×3 (parametry daného prostředí). Podle konkrétní podoby matic $\mathbf{P}, \mathbf{L}, \mathbf{M}, \mathbf{Q}$ rozlišujeme jednotlivá prostředí. Například anizotropní prostředí je takové, kde $\mathbf{L} = \mathbf{M} = 0$, tedy

$$c\vec{D} = \mathbf{P} \cdot \vec{E} \quad \vec{H} = \mathbf{Q} \cdot c\vec{B}.$$

Pokud jsou matice $\mathbf{P}$ a $\mathbf{Q}$ tvaru

$$\mathbf{P} = c\varepsilon\mathbf{I} \quad \mathbf{Q} = \frac{1}{c\mu}\mathbf{I},$$

kde $\mathbf{I}$ je jednotková matice 3×3 , hovoříme o izotropním prostředí. Materiálové vztahy v tomto případě dostanou jednoduchý tvar

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \quad \vec{B} = \mu\vec{H},$$

přičemž $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ a $\mu = \mu_0\mu_r$, kde ε_r je relativní permitivita a podobně μ_r je relativní permeabilita. Chování EM vln, procházejících hmotou, tedy závisí na vlastnostech této hmoty, která způsobí určitou, přesně definovanou změnu tohoto pole. Elektromagnetické vlastnosti hmoty jsou určeny permitivitou ε_r a permeabilitou μ_r . Jak uvidíme dále, tyto veličiny mohou být buď skaláry (v případě izotropního prostředí), nebo tenzory (anizotropní prostředí). Jedná se obecně o komplexní veličiny, v bezztrátových prostředích přecházejí v reálné.

Nadále budeme uvažovat pouze pole, které se mění s časem podle komplexní časové funkce $e^{+i\omega t}$, kde ω je úhlová rychlost. Pak lze veličiny pole ($\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{D}$, $\vec{H}$, $\vec{j}$, ϱ) psát ve tvaru Fourierových integrálů, tedy např.

$$\begin{aligned}\vec{E}(t) &= \Re \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \right] \\ \vec{E}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(t) e^{i\omega t} dt.\end{aligned}\quad (2.4)$$

$\vec{E}(\omega)$ je komplexní veličina ve frekvenční rovině, zatímco funkce $\vec{E}(t)$ je reálná. Po dosazení do rotační Maxwellovy rovnice pro $\vec{E}$ dostáváme

$$\Re \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\nabla \times \vec{E}(\omega) e^{-i\omega t} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\omega) e^{-i\omega t} \right] d\omega \right\} = 0,$$

čili

$$\nabla \times \vec{E}(\omega) - i\omega \vec{B}(\omega) = 0.$$

Použitím vztahů (2.4) jsme tedy nahradili časovou derivaci součinem $i\omega$. Podobně je možné upravit i ostatní Maxwellovy rovnice a můžeme je tedy zapsat ve tvaru

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E}(\omega) - i\omega \vec{B}(\omega) &= 0 \\ \nabla \times \vec{H}(\omega) + i\omega \vec{D}(\omega) &= \vec{j}(\omega) \\ \nabla \cdot \vec{B}(\omega) &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{D}(\omega) &= \rho(\omega). \end{aligned} \quad (2.5)$$

2.2 Řešení Maxwellových rovnic bez proudů a nábojů

Vratíme se k Maxwellovým rovnicím ve tvaru (2.1). Uvažujme navíc jen oblasti prostoru, kde $\rho = 0$ a $\vec{j} = \vec{0}$. Zavedením vektoru $\vec{A}$ a dále skalární funkce φ vztahy

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\ -\nabla \cdot \varphi &= \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

lze Maxwellovy rovnice zjednodušit. Vektor $\vec{A}$ se nazývá vektorový potenciál a φ je skalární potenciál. Maxwellovy rovnice lze potom vyjádřit pomocí diferenciálních vlnových rovnic pro skalární a vektorový potenciál¹:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= 0 \\ \Delta A_i - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} &= 0 \quad i \in \{x, y, z\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Uvažujme prozatím jednorozměrný problém, tedy parciální diferenciální rovnici

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0, \quad (2.8)$$

kde funkce ψ je zatím neznámá funkce $\psi = \psi(x, t)$. Řešení má pak tvar $\psi(x, t) = f(x - vt)$, což je tzv. d'Alembertovo řešení rovnice (2.8). Je to řešení popisující harmonickou vlnu šířící se fázovou rychlostí $(x_2 - x_1) = v(t_2 - t_1)$, kde platí $x_1 - vt_1 = x_2 - vt_2 = C$, tj., x_1, x_2 jsou body konstantní fáze. Harmonická postupná vlna má potom tvar

$$\psi(x, t) = A \cos(\omega t - kx),$$

¹potenciály $\vec{A}$ a φ musí navíc splňovat tzv. kalibrační podmínku $\nabla \cdot \vec{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$, která je nutná pro převod Maxwellových rovnic na tvar (2.7).

kde $k = \omega/v$ je vlnové číslo. Dostali jsme řešení, které ve třech dimenzích (neboli možné řešení rovnic (2.7)) přejde v rovnici rovinné vlny šířící se v obecném směru $\vec{s}$, $|\vec{s}| = 1$:

$$\psi(\vec{r}, t) = f(\vec{s} \cdot \vec{r} - vt),$$

neboli

$$\psi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \alpha),$$

kde $\vec{k} = k\vec{s}$. Pro úplnost uvažujme funkci, která je kulově symetrická, tedy tvaru $\psi(r)$, kde $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Vlnovou rovnici

$$\Delta\psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

lze v tomto případě upravit na tvar

$$\frac{\partial}{\partial r^2}(r\psi) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(r\psi) = 0$$

a tedy jako řešení dostáváme funkci

$$\psi = \frac{f(r - vt)}{r},$$

což je funkce popisující kulovou vlnu šířící se rychlostí v do všech směrů.

2.3 Řešení Maxwellových rovnic s proudy a náboji

Uvažujme nyní Maxwellovy rovnice s proudy a náboji, tedy rovnice ve tvaru (2.1). Zapišme je pomocí potenciálů $\vec{A}$ a φ , tedy

$$\begin{aligned} \Delta\varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} &= -\frac{\vec{j}}{\varepsilon_0 c^2}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Jejich obecné řešení v bodě x_1 a v čase t (odvozeno např. v [8]) má tvar

$$\begin{aligned} \varphi(x_1, t) &= \int \frac{\rho(x_2, t - r_{12}/c)}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} dV_2 \\ \vec{A}(x_1, t) &= \int \frac{\vec{j}(x_2, t - r_{12}/c)}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r_{12}} dV_2, \end{aligned} \quad (2.10)$$

kde integrál probíhá přes studovanou oblast a r_{12} je vzdálenost bodů x_1 a x_2 . Jsou-li v jakékoliv situaci zadány proudy a náboje, můžeme z těchto integrálů najít potenciály $\vec{A}$ a φ a z nich pak podle vztahů určit vektory pole $\vec{E}$, $\vec{B}$.

Uvažujme na závěr vodivé prostředí, tedy prostředí, kde $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (σ je vodivost prostředí). Pak působením rotace na Maxwellovu rovnici

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} \quad (2.11)$$

dostaneme vlnovou rovnici

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \sigma \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0. \quad (2.12)$$

Řešení této rovnice vede na komplexní vlnové číslo

$$k_k = k' + ik'' = \frac{\omega}{c}(n + i\kappa),$$

kde n je index lomu a κ je tzv. koeficient absorpce charakterizující rychlost poklesu amplitudy vlny. Řešení rovnice (2.12) vyjádříme ve formě postupné rovinné vlny:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_0 e^{-(\vec{k}'' \cdot \vec{r})} e^{-i(\omega t - \vec{k}' \cdot \vec{r})} \\ &= \vec{E}_0 e^{-\frac{\omega}{c} \vec{\kappa} \cdot \vec{r}} e^{-i\omega(t - \frac{1}{c} \vec{n} \cdot \vec{r})}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Amplituda této vlny klesá ve směru šíření. Hloubka vniku d , čili pokles amplitudy o $1/e$ je definována jako

$$d = \frac{1}{\Im(k_k)} = \frac{1}{k''}.$$

2.4 Polarizace vln

Lze ukázat, že EM rovinné vlny jsou vlny příčné, čili že vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$ leží v rovině čela vlny a jsou na sebe kolmé. Jejich skutečná poloha však může být obecná a může se měnit i s časem. Polarizace vlny pak závisí na způsobu, jakým se koncový bod vektoru $\vec{E}$ (stačí studovat jen jeden z vektorů $\vec{E}$, $\vec{B}$, protože spolu s vektorem $\vec{k}$ tvoří pravotočivou ortogonální soustavu) pohybuje v rovině vlnového čela. V rovině čela vlny uvažujme vektor $\vec{E}$ zapsaný v kartézských souřadnicích jako

$$\vec{E} = \vec{x}_0 A_1 \cos(\omega t - kz + \vartheta_1) + \vec{y}_0 A_2 \cos(\omega t - kz + \vartheta_2). \quad (2.14)$$

Přitom vlna se šíří ve směru osy z . Zkoumejme polarizaci v místě $z = \vartheta_1/k$, potom dostáváme složky vektoru $\vec{E}$ jako

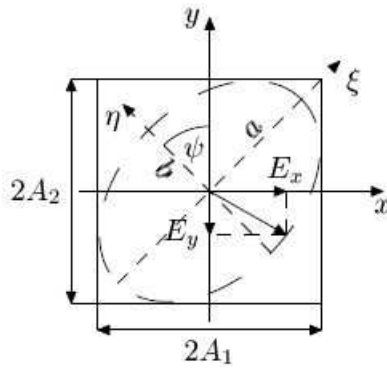
$$\begin{aligned} E_x &= A_1 \cos(\omega t) \\ E_y &= A_2 \cos(\omega t + \vartheta), \end{aligned} \quad (2.15)$$

kde $\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$. Trajektorie koncového bodu vektoru $\vec{E}$ se získá sloučením těchto rovnic, tedy

$$\left(\frac{E_x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_2}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{A_1 A_2} \cos \vartheta = \sin^2 \vartheta. \quad (2.16)$$

Z (2.16) plyne, že monochromatická rovinná vlna je obecně elipticky polarizovaná. Speciální případ nastává, jestliže $\vartheta = \pm \frac{\pi}{2}$, pak se (2.16) upraví na

$$\left(\frac{E_x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_2}\right)^2 = 1.$$



Obrázek 2.1: Vlna s eliptickou polarizací, ψ je úhel orientace mezi osou x a velkou poloosou elipsy

Při $A_1 = A_2$ pak přejde elipsa (osy jsou nyní shodné se souřadnými osami) v kružnici v rovině (x, y) , hovoříme o kruhové polarizaci. Pro $\vartheta = m\pi, m = 0, 1, 2 \dots$ dostáváme

$$\left(\frac{E_x}{A_1} \pm \frac{E_y}{A_2} \right)^2 = 0,$$

což je rovnice dvou přímek. V tomto případě hovoříme o lineární polarizaci. Stav polarizace harmonické vlny je charakterizován součinitelem polarizace

$$P = \frac{E_x}{E_y} = \frac{A_1}{A_2} e^{i\vartheta}.$$

Je-li P komplexní, bude vlna elipticky polarizovaná. Při $P = \pm i$ dostáváme kruhovou polarizaci. Příklad reálného P odpovídá lineární polarizaci. Konečně znaménko imaginární části P určuje směr otáčení vektoru $\vec{E}$ v rovině polarizace. Znaménko $+$ odpovídá pravotočivé a znaménko $-$ levotočivé polarizaci.

Polarizace EM vln hraje důležitou roli při použití EM vln ve fyzice plazmatu, zejména v diagnostice, jak bude dále ukázáno.

2.5 Šíření EM vln v disperzním prostředí

Disperzní prostředí je takové, ve kterém se budou různé spektrální složky vln šířit s odlišnými fázovými rychlostmi. Vlnový vektor jsme u harmonických postupných vln definovali jako vektor ve směru šíření vlny o velikosti vlnového čísla $k = \omega/v$. Kombinací se vztahem $\lambda = vT$ (T je čas, perioda jednoho kmitu) dostáváme $k = 2\pi/\lambda$. Index lomu prostředí je definován jako

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r}, \quad (2.17)$$

kde c je rychlost světla a v je fázová rychlost $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$, tedy rychlost, jakou se EM vlna šíří prostředím.

Vztah $\omega = vk$ se nazývá *disperzní vztah*. Ten vyjadřuje souvislost časového a prostoro-
vého průběhu vlny. Disperzní vztah má obecně velmi složitou podobu, která závisí na
typu prostředí, jak bude dále ukázáno. Námi uvedený lineární disperzní vztah říká, že vlna
s dvojnásobnou úhlovou frekvencí bude mít poloviční vlnovou a všechny harmonické
postupné vlny (s různou ω) se budou šířit s touž rychlostí v .

O disperzním prostředí hovoříme v případě, že index lomu je funkcí ω , $n = n(\omega)$.
Vztahy mezi $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$ a $\vec{j}$, $\vec{E}$ mohou být nelineární, nelokální a mohou v daném bodě a
čase záviset i na hodnotách pole v jiných bodech v předcházejících časech. Při šíření EM
vln se tyto jevy projeví buď jako *prostorová disperze*, kdy ε , μ , σ závisí na vlnovém vektoru
 $\vec{k}$ (pole v daném bodě v prostředí závisí na hodnotách pole v sousedních bodech, pro naše
aplikace se tato disperze neprojevuje), nebo jako *frekvenční disperze*, kdy ε , μ , σ závisí na
kmítočtu ω (v uvažovaném prostředí existují vnitřní procesy s dobou trvání srovnatelnou
s periodou pole).

Mějme materiálové relace ve tvaru

$$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}), \quad \vec{B} = \vec{B}(\vec{H}), \quad \vec{j} = \vec{j}(\vec{E}). \quad (2.18)$$

Obecně lze materiálové vztahy v disperzním prostředí zapsat ve tvaru

$$\begin{aligned} D_i(t, \vec{r}) &= \int_{-\infty}^t dt' \int \varepsilon_{ij}(t, t', \vec{r}, \vec{r}') E_j(t', \vec{r}') d\vec{r}' \\ B_i(t, \vec{r}) &= \int_{-\infty}^t dt' \int \mu_{ij}(t, t', \vec{r}, \vec{r}') H_j(t', \vec{r}') d\vec{r}' \\ j_i(t, \vec{r}) &= \int_{-\infty}^t dt' \int \sigma_{ij}(t, t', \vec{r}, \vec{r}') E_j(t', \vec{r}') d\vec{r}', \end{aligned} \quad (2.19)$$

kde t' je čas předcházející času pozorování t a $\vec{r}'$ je bod prostoru, ze kterého se pole (v
tomto bodě existující v čase t') nějakým způsobem projeví v čase t v místě pozorování $\vec{r}$.
V případě homogenního prostředí lze zavést souřadnice

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{r} - \vec{r}', & \tau &= t - t' \\ d\vec{R} &= -d\vec{r}', & d\tau &= -d\tau' \end{aligned} \quad (2.20)$$

a tím přepsat (2.20) na tvar

$$\begin{aligned} D_i(t, \vec{r}) &= \int_0^\infty d\tau \int \varepsilon_{ij}(\tau, \vec{R}) E_j(t - \tau, \vec{r} - \vec{R}) d\vec{R} \\ B_i(t, \vec{r}) &= \int_0^\infty d\tau \int \mu_{ij}(\tau, \vec{R}) H_j(t - \tau, \vec{r} - \vec{R}) d\vec{R} \\ j_i(t, \vec{r}) &= \int_0^\infty d\tau \int \sigma_{ij}(\tau, \vec{R}) E_j(t - \tau, \vec{r} - \vec{R}) d\vec{R}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Buď $\vec{E}(t, \vec{r})$ superpozicí rovinných vln

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{k} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\omega, \vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} d\omega. \quad (2.22)$$

Potom lze ukázat, že

$$D_i(\omega, \vec{k}) = \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) E_j(\omega, \vec{k}). \quad (2.23)$$

Zároveň je ale

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.24)$$

kde $\vec{P}$ je vektor polarizace

$$P_i(t, \vec{r}) = \varepsilon_0 \int_0^\infty d\tau \int \chi_{ij}(\tau, \vec{R}) E_j(t - \tau, \vec{r} - \vec{R}) d\vec{R}, \quad (2.25)$$

přičemž χ_{ij} jsou složky tenzoru elektrické susceptibility. Podle (2.24) tedy platí

$$\begin{aligned} D_i(\omega, \vec{k}) &= \varepsilon_0 \delta_{ij} E_j(\omega, \vec{k}) + \varepsilon_0 \chi_{ij}(\omega, \vec{k}) E_j(\omega, \vec{k}) \\ &= \left[\varepsilon_0 \delta_{ij} E_j(\omega, \vec{k}) + \varepsilon_0 \chi_{ij}(\omega, \vec{k}) \right] E_j(\omega, \vec{k}). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Porovnáním s (2.23) konečně dostáváme

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) &= \varepsilon_0 \left(\delta_{ij} + \chi_{ij}(\omega, \vec{k}) \right) \\ &= \varepsilon_0 \left(\delta_{ij} + \int_0^\infty d\tau \int \chi_{ij}(\tau, \vec{R}) e^{i(\omega\tau - \vec{k} \cdot \vec{R})} d\vec{R} \right). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Obecně je tedy tenzor permitivity funkcí $\vec{k}$ a ω .

2.6 Šíření EM vln v anizotropním prostředí

V anizotropním prostředí, v němž jsou vlastnosti hmoty různé v různých směrech, jsou permitivita ε a permeabilita μ tenzory. Dané prostředí může mít dokonce izotropní vlastnosti vůči jedné fyzikální vlastnosti, ale vůči druhé se může chovat anizotropně. Plazma je samozřejmě izotropní prostředí, ale v přítomnosti vnějšího magnetického pole $\vec{B}_0$ se stává prostředím anizotropním. Uvažujme časově harmonicky proměnné pole a zanedbejme prostorovou disperzi. Potom bude

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_0 \left(\delta_{ij} + \int_0^\infty \chi_{ij}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \right) \quad (2.28)$$

$$\mu_{ij} = \mu_0 \left(\delta_{ij} + \int_0^\infty \kappa_{ij}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \right), \quad (2.29)$$

kde κ_{ij} je magnetické susceptibilita. Rozlišujeme dva druhy anizotropních prostředí:

elektricky anizotropní prostředí – elektrické vlastnosti látky jsou určeny symetrickým tenzorem permitivity a skalární permeabilitou:

$$D_i(\omega, \vec{r}) = \varepsilon_{ij}(\omega) E_j(\omega, \vec{r}), \quad \vec{B}(\omega, \vec{r}) = \mu(\omega) \vec{H}(\omega, \vec{r}). \quad (2.30)$$

magneticky anizotropní prostředí – vlastnosti hmoty jsou určeny naopak tenzorem permeability a skalárem permitivity:

$$\vec{D}(\omega, \vec{r}) = \varepsilon(\omega) \vec{E}(\omega, \vec{r}), \quad B_i(\omega, \vec{r}) = \mu_{ij}(\omega) H_j(\omega, \vec{r}). \quad (2.31)$$

Zabývejme se dále elektricky anizotropním prostředím s materiálními vztahy

$$\vec{D} = \bar{\epsilon} \cdot \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}. \quad (2.32)$$

Vlnová rovnice tohoto prostředí je

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) - \omega^2 \mu \bar{\epsilon} \cdot \vec{E} = 0. \quad (2.33)$$

Protože jsou naše vlny úměrné $e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$, lze nahradit operátor ∇ vlnovým vektorem $\vec{k}$, protože $(\nabla \times \vec{H}) = i(\vec{k} \times \vec{H})$. Potom vyloučením $\vec{H}$ z Maxwellových rovnic

$$\begin{aligned} \vec{k} \times \vec{H} &= -\omega \vec{D} & \vec{k} \cdot \vec{D} &= 0 \\ \vec{k} \times \vec{E} &= \omega \mu \vec{H} & \vec{k} \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

dostáváme vlnovou rovnici ve tvaru

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) + \omega^2 \mu \bar{\epsilon} \cdot \vec{E} = 0. \quad (2.35)$$

Z (2.34) jde vidět, že vektory $\vec{k}$, $\vec{D}$ a $\vec{H}$ jsou navzájem kolmé a že zároveň $\vec{E} \perp \vec{H}$.

Nalezneme disperzní vztah. Vyjdeme přitom z rovnice (2.35), kterou ještě přepíšeme dosazením $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$ ($\mu \bar{\epsilon} = \frac{\mu_r \bar{\epsilon}_r}{c^2} \approx \frac{\bar{\epsilon}_r}{c^2}$) na tvar

$$\vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{E}) + \bar{\epsilon}_r \cdot \vec{E} = 0. \quad (2.36)$$

Zapišme tuto rovnici po složkách a upravme (index r v zápisu vynecháme).

$$\begin{aligned} 0 &= \epsilon_{ijk} n_j \epsilon_{klm} n_l E_m + \epsilon_{ij} E_j \\ &= \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmk} n_j n_l E_m + \epsilon_{ij} E_j \\ &= (\delta_{il} \delta_{jm} - \delta_{im} \delta_{jl}) n_j n_l E_m + \epsilon_{ij} E_j \\ &= n_i n_j E_j - n_j n_j E_i + \epsilon_{ij} E_j \\ &= n_i n_j E_j - n_j n_j \delta_{ij} E_j + \epsilon_{ij} E_j \\ &= (n^2 \delta_{ij} - n_j n_i - \epsilon_{ij}) E_j = 0. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Nenulové řešení bude existovat tehdy, pokud

$$\det | n^2 \delta_{ij} - n_i n_j - \epsilon_{ij} | = 0. \quad (2.38)$$

Dostali jsme tak disperzní vztah. Po zadání konkrétní podoby tenzoru $\bar{\epsilon}_r$ lze vyřešit determinant (2.38) a dostat tak závislost

$$n = n(\omega, \vec{k}).$$

Anizotropie magnetoaktivního plazmatu se projevuje v tom, že elektromagnetické vlny, které se šíří pod různými úhly ke směru vnějšího statického magnetického pole, mají různé vlastnosti. Z toho vyplývá, že k určení základních parametrů anizotropního plazmatu mohou být použity různé typy vln.

2.7 Vlny v plazmatu

Plazmové oscilace jsou efekty vznikající v plazmatu při posunutí elektronů proti homogennímu iontovému pozadí. Pro obnovení kvazineutality jsou elektrony vzniklou elektrickou silou vráceny do původních poloh, setrvačností překmitnou a začnou tak oscilovat s tzv. plazmovou frekvencí. Tato frekvence závisí pouze na hustotě a je jedním ze základních parametrů plazmatu²[13]:

$$\omega_p = \left(\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m} \right)^{1/2}. \quad (2.39)$$

Protože ω není funkcí k , je grupová rychlost $v_g = \frac{d\omega}{dk} = 0$ a rozruch se tedy nešíří plazmatem dále. Přesto, v důsledku tepelného pohybu, se přenáší informace o tom, co se děje v oblasti oscilací. Potom (viz [1]) je

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} k^2 v_t^2, \quad (2.40)$$

kde $v_t^2 = \frac{2kT_e}{m_e}$. Potom je grupová rychlost

$$v_g = \frac{3}{2} v_t^2 \frac{k}{\omega}$$

a rozruch se šíří plazmatem, hovoříme o tzv. plazmových vlnách.

V plazmatu s vnějším nenulovým polem B může vznikat a šířit se mnohem více typů vln. Např. elektrostatické elektronové vlny kolmé na $\vec{B}$ jsou důležité tím, že mají v plazmatu rezonanci, a to na frekvenci tzv. *horní hybridní rezonance*

$$\omega_h^2 = \omega_p^2 + \omega_{ce}^2. \quad (2.41)$$

Stejně vlny ve směru podél $\vec{B}$ pak mají rezonanční frekvenci rovnou ω_p . Grupová rychlost je, při zanedbání tepelného pohybu, nulová. Tyto oscilace si lze představit tak, že elektrony v rovině vlny vytvářejí oblasti zhuštění a zředění jako při plazmových oscilacích. Lorenzova síla (přítomnost $\vec{B}$) působí na elektrony spolu s elektrostatickou silou s proto je frekvence větší než frekvence plazmových oscilací.

Podobně lze v plazmatu pozorovat elektrostatické iontové vlny kolmé na $\vec{B}$. Iontové vlny jsou v podstatě vlny s konstantní rychlostí a mohou se vyskytovat pouze tehdy, existuje-li tepelný pohyb. Těmto vlnám se někdy říká iontové akustické vlny, protože jsou analogickým jevem jako šíření akustických vln vzduchem. Má-li vlna šířící se plazmatem frekvenci rovnou vlastní frekvenci těchto akustických vln, může dojít k tzv. dolnohybridní rezonanci vlny (LHR). V přiblížení studeného plazmatu³ pro tuto rezonanční frekvenci platí následující vztah, jak bude ukázáno níže.

$$\omega_{LH}^2 = \frac{\omega_{ce}^2 \omega_{ci}^2 + \omega_{pi}^2 \omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2}. \quad (2.42)$$

²při $n = 10^{18} \text{ m}^{-3}$ dostáváme $f_p = \omega_p/2\pi \approx 10^{10} \text{ s}^{-1} = 10 \text{ GHz}$, což jsou frekvence v oblasti mikrovln.

³tj. při nerespektování tepelného pohybu, při zanedbání prostorové disperze

Nalezneme nyní disperzní vztah pro EM vlny šířící se v plazmatu bez přítomnosti vnějšího pole $\vec{B}$, šířící se plazmatem kolmo na $\vec{B}$ a nakonec šířící se rovnoběžně s $\vec{B}$. Nejprve zavedeme aproximaci malých amplitud oscilací. Tím se rozumí, že amplituda oscilací je malá a členy obsahující vyšší řády amplitud budou zanedbány. Rozdělíme tak veličiny popisující plazma na rovnovážnou část indexem 0 a na část poruchovou s indexem 1. Rovnovážné veličiny vyjadřují stav plazmatu bez oscilací

$$n_e = n_0 + n_1, \quad \vec{v}_e = \vec{v}_0 + \vec{v}_1, \quad \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1. \quad (2.43)$$

Při odvození disperzního vztahu pro vlny bez vnějšího magnetického pole vyjdeme z Maxwellových rovnic

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E}_1 &= -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \\ c^2 \nabla \times \vec{B}_1 &= \frac{\vec{j}_1}{\varepsilon_0} + \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Jejich kombinací, předpokládáním závislosti $\exp(i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t))$ a uvážením, že pro příčné vlny jest $\vec{k} \cdot \vec{E}_1 = 0$ dostáváme

$$(\omega^2 - c^2 k^2) \vec{E}_1 = -\frac{i\omega}{\varepsilon_0} \vec{j}_1. \quad (2.45)$$

Budeme uvažovat mikrovlny, jejichž frekvence jsou tak vysoké, že můžeme ionty považovat za pevné, tedy

$$\vec{j}_1 = -n_0 e \vec{v}_{e1}. \quad (2.46)$$

Z (2.45) potom dostáváme výsledek

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2. \quad (2.47)$$

To je tedy disperzní vztah pro EM vlny šířící se plazmatem bez stejnosměrného magnetického pole. Z (2.47) určíme fázovou a grupovou rychlost:

$$\begin{aligned} v_f^2 &= \frac{\omega}{k} = c^2 + \frac{\omega_p^2}{k^2} > c^2 \\ v_g &= \frac{d\omega}{dk} = \frac{c^2}{v_f}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Z disperzního vztahu (2.47) plyne, že při dané EM vlně (pevné ω) se při zvyšující se hustotě plazmatu (narůstá tak i ω_{kr}) se musí k^2 zmenšovat, až dosáhne nulové hodnoty. Za oblastí s ještě vyšší hustotou se pak už vlna šířit dále nebude a bude utlumena. Kritickou hustotu lze snadno dostat z (2.47), tj. při $\omega_{kr} = \omega_p$ jako

$$n_{kr} = \varepsilon_0 m \frac{\omega^2}{e^2}. \quad (2.49)$$

Pro vyšší hustoty bude podle (2.47) k imaginární a v důsledku závislosti vlny $\exp(i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t))$ bude exponenciálně tlumena, přitom hloubka vniku bude

$$\delta = \frac{c}{(\omega_p^2 - \omega^2)^{1/2}}.$$

Existenci mezní frekvence lze dobře uplatnit při měření hustoty reflektometrickými metodami, jak bude diskutováno dále.

Dále se budeme zabývat šířením EM vln v přítomnosti magnetického pole $\vec{B}_0$. Buď nejprve $\vec{k} \perp \vec{B}_0$. Příčné vlny ještě rozdělíme na dva případy: $\vec{E}$ rovnoběžné s $\vec{B}_0$, nebo $\vec{E}$ kolmé na $\vec{B}_0$. V prvním případě dostaneme vlnovou rovnici (2.45), takže rovnou můžeme napsat i stejný disperzní vztah jako (2.47), tedy

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2. \quad (2.50)$$

Vlna s $\vec{E} \parallel \vec{B}_0$ se nazývá řádnou vlnou, protože není ovlivněna magnetickým polem. Jako mimořádná je pak označována taková vlna, pro kterou platí $\vec{E} \perp \vec{B}_0$. Disperzní vztah se v tomto případě změní. Ukazuje se, že takové vlny jsou elipticky polarizované, tedy že

$$\vec{E} = E_x \vec{x} + E_y \vec{y}. \quad (2.51)$$

Směr magnetického pole je samozřejmě ve směru osy z. Vlnová rovnice je tentokrát

$$(\omega^2 - c^2 k^2) \vec{E} + c^2 k E_x \vec{k} = -\frac{i\omega}{\varepsilon_0} \vec{j}. \quad (2.52)$$

Úpravou a rozepsáním do složek dostáváme soustavu

$$\begin{aligned} \left[\omega^2 \left(1 - \frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2} \right) - \omega_p^2 \right] E_x + i \frac{\omega_p^2 \omega_{ce}}{\omega} E_y &= 0 \\ \left[(\omega^2 - c^2 k^2) \left(1 - \frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2} \right) - \omega_p^2 \right] E_y - i \frac{\omega_p^2 \omega_{ce}}{\omega} E_x &= 0. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Položme determinant soustavy roven nule. Po několika úpravách nakonec dostáváme disperzní vztah pro mimořádnou vlnu:

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_h^2}. \quad (2.54)$$

Nakonec se zabývejme EM vlnami s $\vec{k} \parallel \vec{B}_0$. Bude-li $\vec{B}_0 \parallel \vec{z}$, lze potom psát pro vektor $\vec{E}$ (2.51). Obdobným postupem jako výše dostáváme soustavu rovnic

$$\begin{aligned} (\omega^2 - c^2 k^2 - \alpha) E_x + i \alpha \frac{\omega_c}{\omega} E_y &= 0 \\ (\omega^2 - c^2 k^2 - \alpha) E_y - i \alpha \frac{\omega_c}{\omega} E_x &= 0, \end{aligned} \quad (2.55)$$

kde pro přehlednost je

$$\alpha \equiv \frac{\omega_p^2}{1 - \frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2}}.$$

Tentokrát ale existují dvě různá řešení, která tedy odpovídají dvěma různým vlnám, které se mohou šířit rovnoběžně s $\vec{B}_0$. Tyto vlny jsou kruhově polarizované, jedna (označovaná

jako R vlna) je pravotočivě polarizovaná, druhá (L vlna) je polarizovaná levotočivě. Disperzní vztahy jsou

$$\begin{aligned} \text{Rvlna} \dots \frac{c^2 k^2}{\omega^2} &= 1 - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{1 - \frac{\omega_c}{\omega}} \\ \text{Lvlna} \dots \frac{c^2 k^2}{\omega^2} &= 1 - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{1 + \frac{\omega_c}{\omega}}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Velice podstatným jevem v disperzních prostředích je možná existence mezní frekvence a existence rezonance. Mezní frekvence v plazmatu je definována jako taková frekvence, při níž index lomu klesá na nulu (neboli vlnová délka je nekonečná). Vlna s mezní frekvencí se odráží od plazmatu a nemůže se šířit dále (tzv. cutoff). Naproti tomu rezonance je charakterizována tím, že index lomu roste do nekonečna, tzn., že vlnová délka je nulová. Je-li vlna na rezonanční frekvenci, je plazmatem její energie absorbována. Pro dosažení mezní nebo rezonanční frekvence máme v podstatě dva ekvivalentní přístupy: Buď si lze představit, že EM vlna s pevně daným ω postupně prochází oblastmi plazmatu s různou hustotou a tím i oblastmi s proměnnými charakteristickými frekvencemi (a tím může v určitých oblastech dojít k "naladění" EM vlny na rezonanční či mezní frekvenci), nebo můžeme uvažovat plazma se stejnými parametry, kterým postupně procházejí vlny s proměnným ω .

Z už určených disperzních relací můžeme podle těchto definic snadno nalézt rezonanční ($k = \infty$, dochází k rezonanci vlny) a mezní ($k = 0$, dochází k odrazu vlny) frekvence a tím např. vymezit oblast frekvencí, s kterými se mohou daném prostředí vlny šířit. Pro plazma bez vnějšího magnetického pole jsme odvodili vztah (2.47).

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2.$$

Buď $k = 0$, potom dostáváme jako mezní frekvenci EM vlny frekvenci ω_p . Má-li být ω konečné a přitom $k \rightarrow +\infty$, vidíme, že prostředí s disperzním vztahem (2.47) rezonanční frekvenci nemá. Stejně závěry lze říct rovnou o řádné vlně kolmé na vnější konstantní pole $\vec{B}_0$, protože vztahy (2.50) a (2.47) jsou si rovny. Naopak u mimořádných vln vycházíme z disperzního vztahu (2.54) a v tomto případě už nalezneme obě frekvence:

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_h^2}. \quad (2.57)$$

Bude-li $k \rightarrow +\infty$, musí být $\omega \rightarrow \omega_h$ a tedy v tomto případě k rezonanci dochází na horní hybridní frekvenci. Blíží-li se vlna s daným ω k místu rezonance, blíží se fázová i grupová rychlost k nule a energie vlny se přemění v energii oscilací plazmatu na horním hybridu. Teď položíme $k = 0$. Dostaneme tak rovnici, která se dá upravit do tvaru

$$\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^2 = \frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2}, \quad (2.58)$$

nebo-li

$$\omega^2 \mp \omega \omega_c - \omega_p^2 = 0. \quad (2.59)$$

Dostáváme tedy dvě mezní frekvence pro pravotočivou R-vlnu

$$\omega_R = \frac{1}{2}[\omega_c + (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{1/2}] \quad (2.60)$$

a pro levotočivou L-vlnu mezní frekvenci

$$\omega_L = \frac{1}{2}[-\omega_c + (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{1/2}]. \quad (2.61)$$

Při hledání mezní frekvence pro EM vlny šířící se rovnoběžně s $\vec{B}_0$ (odpovídající disperzní vztah je (2.56)) dostaneme opět rovnici (2.59). R-vlně pak odpovídá mezní frekvence (2.60), zatímco L-vlně odpovídá frekvence (2.61). K rezonanci u R-vlny nastává při $\omega = \omega_c$, jak lze odvodit z (2.56). K rezonanci tedy dochází s cyklotronním pohybem elektronů. Rovina polarizace vlny se otáčí stejným směrem jako elektrony rotují, vlna stále zrychluje v rezonanci jejich pohyb na úkor své energie a nemůže se tak dále šířit. Má-li být ω kladné, vidíme z (2.56), že L-vlna rezonanci nemá (v tomto případě, kdy $\omega \approx \omega_{ce} \geq \omega_{ci}$).

Kapitola 3

Interakce mikrovln s plazmatem a jejich použití

V předchozí kapitole jsme si ukázali, že EM vlny mohou mít rozmanité vlastnosti, závisující na prostředí, ve kterém se šíří. Může docházet k tlumení vln, disperzi, změně polarizace či k tomu, že se určitým prostředím vlna vůbec šířit nebude, nebo se naopak vybudí rezonance. Plazma s vnějším magnetickým polem $\vec{B}_0$ (tak jako doposud i nadále předpokládáme směr vektoru $\vec{B}_0$ totožný s osou z kartézských souřadnic) je prostředím jak anizotropním, tak disperzním, magnetoaktivním a silně ovlivňuje charakteristiky procházejícím vln (polarizace, amplituda, frekvence).

V této kapitole se dostaneme, po zdlouhavém ale nutném popisu vlastností EM vln, k využití těchto vlastností ve výzkumu fúze. Nejprve si přiblížíme použití EM vln jako diagnostického prostředku. Dále si ukážeme jeden konkrétní příklad, standardní mikrovlnné měření hustoty plazmatu pomocí řádné vlny šířící se kolmo k magnetickému poli. Nakonec, a vlastně ve zbytku celé bakalářské práce, se budeme zabývat použitím EM vln pro dodatečný ohřev plazmatu v tokamacích a zejména pak pro neinduktivní generaci elektrického proudu v tokamacích.

Víme, že plazmatem v tokamaku teče elektrický proud. Tento proud nejenže plazma ohřívá, ale zároveň vytváří poloidální složku magnetické pasti pro částice plazmatu. Proud v tokamaku je generován transformátorovým efektem, kde plazma tvoří jediný "závit" sekundárního vinutí transformátoru. To znamená, že tokamak v této podobě by pracoval pouze v pulzním režimu (doba, po kterou probíhá změna mag. toku transformátorem je z principu omezena), což je pochopitelně podstatná nevýhoda pro takový koncept budoucí fúzní elektrárny. Proto se věnuje velké úsilí do oblasti výzkumu jiných neinduktivních pomocných způsobů vlečení proudu plazmatem. Vedle použití vysoce energetických svazků neutrálních částic paliva se jako velice účinné ukazuje použití pomocného vlečení proudu elektromagnetickými vlnami.

Budeme se tedy zabývat hlavními myšlenkami týkajícími se neinduktivního vlečení proudu (anglicky current drive - CD) použitím EM vln, konkrétně EM vln v oboru dolnohybridních frekvencí (tedy ve zkratce LHCD - lower hybrid current drive), tj. vln šířících se podél mag. siločar. Efektivní převedení impulsu vlny (v důsledku malé fázové rychlosti vln) do elektronů v plazmatu vede ke generaci toroidálního elektrického proudu. Výzkum a zdokonalování této metody tvoří hlavní část experimentálního programu na

tokamaku CASTOR. LH vlny jsou vysílány do plazmatu prostřednictvím speciální zpomalovací antény, která se nazývá vlnovodný grill. Řada experimentů, včetně CASTORu a tzv. velkých tokamaků, už prokázala použitelnost LHCD. Metoda se stala i součástí plánů pro ITER.

3.1 Podstata absorpce energie EM vlny-Landauův útlum

Mohlo by se zdát, že EM vlny se v bezsrážkovém plazmatu nemohou tlumit. Není tomu tak vždy: v určitých případech může probíhat interakce mezi vlnou a částicemi, při které dojde k útlumu vlny. Tomuto jevu se říká Landauův útlum (Landau damping). Landauův útlum není možné odvodit hydrodynamickým modelem a je potřeba použít kinetickou teorii plynu. Bude třeba získat disperzní vztah elektronových plazmových oscilací. Pro jednoduchost a názornost budeme předpokládat $B_0 = E_0 = 0$. Rozdělovací funkce částic bude

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = f_0(\vec{v}) + f_1(\vec{r}, \vec{v}, t), \quad (3.1)$$

kde f_1 označuje poruchu v prvním přiblížení homogenního plazmatu popsaného rozdělovací funkcí f_0 . Odvození zde nebudeme dále provádět, jen si nastíníme, že se vychází z Vlasovovy rovnice

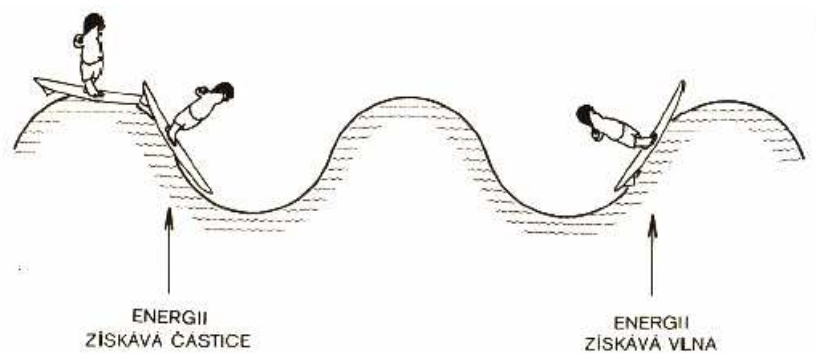
$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f_1 - \frac{e}{m} \vec{E}_1 \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0. \quad (3.2)$$

Použitím teorie komplexního integrálu se dospěje ke vztahu

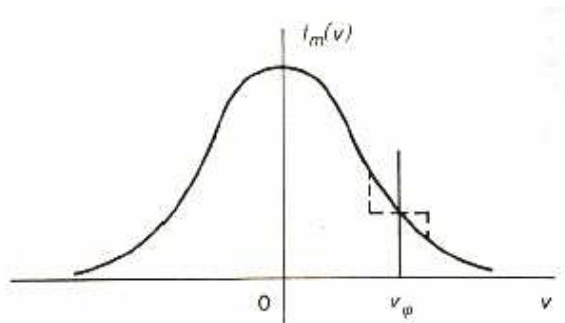
$$\omega = \omega_p \left(1 + i \frac{\pi \omega_p^2}{2 k^2} \left[\frac{\partial \hat{f}_0}{\partial v} \right]_{v=v_\phi} \right), \quad (3.3)$$

kde symbol $\hat{f}_0$ označuje jednorozměrnou rychlostní rozdělovací funkci, již integrovanou přes zbývající dvě proměnné. Imaginární část předchozího výrazu bude pro Maxwellovské $\hat{f}_0$ záporná, což znamená, že dochází k útlumu plazmových vln (bezsrážkovému) - Landauově útlumu. Ten je spojen s těmi částicemi rozdělení, jejichž rychlost se přibližně rovná fázové rychlosti (hovoříme o tzv. rezonančních částicích). Tyto částice postupují společně s vlnou a tak nepozorují rychlé změny elektrického pole a tak si mohou s vlnou účinně vyměňovat energii. Známý je analog surfigy na mořských vlnách (obr.3.1). Má-li surfigista o něco menší rychlost než vlna, je vlnou zachycen a postrkován dopředu. Získává tak energii, o kterou tedy musí vlna přijít. Naopak o něco rychlejší jezdeck bude svoji rychlost ztrácet na úkor vlny. Budu-li mít nastavenou fázovou rychlost EM vlny tak, že bude odpovídat rychlostem částic¹ plazmatu z pravé poloviny rychlostního rozdělení, bude v plazmatu více pomalejších částic než rychlejších vzhledem k onomu v_ϕ , proto bude také více částic přijímat energii vlny a ta tedy bude tlumená. Dojde k lokální deformaci rychlostního rozdělovací funkce, určité částice budou urychleny a tím mohou zapříčinit nárůst proudu plazmatem. Připomeňme, že integrál z rozdělovací funkce se nezmění, proto tento jev nelze popsat v MHD přístupu. Na (obr.3.2) je ukázka výše popsané situace, čárkovaná čára odpovídá situaci po utlumení vlny Landauovým útlumem.

¹ Částice se musí pohybovat ve stejném směru, jako je vektor elektrického pole vlny, tedy pokud bude pohyb částice podél magnetického pole v tokamaku, je nezbytné uvažovat vlny se složkou pole $\vec{E}$ podél $\vec{B}$.



Obrázek 3.1: Obvyklé fyzikální znázornění Landauova útlumu, převzato z [1].



Obrázek 3.2: Deformace Maxwellovského rozdělení v oblasti $v \cong v_\phi$ způsobená Landauovým útlumem. Převzato z [1].

3.2 Mikrovlnná diagnostika

Základní parametry plazmatu jsou jeho elektronová hustota, teplota a srážková frekvence. Všechny tyto parametry mohou být dobře měřeny pomocí mikrovln. Bezkontaktnost těchto metod umožňuje měřit i horké plazma s vysokými teplotami ≈ 10 keV. Sondující mikrovlny musí mít malou amplitudu, aby bylo zaručeno, že samy ovlivňovat měřené plazma nebudou.

Srážková frekvence ν a teplota T_e plazmatu může být určena z útlumu vln, který se projeví při jejich průchodu měřenou oblastí ve směru magnetického pole. V předchozí kapitole jsme si totiž ukázali, že útlum vln je plně určen koeficientem κ , tj. imaginární složkou komplexního indexu lomu, která na srážkové frekvenci ν a teplotě podstatným způsobem závisí. Hustotu plazmatu lze určit buď z Faradayova jevu, tj. z úhlu stočení roviny polarizace lineárně polarizované EM vlny šířící se měřeným plazmatem ve směru vnějšího mag. pole, nebo ze změny fázového posunu $\Delta\varphi$ řádné vlny šířící se plazmatem kolmo ke směru vnějšího mag. pole. Tento fázový posun sondující vlny se určí interferometrickou metodou srovnáním její fáze s fází vlny referenční (tj. vlny existencí plazmatu nijak neovlivněné). A právě mikrovlnná interferometrie měření hustoty elektronů v plazmatu řádnou vlnou patří k základnímu diagnostickému vybavení každého experimentu s vysokoteplotním plazmatem. Důvod je prostý: v případě, kdy lze zanedbat teplotní a srážkové efekty fáze sondující vlny, nezávisí v tomto případě změna fáze na velikosti magnetického pole (jak

je tomu v případě Faradayova efektu), ale je pouze funkcí elektronové hustoty. Obecně lze totiž fázi φ a útlum A vlny po projití dráhy r , uvažujeme-li nekonečné homogenní plazma, vyjádřit ve tvaru

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{\omega}{c}nr \\ A &= -8,68\frac{\omega}{c}\kappa r,\end{aligned}$$

kde n je index lomu a κ koeficient útlumu. Pro určení hustoty, srážkové frekvence i teploty tedy musíme ještě znát závislost komplexního indexu lomu $\tilde{n} = n + i\kappa$ na n , ν , T_e : $\tilde{n} = \tilde{n}(n, T_e, \nu)$. Tuto závislost vyjadřuje disperzní vztah, jak jsme ukázali v kapitole 2.6. Viděli jsme, že jeho konkrétní podoba je určena tenzorem $\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$. Při uvažování prostorové disperze, tepelného pohybu i vlivu srážek má tento tenzor velice složitou podobu (viz [11]) a jeho členy bychom stěží vypsalí na jednu stránku. Naštěstí však (a to i pro poměrně vysoké teploty plazmatu) lze tepelné efekty stále ještě zanedbat a tudíž použít přiblížení tenzoru slabé prostorové disperze. V případě bezsrážkového a studeného plazmatu pak platí:

$$\varepsilon_{ij}(\omega) = \varepsilon_o \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= \varepsilon_{22} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2/\omega^2}{1 - \omega_{ce}^2/\omega^2} \\ \varepsilon_{33} &= 1 - \omega_{pe}^2/\omega^2 \\ g &= \frac{(\omega_{pe}^2/\omega^2)(\omega_{ce}/\omega)}{1 - \omega_{ce}^2/\omega^2}.\end{aligned}$$

Každý člen tenzoru komplexní permitivity se v obecném případě skládá ze dvou částí, hermitovské a anti-hermitovské části [11]. Uvážení tepelného pohybu částic by se projevilo nenulovostí anti-hermitovské složky tenzoru ε_{ij} ². Řešení disperzního vztahu nás pak přivede k existenci dvou možných vln, vlny řádné a mimořádné. Zápis disperzní závislosti se provádí ve tvaru $n_{\perp}^2 = f(n_{\parallel})$, kde $n^2 = n_{\perp}^2 + n_{\parallel}^2$, protože podélná složka indexu lomu je obvykle zadávána vnější anténou, která emituje vlny a vstupuje tak do disperzní závislosti jako parametr.

3.3 Interferometrické měření hustoty plazmatu řádnou vlnou šířící se kolmo na magnetické pole

EM vlny šířící se kolmo na magnetické pole mohou být vedle určení elektronové hustoty využity i na měření srážkové frekvence. Nemohou být ale použity na měření teploty,

²Odvozuje-li se tenzor ε_{ij} v MHD přiblížení z Maxwellových rovnic a pohybové rovnice, vznik anti-hermitovské složky se ani při respektování tepelného pohybu neobjeví. K tomu je potřeba řešit problém kinetickou teorií.

protože v horkém plazmatu nejsou vůbec tlumeny. Na měření hustoty se používá řádná vlna ($\vec{E} \parallel \vec{B}_0$), protože si po průchodu plazmatem zachovává lineární polarizaci a její index lomu závisí pouze na hustotě a srážkové frekvenci (naopak vlna mimořádná by se elipticky polarizovala a její index lomu by závisel i na magnetickém poli). Cutoff ($k = 0$) řádné vlny nastává v případě, kdy se frekvence sondující vlny ω rovná plazmatické frekvenci ω_{pe} . Taková frekvence vlny se nazývá *kritická frekvence* f_{cr} ³ a je spojena s hustotou plazmatu n vztahem

$$\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{cr}^2} = 1,$$

tedy

$$f_{cr} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{e^2 n}{m \varepsilon_0}\right)}. \quad (3.5)$$

Tato vlastnost umožňuje změnou frekvence sondující vlny najít takovou frekvenci, kdy vlna přestane plazmatem procházet. Tím lze zjistit maximální elektronovou hustotu. Toto měření nám ale samozřejmě neřekne nic o tom, v jakém místě plazmatu je tato hustota a neřekne nic o profilu hustoty v celém plazmatu. Podobným měřicím zařízením je také mikrovlnný reflektometr. Fáze vlny odražené od plazmatu je velmi citlivá na fluktuace plazmatu v místě odrazu a právě této citlivosti se využívá v této metodě. Pomocí změny fáze se určují lokální fluktuace hustoty [14].

Popíšeme si teď podrobněji metodu změření elektronové hustoty ohraničeného plazmatu. Tato metoda se používá v podstatě na každém tokamaku k určení střední hustoty plazmatu. Představa homogenního plazmatu je pouze idealizace, protože každé prostorově ohraničené plazma musí být, přinejmenším na okrajích, nehomogenní. Potom nám tato metoda umožní určit pouze střední hodnotu hustoty

$$\bar{n} = \frac{1}{L} \int_0^L n \, dl, \quad (3.6)$$

kde L je rozměr plazmatu ve směru šíření vlny. Tak naměříme střední hodnotu, tzn. že nebudeme vědět nic o maximální hustotě plazmatu. Ta se dá ale určit nalezením cutoffu vlny (viz výše). Od sondující vlny se před plazmatem oddělí referenční svazek. Po interakci sondující vlny s plazmatem se její fázový posun měří interferometrem za pomoci referenčního svazku. Tento fázový posuv je s parametry plazmatu spojen výrazem

$$\Delta\varphi = \varphi_o - \varphi = 2\pi \frac{L}{\lambda} (1 - N). \quad (3.7)$$

Zde λ je vakuová vlnová délka vlny, N označuje index lomu. Pro ten v tomto případě platí

$$N^2 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}.$$

Frekvence vlny je pevně dána a vztahem

$$\omega^2 = \frac{n_{cr} e^2}{m \varepsilon_0}$$

³je zřejmé, že $\omega = 2\pi f$

nám pevně určuje maximální hustotu n_{cr} (tzv. kritickou), kterou budeme schopni při této frekvenci naměřit. Při této hustotě bude totiž index lomu roven nule a nastane cutoff. Vztah pro index lomu tedy upravíme na

$$N = \sqrt{1 - \frac{n}{n_{cr}}} \doteq 1 - \frac{1}{2} \frac{n}{n_{cr}},$$

kde předpokládáme, že hustota n je alespoň pětkrát menší než n_{cr} . Dosazením do (3.7) dostaneme přímý vztah mezi fázovým posunem a měřenou hustotou n . V případě nehomogenního plazmatu samozřejmě dostaneme pouze střední hustotu danou výrazem (3.6) (lineárně ustředěnou podél dráhy sondující vlny)

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{L}{\lambda} \frac{1}{2} \frac{\bar{n}}{n_{cr}}. \quad (3.8)$$

Ve většině praktických případů se však setkáváme s plazmatem nehomogenním. Poté je potřeba použít metody, pomocí kterých lze určit i celé rozložení hustoty. Řada těchto metod je popsána v [11].

3.4 Ohřev plazmatu EM vlnami

VF ohřev se úspěšně používá na většině tokamaků. Nízké přenosové ztráty umožňují přenášet energii ze vzdáleného generátoru přes anténu do komory, kde je energie vyzařována do plazmatu. I když nabitě částice plazmatu mohou s šířící se vlnou vzájemně interagovat, disipace energie vlny je obvykle velmi malá, protože frekvence vln je mnohem větší než srážková frekvence částic. Výjimku pak tvoří případ rezonance vlny, který bude dále diskutován.

V typickém plazmatu s hodnotou mag. pole používaného pro výzkum fúze je šíření VF vln dobře popsáno disperzní relací studeného plazmatu. Počáteční podmínky pro šíření jsou určeny tvarem antény a konečným rozměrem plazmatu, ohraničeným okolní stěnou. Anténou je zejména (pro danou frekvenci ω určenou generátorem) fixně určena hodnota složky vlnového vektoru $k_{\parallel}$ plazmatem se šířící vlny (neboli podélná složka indexu lomu $n_{\parallel}$), hodnotou hustoty plazmatu a magnetického pole je pak určena zbývající příčná složka indexu lomu $n_{\perp} \equiv ck_{\perp}/\omega$ vlny šířící se plazmatem. Zvláštní význam mají situace, kdy příčná složka indexu lomu nabývá nulové (cutoff $n_{\perp} = 0$) a nekonečné (rezonance $n_{\perp} \rightarrow \infty$) hodnoty. Připomeňme, že cutoff označuje místo v plazmatu, za které se již vlna šířit nemůže, a rezonance označuje jev, při kterém fázová rychlost vlny jde k nule. Při rezonanci je fázová rychlost vlny menší než tepelná rychlost částic v plazmatu a tím se stává popis disperzním vztahem studeného plazmatu dále nevhodným, protože je třeba zahrnout tepelné efekty. Poklesem λ_{vlna} se totiž poruší malost poměru r_L/λ_{vlna} , což pak vede k tomu, že se objeví nové vlny (plazmatické vlny), které ale nebyly řešením disperzní relace studeného plazmatu. Lze předpokládat silný útlum těchto vln.

Útlumu vln lze porozumět kinetickým pohledem na věc. Pokud se nabitě částice pohybují stejným směrem a víceméně stejnou rychlostí jako fázová rychlost vlny, elektrické pole vlny se v soustavě spojené s pohybující se částicí jeví jako konstantní a částice jsou jím urychlovány, nebo zpomalovány, v závislosti na jejich poloze vzhledem k vlně. Pokud

je více těch, které jsou vlnou urychlovány, dostáváme určitou energii předanou vlnou do rezonanční částice. Vlna je tlumena a průměrná rychlost částic narůstá. Při Maxwellově rozdělení rychlostí se stává útlum vlny významným pro vlny s fázovou rychlostí 1-3krát násobku tepelné rychlosti. Protože srážky jen nepatrně obnovují tvar rozdělení, absorpční proces vede k lokálním výchyilkám zastoupení částic v rychlostním prostoru. To se sice ukazuje býti nevýhodou pro ohřev plazmatu, naopak se ale možnost urychlování částic stává efektivním mechanismem pro vlečení elektrického proudu v plazmatu (hovoří se o neinduktivní generaci elektrického proudu, o předávání impulsu vlnou).

S přidáním vnějšího magnetického pole se situace mírně komplikuje. Rezonance vlna-částice je možná, pokud má vlna složku elektrického pole podél magnetického pole a její složky fázové rychlosti $\omega/v_{\parallel}$ a pokud složka rychlosti částice $v_{\parallel}$ splňuje požadavek $v_{\parallel} - \omega/k_{\parallel} \approx 0$. Podmínka je ekvivalentní podmínce pro Landauův útlum vlny. Když je vlna kruhově polarizovaná, může se tato podmínka spojit s rotačním pohybem částice. Rezonanční interakce vyžaduje $v_{\parallel} - \omega/k_{\parallel} - l\omega_c/k_{\parallel} \approx 0$, kde l je číslo násobku frekvence vlny (tzv. harmonická frekvence). Tento jev je zván Landauův cyklotronní útlum. Rezonanční podmínka říká, že předání energie mezi vlnou a částicí je možné nejen když frekvence vlny odpovídají gyrofrekvencím částice, ale i když je tato frekvence rovna vyšší harmonické l . Pokud $l \neq 1$, musí existovat gradient pole vlny kolmý na magnetické pole. Uvažujme např. ohřev na druhé harmonické, tj. $l = 2$. Poté, co se částice otočí o polovinu orbity, vektor pole vlny už dokončí celou periodu. Když má ale nyní vektor elektrického pole počáteční směr, je vektor rychlosti částice v opačném směru a částice je tak zpomalována v průběhu dokončení své první gyrace. V průměru se nezíská žádná energie. Nicméně, když má elektrické pole vlny proměnnou amplitudu v rovině rotačního pohybu částice, tj. když má el. pole gradient, je zisk energie možný.

3.5 Ohřev na dolnohybridní (LH) rezonanci

Pomalé vlny jsou vyzařovány do plazmatu vlnovodem. V plazmatu se šíří pod malým úhlem vzhledem k magnetickým siločarám, z čehož plyne, že vlny oběhnou několikrát kolem torusu, než dosáhnou centra plazmatu. Často se stává mnohem podstatnějším Landauův útlum během této cesty, než útlum na iontech v blízkosti LH rezonance. Obor hodnot LH frekvencí je dán vztahem⁴

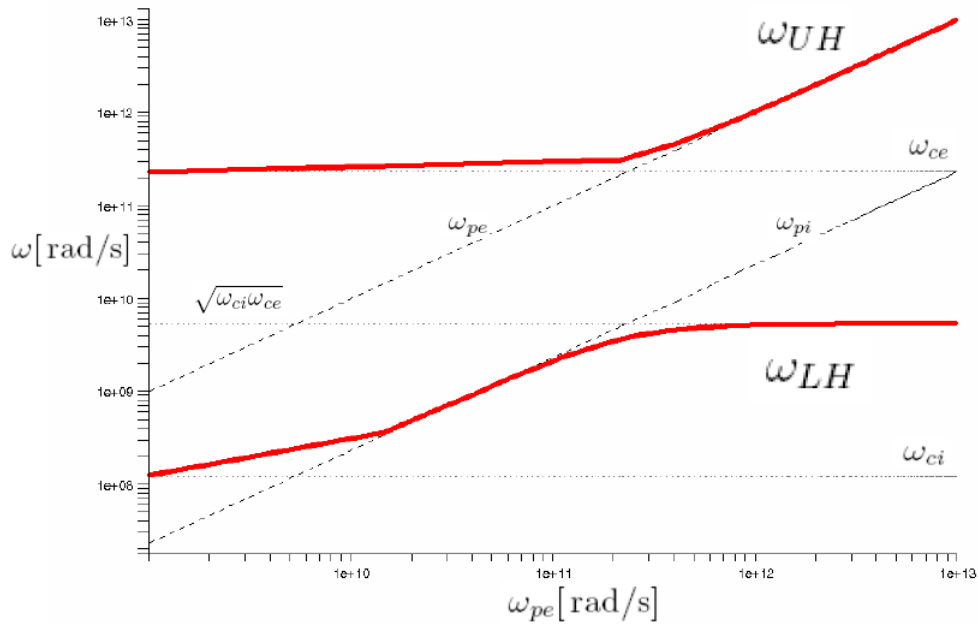
$$\omega_{ci} \ll \omega_{LH} \ll \omega_{ce}. \quad (3.9)$$

Úhlovou frekvenci LHR jsme určili v kapitole 2.6 vztahem (2.42), čili

$$\omega_{LH}^2 = \frac{\omega_{ce}^2 \omega_{ci}^2 + \omega_{pi}^2 \omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2}. \quad (3.10)$$

Na obr.3.3 je znázorněn průběh jak dolní hybridní frekvence, tak horní hybridní frekvence v závislosti na hustotě plazmatu (respektive v závislosti na ω_{pe}). Neexistuje-li oblast LHR, či není-li tato oblast pro šířící se vlnu dostupná (to závisí na $k_{\parallel}$, tzv. podmínka

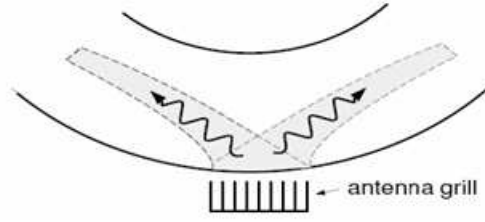
⁴myšleno pro dostatečné velikosti ω_{pe} , neboli pro hustoty běžné v tokamacích, jinak totiž platí, že $\lim_{n \rightarrow 0} \omega_{LH}(n, B) = \omega_{ci}$. Z obr.3.3 dále plyne, že $\lim_{n \rightarrow \infty} \omega_{LH}(n, B) = \sqrt{\omega_{ci} \omega_{ce}}$



Obrázek 3.3: Závislost frekvencí hybridních rezonancí na hustotě plazmatu. Cyklotronové frekvence jsou vypočteny pro magnetické pole $B = 1,3$ T, tj. pro mag. pole v centru tokamaku CASTOR

dostupnosti [12]), může do plazmatu vyzařovaná pomalá vlna uvnitř plazmatu přecházet ve vlnu rychlou, která se šíří zpět k okraji plazmatu. Může se tedy stát, že výkon vlny bude transportován zpět a pohlcován s nízkou účinností na periférii. Pro typické plazma v CASTORu to znamená, že chceme-li umožnit vlně průnik až do středu tokamaku, musí být v tomto konkrétním případě vakuové vlnové délky generátoru 24 cm, paralelní vlnová délka (zadaná anténou) musí být kratší než 20 cm. Pro pomalé vlny, které mají tuto podmínku splňovat, podíl složky kolmé a podélné grupové rychlosti závisí na hustotě, tudíž energie vlny prochází do plazmatu podél dobře určené dráhy převážně v toroidálním směru. S přibližováním se k rezonanční frekvenci stále klesá úhel mezi vlnou a magnetickým polem. Toto chování vlny je znázorněno schématicky na obr.3.4.

I když ještě nemusela vlna dosáhnout rezonance, její složka vektoru elektrického pole paralelní s toroidálním magnetickým polem způsobí Landauův útlum na rezonančních elektronech. Používaná anténa (vlnododný grill) se skládá z řady vzájemně fázovaných otevřených obdélníkových vlnodů sestavených tak, aby elektrické pole bylo rovnoběžné s magnetickým polem v plazmatu. Tvar čela antény se co nejvíce podobá tvaru okraje plazmatu proto, aby bylo možno přiblížit anténu co nejvíce k okraji plazmatu. Vytváření "dlouhého konce" rychlostní distribuční funkce elektronů vedlo k myšlence použití LH vln na LHCD. Blíže se tímto principem budeme zabývat později, protože experimentálně bylo dosaženo úspěchů ve vlečení proudu touto metodou, obzvláště při malých hustotách a velkých magnetických polích.



Obrázek 3.4: Šíření vlny při LH ohřevu

3.6 Šíření vln z oblasti LH frekvencí nehomogenním plazmatem

Poté, co jsme si ukázali, jakým mechanismem může dojít k účinnému předání energie vlny částicím tak, že ty budou urychleny v určitém směru, je na místě si ukázat, jak se budou plazmatem šířit EM vlny v oblasti frekvencí LH, polarizované podél B_0 v přiblížení bezsrážkového studeného plazmatu.

S odvoláním na [12] si zavedeme disperzní relaci ve tvaru polynomu 4. řádu pro index lomu prostředí n :

$$An^4 - Bn^2 + C = 0, \quad (3.11)$$

kde pro koeficienty A, B, C platí (tzv. Stixova notace)

$$\begin{aligned} A &= S \sin^2 \vartheta + P \cos^2 \vartheta \\ B &= RL \sin^2 \vartheta + PS (1 + \cos^2 \vartheta) \\ C &= PRL. \end{aligned} \quad (3.12)$$

V předchozím jest úhel ϑ úhel mezi vlnovým vektorem $\vec{k}$ a magnetickým polem $\vec{B}$. Konečně pro R, L, P, S platí

$$\begin{aligned} R &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - \omega_{ce})} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega + \omega_{ci})} \\ L &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + \omega_{ce})} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega - \omega_{ci})} \\ P &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}{\omega^2} \\ S &= \frac{1}{2}(R + L) \\ D &= \frac{1}{2}(R - L). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Jako obvykle je ω úhlová frekvence vlny, $\omega_{pe,i}$ a $\omega_{ce,i}$ plazmová a cyklotronová frekvence elektronů a iontů. Bude-li, tak jako v předchozích případech, směr magnetického pole

ve směru osy z a dále směr vektoru $\vec{k}$ kolmý na osu y , je možné zapsat prvky tenzoru permitivity plazmatu použitím výše uvedené notace ve tvaru:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Vyřešením rovnice (3.11) dostaneme v podstatě závislost indexu lomu plazmatu na parametrech plazmatu (v podobě závislosti na ω_p), magnetickém poli (resp. ω_c) a na směru šíření (úhel ϑ). Vektor indexu lomu $\vec{n} = \vec{k}c/\omega$ bude užitečné rozložit na složku ve směru magnetického pole $n_{\parallel}$ a na složku kolmou $n_{\perp}$. Rovnici (3.11) se pokusíme vyjádřit ve tvaru $n_{\perp}^2 = f(n_{\parallel})$, protože podélná složka indexu lomu $n_{\parallel}$ je obvykle zadávána vnějším anténním systémem buzení vlny a vystupuje tedy v rovnici pouze jako parametr. Využijeme definice úhlu ϑ ve Stixově notaci, platí totiž, že

$$n_{\parallel} = n \cos \vartheta \quad n_{\perp} = n \sin \vartheta \quad n^2 = n_{\parallel}^2 + n_{\perp}^2. \quad (3.15)$$

Dosadíme koeficienty (3.12) do (3.11) a postupně upravujeme za pomoci (3.15):

$$\begin{aligned} 0 &= An^4 - Bn^2 + C \\ &= S \sin^2(\vartheta)n^4 + P \cos^2(\vartheta)n^4 - RL \sin^2(\vartheta)n^2 - PSn^2 - PS \cos^2(\vartheta)n^2 + PRL \\ &= Sn_{\perp}^2n^2 + Pn_{\parallel}^2n^2 - RLn_{\perp}^2 - PSn_{\parallel}^2 - PSn_{\perp}^2 - PSn_{\parallel}^2 + PRL \\ &= Sn_{\perp}^2(n_{\parallel}^2 + n_{\perp}^2) + Pn_{\parallel}^2(n_{\parallel}^2 + n_{\perp}^2) - RLn_{\perp}^2 - 2PSn_{\parallel}^2 - PSn_{\perp}^2 + PRL \\ &= n_{\perp}^4S + n_{\perp}^2(n_{\parallel}^2[P + S] - RL - PS) + P(n_{\parallel}^4 - 2Sn_{\parallel}^2 + RL). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Odtud dostáváme obecnou rovnici pro $n_{\perp}$ ve studeném plazmatu:

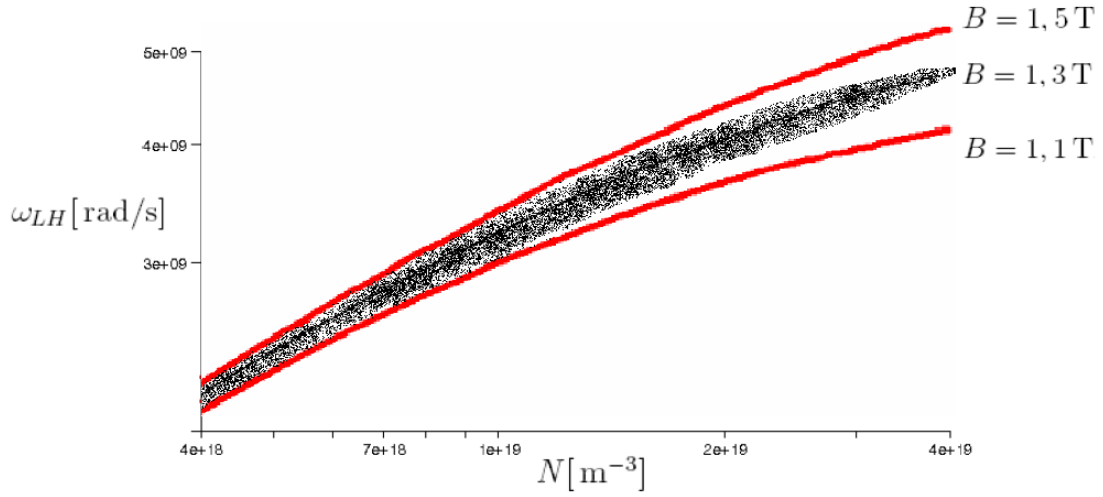
$$\begin{aligned} n_{\perp}^2 &= \frac{1}{2S} \left[-[n_{\parallel}^2(P + S) - RL - PS]^2 \pm \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{[n_{\parallel}^2(P + S) - RL - PS]^2 - 4PS(n_{\parallel}^4 - 2Sn_{\parallel}^2 + RL)} \right]. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Vlna s kladným znaménkem před odmocninou se nazývá mimořádná (nebo pomalá), vlna se znaménkem - je pak nazývána vlna řádná (rychlá). Z hlediska ohřevu na dolním hybridu je důležité budít v plazmatu vlnu mimořádnou, protože ta má při frekvenci ω_{LH} rezonanci. Podmínka rezonance, čili situace kdy $n_{\perp} \rightarrow \infty$, je dána (podle (3.17)) vztahem

$$S = 0. \quad (3.18)$$

Rezonanci odpovídá v oblasti frekvencí $\omega_{ci} \ll \omega_{LH} \ll \omega_{ce}$ právě LH frekvence (2.42). V oblasti ω_{pe} , která nás bude zajímat (oblast odpovídající hustotám plazmatu v tokamaku CASTOR, čili $n[\text{m}^{-3}] \subset (4 \cdot 10^{18}; 4 \cdot 10^{19})$) lze vztah pro ω_{LH}^2 zjednodušit na tvar (pro vodík)

$$\omega_{LH} = \sqrt{\frac{\omega_{ce}\omega_{ci}}{\omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2}}\omega_{pe}^2 = 2\pi 10^6 \sqrt{\frac{4,265 \cdot 10^5 B^2}{1,117 \cdot 10^{19} B^2 + N}} N \quad [\text{Hz}, \text{T}, \text{m}^{-3}]. \quad (3.19)$$



Obrázek 3.5: Velikost frekvence LHR v zařízení CASTOR pro dané magnetické pole $B = 1,3 \text{ T}$ a parabolické rozložení hustoty s maximem $n = 4 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$ na ose zařízení. Hodnoty 1,1 a 1,5 značí velikost mag. pole na vnějším a vnitřním okraji plazmatu na tomto zařízení ($R = 0,4 \text{ m}$, $a = 0,085 \text{ m}$).

Velikost LH frekvence v konkrétní situaci, pro pracovní rozsah tokamaku CASTOR, je na obr.3.5. Černě vytečkovaná oblast označuje skutečný rozsah, protože profil hustoty je zhruba parabolický, zejména je zřejmé, že oblast nejvyšší hustoty, tj. $n = 4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ je ve středu tokamaku, čili v oblasti s mag. polem 1,3 T. V obrázku je vyznačen vliv změny magnetického pole B po průřezu komory (na vnitřní straně $B = 1,5 \text{ T}$, na vnější $B = 1,1 \text{ T}$) a vliv rozložení hustoty plazmatu (s maximem na ose torusu s hodnotou $N(0) = 4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$) na velikosti ω_{LH} .

Nyní se podíváme na způsob, jak se EM vlna vycházející z mnohaspojného vlnovodného grilu(MVG) naváže do plazmatu. Nejprve zopakujme důležité veličiny, s kterými budeme pracovat. Veličiny

$$\vec{v}_g = \frac{d\omega}{dk} \quad v_f = \frac{\omega}{k} \quad k = \frac{\omega}{v_f} \quad (3.20)$$

jsou po řadě grupová rychlost, fázová rychlost vlny a vlnové číslo. Důležité je to, že $\vec{v}_g$ je vektor, čili že lze psát

$$\vec{v}_g = \vec{e}_{\parallel} v_g^{\parallel} + \vec{e}_{\perp} v_g^{\perp}, \quad (3.21)$$

kde $\vec{e}_{\parallel}$ a $\vec{e}_{\perp}$ jsou jednotkové vektory podél a kolmo na mag. pole v tokamaku. Fázová rychlost v_f se naopak nechová jako nějaký vektor, respektive, veličiny $v_f^{\parallel}, v_f^{\perp}$ nejsou složky nějakého vektoru o velikosti ω/k . Naproti tomu lze jako na vektor pohlížet na tzv. vlnový vektor, charakterizující směr šíření:

$$\vec{k} = \vec{e}_{\parallel} k_{\parallel} + \vec{e}_{\perp} k_{\perp} = \vec{e}_{\parallel} \frac{\omega}{v_f^{\parallel}} + \vec{e}_{\perp} \frac{\omega}{v_f^{\perp}}, \quad (3.22)$$

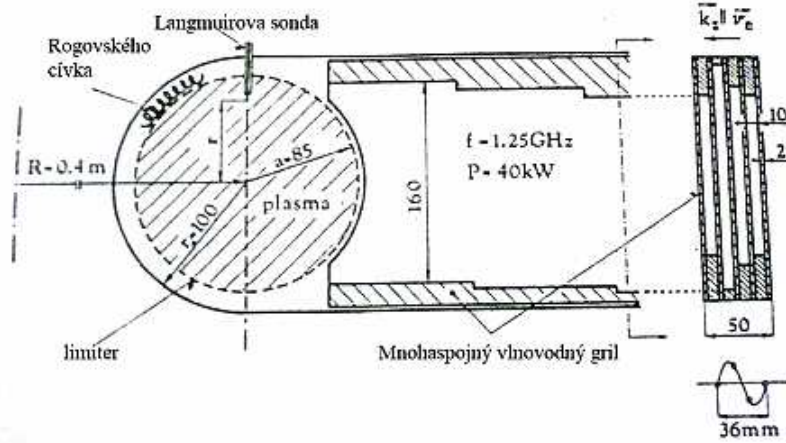
nebo-li lze také psát, že

$$k^2 = k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2. \quad (3.23)$$

Index lomu $\vec{N}$ je poté také vektor, přičemž platí

$$\vec{N} = \frac{c}{\omega} \vec{k} \quad N^2 = N_{\parallel}^2 + N_{\perp}^2. \quad (3.24)$$

Nyní si ujasníme smysl konstrukce mnohaspojného vlnovodu. Jedná se v podstatě o systém několika vlnodů s konstrukčně pevně daným fázovým posunem mezi dvěma sousedními vlnovody. Ústí antény pak připomíná jakýsi gril, rošt. Na obr.3.6 je schéma

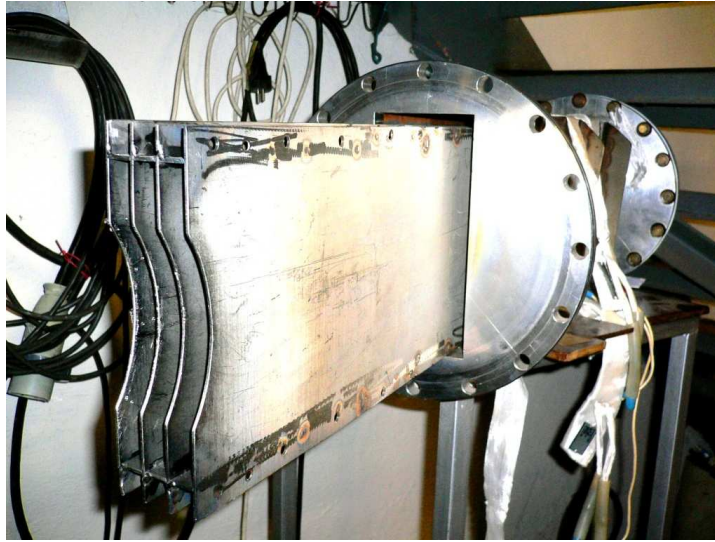


Obrázek 3.6: Průřez tokamakem CASTOR se 4-vlnovodným mnohaspojným grilem

ukazující průřez plazmatem tokamaku CASTOR spolu s 4-vlnovodným mnohaspojným grilem. (vlnovody o rozměrech 10×160 mm, frekvence 1,25 GHz, výkon až 40 kW, vlnovody s pevným fázovým posunem 120° mezi sousedními vlnovody). Na CASTORu se také používaly 7-vlnovodné grily (o průřezu 5×160 mm, fázový posun 90°) a 3-vlnovodné grily (o průřezu 14×160 mm, fázový posun 120°). Názorná ukázka 3-vlnovodného grilu je na obr.3.7. Orientace vlnovodů musí být taková, aby elektrické pole vlny bylo orientováno podél udržovacího magnetického pole. Vyzařovaný výkon se pak šíří podél magnetického pole, tj. ve směru pohybu elektronů nesoucích elektrický proud. EM vlny vycházející z jednotlivých vlnovodů za ústím vytvářejí totiž vlnu s nenulovou fázovou rychlostí ve směru podél mag. pole $v_f^{\parallel}$ menší než c . To lze nahlédnout z nákresu na obr.3.8. Fáze vlny vycházející z vlnovodu se šíří kolmo na směr šíření energie, jedná se o elektrostatickou zpětnou vlnu a to vlnu pomalou. Zároveň lze dokázat z teorie šíření LH vln, že trajektorie paprsků $\vec{v}_g$ jsou plochy konstantní fáze (poněvadž $\vec{k}$ je na tyto plochy kolmé). Vlna šířící se od antény MVG má tedy určitou fázovou rychlost jak ve směru podél, tak ve směru kolmém na mag. pole (kolmá složka je určena hustotou plazmatu, podélná je konstantní a je určena konstrukcí MVG). Vlna se šíří do plazmatu, tj. do prostředí, ve kterém postupně stoupá hustota. Přitom se zmenšuje velikost $v_f^{\perp}$ (v případě CASTORu rezonance nenastane, protože použitá frekvence je vyšší než $\sqrt{\omega_{ci}\omega_{ce}}$). Z teorie vyplývá, že podíl složek fázové rychlosti je roven přibližně

$$\left| \frac{v_f^{\perp}}{v_f^{\parallel}} \right| \doteq \sqrt{\frac{n_{crit}}{n_e}}. \quad (3.25)$$

Protože $v_f^{\parallel}$ je pevně zadáno, s rostoucí hustotou se mění jen druhá složka a tím i úhel trajektorie a tedy i paprsku $\vec{k}$. Tím se ale také mění směr paprsku grupové rychlosti



Obrázek 3.7: Ukázka 3-vlnovodného grilu s fázovým posuvem 120° používaného na tokamaku CASTOR

(poměr podélné a příčné složky grupové rychlosti závisí pouze na hustotě v daném místě, resp. na poměru kritické hustoty a hustoty v daném místě). Podstatné je, že nezávisí na $N_{\parallel}$, které je zadáno anténou. Protože hustota směrem dovnitř tokamaku stoupá, paprsek se sklání k mag. siločarám (obr.3.4) stejně pro všechna $N_{\parallel}$. Výsledkem je jakýsi kužel z paprsků, nebo-li, téměř zmizí závislost na tom, z jakého místa (myšleno v toroidálním směru) paprsek vyšel. Jevu koncentrace všech paprsků $\vec{v}_g$ do radiálně úzké vrstvy se pak říká LH konus.

3.7 Efektivita LHCD

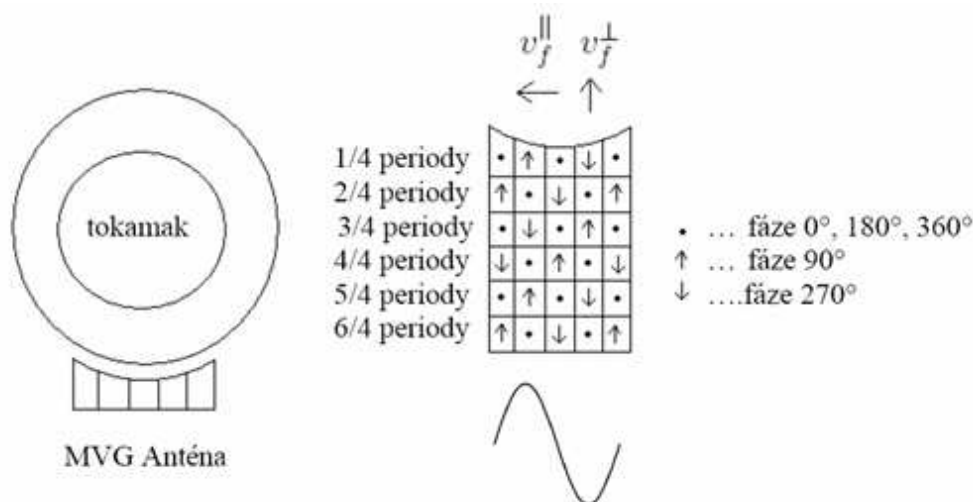
Jak už bylo ukázáno, vlna může interagovat s částicemi prostřednictvím Landauova útlumu, kdy částice jsou urychleny ve směru podél magnetických siločar (vlna předává svůj impuls), nebo jako cyklotronova rezonance, kdy je energie dodávána hlavně do kolmé složky (ohřev). Pro CD (v tomto případě se jedná o elektrony) se jako vhodné ukázaly obě dvě možnosti. I v případě cyklotronové rezonance však musí být rovněž buzena vlna s $k_{\parallel} \neq 0$. Veličina obvykle používaná k určení efektivity CD je *hustota proudu na jednotku absorbované hustoty energie*. Uvažme první elektron posunutý v paralelním směru. Pak změna paralelní rychlosti $\delta v_{\parallel}$ zapříčiní proud

$$j = q\delta v_{\parallel}, \quad (3.26)$$

kde j [A/m²] je hustota proudu, zatímco změna energie je

$$\delta E = m v_{\parallel} \delta v_{\parallel}. \quad (3.27)$$

Jestliže ν je srážková frekvence pro elektrony, pak proud nesený elektronem zanikne za dobu $1/\nu$ (za tuto dobu ztratí srážkami elektron vešterou rychlost v původním směru).



Obrázek 3.8: Nákres k pochopení existence složky podélné fázové rychlosti před ústím MVG

K udržení stálého proudu tedy musí být každému elektronu dodáván opakovaně znovu celý jeho impuls a to v časových intervalech $1/\nu$, takže tedy výkon nutný na jeden elektron je

$$P = mv_{\parallel} \delta v_{\parallel} \nu. \quad (3.28)$$

Dospěli jsme tedy k základnímu odhadu efektivity LHCD:

$$\frac{j}{P_d} = \frac{q}{mv_{\parallel} \nu} \quad (3.29)$$

kde j je proudová hustota a P_d je objemová hustota výkonu potřebného pro generaci proudu. Uvažme, že ν je úměrné $1/v^3$. Z (3.29) můžeme odvodit dva režimy CD. Za prvé, jestliže $v_{\parallel}$ je malé (menší než tepelná rychlost), pak závislost ν na rychlosti je většinou určena jen kolmou složkou rychlosti a tedy platí

$$\frac{j}{P_d} \approx \frac{1}{v_{\parallel}}.$$

Na druhou stranu, jestliže $v_{\parallel}$ je velké, platí $v \approx v_{\parallel}$ a tedy

$$\frac{j}{P_d} \approx v_{\parallel}^2.$$

Z toho plyne, že lze dosáhnout příznivých výsledků jak při malém, tak při velkém $v_{\parallel}$. První případ tvořil prvotní schéma založené na absorpci Alfvénových vln a nízkou fázovou paralelní rychlostí. Jak uvidíme, druhý případ, kterého lze dosáhnout použitím LH vln, je velice úspěšný, zatímco první případ se přestal posléze používat a studovat. To proto, že v tokamaku je nutné přihlídnout k zachycování některých částic na tzv. banánových trajektoriích. Zachyceny totiž bývají právě částice s malou $v_{\parallel}$ (mají naopak vyšší $v_{\perp}$). Pozdější opětovný zájem o studium CD za použití nízkých frekvencí je založen na možnosti

nerezonantního útlumu popsaného MHD rovnicemi, na rozdíl od možnosti rezonantního útlumu pomalých částic.

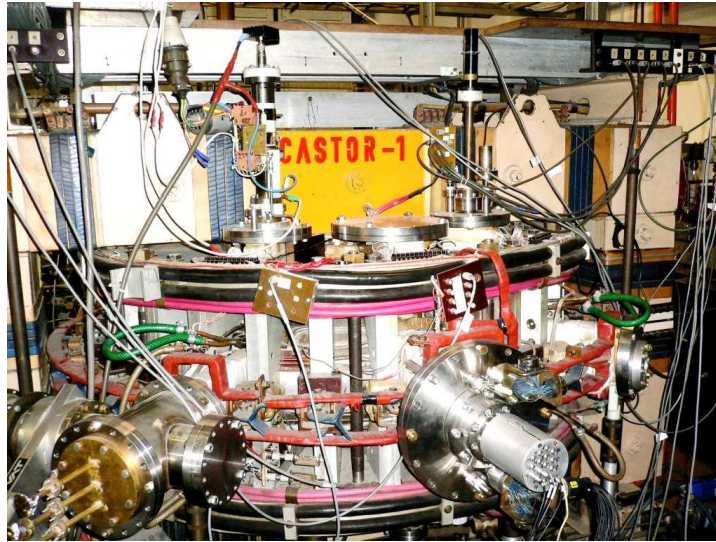
Poměr hustoty proudu a hustoty absorbovaného výkonu může být převeden na poměr celkového proudu I a celkového absorbovaného výkonu P . K tomu je třeba uvažovat prstenec s velkým poloměrem R a plochou řezu prstence A . Potom je proud touto plochou Aj a absorbovaný výkon $2\pi R A P_d$. Pak dostáváme

$$\frac{I}{P} \approx \frac{1}{2\pi R} \frac{j}{P_d}. \quad (3.30)$$

Protože srážková frekvence je úměrná $nT^{-3/2}$ (zanedbána slabá závislost Coulombovského logaritmu), lze ukázat, že I/P se chová jako T/Rn a tedy efektivita CD je větší při vysokých teplotách a nižších hustotách. Ačkoliv efektivita zdánlivě klesá s rostoucím R , zvětšení objemu zařízení se projeví tak, že je ve velkých zařízeních nakonec dosáhnout účinné absorpce impulsu vlny částicemi snazší.

3.8 LH experimenty s neinduktivní generací elektrického proudu (LHCD) na tokamaku CASTOR

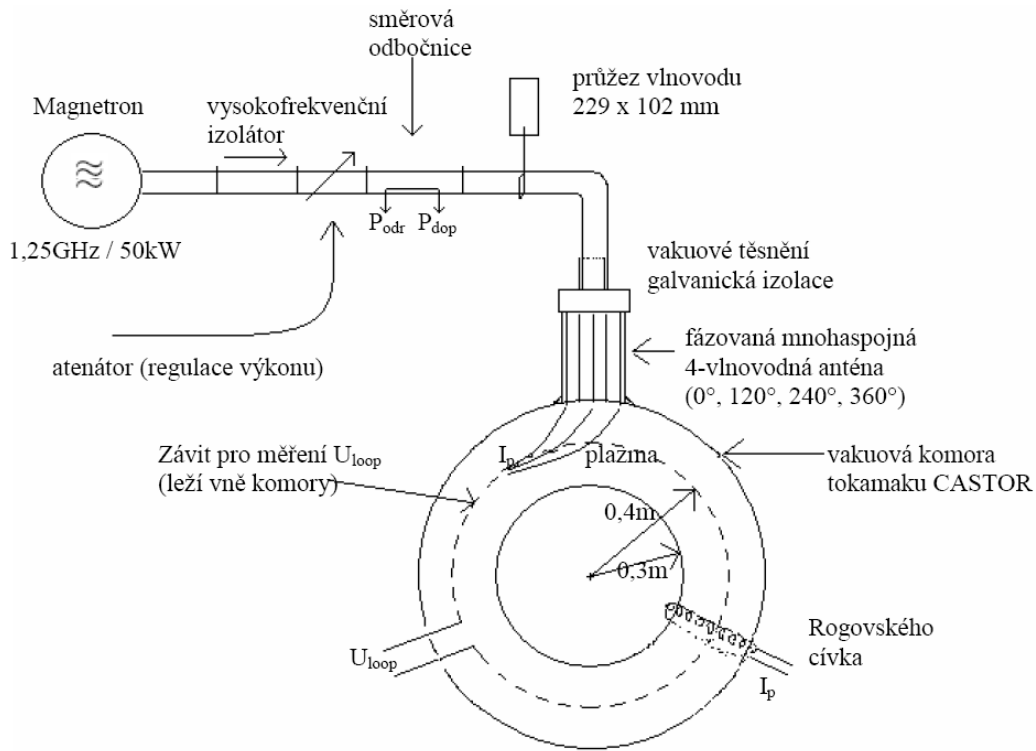
Na tokamaku CASTOR (obr.3.9) se nejvíce prováděly experimenty při kombinovaném



Obrázek 3.9: Pohled na tokamak CASTOR, velký poloměr 0,4 m, malý poloměr 0,085 m, $I_p \leq 30$ kA, $B_T = 1,3$ T.

vlečení proudu, tj. jak induktivním transformátorovým efektem, tak pomocí LH vln. Základní schéma experimentů na CASTORu je na obr.3.10. Během kvazistacionárního režimu ohmicky hřátého plazmatu se pak po jistý časový interval τ přivedl do antény MVG LH výkon ($\tau < 5$ ms $\ll \tau_{OH}$, τ_{OH} je délka výboje). V důsledku interakce LH vlny s plazmatem došlo k poklesu napětí na závit⁵, zatímco k podstatnému nárůstu celkového

⁵ angl. loop voltage



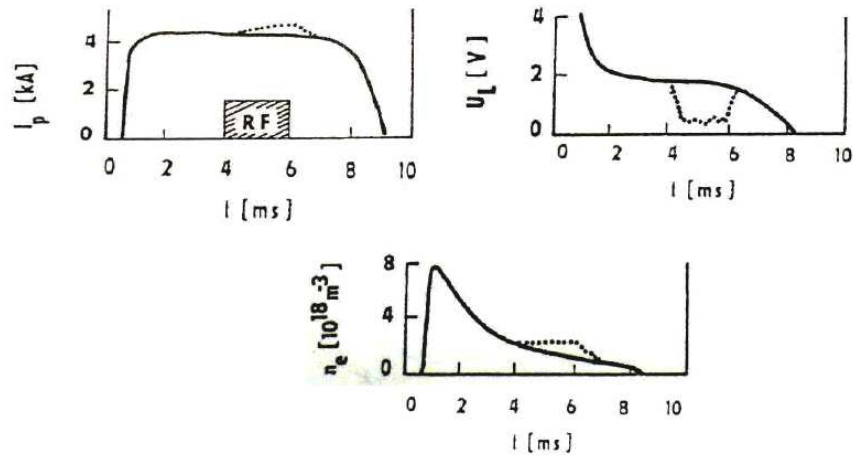
Obrázek 3.10: Schéma zapojení při LHCD experimentech na tokamaku CASTOR

proudu nedocházelo. Po odpojení LHCD se obě dvě veličiny v podstatě vrátily na původní hodnoty (viz obr.3.11).

Základní výsledky těchto experimentů lze shrnout následovně:

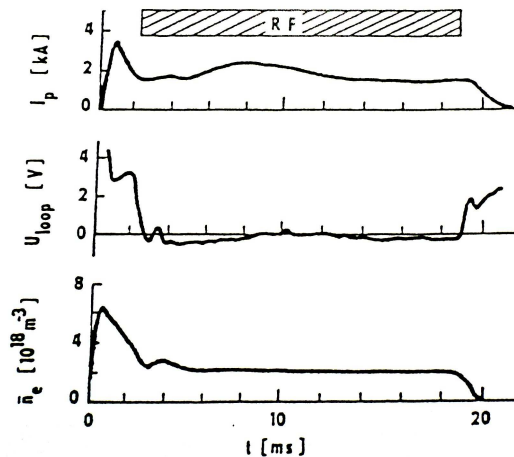
- Vezmeme-li se v úvahu jak ztráty výkonu odrazem vlny, tak směrovost antény, proud vlečený VF vlnou je generován s max. efektivitou 0,5 – 1 A/W, maximální hodnoty VF proudu $I_{VF} \simeq 10 \text{ kA}$ dobře odpovídají teoretické předpovědi.
- Výskyt dodatečného proudu se pozoruje zejména poklesem napětí na závit.
- Maximální měřený počáteční nárůst VF proudu se naměřil $\Delta I_{VF} / \Delta t \simeq 2 \cdot 10^7 \text{ A/s}$.
- S výjimkou velmi malých hustot je efektivita vytvoření VF proudu nepřímo úměrná průměrné hustotě plazmatu. Hustotní limit pro CD při experimentech na CASTORu je $\simeq 10^{19} \text{ m}^{-3}$.
- V důsledku poklesu OH výkonu během režimu LHCD došlo k jistému ochlazení plazmatu.
- Došlo ke značnému nárůstu doby udržení částic během kombinovaného OH-LHCD režimu.

Jiný experiment se realizoval následujícím způsobem: plazma se vytvořilo standardním způsobem pomocí OH. V momentě, kdy bylo dosaženo plné ionizace plazmatu, primární cívkou transformátoru byla zkratována a plazma začalo slábnout. V tom okamžiku začal



Obrázek 3.11: Porovnání časového vývoje proudu, napětí na závit a elektronové hustoty v tokamaku CASTOR bez (plná čára) a s (čárkovaná čára) použití LHCD o výkonu $P_{VF} = 40 \text{ kW}$ (4-vlnovodný gril).

dlouhý puls LHCD (obr.3.12). Po určité přechodové době existoval pouze trvalý LHCD po celou dobu zapojení LH vln, za předpokladu, že počáteční hustota byla ještě dostatečně vysoká ($\bar{n}_e \simeq 2 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}$).



Obrázek 3.12: Proud plazmatem, napětí na závit a průměrná elektronová hustota při plně neinduktivním výboji v tokamaku CASTOR během stacionárního proudu generovaného pomocí MVG.

V opačném případě by došlo k zániku plazmatu v důsledku špatného navázání výkonu LH vlny. Nejdůležitější změny jsou v ochlazení hlavní části plazmatu a zploštění rozdělení hustoty. Výsledky lze shrnout do následujícího:

- Během zkratování primární cívky se udržoval kvazistacionární LHCD, po celou dobu zapojení LH ($\leq 25 \text{ ms}$) bylo udržováno plazma o nižší teplotě a nulovém, nebo mírně záporném napětí.

- Průměrná hustota plazmatu byla v podstatě konstantní v čase a rovna $\bar{n}_e \simeq 2 \cdot 10^{18} m^{-3}$ při VF výkonu $P_{VF} = 40 \text{ kW}$.
- Podle měření je radiální rozdělení hustoty v plazmatu generovaném čistě pomocí LHCD velmi ploché. Lze předpokládat, že profil hustoty proudu je také velmi plochý.

Závěr

Práce se zabývá popisem možností využití elektromagnetických vln v oboru mikrovln, čili v oboru frekvencí jednotek až stovek GHz v tokamacích. První kapitola je zaměřena čistě na zcela základní poznatky o termojaderné fúzi a na vysvětlení smysluplnosti a nezbytnosti výzkumu v této vědní oblasti. Je také popsán základní popis zařízení tokamak, které v současné době dosahuje nejúspěšnějších výsledků ve výzkumu fúze.

Druhá část, nazvaná jednoduše elektromagnetické vlny, má za cíl vytvořit přehled fyzikálních principů interakce elektromagnetických vln s plazmatem. Vedle zavedení popisu vln soustavou Maxwellových rovnic je tedy řešena otázka jevu polarizace vlny a otázka šíření vln v anizotropním a disperzním prostředí. Poslední část této kapitoly popisuje vlny, které mohou vznikat v plazmatu, ať už se jedná o vlny elektromagnetické, nebo elektrostatické.

Závěrečná kapitola přináší dva příklady využití mikrovln v horkém plazmatu. Jako příklad použití mikrovln v diagnostice je popsán princip interferometrického měření hustoty plazmatu. Dále je diskutováno využití mikrovln pro dodatečný ohřev plazmatu a pro neinduktovní generaci proudu v plazmatu. Tzv. vlečení proudu (tj. neinduktivní generaci elektrického proudu v tokamacích) na LH frekvenci je popsáno jak teoreticky, tak jsou ukázány i hlavní výsledky experimentů získané na tokamaku CASTOR. Lze očekávat, že studium neinduktivního vlečení proudu bude pokračovat na Oddělení Tokamak AV ČR i na novém tokamaku COMPASS-D.

Literatura

- [1] Chen F. F. *Úvod do fyziky plazmatu*, Academia, nakladatelství ČSAV v Praze 1984
- [2] McCracken G., Stott P. *Fúze- energie vesmíru*, Mladá fronta a.s., Praha 2006
- [3] Žáček F., Badalec J., Jakubka K., Kryška L., Preinhaelter J., Stöckel J., Valovič M., Nanobashvili N., Weixelbaum L., Wenzel U., Spineanu F., Vlad M. *LHCD experiments on tokamak CASTOR*, IPPCZ-304, 1990 (nepublikováno)
- [4] Žáček F., Badalec J., Ďatlov J., Jakubka K., Kopecký V., Kryška L., Magula P., Preintaelter J., Stöckel J., Valovič M., Nanobashvili N. *Programme of experimental studies on CASTOR tokamak*, IPPCZ-273, 1987
- [5] CASTOR tokamak group *The initial experimental results on a CASTOR tokamak*, IPPCZ-256, 1985
- [6] Kudláček O. *Řízená termojaderná fúze*, Středoškolská odborná činnost, 2006 (nepublikováno)
- [7] Cairns R.A. *Radiofrequency heating of plasmas*, IOP Publishing Ltd, New York, 1991
- [8] Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M. *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady 2*, Fragment, Havlíčkův Brod, 2001
- [9] Sedláček B., Štoll I. *Elektřina a magnetismus*, Academia, Praha 2002
- [10] Kálal M. *Elektrodynamika*, skriptum (nepublikováno)
- [11] Musil J., Žáček F. *Mikrovlnné měření komplexní permitivity ve volném prostoru*, Academia, Praha 1980
- [12] Žáček F., Preinhaelter J., Klíma R., Körbel Š. *Šíření a útlum mimořádné vlny o frekvenci $f \simeq 2f_{LH}$ v bezsrážkovém plazmatu zařízení TM-1-MH*, Interní zpráva IPP, AVČR, 1/80, Praha, duben 1980
- [13] Wesson J. *Tokamaks*, Oxford University Press Inc., New York, 2004
- [14] Plíšek P. *Reflektometrické měření fluktuací hustoty plazmatu*, ročníková práce, oddělení "Tokamak" AV ČR, 1999

- [15] Preinhaelter J. *On optimization of the multijunction grill for the lower hybrid current drive*, IPPCZ-280, 1988
- [16] Žáček F., Klíma R., Jakubka K., Plíšek P., Nanobashvili N., Pavlo P., Preinhaelter J., Stöckel J., Kryška L. *Spectrum broadening and fluctuations of lower hybrid waves observed in the CASTOR tokamak*, Plasma Phys. Control. Fusion **41** 1221-1230 , 1999
- [17] Stöckel J., Žáček F. *Interpretation of toroidal current and loop voltage temporal evolution during RF-current drive experiment on the T-7 tokamak*, Czech. J. Phys. **B 37** 201-211, 1987