

ČESKÉ VYSOKÉ TECHNICKÉ UČENÍ V PRAZE

FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ INŽENÝRSKÁ
KATEDRA FYZIKY



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Diagnostika vysokoenergetických elektronových
svazků urychlovaných femtosekundovým laserovým
impulzem

Diagnostics of high energy electron beams accelerated
by femtosecond laser pulse

Autor:

Lubomír Hudec

Vedoucí práce:

Ing. Michaela Kozlová, Ph.D.

Konzultanti:

Ing. Karel Boháček

Uddhab Chaulagain, Dr.

Praha, 2017



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ INŽENÝRSKÁ
PRAHA 1 - STARÉ MĚSTO, BŘEHOVÁ 7 - PSČ 115 19



Katedra: fyziky

Akademický rok: 2015/16

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Posluchač: Lubomír Hudec

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze

Název práce: Diagnostika vysokoenergetických elektronových svazků urychlovaných femtosekundovým laserovým impulzem

Název práce: Diagnostics of High Energy Electron Beams Accelerated by Femtosecond
(anglicky) Laser Pulse

Osnova:

1. Laserové urychlování elektronových svazků a jejich využití při generaci rentgenového záření
2. Diagnostické metody laserem generovaných relativistických elektronových svazků
3. Návrh a optimalizace elektronového spektrometru

Doporučená literatura:

- [1] S. Corde et al., Femtosecond X-rays from Laser-Plasma Accelerators, *Rev. Mod. Phys.* 85 (1), 1, 2013
- [2] E. Esarey, C. B. Schroeder, and W. P. Leemans, Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators, *Rev. Mod. Phys.* 81 (3), 1229, 2009

Jméno a pracoviště vedoucího bakalářské práce:

Ing. Michaela Kozlová, Ph.D., Fyzikální ústav, AV ČR, v.v.i.

Součástí zadání bakalářské práce je její uložení na webové stránky katedry fyziky a zaslání abstraktu a klíčových slov ve formátu WORD na e-mailovou adresu katedry fyziky: kf@fjfi.cvut.cz

Datum zadání bakalářské práce: 23.10.2015

Termín odevzdání bakalářské práce: 08.07.2016



vedoucí katedry



děkan

děkan

V Praze dne 23.10.2015

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití této bakalářské práce ve smyslu §60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

.....
Lubomír Hudec

Poděkování

Dovoluji si na tomto místě poděkovat Ing. Michaelé Kozlové, Ph.D. za vedení mé bakalářské práce, Ing. Karlu Boháčkovi a Uddhab Chaulagainovi, Dr. za konzultace, cenné rady a připomínky, které mi pomohly při jejím vypracování.

Lubomír Hudec

Název práce:

Diagnostika vysokoenergetických elektronových svazků urychlovaných femtosekundovým laserovým impulzem

Autor: Lubomír Hudec

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Ing. Michaela Kozlová, Ph.D., FzÚ AV ČR

Konzultanti: Ing. Karel Boháček, FzÚ AV ČR
Uddhab Chaulagain, Dr., FzÚ AV ČR

Abstrakt: Navzdory významnému pokroku na poli rentgenového záření na velkých zařízeních, jakými jsou synchrotrony třetí generace a rentgenové lasery na volných elektronech, je nezbytné pokračovat ve hledání kompaktních zdrojů záření se stále vyšším jasnem a kratší délkou pulzu. Zvláště zkoumáme-li jevy na atomární úrovni, jako například disociace, fonony či přenos náboje, potřebujeme impulzy s trváním řádu femtosekund. S rozvojem vysoce intenzivních laserových impulzů lze vytvořit velmi kompaktní laditelný zdroj rentgenového záření. Tato práce se zabývá studiem urychlování elektronových svazků, které v důsledku oscilací v příčném směru generují femtosekundové impulzy širokopásmového rentgenového záření. V aplikačních experimentech nelze v mnoha případech přímo měřit spektrum rentgenového záření, avšak znalost tohoto spektra je klíčová pro vyhodnocení dat. Jednou z možností jak určit spektrum generovaného záření je naměřit spektrum elektronového svazku, což bude hlavním cílem této bakalářské práce.

Klíčová slova: femtosekundové laserové impulzy, interakce laseru, plazma, urychlování elektronů, elektronový spektrometr, měření energie

Title:

Diagnostics of high energy electron beams accelerated by femtosecond laser pulse

Author: Lubomír Hudec

Abstract: Despite the remarkable progress on X-ray generation methods in large facilities, such as third generation synchrotrons or X-ray free electron lasers, there is still a need for the development of a compact radiation sources with higher brightness and shorter wavelength. To study subatomic phenomena, such as dissociation, phonons or charge transfer, femtosecond pulses are needed. Compact, tunable, x-ray radiation sources can be produced, based on the advancement in the intense laser pulse generation. This thesis is focused on the study of electron beam acceleration, used to produce femtosecond, broad-range X-ray pulses by it's transverse oscilations. In application experiments, it is generally not possible to directly measure the X-rays spectra, but the knowledge of the energy spectrum is required for the measured data evaluation. One of the ways to obtain the spectrum of the generated radiation is the measurement of the electron beam energy spectrum, which is the main focus of this bachelor thesis.

Key words: femtosecond laser pulses, laser interaction, plasma, electron acceleration, electron spectrometer, energy measurement

Obsah

Úvod	9
1 Urychlování elektronů intenzivním laserovým impulzem	11
1.1 Interakce elektronu s rovinnou vlnou	11
1.2 Ionizace plazmatu laserovým impulzem	13
1.3 Vlny v plazmatu	14
1.4 Ponderomotorická síla	16
1.5 Urychlování elektronů plazmovým brázdovým polem	16
1.5.1 Laser wakefield acceleration	16
1.5.2 Plasma beat-wave acceleration	17
1.5.3 Self-modulated laser wakefield acceleration	18
1.5.4 Bublinový režim	19
2 Záření relativistických elektronů	21
2.1 Spektrální intenzita vyzařování	21
2.2 Režimy vyzařování - undulátor a wiggler	22
2.2.1 Analýza spektra vyzařování	23
2.3 Synchrotronové záření z konvenčního undulátoru/wiggleru	24
2.3.1 Laser na volných elektronech	25
2.4 Betatronové záření	26
2.5 Thompsonův zpětný rozptyl	27
3 Diagnostické metody elektronového svazku	29
3.1 Interakce elektronů s látkou	29
3.2 Nabitá částice v elektromagnetickém poli	30
3.2.1 Nabitá částice v konstantním magnetickém poli	31
3.3 Měření energie elektronového svazku	32

3.4	Měření polohy a příčného profilu svazku	33
3.5	Měření náboje	34
4	Magnetický elektronový spektrometr	35
4.1	Magnetický elektronový spektrometr s obdélníkovým magnetem	35
4.1.1	Ideální elektronový svazek	36
4.1.2	Zahrnutí divergence svazku	37
4.2	Rozlišení spektrometru	39
4.3	Definice ohniskových bodů	39
4.3.1	Umístění stínítka vzhledem k poloze ohniskových bodů	42
4.3.2	Vliv vzdálenosti a úhlu otočení stínítka na rozlišení	44
4.4	Lichoběžníkový magnet	45
5	Výsledky numerických výpočtů rozlišení spektrometru	47
5.1	Výpočet bodu dopadu elektronu na stínítka numerickým řešením pohybových rovnic	47
5.1.1	Použití mapy magnetického pole	49
5.1.2	Použití geometrického modelu magnetu	51
5.2	Výpočet bodu dopadu elektronu na stínítka analyticky	52
5.3	Výpočet rozlišení	53
5.3.1	Postup při výpočtu rozlišení	53
5.4	Srovnání rozlišení magnetů tvaru obdélníku a lichoběžníku	54
5.5	Shrnutí	56
	Závěr	59
	Použitá literatura	60
	Přílohy	62

Úvod

V roce 1917 položil Albert Einstein ve svém článku „*Zur Quantentheorie der Strahlung*“ [1] teoretické základy stimulované emise fotonů elektromagnetického záření. V letošním roce to tedy bude přesně sto let od této důležité události v historii vzniku laseru, jež poté vedla k jeho prvnímu sestrojení Theodorem Maimanem v roce 1960. Během dalších let bylo v této oblasti dosaženo obrovského pokroku, ve snaze dosáhnout generace záření o nižší vlnové délce, s vyšším výkonem a s kratší délkou pulzu. Současné zdroje laserového záření jsou schopny vytvářet, při zesílení metodou rozmítnutí pulsu (anglicky Chirped Pulse Amplification), až attosekundové pulzy s výkonem dosahujícím až PW.

Rozvoj laserové techniky umožnil vznik urychlovačů částic, založených na principu interakce intenzivního laserového impulsu s podkritickým plazmatem. V podkritickém plazmatu je možné vyvolat vznik tzv. laserového plazmového brázdového pole, jehož silné elektrické pole je vhodné pro urychlování elektronů [2]. Obrovskou výhodou laserových urychlovačů je jejich mnohonásobně vyšší urychlovací gradient elektrického pole v porovnání s běžnými radiofrekvenčními urychlovači. U těch je maximální urychlovací gradient omezen, z důvodu průrazu elektrického pole, hodnotou okolo 100 MV/m, zatímco u urychlovačů, využívajících plazmových brázdových vln, je maximální urychlovací gradient limitován až jejich rozpadem při hodnotách gradientu pohybujících se okolo 200 GV/m, tedy hodnotě o tři řády vyšší než u konvenčních radiofrekvenčních urychlovačů [3].

Urychlování elektronů intenzivním laserovým impulsem bylo poprvé navrženo v roce 1979 Tajimou a Dawsonem [2]. Od té doby bylo experimentálně prozkoumáno nespočet způsobů, jak plazmového brázdového pole dosáhnout [3]. Díky pokroku v laserové technice, zejména tedy objevu metody CPA, umožňující generaci femtosekundových impulsů, je možné vytvořit brázdové pole přímo jediným laserovým impulsem, dosud nejefektivnějším způsobem je tzv. bublinový režim [4].

Urychlené elektronové svazky z laserových urychlovačů mohou být zdrojem krátkovlnného synchrotronového nebo betatronového záření, je-li jejich trajektorie dostatečně zakřivena [5]. Při zachycení v plazmové brázdové vlně, stejně tak jako při průchodu konvenčním undulátorem, vykonávají elektrony svazku příčné oscilace, v jejichž důsledku vytvářejí intenzivní krátkovlnné rentgenové záření s délkou impulsu v řádu femtosekund. Thomsonovým zpětným rozptylem fotonů na urychleném laserovém svazku je možné generovat až gama záření [6].

Cílem této práce je optimalizace magnetického spektrometru, určeného pro diagnostiku elektronových svazků, urychlených laserovými urychlovači. Takto vzniklé elektronové svazky se vyznačují vysokým rozpětím energetického spektra, od desetin MeV po jednotky GeV. Velký rozsah měřených energií, ale také krátká doba trvání (v řádu fs), neumožní použití některých pokročilejších detekčních metod. Proto se při měření spektra elektronového svazku vracíme zpět k použití dipólových magnetických spektrometrů v kombinaci se scintilačními detektory.

Magnetický spektrometr využívá stacionární magnetické pole k zakřívání trajektorií prošlých nabitých částic a k jejich prostorové separaci v závislosti na jejich energii. Přesnost takového spektrometru je ale značně omezena rozbíhavostí měřeného elektronového svazku z důvodu porušení jednoznačnosti přiřazení bodu dopadu na detektor a příslušné energie částice. Rozlišení spektrometru kvůli tomu klesá se zvyšující se energií detekovaného svazku. V rámci vylepšení rozlišovací schopnosti stávajících spektrometrů se v této práci zaměříme na studium tzv. ohniskových bodů, vzniklých po průchodu elektronového svazku dipólovým magnetem, při splnění určitých podmínek na jeho tvar a velikost. Porovnání vlivu jednotlivých parametrů spektrometru na jeho rozlišení provedeme numerickým výpočtem v programu MATLAB. Hlavní hypotézou, kterou chceme v této práci ověřit, je otázka, změní-li se rozlišení spektrometru, použijeme-li dipólový magnet s půdorysem lichoběžníkového tvaru, namísto dosud pro tyto účely užívaného obdélníkového tvaru.

V úvodu první kapitoly se budeme zabývat urychlováním elektronů v podkriticky hustém plazmatu, vysvětlíme si základní principy interakce laseru s plazmatem, vznik vln v plazmatu a následně se podíváme na některé metody generace plazmového brázdového pole intenzivním laserovým impulzem. Ve druhé kapitole pak bude na toto téma navázáno popisem vyzařování synchrotronového záření relativistickým elektronovým svazkem, jehož trajektorie byla zakřivena, např. zachycením v plazmové vlně, působením protiběžného laserového impulsu a nebo průchodem periodicky se střídajícím magnetickým polem konvenčního undulátoru. Třetí kapitola bude sloužit k popisu základních diagnostických metod elektronového svazku. Ve čtvrté kapitole se seznámíme s teorií, týkající se magnetického elektronového spektrometru, probereme si vznik ohniskových bodů a budeme diskutovat jejich vliv na výsledné rozlišení. V poslední kapitole bude popsán kód ve skriptovacím jazyce programu MATLAB, vytvořený pro účely výpočtu rozlišení spektrometru. Tento kód pak použijeme k porovnání rozlišení různých tvarů magnetu spektrometru.

Kapitola 1

Urychlování elektronů intenzivním laserovým impulzem

Nejprve si na přiblížení monochromatické vlny ukážeme interakci volného elektronu s laserem a možnost ionizace elektronu vázaného v atomu. Dále bude vysvětlen pojem plazma, vznik plazmatických vln a ponderomotorické síly, působící na plazma v přítomnosti laserového impulsu. Nakonec budou představeny základní metody využití laserového plazmového brázdového pole k urychlování elektronového svazku.

1.1 Interakce elektronu s rovinnou vlnou

Na elektron v přítomnosti elektromagnetických polí $\vec{E}$ a $\vec{B}$ působí Lorentzova síla, pro elektron můžeme vyjádřit pohybovou rovnici ve tvaru

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(\gamma m_e \vec{v}) = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (1.1)$$

kde $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ je relativistický Lorentzův faktor a $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$ je normalizovaná rychlost elektronu.

Odvození interakce mezi elektronem a elektromagnetickým polem provedeme pro zjednodušený případ rovinné elektromagnetické vlny, pohybující se ve směru $\vec{e}_z$. Předpokládejme dále, že je vlna polarizovaná ve směru osy x , pak ji můžeme vyjádřit vztahem [7]

$$\vec{E}(z) = E_0 \cos(k_0 z - \omega_0 t) \vec{e}_x. \quad (1.2)$$

Zavedením vektorového a skalárního potenciálu $\vec{A}$, Φ , definovanými vztahy

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1.3)$$

$$\vec{E} = -\nabla \Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (1.4)$$

a při použití Coulombovy kalibrační podmínky $\nabla \cdot \vec{A} = 0$, pak pro vakuum, kde skalární potenciál je vždy nulový, dostaneme výraz pro monochromatickou rovinnou vlnu

$$\vec{A}(z) = A_0 \sin(k_0 z - \omega_0 t) \vec{e}_x, \quad (1.5)$$

vyjádřený jen pomocí vektorového potenciálu .

Pohybová rovnice (1.1) přejde touto transformací na tvar

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A}) \right). \quad (1.6)$$

V nerelativistickém režimu $v \ll c$ můžeme druhý člen v pohybové rovnici zanedbat díky závislosti $c|\vec{B}| = |\vec{E}|$ a pohybová rovnice se zredukuje na

$$\frac{d\vec{p}}{dt} \simeq -eE = e \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (1.7)$$

Řešením této rovnice jsou oscilace elektronu ve směru elektrického pole $\vec{e}_x$ s rychlostí [7]

$$\vec{\beta} = -\frac{eA_0}{\gamma m_e c} \sin(k_0 z - \omega_0 t) \vec{e}_x = -a_0 \sin(k_0 z - \omega_0 t) \vec{e}_x, \quad (1.8)$$

kde zavádíme tzv. normalizovaný vektorový potenciál $a_0 = \frac{eA_0}{\gamma m_e c}$. Vidíme, že pokud elektromagnetická vlna přestane působit na daný elektron, jeho příčné oscilace ustanou a nedojde k žádné výměně energie mezi vlnou a elektronem.

Pro vysoké intenzity působícího elektromagnetického pole vlny (pro $a_0 > 1$) se rychlost elektronových oscilací bude blížit k rychlosti světla c , a tedy je nutné při výpočtech brát v úvahu i druhý člen na pravé straně rovnice (1.1). Řešení je pak možné provést, pokud přejdeme do vztažné soustavy pohybující se s elektromagnetickou vlnou. Zavedeme-li v této soustavě souřadnici $\xi = z - ct$, můžeme výraz pro rovinnou vlnu (1.2) přepsat na $a(z) = a_0 \sin(k_0 \xi) \vec{e}_x$.

Rychlost elektronu v této soustavě je určena vztahy [7]

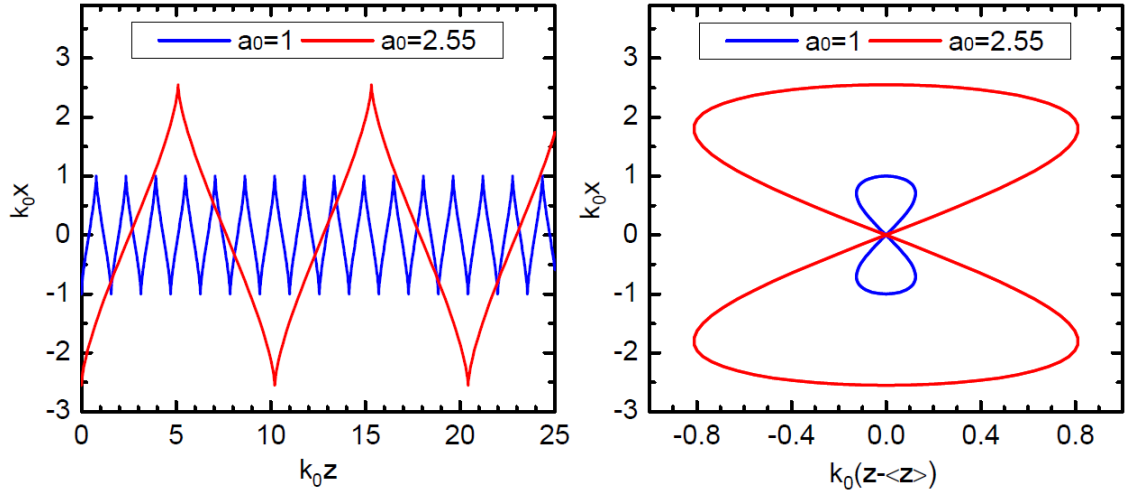
$$\begin{aligned} \gamma \beta_x &= \frac{dx}{d\xi} = a_0 \sin(k_0 \xi), \\ \gamma \beta_z &= \frac{dz}{d\xi} = \frac{a_0^2}{2} \sin^2(k_0 \xi), \end{aligned} \quad (1.9)$$

jejich integrací pak získáme výsledný tvar trajektorie elektronu v přítomnosti intenzivní elektromagnetické vlny

$$\begin{aligned} x &= \frac{a_0}{k_0} \cos(k_0 \xi), \\ z &= \frac{a_0^2}{8k_0} [2k_0 \xi - \sin(2k_0 \xi)]. \end{aligned} \quad (1.10)$$

V laboratorní soustavě výsledná trajektorie vznikne složením několika různých pohybů - rovnoměrného pohybu ve směru osy z , příčných oscilací ve směru $\vec{e}_x$, ale také z podélných oscilací ve směru $\vec{e}_z$ s dvojnásobkem frekvence původní vlny. Dohromady všechny tyto pohyby vytvoří pilovitý tvar trajektorie elektronu, viz Obr.1.1.

V souřadné soustavě, odpovídající pohybujícímu se elektronu, tedy v soustavě pohybující se střední rychlostí elektronu $\langle \vec{v} \rangle = \frac{a_0^2 c}{4\gamma}$ (podélná rychlost elektronu se mění podle rovnice (1.10) v průběhu pohybu), má trajektorie elektronu tvar uzavřené smyčky podobné číslu osm.



Obr.1.1: Trajektorie elektronu v přítomnosti intenzivní rovinné elektromagnetické vlny. Nalevo je vyobrazena trajektorie elektronu v laboratorní soustavě, napravo pak pohyb elektronu v soustavě pohybující se jeho střední rychlostí $\langle \vec{v} \rangle$. Převzato z [7].

Je nutno poznamenat, že podélná rychlost roste s druhou mocninou intenzity elektromagnetického pole a_0 , zatímco příčná rychlost je jí pouze lineárně úměrná. Proto při vysokých intenzitách pole ($a_0 \gg 1$) bude podélný pohyb převládat nad příčným, narozdíl od nerelativistického režimu, při kterém nastávají pouze příčné oscilace. Je tedy potřeba dosáhnout dostatečně vysokých intenzit, budeme-li chtít, aby se elektron pohyboval souběžně s vlnou. Souběžný pohyb elektronů s laserovým impulzem je nutný pro vybuzení plazmových vln laserem a jejich následné aplikaci pro urychlování těchto elektronů, případně ke generaci vysokoenergetického elektromagnetického záření. Stejně jako v nerelativistickém případě, ani v tomto režimu není elektronu předávána žádná energie průchozí vlnou.

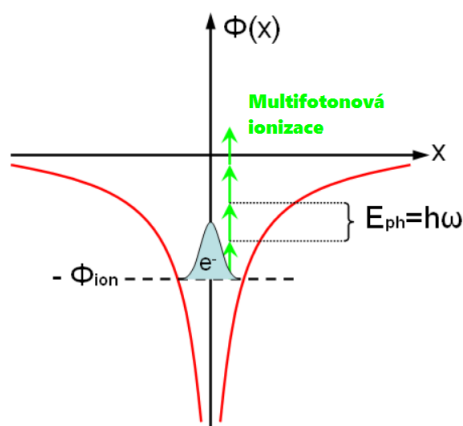
1.2 Ionizace plazmatu laserovým impulzem

Jak jsme si výše ukázali, v přítomnosti elektromagnetického pole procházejícího laserového impulzu elektrony začnou oscilovat kolmo ke směru šíření laseru. Jsou-li elektrony vázány v atomu, mohou být vlivem těchto oscilací při dostatečné intenzitě laseru uvolněny z elektronového obalu a dojde ke vzniku plazmatu.

V praxi se pro urychlování elektronů používá například titan-saťový laser s vlnovou délkou $\lambda = 800$ nm. Energie jednoho fotonu záření generovaného tímto laserem je $E_f = \hbar\omega \simeq 1,55$ eV. Zde vidíme, že tato energie fotonu není dostatečná ani k ionizování nejjednoduššího možného atomu - atomu vodíku s ionizačním potenciálem $E_i = 13,6$ eV.

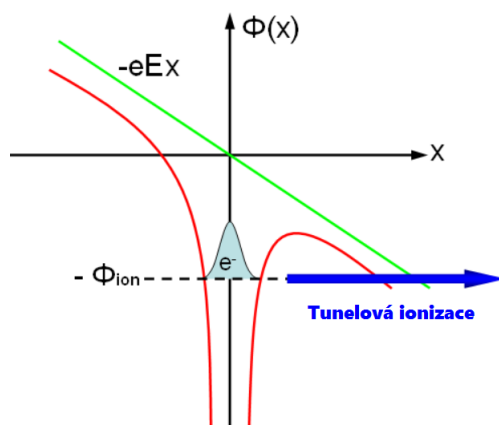
Ionizace látky titan-saťovým laserem je ovšem i přesto možná, díky fyzikálním procesům, které si dále popíšeme. Existují tři typy ionizace umožňující vytvoření plazmatu intenzivním laserem:

1. **Multifotonová ionizace** - Nastává v případě, že s elektronem interaguje více fotonů současně. Současná interakce více fotonů je možná, pokud každý následující foton interaguje s elektronem během života virtuálního excitovaného stavu vyvolaného předchozím absorbovaným fotonem. Tvar Coulombova potenciálu atomového jádra pro multifotonovou ionizaci naleznete na Obr.1.2.



Obr.1.2: Schéma coulombického potenciálu atomu při jeho multifotonové ionizaci. Převzato z [7], upraveno

2. **Tunelová ionizace** - Při intenzitách laseru mezi $10^{14} - 10^{15} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$ je coulombický potenciál narušen samotným polem laseru, viz Obr. 1.3. Potenciál laseru je při těchto intenzitách dostatečně silný na to, aby snížil energii, potřebnou k ionizaci atomu, není ovšem dostatečně silný na to, aby bariéru snížil natolik, že se nad ní bude nacházet jeden ze základních stavů atomu. V důsledku kvantového tunelování může elektron překonat takto sníženou bariéru s pravděpodobností úměrné její šířce.



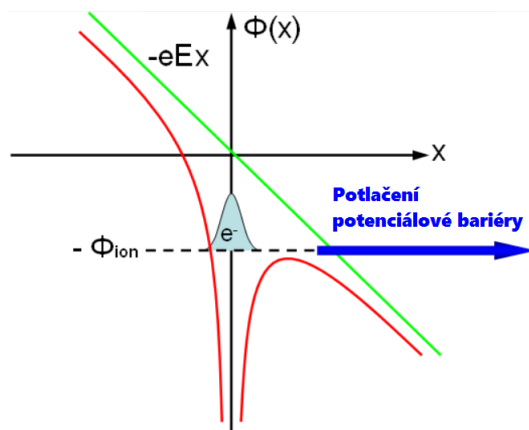
Obr.1.3: Coulombický potenciál atomu deformovaný vnějším elektromagnetickým polem laseru a naznačení průběhu tunelové ionizace tohoto atomu. Převzato z [7], upraveno.

3. **Ionizace potlačením potenciálové bariéry** - Pro intenzity laseru vyšší než $10^{15} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$ je potenciál jádra atomu deformován natolik, že se jeden ze základních stavů atomu nachází nad potenciálovou bariérou a elektron již není v atomu vázán. Schéma potlačení potenciálové bariéry je znázorněno na Obr.1.4.

U současných femtosekundových laserů se běžná špičková intenzita pohybuje okolo $10^{18} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$, a tedy u nich převládá třetí způsob ionizace potlačením potenciálové bariéry.

1.3 Vlny v plazmatu

Plazma označujeme kvazineutrální soubor nabitých a neutrálních částic, který vykazuje kolektivní chování [8]. Pojem kvazineutralita znamená, že se v dané látce nachází alespoň malé



Obr.1.4: Úplné potlačení potenciálové bariéry v atomu, při němž dochází k úplnému překonání této bariéry některým elektronem v základním stavu. Převzato z [7] , upraveno

množství elektricky nabitých částic, které jsou v celém objemu elektricky neutrální, ale jsou schopny reagovat jako celek na elektrická a magnetická pole. Kolektivní chování zase označuje, že pohyb jednotlivých částic plazmatu nezávisí pouze na lokálních podmínkách, ale rovněž na stavu plazmatu ve vzdálených oblastech. V plazmatu převažuje vzájemné působení částic prostřednictvím makroskopických elektromagnetických polí nad binárními srážkami dvojic částic.

Plazma můžeme považovat za kvazineutrální při rozměrech větších než je tzv. **Debyeova délka** [9]

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}}. \quad (1.11)$$

Vznikne-li v plazmatu lokální koncentrace náboje, je tento elektrický potenciál plazmatem odstíněn pro vzdálenosti srovnatelné s Debyeovou délkou a zbylé plazma není tímto lokálním polem ovlivněno.

Plazma vzniká odtržením elektronů z elektronového obalu atomů nebo ionizací molekul. S plazmatem se můžeme v přírodě běžně setkat v elektrických výbojích, ve hvězdách, ve slunečním větru a v mlhovinách. Přes 99 % atomární látky ve vesmíru je v plazmatickém skupenství [8].

Dojde-li k posunutí elektronů v plazmatu vůči homogennímu iontovému pozadí, vytvoří se elektrické pole takového směru, aby obnovilo kvazineutralitu plazmatu přitažením elektronů zpět do jejich původních poloh. Elektrony, v důsledku své setrvačnosti, začnou oscilovat okolo své rovnovážné polohy s charakteristickou frekvencí označovanou jako **(elektronová) plazmová frekvence** [9]

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\gamma m_e \varepsilon_0}}. \quad (1.12)$$

Plazma bez přítomnosti vnějšího magnetického pole se chová jako dispersní prostředí. Pro rovinnou elektromagnetickou vlnu v plazmatu platí dispersní relace [10]

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2. \quad (1.13)$$

Elektromagnetické vlnění se bude plazmatem šířit, bude-li vlnový vektor $\vec{k}$ reálný. To nastane v případě, že úhlová frekvence vlnění je větší než plazmová frekvence daného prostředí,

tj. když $\omega > \omega_p$. V opačném případě pro $\omega < \omega_p$ bude nastávat exponenciální útlum elektromagnetických vln v plazmatu, popřípadě jejich odraz na rozhraní.

Budeme-li chtít určit, zda-li se budou elektromagnetické vlny (např. laserový impulz) plazmatem šířit, porovnáme jeho hustotu s tzv. **kritickou hustotou** [9]

$$n_c = \frac{\gamma \varepsilon_0 m_e \omega^2}{e^2}. \quad (1.14)$$

Z hlediska šíření vln plazmatem můžeme v závislosti na jeho hustotě rozlišit dva druhy plazmatu: podkritické a nadkritické plazma. Podkriticky husté plazma je takové, pro jehož elektronovou hustotu platí vztah $n_e < n_c$ a takovéto plazma pak je pro vnější elektromagnetické vlny transparentním prostředím. Naopak při $n_e > n_c$ plazma nazveme nadkriticky husté a elektromagnetické vlnění se od něj bude odrážet.

1.4 Ponderomotorická síla

Na částice v plazmatu působí v přítomnosti intenzivního vysokofrekvenčního elektromagnetického pole nelineární **ponderomotorická síla**. V nerelativistickém případě je její tvar: [9]

$$\vec{F}_p = -\frac{q^2}{4m\omega^2} \nabla |\vec{E}|^2. \quad (1.15)$$

Ponderomotorická síla vytlačuje nabitě částice z míst s vysokou intenzitou elektrického pole do oblastí s nižší intenzitou. Jelikož je její velikost nepřímo úměrná hmotnosti částice m , elektrony budou touto silou mnohem více ovlivněny než těžší ionty. Zároveň odezva elektronů na přítomnost této síly bude mnohem rychlejší než v případě iontů, které pak můžeme pro tyto velmi krátké časové intervaly považovat za nehybné.

V relativistickém případě lze ponderomotorickou sílu vyjádřit pomocí střední hodnoty intenzity elektrického pole $\langle \vec{E} \rangle$ ve tvaru [11]

$$\vec{F}_p = -mc^2 \nabla \sqrt{1 + \frac{q^2 \langle \vec{E} \rangle^2}{m^2 c^2 \omega^2}}. \quad (1.16)$$

1.5 Urychlování elektronů plazmovým brázdovým polem

Metody urychlování elektronů využívají vznik plazmových vln v podkriticky hustém plazmatu, vytvořeném intenzivním laserovým impulzem. Patří mezi ně všechny dále uvedené metody a souhrnně se označují jako *urychlování laserovým brázdovým polem*, anglicky *Laser wakefield acceleration* (LWFA).

1.5.1 Laser wakefield acceleration

Laserový impulz působí na plazma ponderomotorickou silou. Jak už dříve bylo zmíněno, elektrony reagují na působení ponderomotorické síly podstatně rychleji než mnohem těžší ionty. Ponderomotorická síla tedy vytlačuje elektrony z oblasti, kterou prochází laserový impulz a vytváří v plazmatu tzv. **brázdové pole** (z anglického názvu *wakefield*) [3]. Elektrony, vychýlené ze svých rovnovážných poloh, se do nich budou opět vracet působením elektrostatického

potenciálu, vytvářeného nehybnými ionty a budou v plazmatu vytvářet podélné vlny, šířící se ve směru laserového impulsu. Separace náboje vytváří intenzivní elektromagnetické pole, které je schopno urychlovat elektrony až na relativistické energie.

Při nízkých intenzitách laseru ($a_0 \ll 1$) mají plazmové vlny nízkou amplitudu a elektrony v okolním plazmatu nemají dostatečnou energii na to, aby mohly být vlnou zachyceny a urychlovány, neboť energie potřebná pro záchyt elektronu je nepřímo úměrná elektrickému poli vlny. Na počátku vývoje metod LWFA byly do brázdrového pole injektovány externí elektronové svazky s dostatečně vysokou energií (přesahující mez potřebnou pro záchyt), vytvořené konvenčními radiofrekvenčními urychlovači. Synchronizace konvenčních urychlovačů a laserových systémů je ale složitá, proto se hledaly způsoby zachycení elektronů přímo z okolního plazmatu. Naopak pro intenzivní lasery ($a_0 > 1$) jsou plazmové vlny vysoce nelineární, některé z okolních elektronů mohou být vlnou zachyceny a urychlovány i bez nutnosti externího zdroje elektronového svazku. Amplituda vln brázdrového pole bude největší, pokud bude délka trvání laserového impulsu τ_L přibližně odpovídat polovině periody oscilace elektronů v plazmatu $\tau_P = 2\pi/\omega_p$ - vznikne rezonanční brázdrové pole, ve kterém bude laserový impuls vždy působit ponderomotorickou silou ve směru pohybu elektronové plazmové vlny.

Maximální amplituda je omezena jevem zvaným **lámání vln** (*wave-breaking*) [3]. Po překročení tohoto limitu ztratí vlna prostorovou koherenci a začne se rozpadat. Rozpad vlny nastává v případě, že rychlost elektronů dosáhne a překročí fázovou rychlost samotné vlny. Amplituda urychlovacího elektrického pole během procesu lámání vln je pro jednorozměrné relativistické chladné plazma dána vztahem [7]

$$E_{wb} = \frac{m_e c \omega_p}{e} \sqrt{2(\gamma - 1)}. \quad (1.17)$$

Zdálo by se, že kvůli omezování maximální možné amplitudy urychlovacího pole je lámání vln nežádoucí jev, kterého bychom se měli zavedením vhodných protiopatření zbavit. Lámání vln je ovšem pro urychlování velmi podstatné, jelikož je to jeden z mála způsobů, jakým lze zachytit elektron z okolního plazmatu v brázdrovém poli. Když dojde ke kolapsu plazmatické vlny, některé elektrony, jenž se dosud pohybovaly společně ve vlně kolektivním pohybem a nebyly volně pohyblivé, mohou být z kolektivního pohybu uvolněny a zachyceny brázdrovým polem. Tyto elektrony se dostanou mimo fázi vlny, a protože jejich rychlost bude v tuto chvíli nižší než je fázová rychlost plazmové vlny, budou vlnou urychlovány. Po opětovném dosažení fázové rychlosti vlny přejdou elektrony do zpomalovací fáze a budou naopak předávat energii zase vlně.

1.5.2 Plasma beat-wave acceleration

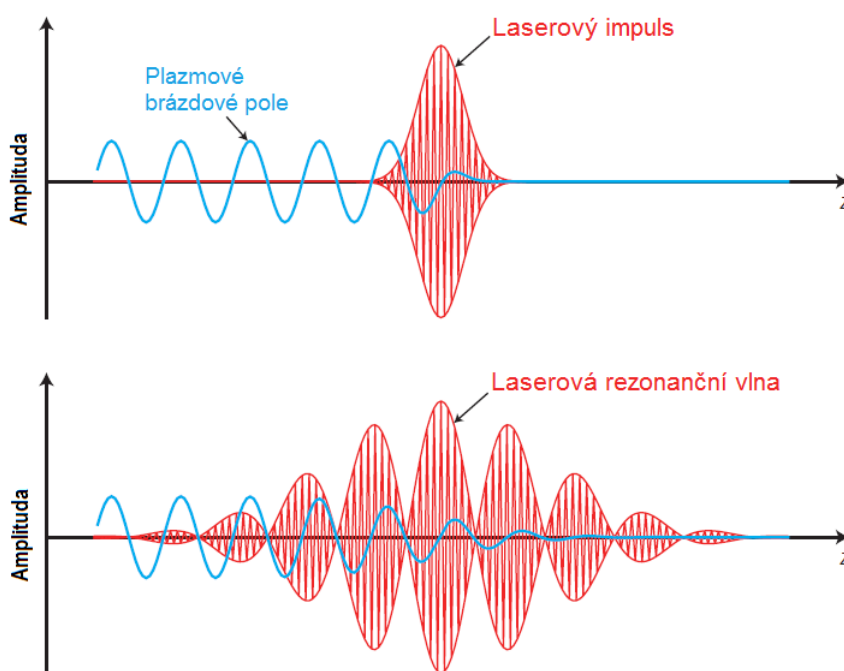
Urychlování elektronů v plazmatu pomocí intenzivního laserového impulsu poprvé navrhli Tajima a Dawson [2] už v roce 1979. Pro tehdejší laserové systémy nebylo možné dosáhnout délky laserového impulsu v řádu desítek fs, potřebného k přímému vytvoření brázdrového pole. Proto byla nejprve navržena alternativní možnost použití dvou interferujících laserových impulsů (s vlnovými čísly $k_{1,2}$ a frekvencemi $\omega_{1,2}$) k vytvoření modulované laserové amplitudy ve tvaru [3]

$$a_{res}^2 = a_1 a_2 \cos\left(\frac{1}{2}(\Delta k z - \Delta \omega t)\right), \quad (1.18)$$

kde $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$, $\Delta k = k_2 - k_1$ a $a_{1,2}$ jsou amplitudy normalizovaných vektorových potenciálů použitých laserových impulsů. Tento tvar rezonančního laserového impulsu může, při splnění podmínky $\Delta \omega \simeq \omega_p$, vytvořit brázdrové pole vhodné k urychlování elektronů. Pro výše

popsanou metodu se používá anglický název **plasma beat-wave acceleration**(PBWA) [12] , jenž se dá do češtiny volně přeložit jako *urychlování plazmovou rezonanční vlnou*.

Jelikož je frekvence rezonanční laserové vlny fixně dána rozdílem frekvencí dvojice laserových impulzů, použitých k jejímu vytvoření, a díky tomu, že zvyšování amplitudy plazmových vln vede ke snižování jejich plazmové frekvence, plazmové vlny se po čase dostanou mimo fázi laserové rezonanční vlny. Tím je značně limitována jejich maximální amplituda, neboť při jejím zvyšování přestane docházet k rezonanci mezi laserovou a plazmovou vlnou, a tedy se zastaví i excitace plazmových vln brázdového pole. Přestože existují metody, kterými by bylo možné například posunout frekvenci laserové vlny na nižší hodnotu, tak aby byla ve fázi s vlnou o větší amplitudě, od dalšího vývoje metody PBWA bylo upuštěno kvůli přetrvávajícím laser-plazmovým nestabilitám [12] .



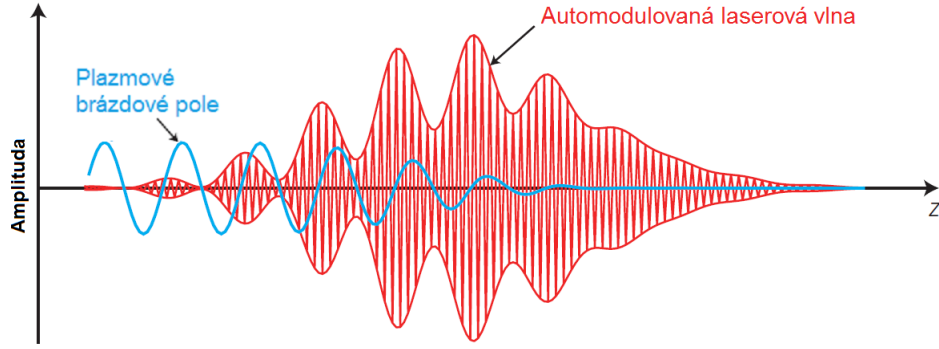
Obr.1.5: Srovnání metod vhodných k vytváření plazmového brázdového pole. Vrchní obrázek představuje použití pouze jednoho laserového impulsu (laser wakefield acceleration), spodní obrázek zobrazuje metodu použití laserové rezonanční vlny (plasma beat-wave acceleration). Převzato z [12] , upraveno.

1.5.3 Self-modulated laser wakefield acceleration

Problémy, vniklé v důsledku snižování plazmové frekvence při růstu amplitudy vln, budou odstraněny, pokud docílíme modulační laserové vlny samotným plazmatem. V tom případě by plazma zpětnou vazbou regulovalo rezonanční frekvenci laserové vlny změnou tvaru její amplitudy.

Takto generované brázdové pole nazveme **Automodulované laserové brázdové pole** (self-modulated laser wakefield), metodu urychlování elektronů za pomoci takhle vzniklého brázdového pole nazýváme anglickým termínem Self-modulated-laser wakefield acceleration (SM-LFWA) [13] . Pak stejně jako v předchozím případě dojde k rozdělení jednoho dlouhého laserového impulsu na více kratších, jejichž délka je pak srovnatelná s vlnovou délkou vybuzených plazmových vln.

Tato automodulace laserového impulsu je způsobena jeho fokusací (resp. defokusací) v částech



Obr.1.6: Vytváření plazmového brázdového pole metodou SM-LWFA. Převzato z [12] , upraveno.

plazmatu s nižší, anebo vyšší hustotou částic, než je ve zbylém plazmatu. Pro její dosažení je potřeba, aby délka impulsu byla dlouhá ve srovnání s plazmovou vlnovou délkou a aby výkon impulsu byl vyšší než kritický výkon [7] $P_c = \frac{8\pi\epsilon_0 m_e^2 c^5 \omega_0^2}{e^2 \omega_p^2} \simeq 17 \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2$ [GW], nutný k relativistické autofokusaci tohoto impulsu.

1.5.4 Bublinový režim

Jedním z principů urychlování elektronů plazmovými brázdovými vlnami, generovanými pomocí pouze jediného intenzivního femtosekundového laserového impulsu, je **bublinový režim** (z anglického *bubble regime*, též nazýváno *cavitated wakefield regime*) [4] .

Nejdůležitější podmínkou pro dosažení bublinového režimu je dostatečně velká intenzita laserového impulsu ($a_0 > 2$), nutná k tomu, aby došlo k vytlačení většiny elektronů z ohniska. Zároveň by délka impulsu měla odpovídat půlce vlnové délky plazmové vlny ($c\tau = \lambda_p/2$).

K dosažení tohoto režimu rovněž musí být poloměr laserového svazku v ohnisku w_0 přibližně stejně velký jako jsou rozměry vytvořeného plazmatu - sférická iontová dutina o poloměru $r_b = w_0$ vznikne při splnění [5]

$$k_p w_0 = 2\sqrt{a_0}, \quad (1.19)$$

kde $k_p = \omega_p/c$ je vlnové číslo vytvořené plazmové vlny a a_0 je amplituda normalizovaného vektorového potenciálu elektromagnetického pole vytvořeného laserovým svazkem.

Jsou-li výše uvedené podmínky splněny, vznikne v plazmatu iontová dutina, pohybující se souběžně za laserovým impulzem, který ji vytvořil. Ze středu dutiny vytlačené elektrony mohou být při jistých podmínkách zachyceny a urychlovány vlivem silného elektrického pole směrem do středu iontové dutiny. Jakmile elektrony dosáhnou středu dutiny, stejným elektrickým potenciálem, kterým byly předtím urychlovány, jsou nyní zpomalovány. Je tedy nutné urychlování ukončit dříve, než elektron přejde do zpomalovací fáze. Celková vzdálenost, uražená elektronem v laboratorní soustavě, než dosáhne zpomalovací fáze (středu dutiny), se nazývá **rozfázovací délka** L_d (z anglického *dephasing length*). Maximální délka urychlovacího pole v soustavě spojené s pohybujícím se elektronem je polovina vlnové délky plazmové vlny. Za předpokladu, že se bude elektron pohybovat rychlostí blízké rychlosti světla c , a víme-li, že se plazmová vlna pohybuje grupovou rychlostí v_g , rozfázovací délka bude v dvojrozměrném přiblížení plazmové vlny dána výrazem [7]

$$L_d^{2D} = \frac{\lambda_p}{4(c - v_g)} c \simeq \frac{1}{2} \frac{n_c}{n_e} \lambda_p = \frac{\omega^2}{2\omega_p^2} \lambda_p. \quad (1.20)$$

V nelineárním třídimenzionálním popisu bublinového režimu je délka urychlovací vzdálenosti v soustavě spojené s elektronem omezena namísto délkou plazmové vlny velikostí poloměru $r_b = w_0 = 2\sqrt{a_0}/k_p$. Pak pro tento režim bude rozfázovací délka [7]

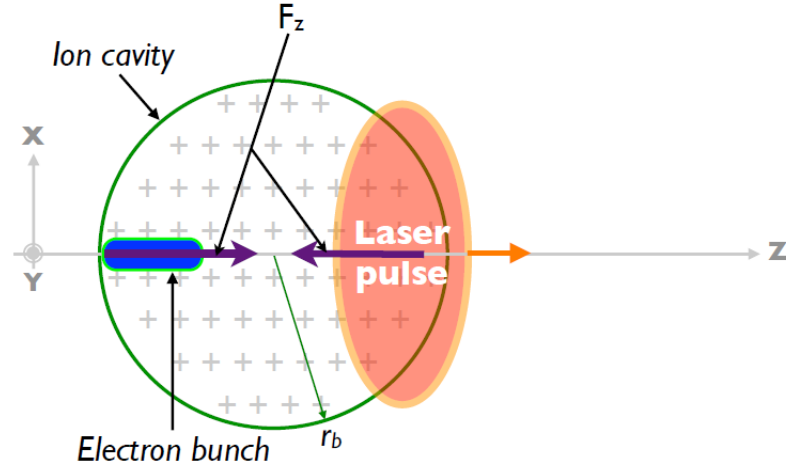
$$L_d^{3D} \simeq \frac{2}{3} \frac{\omega^2}{\omega_p^2} r_b = \frac{4}{3} \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \frac{\sqrt{a_0}}{k_p} = \frac{4}{3} \frac{n_c}{n_e} \frac{\sqrt{a_0}}{k_p}. \quad (1.21)$$

Nejvyšší energetický přírůstek elektronů získáme, nastavíme-li urychlovací vzdálenost blízkou rozfázovací délce. Z (1.21) lze vidět, že velikost rozfázovací délky můžeme ovlivnit změnou hustoty n_e použitého plazmatu a také změnou intenzity laserového impulsu a_0 .

Odpovídá-li urychlovací vzdálenost L_{acc} rozfázovací délce, získá elektron maximální energetický příspěvek [5]

$$W_{max} = eE_m L_{acc}, \quad E_m = m\omega_p c \sqrt{a_0}/e. \quad (1.22)$$

Maximální urychlovací vzdálenost je obvykle omezena vzdáleností, po kterou je možné udržet požadovanou intenzitu laseru. Pro Gaussovský svazek se šířkou ohniska w_0 se jeho intenzita sníží na polovinu ve vzdálenosti od ohniska rovné Rayleighově délce $z_R = \pi w_0^2 \lambda$. Tím pádem bude maximální urychlovací vzdálenost vždy menší než tato délka.



Obrázek 1.7: Princip urychlování elektronů brázdovou vlnou v tzv. bublinovém režimu. Převzato z [5].

Kapitola 2

Záření relativistických elektronů

V následující kapitole se seznámíme s možností generace vysokoenergetického, krátkovlnného elektromagnetického záření využitím urychleného relativistického elektronového svazku. Ukážeme si, jaké požadavky musí elektronový svazek splňovat, aby mohlo docházet k vyzařování a prozkoumáme různé jeho režimy. Rovněž si stručně představíme základní zdroje betatronového a synchrotronového elektromagnetického záření a také použití konvenčních undulátorů k získání laseru na volných elektronech.

2.1 Spektrální intenzita vyzařování

Předpokládejme, že se elektron pohybuje po zakřivené trajektorii normalizovanou rychlostí $\vec{\beta}$ a nechť je jeho poloha v každém časovém okamžiku určena polohovým vektorem $\vec{r}(t)$, pak spektrální intenzita vyzařovaného elektromagnetického záření ve směru pozorovatele $\vec{n}$ je určena vztahem [14]

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^3 \varepsilon_0 c} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega(t - \vec{n} \cdot \vec{r}(t)/c)} \frac{\vec{n} \times [(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}]}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^2} dt \right|^2. \quad (2.1)$$

Zde dále předpokládáme, že pozorovatel se nachází v takové vzdálenosti od pohybujícího se elektronu, že směr pozorování $\vec{n}$ se během pohybu nemění a můžeme ho považovat za konstantní. Vzorec (2.1) vyjadřuje energii vyzářenou ve spektrálním pásu $\omega + d\omega$ do prostorového úhlu $d\Omega$, centrovaného ve směru pozorovatele $\vec{n}$ a z jeho tvaru vyplývá několik základních vlastností mechanismu vyzařování, které si probereme v následujícím textu.

Základní a nutnou podmínkou pro vznik záření je zrychlení elektronu. Pokud je ve výše uvedeném vztahu $\vec{\beta} = \vec{0}$, celý integrál je pak nulový a ke vzniku záření nedochází.

Důležitým parametrem elektromagnetického záření je energie jeho fotonů $E_p = \hbar\omega$. Ze vztahu pro spektrální intenzitu vidíme, že vyzařovaná energie bude nejvyšší, pokud $\vec{n} \cdot \vec{\beta} \rightarrow 1$. To vyplývá z toho, že intenzita vyzařování je úměrná $(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^{-2}$. Podmínka $\vec{n} \cdot \vec{\beta} \rightarrow 1$ je splněna právě tehdy, když $|\vec{\beta}| \simeq 1$ a $\vec{\beta} \parallel \vec{n}$. Elektrony s vyšší energií budou tedy vyzařovat intenzivněji, vzniklé záření bude směřovat ve směru pohybu elektronů. To je zároveň jedním z důsledků Lorentzovy transformace. Bude-li ve své klidové soustavě elektron vyzařovat rovnoměrně do všech směrů, vlivem jeho relativistického pohybu budeme v laboratorní soustavě toto

záření pozorovat soustředěné do úzkého kužele s vrcholovým úhlem $\Delta\theta = 1/\gamma$, orientovaným ve směru vektoru rychlosti [5] .

Ze znalosti rozkladu síly na příčnou a podélnou složku, pro relativistické rychlosti ve tvaru [16]

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \left(\gamma \frac{d\vec{v}}{dt} + \gamma^3 \frac{\beta}{c} \frac{dv}{dt} \vec{v} \right) = m \left(\gamma \frac{d\vec{v}_\perp}{dt} + \gamma^3 \frac{d\vec{v}_\parallel}{dt} \right) = \vec{F}_\perp + \vec{F}_\parallel, \quad (2.2)$$

můžeme také normalizované zrychlení rozdělit na odpovídající složky [16] :

$$\dot{\vec{\beta}} = \frac{1}{c} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{c} \left(\frac{F_\perp}{\gamma m} + \frac{F_\parallel}{\gamma^3 m} \right) = \dot{\vec{\beta}}_\perp + \dot{\vec{\beta}}_\parallel. \quad (2.3)$$

Z tohoto je patrné, že pro relativistické rychlosti ($|\vec{\beta}| \simeq 1$) má mnohem větší vliv na zrychlení elektronu příčná složka působící síly. To je z důvodu odlišnosti tvaru výrazů pro transformaci příčné a podélné složky síly, a tedy jejich různých závislostí na faktoru γ .

Z výrazu $(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}$ vyplývá, že spektrální intenzita roste s druhou mocninou zrychlení $\dot{\vec{\beta}}$, bude tedy efektivnější využít k získání vysokoenergetického záření právě příčnou sílu.

Fázový člen $e^{i\omega(t - \vec{n} \cdot \vec{r}(t)/c)}$ můžeme lokálně aproximovat funkcí $e^{i\omega(1-\beta)t} = e^{i\omega(1 - \frac{1}{c} \frac{r(t)}{t})t}$. Integrál na pravé straně (2.1) pak bude nenulový právě tehdy, pokud se zbytek integrandu bude měnit se stejnou frekvencí jako fázový člen, který osciluje s frekvencí $\omega_\varphi = \omega(1 - \beta)$. Budeme-li předpokládat, že elektron vykonává periodický pohyb a jeho rychlost $\vec{\beta}$ se mění s frekvencí ω_{e-} , podmínka pro nenulovost integrálu se nám zredukuje na $\omega_\varphi \simeq \omega_{e-}$. Elektron potom vyzařuje záření s daleko vyšší frekvencí [5]

$$\omega = \frac{\omega_{e-}}{1 - \beta} \simeq 2\gamma^2 \omega_{e-}. \quad (2.4)$$

K získání vysokoenergetického záření je tedy nutno relativistický elektronový svazek rozkmitat v příčném směru.

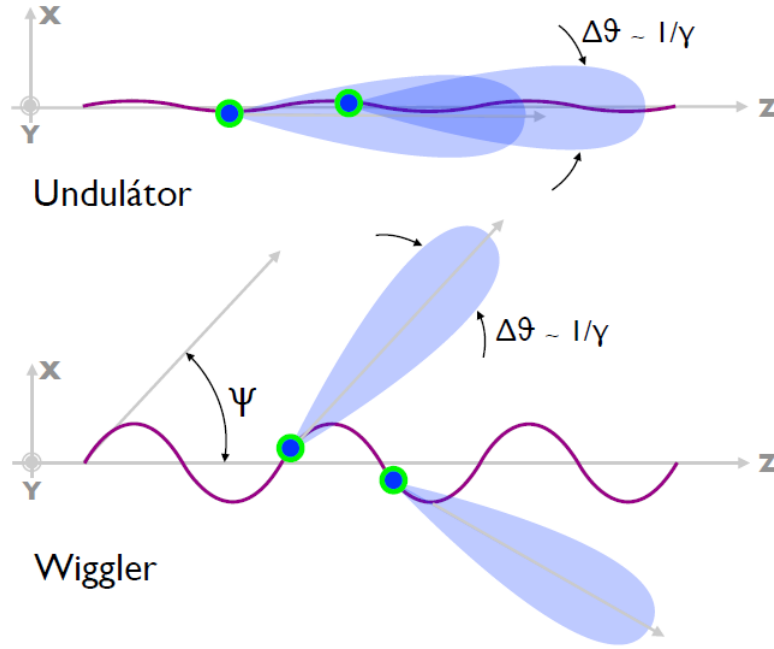
Požadované zakřivení trajektorií elektronů může být provedeno různými fyzikálními mechanismy, v následujícím textu si představíme některé ze základních principů vzniku elektromagnetického záření, například při zachycení elektronů v plazmové brázdové vlně, při průchodu magnetickým polem s periodicky se střídající orientací a nebo při působení protiběžného laserového impulsu na pohybující se laserový svazek.

2.2 Režimy vyzařování - undulátor a wiggler

Nezávisle na použitém mechanismu můžeme rozlišit dva různé režimy vyzařování. Pro oba tyto režimy je společné, že vlivem Lorentzovy transformace mezi souřadnou soustavou, spojenou s pohybujícím se elektronem, a laboratorní soustavou bude vyzařované záření soustředěno do úzkého vrcholového úhlu $\Delta\theta \simeq 1/\gamma$. V čem se tyto režimy liší, je směrová koherence daného záření - jejich srovnání je zobrazeno na Obr.2.1.

Jestliže elektron vyzařuje záření ve stejném směru po celou dobu svého pohybu, nazýváme tuto situaci **režimem undulátoru**. Režim undulátoru nastane tehdy, když maximální úhel odchýlení ψ trajektorie elektronového svazku od směru jeho šíření je menší než vrcholový úhel vyzařování $\Delta\theta = 1/\gamma$ [5] .

Druhým režimem vyzařování je **režim wiggleru**. Pro něj platí, že elektron vyzařuje v různých fázích své trajektorie do odlišného směru a nastává při $\psi \gg 1/\gamma$ [5] .



Obr.2.1: Porovnání režimů undulátoru a wiggleru. Při režimu undulátoru (nahore) elektron vyzařuje po celé délce své trajektorie do stejného směru, na rozdíl od režimu wiggleru (dole), kdy elektron v různých fázích své trajektorie vyzařuje do různých směrů. Převzato z [5] , upraveno.

Pro popis těchto dvou režimů zavádíme bezrozměrný charakteristický parametr $K = \gamma\psi$, pomocí kterého můžeme tyto dva režimy odlišit - pro undulátor je $K \ll 1$, pro wiggler $K \gg 1$. Fyzikální význam parametru K si můžeme zjednodušeně představit jako počet oddělených částí trajektorie (v průběhu vykonání jedné příčné oscilace) elektronového svazku, vyzařujících v odlišných směrech. Pro undulátor tedy bude takto zavedený charakteristický parametr malý, díky tomu, že vyzařuje po celou dobu víceméně do jednoho směru. Naopak wiggler bude vyzařovat do mnoha různých směrů, trajektorii pak můžeme rozdělit na vysoký počet částí, příslušných rozdílnému směru vyzařování, z tohoto důvodu bude režimu wiggleru odpovídat vyšší hodnota parametru K .

Kvalitativní i kvantitativní vlastnosti získaného záření (energetické spektrum, divergence, počet vyzařených fotonů a vyzařená energie) jsou pro oba režimy rozdílné [5] .

2.2.1 Analýza spektra vyzařování

Předpokládejme, že trajektorie elektronu bude přibližně odpovídat jednoduchému příčnému vlnění ve směru osy z . Trajektorie kmitajícího elektronu pak bude popsána funkcí [5]

$$x(z) = \frac{\psi}{k_u} \sin(k_u z) = \frac{K}{\gamma k_u} \sin(k_u z), \quad (2.5)$$

kde λ_u je prostorová perioda oscilací, $k_u = \frac{2\pi}{\lambda_u}$ je vlnové číslo a ψ je maximální úhel odchýlení trajektorie elektronu od směru osy z , viz Obr. 2.2.

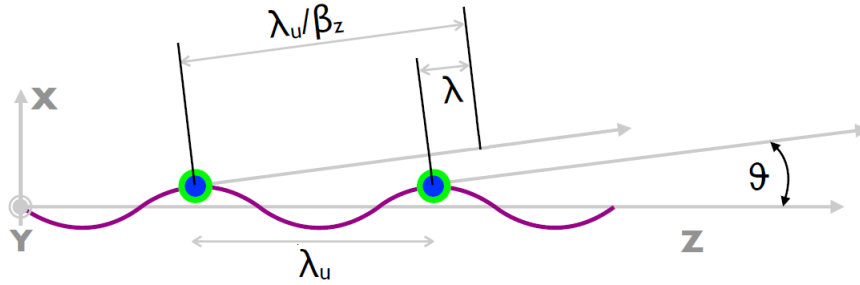
Energie elektronu se přitom nemění, takže změna příčné rychlosti elektronu se projeví úbytkem její podélné složky β_z . Z předpokládané trajektorie můžeme odvodit, že normovaná podélná rychlost elektronu bude [5]

$$\beta_z \simeq \beta \left(1 - \frac{K^2}{2\gamma^2} \cos^2(k_u z) \right). \quad (2.6)$$

Provedeme-li středování přes jednu periodu λ_u , pak bude tato střední rychlost

$$\overline{\beta_z} \simeq \beta \left(1 - \frac{K^2}{2\gamma^2} \right) \simeq 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} \right). \quad (2.7)$$

Díky tomu, že trajektorie elektronu je periodická, pokaždé, když je elektron ve stejné fázi své trajektorie, amplituda vytvářeného elektromagnetického pole má v tomto bodě stejný směr i velikost. To má za důsledek, že také i vzniklé záření bude periodické.



Obr.2.2: Znáznornění postupu při výpočtu vlnové délky λ záření vyzářovaného do směru $\vec{n}$ svírajícího s osou z úhel θ . Převzato z [5], upraveno.

Uvažujme záření vyzářené ve směru pozorovatele $\vec{n}$, svírajícím úhel θ se směrem pohybu elektronu $\vec{e}_z$ a šířící se rychlostí světla c . Pro $z = \lambda_u$ a $t = \lambda_u / \overline{\beta_z} c$ bude mít záření stejnou amplitudu, jakou mělo v čase $t = 0$ a v $z = 0$. Vzdálenost mezi těmito místy s konstantní amplitudou (znázorněno na Obr.2.2) bude odpovídat vlnové délce λ vytvářeného záření a bude dána vztahem [5]

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{\overline{\beta_z}} - \lambda_u \cos \theta \simeq \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2 \theta^2 \right). \quad (2.8)$$

Výsledné spektrum se bude skládat ze základní frekvence $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, případně podle velikosti parametru K , také z vyšších harmonických frekvencí. Záření s nejvyšší energií bude vyzářováno ve směru pohybu svazku, pro nulový úhel θ je totiž vlnová délka minimální (a tudíž energie fotonu maximální).

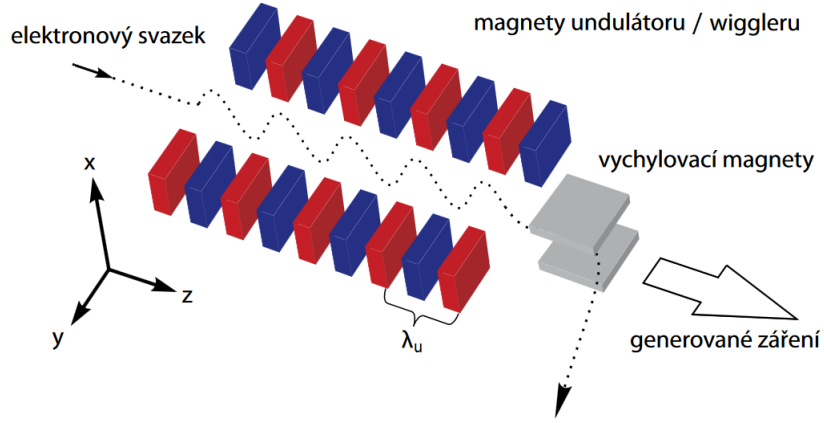
2.3 Synchrotronové záření z konvenčního undulátoru/wiggleru

Jedním ze způsobů získání tzv. synchrotronového záření, tedy záření vzniklého zakřivením dráhy urychlených částic, je využití konvenčních undulátorů a wigglerů ke zvlnění trajektorie elektronového svazku, získaného ať už z konvenčních radiofrekvenčních urychlovačů anebo svazku elektronů urychlených plazmovou brázdovou vlnou. Princip použití undulátoru / wiggleru k získání elektromagnetického záření je znázorněn na Obr. 2.3.

Konvenční undulátor/wiggler je periodická soustava dipólových magnetů se vzájemně opačnou polaritou/ orientací vytvářeného magnetického pole.

Takové uspořádání vytváří magnetické pole, které v blízkosti středové osy můžeme přibližně aproximovat výrazem [15]

$$\vec{B} = B_0 \sin(k_u z) \vec{e}_z. \quad (2.9)$$



Obr.2.3: Zdroj synchrotronního elektromagnetického záření využívající konvenční undulátor/ wiggler. Elektronový svazek je vlivem proměnného magnetického pole rozkmitán v příčném směru, což způsobuje vznik synchrotronního záření ve směru jeho pohybu. Převzato z [17] , upraveno.

Vyřešíme-li pohybovou rovnici ($\frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{v} \times \vec{B}$) pro elektron, pohybující se v přítomnosti tohoto magnetického pole, zjistíme, že jeho trajektorie bude mít tvar [5]

$$x(z) \simeq -\frac{K}{\gamma k_u} \sin(k_u z), \quad (2.10)$$

$$K = \frac{eB_0}{k_u m_e c} = \frac{eB_0 \lambda_b}{2\pi m_e c}. \quad (2.11)$$

Vzhledem k tomu, že trajektorie (2.10) odpovídá případu (2.5) oscilujícího elektronu, můžeme využít výše odvozeného vztahu (2.8) pro vlnovou délku λ získaného synchrotronního záření

$$\lambda \simeq \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2 \theta^2\right). \quad (2.12)$$

Zajímavé je, že parametr K není závislý na γ , a tedy i režim vyzařování je kompletně nezávislý na parametrech použitého elektronového svazku, důležité jsou v tomto ohledu pouze konstrukční parametry využitého undulátoru/wiggleru. Jednou z hlavních výhod použití konvenčních undulátorů/ wigglerů je jednoduchá přeladitelnost výstupní vlnové délky, jež může být provedena například změnou energie elektronového svazku, magnetického pole B_0 nebo undulátorové periody λ_u .

2.3.1 Laser na volných elektronech

V současné době se koherentní monochromatické záření nejběžněji získává zesílením světelného svazku stimulovanou emisí v aktivním médiu, k těmto účelům zesílení světla jsou použity optické rezonátory, tvořené nejčastěji odraznými optickými prvky. Pro krátkovlnné záření (pro vlnové délky menší než 100 nm) už ale bohužel neexistují zrcadla, která by byla schopna takového záření odrazet a mohli jsme z nich vytvořit optický rezonátor [18] . Proto se také hledají jiné způsoby získávání koherentního záření o krátkých vlnových délkách, nevyužívající vícenásobný průchod svazku záření aktivním médiem, jako například generace charakteristického rentgenového záření při interakci laseru s pevnými terči a nebo generace vysokých harmonických frekvencí (High Harmonics Generation).

K získání koherentního záření je možné také využít konvenčního undulátoru. Průchod elektronového svazku undulátorem obecně vytváří nekoherentní synchrotronní záření, ovšem při splnění určitých podmínek lze dosáhnout toho, že samotný elektronový svazek uvnitř undulátoru se bude chovat jako aktivní prostředí a bude zesilovat vlastní vytvářené záření. Tento fyzikální princip nazýváme **laser na volných elektronech**, zkráceně FEL (z anglického výrazu Free Electron Laser)[19]. Jednotlivé elektrony jsou ovlivňovány zářením, vytvářeným ostatními elektrony ve svazku, tato interakce mezi elektrony a jejich vlastním zářením způsobuje vytváření tzv. mikroshluků (z anglického microbunches). Podélné rozložení mikroshluků přesně odpovídá základní vlnové délce generovaného záření, a jelikož se při tom všechny elektrony pohybují se stejnou fází, záření bude jednak koherentní, ale také i mnohem intenzivnější, než by tomu bylo v případě průchodu svazku undulátorem v běžném režimu. Laser na volných elektronech přebírá všechny výhody použití undulátoru (zejména přeladitelnost vlnové délky vytvářeného záření), nicméně nevýhodou stále zůstávají velmi striktní požadavky na kvalitu a parametry elektronového svazku, nutné k dosažení tohoto režimu [5].

2.4 Betatronové záření

Urychlování elektronového svazku za pomoci plazmového brázdového pole jsme se věnovali v předchozí kapitole. Shrňme si nyní dosud získané poznatky o tzv. bublinovém režimu - průchozí laserový impuls působí na elektrony v podkriticky hustém plazmatu ponderomotorickou silou, která způsobí vytlačení elektronů z míst, kterými prochází laserový impuls, což vede k vytvoření brázdového pole a eventuálně při splnění určitých podmínek i k vytvoření iontové bubliny, souběžně se pohybující s laserovým impulzem. Elektrony, ponderomotorickou silou vytlačené ze svých rovnovážných poloh, se vlivem elektrostatické síly budou zpět vracet do těchto rovnovážných poloh a vytvoří svým pohybem vlny v plazmatu, šířící se ve směru laserového impulsu. Dojde-li k zachycení elektronu v plazmové brázdové vlně, bude tento elektron urychlován, až dokud nedosáhne tzv. rozfázovací délky [3].

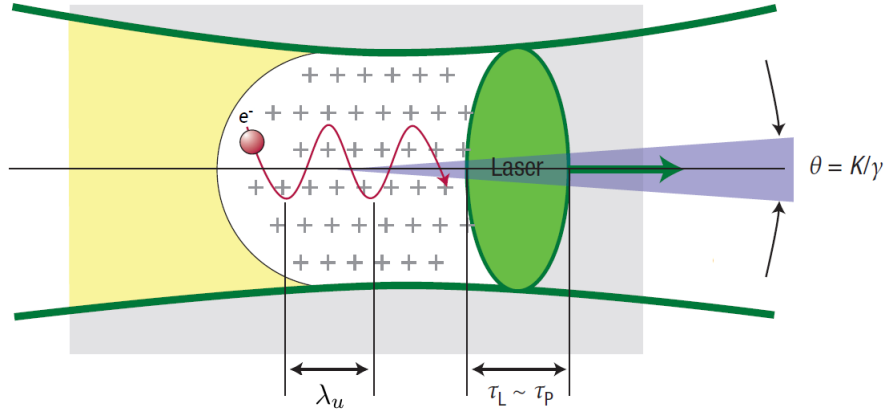
Kromě urychlování zachycených elektronů v podélném směru je iontová bublina zodpovědná také za vznik příčných oscilací, právě vlivem coulombovského potenciálu nehybných iontů. Elektrony oscilují s frekvencí $\omega_\beta \simeq \omega_p / \sqrt{2\gamma}$, označovanou jako **betatronová frekvence** [3]. Betatronové oscilace jsou příčinou vzniku tzv. betatronového záření, jak je ukázáno na Obr.2.4. Přestože jsou trajektorie elektronů, podstupujících betatronové oscilace, odlišné od v předešlém textu studovaného případu (2.5) (hlavně z důvodu, že amplituda a frekvence betatronových oscilací je časově závislá, namísto prostorové závislosti, jak tomu bylo v předchozích případech), výsledné betatronové záření má stejné vlastnosti jako synchrotronové záření v režimu wiggleru a k jeho popisu mohou být použity stejné parametry K , γ a λ_u [5]:

$$\lambda_u(t) = \sqrt{2\gamma(t)}\lambda_p, \quad (2.13)$$

$$K(t) = r_\beta(t)k_p\sqrt{\gamma(t)/2}, \quad (2.14)$$

kde $\lambda_p = \frac{2\pi}{k_p} = \frac{2\pi c}{\omega_p}$ je vlnová délka plazmatických oscilací a $r_\beta(t)$ je vzdálenost elektronu od středu iontové bubliny.

V předchozích vzorcích vystupují okamžité hodnoty veličin v čase t , proto konkrétní vlastnosti výsledného betatronového záření budou ovlivněny počátečními podmínkami při začátku urychlování elektronu a budou tedy záviset na způsobu zachycení elektronu plazmovou vlnou.



Obr.2.4: Schéma mechanismu produkce betatronového záření. Intenzivní laserový impuls délky τ_L vytváří plazmové brázdové pole, které dokáže urychlovat elektrony ve směru šíření laserového impulsu a zároveň způsobuje jejich příčné oscilace. Tyto oscilace vytvářejí elektromagnetické záření vyzářené ve směru pohybu elektronového svazku. Převzato z [20] , upraveno.

2.5 Thompsonův zpětný rozptyl

Thompsonův zpětný rozptyl elektronů protiběžným laserovým impulzem je jedním z potenciálních zdrojů až gama záření, využívajících k jeho generaci, podobně jako plazmatický betatron, pouze laserový systém [18] . Urychlený elektronový svazek je v případě Thompsonova zpětného rozptylu donucen příčně kmitat vlivem silného elektromagnetického pole, tvořeného intenzivním laserovým svazkem, jak bylo ukázáno na začátku první kapitoly. Protiběžný laserový impuls se tedy v tomto případě chová jako undulátor s vlnovou délkou $\lambda_u = \lambda_L/2$ a charakteristickým parametrem $K = a_0$, úměrnými vlnové délce λ_L , resp. normalizovanému vektorovému potenciálu a_0 použitého laseru [5] .

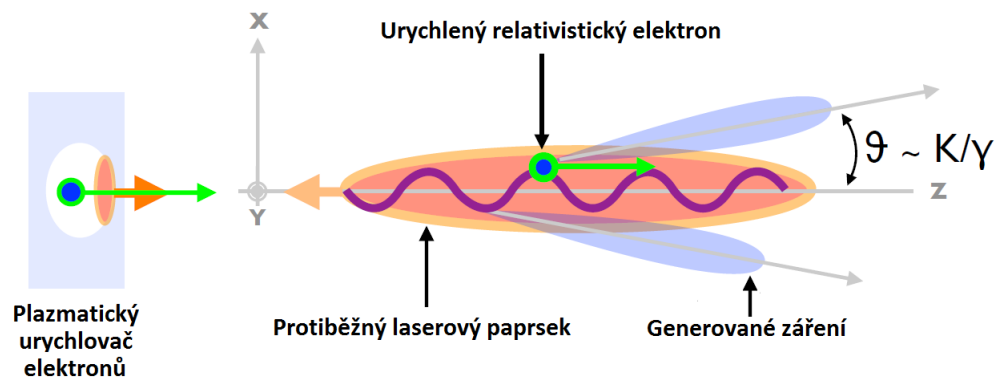
Označme γ relativistický faktor pohybujícího se elektronového svazku a ω_L frekvenci laserového impulsu. Pak v souřadné soustavě, spojené s pohybujícími se elektrony, se frekvence protiběžné elektromagnetické vlny změní díky Dopplerově posuvu na $\omega'_L = 2\gamma\omega_L$. Záření je rozptylováno na elektronech při této stejné frekvenci $\omega'_L = \omega'_r$, při přechodu zpět do laboratorní soustavy, vlivem dalšího Dopplerova posuvu, bude frekvence pozorovaného rozptýleného záření [21]

$$\omega_r = \frac{4\gamma^2\omega_L}{1 + \gamma^2\theta^2}. \quad (2.15)$$

Z toho je zřejmé, že i při relativně nízkých energiích elektronového svazku lze tedy dosáhnout generace vysokoenergetického záření. Pro vznik gama záření jsou nutné energie elektronů v řádu 100 MeV, zatímco při použití konvenčních undulátorů by byly zapotřebí energie až v řádu GeV [5] .

Zpětný Thompsonův rozptyl lze v současné době realizovat dvojím způsobem. Prvním z nich je využití dvou laserových impulsů, jednoho k vytvoření plazmové brázdové vlny a urychlení elektronů a druhého pak k rozptylu a vynucení příčných oscilací v takto vzniklém elektronovém svazku. Obvykle se využívá pouze jednoho laserového svazku, který je ovšem rozdělen v určitém poměru - intenzivnější část je použita pro urychlení elektronů, méně intenzivní svazek je pak použit pro rozptyl [6] .

Existuje i druhý způsob, jak zpětný rozptyl realizovat, a to je využití jednoho laserového impulsu zároveň k vytvoření brázdového pole i k rozptylu elektronů jeho odražením od plazmo-



Obr.2.5: Princip generace elektromagnetického záření pomocí Thompsonova zpětného rozptylu elektronového svazku protiběžným laserovým impulzem. Elektronový svazek byl urychlen plazmovým brázdovým polem. Převzato z [5] , upraveno.

vého zrcadla. Tenká fólie, určená pro zformování tohoto plazmového zrcadla, je ionizována náběhovou hranou laserového impulsu, dochází ke tvorbě pro daný laserový impuls nadkriticky hustého plazmatu, od kterého se až 70 % impulsu odrazí zpět a může sloužit k rozkmitání elektronového svazku [6] .

Kapitola 3

Diagnosticke metody elektronového svazku

Většina diagnostických metod elektronového svazku byla vyvinuta a poprvé použita pro potřeby konvenčních radiofrekvenčních urychlovačů. Na rozdíl od konvenčních urychlovačů, u plazmových urychlovačů při aplikacích není urychlení elektronového svazku ve většině případů hlavním produktem a cílem, tím je generace doprovodného krátkovlnného rentgenového záření. Tím pádem nelze toto vznikající záření přímo použít ke sledování vlastností svazku, jak tomu bývá u konvenčních urychlovačů. Použitá diagnostická zařízení se pak budou lišit navíc i z důvodu, že délka impulsu elektronového svazku z laserových urychlovačů je mnohonásobně kratší, vzhledem k délce urychlujícího laserového impulsu, jenž je v řádu několika femtosekund.

V této kapitole budou nejprve uvedeny základní druhy interakce elektronů s materiálem. Následovat bude popis pohybu nabitě částice v přítomnosti stacionárního magnetického pole. Dále se pak už seznámíme se základními diagnostickými metodami elektronového svazku, konkrétně tedy s metodami měření energie svazku, měření jeho příčné polohy a profilu a také s metodami určování celkového náboje svazku.

3.1 Interakce elektronů s látkou

Nabitá částice, procházející látkou, ztrácí energii v důsledku různých forem interakce. První z nich je interakce s elektronovým obalem atomu a předání části své energie vázaným elektronům - dochází k excitaci a při dostatečné předané energii také k ionizaci atomu. Úbytek energie nalétávající částice při průchodu materiálem v důsledku ionizace je dán Bethe-Blochovou formulí [22]

$$-\frac{dE}{dx} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{4\pi N_A Z}{m_e c^2} \frac{1}{A \beta^2} \ln \left(\frac{\gamma m_e c^2}{2I} - \beta^2 \right), \quad (3.1)$$

kde Z, A jsou atomové, resp. nukleonové čísla absorpčního materiálu, I je jeho střední ionizační potenciál, m_e je klidová hmotnost dopadajícího elektronu a N_A je Avogadrova konstanta.

Další způsob interakce je pak emise brzdného záření při rozptylu elektronů na jádrech.

V důsledku vzniku brzdného záření bude úbytek energie elektronu po průchodu absorberem záviset na tzv. radiační délce X_0 , jež je dána materiálem absorberu, a také na jeho energii [22]

$$-\frac{dE}{dx} \simeq \frac{4N_A Z^2}{137 A} E \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \right)^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} = \frac{E}{X_0}. \quad (3.2)$$

Při dostatečně vysokých energiích může být brzdným zářením vyvolán vznik elektron-pozitronových párů v poli atomového jádra. Při jejich rekombinaci a anihilaci dochází k vyzáření světla o charakteristické vlnové délce, s energií fotonu, odpovídající dvojnásobku klidové energie elektronu [23] .

Elektron dále ztrácí energii vyzařováním synchrotronového záření, pohybuje-li se po zakřivené trajektorii, a Čerenkovova záření, v případě, kdy se pohybuje rychleji než je rychlost světla v daném prostředí. Tyto efekty nemají na snižování energie takový vliv, jako výše dva uvedené, přesto je možné jejich využití k diagnostice [23] .

Při vysokých energiích (přesahující stovky MeV) dochází při průchodu elektronu materiálem ke tvorbě tzv. elektromagnetické spršky / kaskády. Vysokoenergetický elektron vyzařuje při interakci s látkou brzdné záření o vysoké energii fotonu, jenž může vytvořit, pokud je energie tohoto fotonu větší než dvojnásobek klidové energie elektronu, elektron-pozitronový pár. Nově vzniklé částice při pohybu rovněž vyzařují brzdné záření, jenž může opět potenciálně vytvořit elektron-pozitronový pár. Celý tento proces se opakuje, až dokud všechny zúčastněné částice neztratí dostatek energie na to, aby přestalo docházet k vyzařování brzdného záření, resp. tvorbě párů. Kvůli tomuto procesu není přesně definován dolet (absorpční délka) vysokoenergetického elektronu v absorbéru, což výrazně ztěžuje přímé měření energie elektronů, oproti např. mnohem těžším iontům, pro které k vyzařování brzdného záření a tvorbě elektromagnetické kaskády dochází až při podstatně vyšších energiích [23] . Z těchto důvodů je pro elektron vhodnější použít magnetické pole k zakřivení dráhy elektronů ve svazku a rozdělení svazku na jednotlivé energie, které pak lze snáze detekovat pomocí polohově citlivých detektorů.

V následující části se tedy podíváme na chování částice v přítomnosti elektromagnetického pole, zejména pak v přítomnosti stacionárního magnetického pole.

3.2 Nabitá částice v elektromagnetickém poli

Na nabitou částici v přítomnosti elektrického a magnetického pole působí Lorentzova síla. Označíme-li $\vec{E}$ intenzitu elektrického pole, $\vec{B}$ magnetickou indukci, q náboj a $\vec{v}$ rychlost pohybu částice, pohybová rovnice bude mít tvar

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (3.3)$$

kde $\vec{p}$ je hybnost částice, zadaná vztahem $\vec{p} = m\vec{v} = m_0\gamma\vec{v}$.

Pohybuje-li se částice v elektromagnetickém poli z místa $\vec{r}_1$ do $\vec{r}_2$ rychlostí $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, její kinetická energie se změní vykonáním práce [16]

$$\Delta E = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) d\vec{r} = q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} + q \int_{t_1}^{t_2} \underbrace{(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}}_{=0} dt. \quad (3.4)$$

Poslední integrál je nulový, protože magnetická část Lorentzovy síly je vždy kolmá ke směru pohybu částice a skalární součin dvou ortogonálních vektorů je roven nule. Magnetické pole tedy nepřispívá ke změně energie nabitě částice, může pouze měnit její trajektorii.

3.2.1 Nabitá částice v konstantním magnetickém poli

Pohybová rovnice pro částici v konstantním stacionárním magnetickém poli (při $\vec{E} = \vec{0}$) má tvar:

$$m\gamma \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (3.5)$$

Magnetické pole nemění energii, a tudíž ani velikost rychlosti částice, můžeme tedy předpokládat, že faktor $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ v pohybové rovnici zůstane během pohybu v magnetickém poli konstantní.

Bez újmy na obecnosti dále předpokládejme, že magnetické pole bude působit ve směru osy z a bude mít tvar $\vec{B} = (0, 0, B)$.

Nejprve si rozepíšeme pohybovou rovnici pro jednotlivé složky rychlosti:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{qB}{\gamma m} v_y \quad \frac{dv_y}{dt} = -\frac{qB}{\gamma m} v_x \quad \frac{dv_z}{dt} = 0. \quad (3.6)$$

Z poslední rovnice na první pohled vidíme, že rychlost ve směru v_z je po celou dobu pohybu konstantní, nezávislá na intenzitě magnetického pole nebo velikosti náboje částice, a je zcela dána počáteční rychlostí částice v tomto směru.

Ve zbývajících dvou výše uvedených rovnicích jsou provázány složky rychlostí ve směrech x a y , proto uvedené vztahy ještě jednou zderivujeme podle času a po dosazení nederivovaných výrazů získáme dvě diferenciální rovnice, již zvlášť pro v_x a v_y

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = -\left(\frac{qB}{\gamma m}\right)^2 v_x, \quad (3.7)$$

$$\frac{d^2 v_y}{dt^2} = -\left(\frac{qB}{\gamma m}\right)^2 v_y. \quad (3.8)$$

Řešení těchto rovnic má následující tvar:

$$v_x = v_{\perp} \sin\left(\frac{qB}{\gamma m} t\right) \quad v_y = v_{\perp} \cos\left(\frac{qB}{\gamma m} t\right) \quad v_z = v_{\parallel}. \quad (3.9)$$

Ve výše uvedených vzorcích jsou $v_{\perp}$ a $v_{\parallel}$ počáteční rychlosti částice ve směru kolmém, resp. podélném ke směru magnetického pole.

Integrací tohoto řešení získáme rovnice popisující trajektorii částice:

$$x = -\frac{m\gamma v_{\perp}}{qB} \cos\left(\frac{qB}{\gamma m} t\right) + x_0 \quad y = \frac{m\gamma v_{\perp}}{qB} \sin\left(\frac{qB}{\gamma m} t\right) + y_0 \quad z = v_{\parallel} t + z_0. \quad (3.10)$$

Tyto rovnice můžeme dále zjednodušit zavedením relativistické cyklotronové frekvence ω_c a Larmorova poloměru R_L [24] :

$$\omega_c = \frac{qB}{\gamma m}, \quad (3.11)$$

$$R_L = \frac{\gamma m v_{\perp}}{qB}. \quad (3.12)$$

Řešení lze potom fyzikálně interpretovat jako pohyb po kružnici se středem v bodě $[x_0, y_0]$ a Larmorovým poloměrem R_L s úhlovou rychlostí rovnající se cyklotronové frekvenci ω_c .

Výsledný pohyb je složen z rovnoměrného přímočarého pohybu podél pole (ve směru osy z) a tzv. Larmorovy rotace kolem gyračního středu v rovině kolmé na magnetické pole. Složením těchto dvou pohybů vznikne pohyb po šroubovici.

Této vlastnosti zakřívování trajektorie částic ve směru kolmém na magnetické pole můžeme využít ke konstrukci magnetického elektronového spektrometru. Je-li podélná rychlost $v_{\parallel}$ částice v magnetickém poli nulová a známe-li velikost jejího náboje i její hmotnost, můžeme určit její energii změřením Larmorova poloměru

$$R_L = \frac{\gamma m_0 v}{qB} = \frac{m_0 c}{qB} \sqrt{\frac{E^2}{m_0^2 c^4} - 1}. \quad (3.13)$$

3.3 Měření energie elektronového svazku

Relativistické energie a krátká doba trvání elektronových svazků z laserových urychlovačů výrazně limitují možnosti použití některých diagnostických metod. Důležité tedy pro nás budou ty metody, které lze využít k diagnostice elektronových svazků s energiemi mezi 1 MeV až 1 GeV.

Na velkých urychlovačích se pro detekci elektronů po srážce používají (elektromagnetické) kalorimetrické detektory [23]. Ty fungují na prvním principu měření energie nabitých částic, a tím je totální pohlcení kinetické energie částice v materiálu detektoru. Proto jsou tyto detektory složeny střídavě z vrstvy těžkých absorpčních materiálů, které vyvolají vznik elektromagnetické spršky, a z detektorů, citlivých na tyto vznikající sekundární částice anebo fotony. Pro správnou detekci vysokoenergetických částic je potřeba mnoha vrstev absorpčních a detekčních materiálů, výsledný detektor proto obvykle bývá rozměrný, a to nekoresponduje s cílem vytvořit kompaktní laserový zdroj vysokoenergetického elektronového svazku, proto budeme hledat jiný způsob detekce.

Druhý detekční princip je založen pouze na částečné interakci elektronu s měřicím médiem. Takováto interakce nám nedovolí přímo změřit nějakou konkrétní veličinu, pouze nám podá informaci o tom, byla-li částice detektorem zachycena, či nikoliv. Patří mezi ně například polohově citlivé polovodičové, plynové a scintilační detektory.

Metoda založená na určování průletu částic je např. měření doby letu (tzv. Time-of-flight), [23] následné určení její rychlosti a výpočet kinetické energie. Tato metoda ovšem není použitelná pro relativistické částice, kvůli jejich vysokým rychlostem, pro elektrony je možné tuto metodu použít jen pro energie do 1 keV.

Energii svazku lze rovněž měřit na základě analýzy spektra vyzařovaného synchrotronového záření, případně spektra získaného Thomsonovým zpětným rozptylem fotonů externího laserového svazku na elektronech. Metody vzniku tohoto druhu elektromagnetického záření byly popsáno v předchozí kapitole. Nevýhodou těchto metod, založených na detekci fotonů, a hlavním důvodem, proč je nemůžeme použít při diagnostice elektronového svazku z laserových urychlovačů, je generace tohoto záření ve směru pohybu svazku, tedy zároveň ve směru, ve kterém se šíří betatronové záření, vzniklé během samotného procesu urychlování. Záření v tomto směru jednak nemůžeme, kvůli jeho aplikaci, měřit, ale navíc bychom ho ani nedokázali rozlišit od vznikajícího betatronového záření, bez ztráty důležitých informací o svazku. Všechny vlastnosti elektronového svazku chceme znát hlavně kvůli možnosti určení spektra tohoto vznikajícího záření. Nejpřesnější metoda určování energie svazku na kruhových urych-

lovačích je založená právě na detekci a měření polarizace synchrotronového záření z ohybových magnetů [26] .

Poslední zde uvedenou metodou bude elektronová spektrometrie, využívající elektromagnetického pole. Jak bylo v předchozím textu odvozeno, trajektorie částice, pohybující se ve stacionárním magnetickém poli, je tímto polem zakřívována a sestává z Larmorovy rotace okolo gyračního středu. Míra zakřivení trajektorie částice je dána velikostí jejího Larmorova poloměru (3.13), který je mimo jiné, závislý také na její energii. Elektrony jsou v závislosti na jejich energii prostorově rozděleny a následně detekovány polohově citlivým detektorem, v experimentech s laserovými urychlovači se nejčastěji používají scintilační detektory a nebo radiografické desky (Imaging Plates). Polovodičové a plynové detektory se obvykle při těchto experimentech nepoužívají k přímé detekci elektronů z důvodu jejich dlouhé rozlišovací doby mezi dopady jednotlivých elektronů, v porovnání s délkou impulsu elektronového svazku. V rámci této práce nás budou zajímat převážně magnetické spektrometry využívající dipólových magnetů. Při diagnostice elektronových svazků z konvenčních radiofrekvenčních urychlovačů se tyto magnety také používají v kombinaci s vyššími multipólovými magnety, takové spektrometry pak ovšem mají mnohem menší transmissi detekovaných energií, protože jsou určeny převážně pro kvazi-monoenergetické elektronové svazky. Spektrometry, využívající navíc i elektrostatičeského pole, mají problémy s relativistickou korekcí a tedy se převážně nepoužívají.

3.4 Měření polohy a příčného profilu svazku

Metody měření profilu, resp. polohy v rovině kolmé na směr šíření svazku můžeme rozdělit v zásadě na dvě kategorie - první z nich je založena na přímém zachytu elektronů ze svazku detektorem, umístěným do dráhy svazku, a jejich následné interakci.

Druhá kategorie metod získává informace o poloze svazku detekcí záření nebo jiného druhu signálu, vytvořeného samotným svazkem. Do druhé kategorie spadá detekce elektronem emitovaného nebo rozptýleného elektromagnetického záření a stejně jako tomu bylo při měření energie svazku, ani v tomto případě nelze tyto metody použít.

Proto se k měření polohy a příčného profilu svazku využívá jeho průchod přes scintilační vrstvu, jenž je natočena tak, že emituje vzniklé fotony i mimo směr šíření svazku. Scintilační metody byly jedny z prvních metod, použitých pro zobrazování elektronového svazku. Princip scintilačních detektorů je založen na pozorování deexcitačního světla (případně světla vzniklého anihilací elektron-pozitronového páru), vyzářeného látkou po průchodu elektronového svazku. Při průchodu svazku elektronů je část jeho energie přeměněna na ionizaci a excitaci látky, tento proces tedy mění energii a také rozbíhavost svazku. Pro energie nižší než 1 MeV se ve scintilátoru absorbuje značná část energie svazku, proto se tato detekční metoda používá převážně pro vyšší energie. Je důležité, aby počet fotonů vyzářených scintilačním stínítkem byl lineárně úměrný počtu prošlých elektronů, abychom mohli ze spektra zachyceného záření zpětně určit místo a počet prošlých elektronů, tuto vlastnost scintilátoru lze zajistit vhodnou volbou materiálu. Světlo emitované scintilátorem má obvykle přesně danou vlnovou délku, od pozadí lze takto získané záření odlišit použitím filtru, propouštějícího jen určitou vznikající vlnovou délku, popřípadě jiným odstíněním snímacího zařízení. Plocha scintilačního detektoru je snímána CCD (Charge-coupled device) kamerou, vzhledem ke krátké délce impulsu elektronového svazku obvykle v režimu jen jednoho snímku (single-shot detection) [27] .

Znalost polohy a průřezu svazku je důležitá při určování směru jeho šíření, ale také pro určení jeho rozbíhavosti. Tyto dva parametry potřebujeme znát, chceme-li pro měření jeho energetického spektra využít magnetického spektrometru.

3.5 Měření náboje

Elektrický proud je definován jako změna náboje dQ prošlého za čas dt plochou S . Pro relativistický elektronový svazek, ve kterém se elektrony pohybují rychlostí β , můžeme tímto svazkem vytvářený proud popsat vztahem [26]

$$I = \left. \frac{dQ}{dt} \right|_S = q\beta c, \quad (3.14)$$

kde q je lineární proudová hustota. Elektronový svazek, o celkovém náboji Q , tedy bude vytvářet elektrický proud, jehož velikost můžeme určit proudovým transformátorem. Z Ampérova zákona $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I(t)$ vyplývá, že ve vakuu, kolmo na proud elektronů ve svazku, je svazkem vytvářeno poloidální magnetické pole, jenž má ve vzdálenosti r velikost

$$B = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}. \quad (3.15)$$

Na uzavřené smyčce v okolí této vniklé magnetické siločáry se bude vlivem změny magnetického pole vytvořeného elektronovým svazkem indukovat napětí podle Faradayova zákona [26]

$$U = \oint \vec{E}^{ind} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{S} = -S \frac{dB(t)}{dt} = -S \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{dI}{dt} = -S \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{d^2 Q}{dt^2}. \quad (3.16)$$

Změřením napětí na tomto závitu při průchodu svazku a následné časové integraci tohoto signálu můžeme vypočítat časový průběh proudu svazkem, a tedy i celkový prošlý náboj.

Destruktivní metoda změření náboje svazku je jeho zachycení a uzemnění pomocí speciální elektrody, pro kterou se užívá anglický název Faraday cup. Během toho se měří změna elektrického potenciálu elektrody vůči zemi a také procházející elektrický proud.

Kapitola 4

Magnetický elektronový spektrometr

V této kapitole bude vysvětlena funkčnost magnetického elektronového spektrometru, určeného k diagnostice elektronového svazku získaného urychlováním metodou LWFA. Elektronový svazek, získaný z plazmových laserových urychlovačů, se vyznačuje značně velkým rozsahem generovaných energií, v řádu od několika MeV až po GeV, ale také jeho krátkou délkou v řádu několika femtosekund. Z těchto důvodů se při jeho diagnostice přesouváme od pokročilejších metod, využívaných pro měření kvazi-monoenergetických elektronových svazků z konvenčních radiofrekvenčních urychlovačů, zpět k použití jednoduchého designu, založeném na dipólovém magnetu a jeho schopnosti zakřivovat dráhu svazku v závislosti na jeho energetickém spektru.

Zaměříme se nejprve na teoretický popis pohybu nabitě částice ve stacionárním magnetickém poli a následně si ukážeme, jak těchto poznatků využít ke konstrukci magnetického spektrometru. Vysvětlíme si, jaký vliv má přirozená divergence elektronového svazku na měření jeho energetického spektra a pro popis těchto negativních vlivů zavedeme rozlišení spektrometru. Pro rozbíhavý i nerozbíhavý svazek si uvedeme analytické vzorce pro výpočet jeho trajektorie a bodu dopadu na detektor, odvozené pro některé zvláštní případy tvarů magnetu, které nám později umožní numerický výpočet jeho rozlišení.

Dále si představíme a probereme vznik tzv. ohniskových bodů rozbíhavého elektronového svazku po průchodu magnetem, objasníme si podmínky pro jejich vznik a ukážeme si, jak jejich poloha vzhledem k detektoru ovlivní výsledné rozlišení spektrometru.

4.1 Magnetický elektronový spektrometr s obdélníkovým magnetem

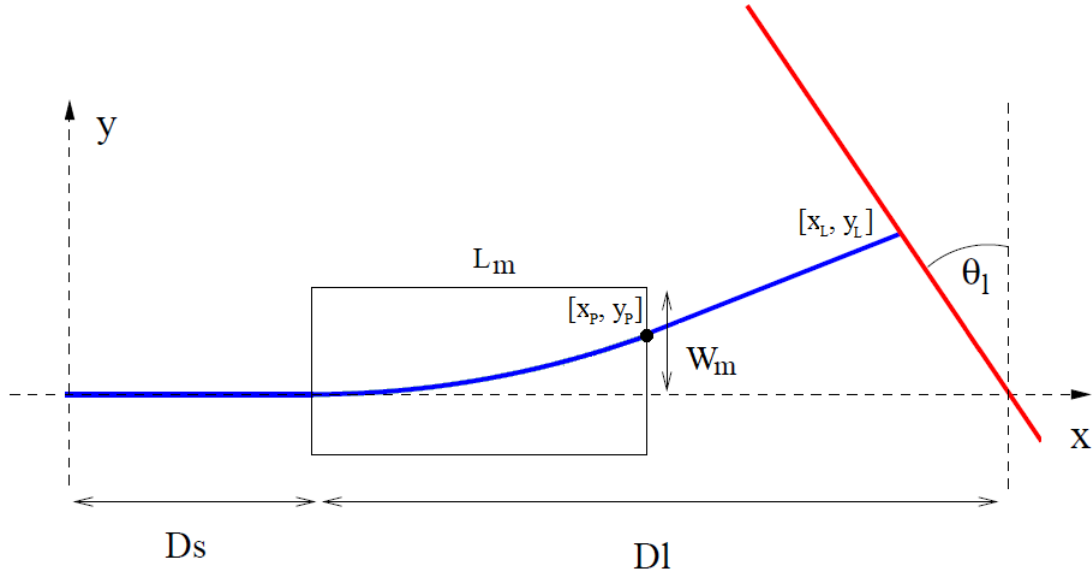
Magnetický spektrometr využívá homogenního magnetického pole k prostorové separaci svazku v závislosti na energii elektronu. Identické částice (tzn. částice se stejnou hmotností a stejným nábojem) s různými energiemi mají rozdílné hybnosti, a tedy i různou velikost svého Larmorova poloměru (3.13). Čím nižší je energie částice, tím více bude magnetickým polem zakřívována její dráha (vlivem menšího Larmorova poloměru).

Zamezíme-li pohybu elektronů přidáním stínítka tak, že částice narazí na stínítko dříve, než stihnou vykonat celou jednu rotaci okolo gyračního středu, potom na každý bod tohoto stínítka budou dopadat elektrony s jednoznačně určenou energií. Budeme-li schopni tuto srážku detekovat, určením bodů dopadu všech částic elektronového svazku můžeme změřit jeho energetické spektrum, což je hlavním cílem magnetického spektrometru. Magnet spektrometru

může ovšem plnit ještě sekundární úlohu, například při experimentech, při nichž zároveň vzniká v důsledku urychlení elektronů synchrotronní záření ve směru pohybu částic - magnet kromě určení spektra svazku zároveň odklání jeho směr mimo měřicí aparaturu pro vzniklé elektromagnetické záření.

K realizaci homogenního magnetického pole se v praxi využívá dipólových magnetů.

Detekce dopadu elektronů většinou vyžaduje vlastní měřicí zařízení (např. scintilační detektor), jehož umístění uvnitř magnetu by nemuselo být optimální, proto se stínítko obvykle pro tento druh experimentu umísťuje vně magnetického pole.



Obr.4.1: Magnetický elektronový spektrometr - uspořádání magnetu a stínítka. Převzato z [27] , upraveno.

4.1.1 Ideální elektronový svazek

Nyní přejdeme k matematickému popisu místa dopadu částice zakřivené magnetem. Předpokládejme ideální (nerozbíhavý) elektronový svazek, pohybující se podél osy x , vstupující do magnetu kolmo na jeho přední stěnu. Obdélníkový magnet o délce L_m a šířce W_m (šířkou bude v následujících výpočtech označena vzdálenost boční hrany magnetu od osy x) bude umístěn ve vzdálenosti D_s od počátku souřadných os. Ve vzdálenosti D_l od přední stěny magnetu bude umístěno stínítko, pootočené o úhel θ_l . Dále předpokládejme, že uvnitř magnetu je dokonale homogenní magnetické pole o magnetické indukci $\vec{B} = (0, 0, B)$ a všude mimo magnet je magnetické pole nulové. Zanedbáme rovněž i všechny okrajové nehomogenity na hranicích magnetu. Výše popsané uspořádání je vyobrazeno na Obr.4.1.

Kterou ze stěn elektron projde při výstupu z magnetu, bude záviset převážně na poměru jeho velikostí, intenzitě magnetického pole a také na energii vstupujícího elektronu. Uvažujeme-li stále kolmý dopad na přední stěnu a za předpokladu, že délka magnetu je větší než jeho šířka, můžeme podle velikosti Larmorova poloměru elektronu rozlišit tři následující situace:

1. Larmorův poloměr elektronu bude mnohem větší než jsou rozměry magnetu - elektron potom bude mít dostatečnou energii na to, aby prošel zadní stěnou magnetu.
2. Velikost Larmorova poloměru elektronu je srovnatelná s délkou magnetu - elektron

opustí magnet boční stěnou. Bude-li mít magnetické pole směr osy z , částice v magnetickém poli bude provádět levotočivou rotaci a projde levou boční stěnou magnetu (při pohledu ve směru šíření).

3. Larmorův poloměr elektronu je mnohem menší než šířka magnetu - v tomto případě elektron nebude mít dostatečnou energii na to, aby prošel magnetem a po opsání půlkružnice se vrátí zpět přední stěnou.

Poslední z těchto případů není pro naše účely relevantní, neboť v experimentálním uspořádání, pro které je elektronový spektrometr určen, nelze z důvodu přítomnosti zdroje elektronového svazku v tomto směru umístit detektor. Tím pádem je množina detekovatelných energií zespoda omezena určitou minimální hodnotou. Ve většině případů budeme mnohem více omezení schopností detekce některých nižších energií prošlého svazku, z důvodu konečné délky stínítka umístěného za magnetem, a tak detekce elektronů, vychýlených magnetickým polem zpět do původního směru, pro nás nebude důležitá, protože jejich energie bude ležet mimo zvolený měřený interval.

V případě, že elektron projde zadní stěnou magnetu, průsečík jeho trajektorie s prošlou stěnou označíme $[x_P, y_P]$ a v závislosti na energii elektronu bude mít souřadnice

$$[x_P(E), y_P(E)] = [D_s + L_m, R(E) - \sqrt{R^2(E) - L_m^2}]. \quad (4.1)$$

Částice, která se dostane do bodu $[x_P(E), y_P(E)]$, už není nadále zakřívována magnetickým polem a dále se pohybuje po přímce až ke stínítku. Úhel, jež svírá tato přímka s osou x , můžeme vyjádřit vztahem

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{R^2(E) - L_m^2}}{L_m}. \quad (4.2)$$

Projde-li elektron boční stěnou magnetu, bude mít tento bod souřadnice

$$[x_P(E), y_P(E)] = [D_s + \sqrt{R^2(E) - (R(E) - W_m)^2}, W_m], \quad (4.3)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{R^2(E) - (R(E) - W_m)^2}}{R(E) - W_m}. \quad (4.4)$$

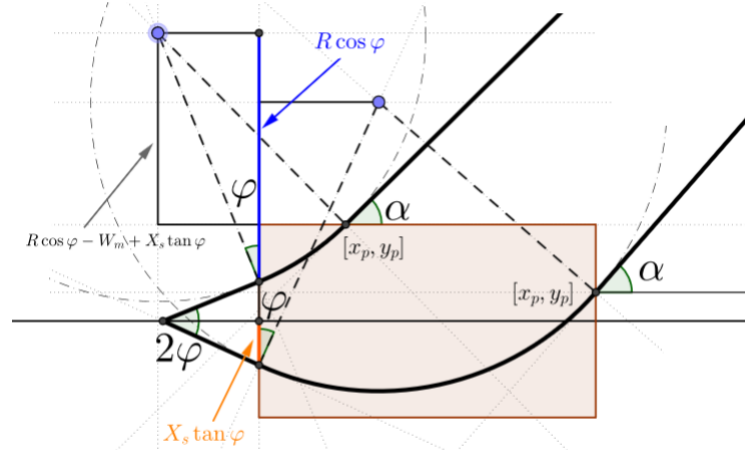
Souřadnice $[x_L, y_L]$ bodu dopadu elektronu na stínítko můžeme pro oba dva případy vyjádřit pomocí bodu $[x_P, y_P]$ a úhlu α následujícím způsobem:

$$y_L(E) = \frac{y_P \operatorname{tg} \alpha - x_P + D_l}{\operatorname{tg} \theta_l + \operatorname{tg} \alpha} \quad x_L(E) = D_l + D_s - y_L \operatorname{tg} \theta_l. \quad (4.5)$$

4.1.2 Zahrnutí divergence svazku

Reálný elektronový svazek je vždy rozbíhavý, neboť mezi jednotlivými elektrony působí odpuzivá elektrostatická síla. V předchozích vzorcích jsme považovali svazek za ideální, proto je k získání skutečného popisu systému musíme poupravit zahrnutím úhlu divergence φ .

Využijeme-li analogie s optikou a představíme-li si elektronový svazek složený z jednotlivých rozbíhavých paprsků, můžeme pro naše účely definovat rozbíhavost (divergenci 2φ) jako úhel, který budou svírat dva nejkrajnější paprsky.



Obr.4.2: Naznačení způsobu odvození bodu výstupu z magnetu $[x_p, y_p]$.

Předpokládejme opět elektronový svazek dopadající kolmo na přední stěnu magnetu. Nyní chceme analyzovat dráhu elektronu, který se od kolmého směru dopadu odchýlí z důvodu přirozené rozbíhavosti svazku o obecný úhel φ . Kromě tří výše uvedených případů, v důsledku divergence může částice opustit magnet i pravou boční stěnou, bude-li úhel φ velký nebo bude-li stěna blízko ose x a částice nestačí zakřivit svou trajektorii uvnitř magnetu dostatečně na to, aby se v něm udržela. Konfiguracím, kde by tato možnost mohla nastat, se budeme chtít vyhnout, divergence svazku 2φ je naštěstí velmi malá ve srovnání s rozměry magnetu (maximálně desítky mrad) a k procházení spodní hranou nedochází.

Pro nás budou opět důležité zejména případy, kdy částice vystupují z magnetu zadní a levou boční stěnou. V následujících částech už nebudeme pro větší přehlednost odvozených vztahů zapisovat explicitně závislost Larmorova poloměru $R(E)$ na energii částice, tak jako jsme to dělali doposud.

Pro případ, kdy elektron projde zadní stěnou, závislosti polohy výstupního bodu $[x_P(E, \varphi), y_P(E, \varphi)]$ a výstupního úhlu α na energii elektronu E a divergenci φ mají tvar

$$[x_P(E, \varphi), y_P(E, \varphi)] = [D_s + L_m, R \cos \varphi - D_s \tan \varphi - \sqrt{R^2 - (L_m - R \sin \varphi)^2}], \quad (4.6)$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{R^2 - (R \cos \varphi - W_m - D_s \tan \varphi)^2}}{R \cos \varphi - W_m - D_s \tan \varphi}. \quad (4.7)$$

Projde-li elektron boční stěnou:

$$[x_P(E, \varphi), y_P(E, \varphi)] = [D_s + R \sin \varphi + \sqrt{R^2 - (R \cos \varphi - W_m - D_s \tan \varphi)^2}, W_m], \quad (4.8)$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{R^2 - (L_m - R \sin \varphi)^2}}{L_m - R \sin \varphi}. \quad (4.9)$$

Pozici na stínítku určíme opět pro obě situace dosazením do vztahu (4.5). Dosadíme-li do všech vzorců $\varphi = 0$, můžeme se jednoduše přesvědčit, že dostaneme stejné výrazy, jako jsme uvedli v předchozí podkapitole pro nerozbíhavý elektronový svazek.

4.2 Rozlišení spektrometru

Jelikož poloha bodu dopadu na stínítko je rovněž ovlivněna směrem vstupu elektronu do magnetu, bez znalosti vstupního úhlu, vzniklého odchýlením od kolmého směru vlivem rozbíhavosti svazku, již nejsme schopni elektronu o určité energii jednoznačně přiřadit bod dopadu. Pro rozbíhavý elektronový svazek je tedy porušena jednoznačnost přiřazení bodů dopadu elektronů na stínítko a jejich energií právě z důvodu rozdílných úhlů odchýlení jednotlivých elektronů svazku od původního směru vlivem divergence. Ze získaného bodu dopadu nemůžeme rozhodnout, zda-li jsme detekovali elektron, který se vůči orientaci magnetu pohyboval pod úhlem a nebo elektron, který sice dopadal na magnet kolmo, ale měl nižší energii, a tak byla jeho dráha magnetickým polem více zakřivena.

Proto se pro kvantitativní popis tohoto nežádoucího vlivu neideálního elektronového svazku zavádí veličina nazývaná **rozlišení spektrometru**. Rozlišení se obvykle udává ve formě relativní chyby určení energie spektrometrem $\frac{\delta E}{E}$.

Čistě monoenergetický, rozbíhavý svazek, z důvodu nenulové divergence, nedopadá do jednoho bodu na stínítku, ale v závislosti na úhlu odchýlení od směru pohybu spojitě pokryje interval energií, jehož šířka je úměrná hodnotě divergence svazku 2φ . Všem bodům vzniklého intervalu můžeme přiřadit odpovídající energii, kterou by měly do těchto míst dopadající elektrony nerozbíhavého svazku. Pak z této množiny energií můžeme vybrat minimální a maximální hodnotu E_{min} a E_{max} , s jejichž pomocí pak vypočítáme relativní chybu měření energie, definovanou vztahem

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{E_{max} - E_{min}}{E}, \quad (4.10)$$

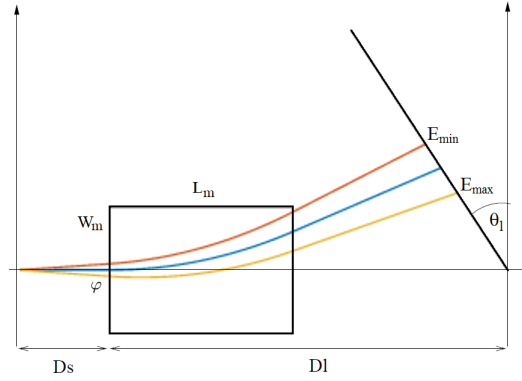
kde E je skutečná hodnota energie svazku. Pro názornou představu je způsob určování minimální a maximální energie svazku uveden na Obr.4.3.

Rozlišení, tak jak jsme si ho zavedli, bude nejvyšší/ maximální v případě, že chyba, se kterou dokážeme elektronu přiřadit jeho energii, bude minimální. Budeme-li se tedy v následujícím textu odvolávat na to, že rozlišení roste anebo klesá, znamená to, že vývoj příslušné relativní odchylky $\frac{\delta E}{E}$ bude mít charakter opačný.

Rozlišení spektrometru je ovlivněno mnoha parametry, například tvarem a rozměry použitého magnetu, vzdáleností a úhlem pootočení stínítka, velikostí divergence svazku. Rozlišení se rovněž bude měnit při změně vzájemné polohy magnetu a stínítka, popřípadě při rotaci magnetu kolem středové osy. Cílem této práce je najít takové uspořádání sestavy s nejlepším rozlišením (tzn. pro které bude relativní odchylka určení energie nejmenší).

4.3 Definice ohniskových bodů

Analogie s geometrickou optikou jsme již využili při definici divergence elektronového svazku. Nyní si podobně zavedeme tzv. ohniskové body. Rozbíhavý svazek se průchodem magnetem buď soustředí do jednoho bodu, nebo namísto toho bude magnetem rozptýlen, podobně jako



Obr.4.3: Metoda určení minimální a maximální hodnoty energie svazku pro výpočet rozlišení

by světelný paprsek prošel spojnou a nebo rozptylnou čočkou. Který z těchto dvou efektů bude magnet na svazek mít, bude záležet na kombinaci několika faktorů. Jak už bylo dříve odvozeno, míra zakřivení trajektorie částice magnetickým polem je dána velikostí jejího Larmorova poloměru - ten je zase určen energií částice a velikostí $|\vec{B}|$ magnetické indukce uvnitř magnetu podle vztahu (3.13).

Jak jsme již ukázali v sekci 4.1.1, vztah mezi velikostí Larmorova poloměru a rozměry magnetu určuje, kterou stěnu magnetu trajektorie jednotlivých elektronů protnou. O tom, zda-li se bude magnet chovat jako spojná nebo rozptylná čočka, rozhodnou zejména rozměry a tvar magnetu - konkrétně pro obdélníkový magnet to ale bude záviset na tom, kterou stranou svazek projde. Nesmíme zapomenout dodat, že kvůli závislosti Larmorova poloměru na energii elektronu může mít průchod magnetickým polem různý charakter pro rozdílné energie, tj. například pro nižší energie může být svazek polem fokusovaný a pro vyšší rozptylovaný, a naopak, v důsledku toho, kterou stěnou magnetu projde.

Ukažme si nyní, za jakých okolností bude svazek po průchodu magnetem sbíhavý, a co tedy musí být splněno, aby došlo ke vzniku dříve popsaného ohniskového bodu. Předpokládejme, že divergence našeho svazku bude 2φ a svazek bude dopadat kolmo na přední stěnu magnetu. Potom krajní paprsky svazku budou od směru pohybu odchýleny o úhel $+\varphi$, respektive $-\varphi$. Výstupní úhel $\alpha(E)$ z magnetu pak bude pro oba paprsky určen vztahy (4.7) nebo (4.9) pro výstup zadní, případně boční stěnou. Pomocí těchto úhlů můžeme vyjádřit podmínku pro sbíhavost svazku

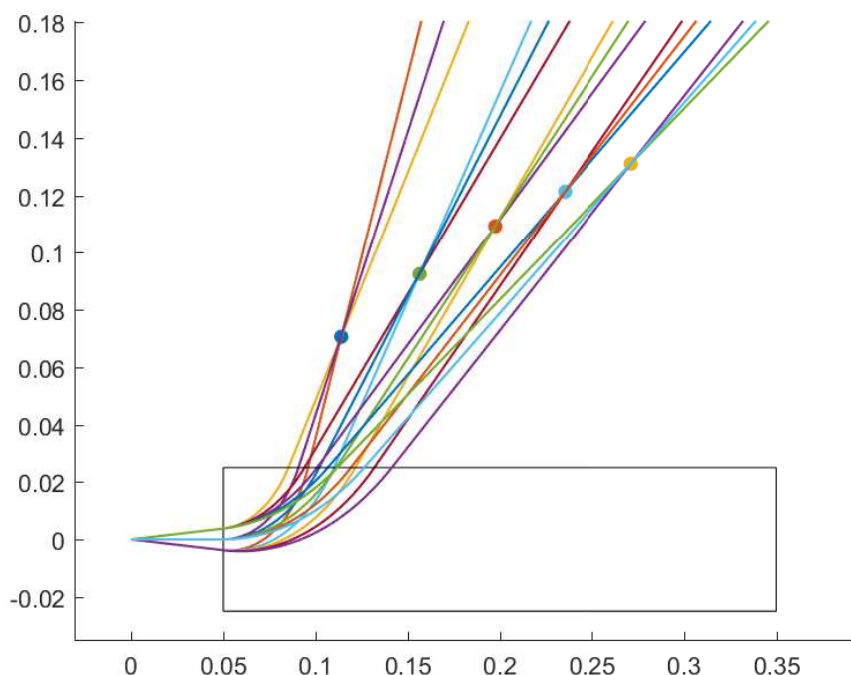
$$\alpha_+(E) - \alpha_-(E) < 0, \quad (4.11)$$

není-li tato podmínka splněna, pak bude svazek pro danou energii rozbíhavý.

Dosadíme-li do této podmínky úhly ze vzorce (4.7), kde pro úhel $\alpha_+(E)$ dosadíme φ a pro úhel $\alpha_-(E)$ zase $-\varphi$, po několika matematických úpravách se podmínka zredukuje na

$$(R \cos \varphi - W_m) D_s \tan \varphi < 0. \quad (4.12)$$

Tato podmínka pro obdélníkový magnet ovšem nemůže být současně s podmínkou průchodu svazku zadní stěnou, kterou jsme předpokládali pro možnost použití vztahů pro výpočet úhlů α_+, α_- , nikdy splněna. Odtud tedy vyplývá, že pro obdélníkový magnet při průchodu zadní stěnou bude elektronový svazek vždy rozbíhavý.



Obr.4.4: Příklad vzniku ohniskových bodů pro elektronový svazek o různých energiích.

Ohniskové body hrají důležitou roli při umísťování detekčního stínítka. Jelikož je šířka svazku v bodě ohniska minimální pro jakoukoliv hodnotu divergence, kdybychom mohli umístit stínítko tak, že pro každou energii elektronu bude odpovídající ohniskový bod ležet na stínítku, získali bychom maximální rozlišení. Později si ukážeme, že tento přístup má bohužel ale i jisté nevýhody a existují ještě i jiné faktory, které detekci dopadu elektronů ovlivňují. Vliv polohy stínítka vzhledem k poloze ohniskových bodů na rozlišení budou probrány v další podkapitole.

V současné době se ke spektroskopickým účelům využívají magnety, které dovolují svazku projít jen zadní stěnou, převážně z důvodu snadné konstrukce takovýchto magnetů. Jak jsme už ale ukázali, svazek procházející zadní stěnou je vždy rozbíhavý a netvoří žádné ohniskové body. Modifikací tvaru těchto magnetů na lichoběžníkový, mírným zkosením jejich stran, by zapříčinilo vznik ohniskových bodů i po průchodu svazku zadní stěnou. Využití existence ohniskových bodů by mohla výrazně vylepšit rozlišení stávajících spektrometrů.

V celé předchozí části jsme předpokládali pouze dispersi elektronového svazku v rovině kolmé na směr magnetického pole. Pohyb elektronů ve směru rovnoběžném se směrem působení magnetického pole $\vec{B}$ není tímto polem ovlivněn, a tedy ani k fokusaci/defokusaci magnetem v tomto směru nedochází. V podélném směru si částice zachovávají svou původní rozbíhavost. Vlivem nehomogenit v magnetickém poli, způsobených okrajovými jevy, bude mít i fokusovaný svazek vždy určitou minimální šířku, ve skutečnosti tedy „ohniskové body“ budou mít tvar elipsy s hlavními poloosami orientovanými ve směru e_z , jejichž délka bude odpovídat původní divergenci svazku.

4.3.1 Umístění stínítka vzhledem k poloze ohniskových bodů

Pro následující rozbor předpokládáme opět spektrometr s magnetem ve tvaru obdélníku a elektronový svazek dopadající kolmo na přední hranu tohoto magnetu. V předchozí podkapitole jsme již ukázali, že pro toto uspořádání vzniknou ohniskové body pouze pro energie elektronů, které projdou boční stěnou magnetu. Existují tři možné způsoby, jakým můžeme umístit stínítka vůči jednomu a více ohniskovým bodům.

Stínítka protne dva a více ohniskových bodů

Jednotlivé monoenergetické svazky, prostorově rozdělené pomocí magnetického pole, mají v bodě dopadu, odpovídá-li tento bod dopadu zároveň bodu ohniskovému, minimální šířku, a tedy z definice rozlišení bude nejvyšší možná chyba při určování energie rovněž minimální. Jeden z možných způsobů, by tedy bylo umístit stínítka tak, aby protla co nejvíce ohniskových bodů. Numerické výpočty ukázaly, že v případě většího energetického rozsahu leží ohniska víceméně na přímce, odchylky jejich polohy od této přímky jsou při porovnání s délkou stínítka velmi malé. Proto je takové umístění stínítka mezi ohniskové body možné, a i přesto, že nebudou všechny dokonale ležet na stínítku, stále docílíme optimálního rozlišení. Vždy je nicméně možné, že stínítka přesně protne dva ohniskové body, pak by výsledná závislost rozlišení na energii měla maximum ve dvou bodech. Pro energie mezi těmito dvěma maximy by rozlišení klesalo, ovšem podstatně pomaleji, než obvyklé lineární snižování, které pak nastává pro energie nižší, resp. vyšší než je energie obou protnutých ohniskových bodů.

Z teoretického hlediska by tento způsob detekce představoval nejjednodušší možný postup, jakým docílit vysokého rozlišení nezávisle na velikosti energií svazku. Zásadní překážkou v praktické realizaci této konfigurace je postupné snižování úhlu dopadu na stínítka s rostoucí energií elektronů. Tato skutečnost představuje velký problém zejména tehdy, chceme-li použít scintilační a nebo jiný detektor, u něhož šířka stopy vzniklé po dopadu detekované částice závisí na směru dopadu. U takových detektorů při snižování úhlu dopadu roste velikost vytvořené stopy, což zásadně limituje celkové rozlišení detekčního systému a od určité velikosti detekované energie elektronů by tento negativní vliv zásadně převážil nad možnými výhodami umístění stínítka do ohniskových bodů magnetu.

Pro účely detekce elektronů urychlovaných femtosekundovým laserovým impulzem se v současných experimentech využívalo zejména LANEX scintilačních detektorů, převážně z důvodů kompaktních rozměrů a možnosti zachycení elektronového svazku o velmi krátké délce trvání (v řádu femtosekund) a s malým celkovým nábojem (několik pC). V rozsahu této práce se s tímto způsobem detekce počítá i do budoucna, proto se zaměříme na jiné, v našich experimentálních podmínkách výhodnější, konfigurace detekčního stínítka vůči poloze magnetu.

Stínítka protne pouze jeden z ohniskových bodů

V tomto případě bychom předpokládali, že rozlišení bude opět maximální pro energii odpovídající danému ohniskovému bodu a rozlišení bude klesat, budeme-li se vzdalovat od tohoto bodu. Numerické výpočty tuto teorii plně podporují, pro energii elektronového svazku rovnající se energii ohniska, které leží na stínítku, je relativní chyba určení energie skutečně minimální. Tvary závislosti rozlišení na energii jsou ovšem odlišné pro dvě části spektra, které odpovídají nižším a vyšším energiím, než je energie ohniska. Zatímco pro vyšší energie než je daná prahová energie ohniska rozlišení klesá lineárně s rostoucí energií, pro nižší energie se tento pokles zdá být nelineární. Tento výrok je potřeba ještě ověřit, z numerických výsledků

se zdá, že je pokles nelineární, použitý kód ovšem přímo nebyl navržen pro výpočet v této části spektra a je možné, že ve skutečnosti bude pokles v tomto směru též lineární.

Tato situace obvykle nastává ve většině případů, kdy používáme obdélníkový magnet a stínítko umístěné pod úhlem. Alespoň jeden ohniskový bod, vytvářený svazkem procházejícím boční stranou, je vždy natočeným stínítkem protnut, je-li dostatečně dlouhé. Maximum rozlišení pak nastává pro energii odpovídajícího ohniskového bodu. Pak při zvyšování energie nastává ještě další zajímavý jev, kdy při průchodu svazku rohem magnetu se závislost jeho rozlišení na energii skokově sníží. Funkce $\frac{\delta E}{E}$ pak dále roste se stejnou směrnici, pouze se posune ve vertikálním směru o nenulový přírůstek. Jakmile začne svazek procházet pouze zadní stěnou, rozlišení už jen klesá.

Při porovnávání rozlišení různých uspořádání magnetu a stínítka nás tedy budou zajímat dvě různé části spektra. Jedna z nich je část, dána energiemi, pro které svazek opouští magnet zadní stěnou, druhá část je, když svazek opouští magnet boční stěnou. Z analýzy těchto základních poznatků tedy vyplývá, že při použití obdélníkového magnetu je výhodnější taková vzájemná poloha magnetu a elektronového svazku, při které měřená část spektra prochází boční stranou magnetu a není ovlivněna skokem způsobeným v důsledku průchodu svazku rohem magnetu. Taková konstrukce magnetu ale nemusí být vždy dostupná, v takovém případě budeme porovnávat rozlišení té části spektra, která magnetem může projít.

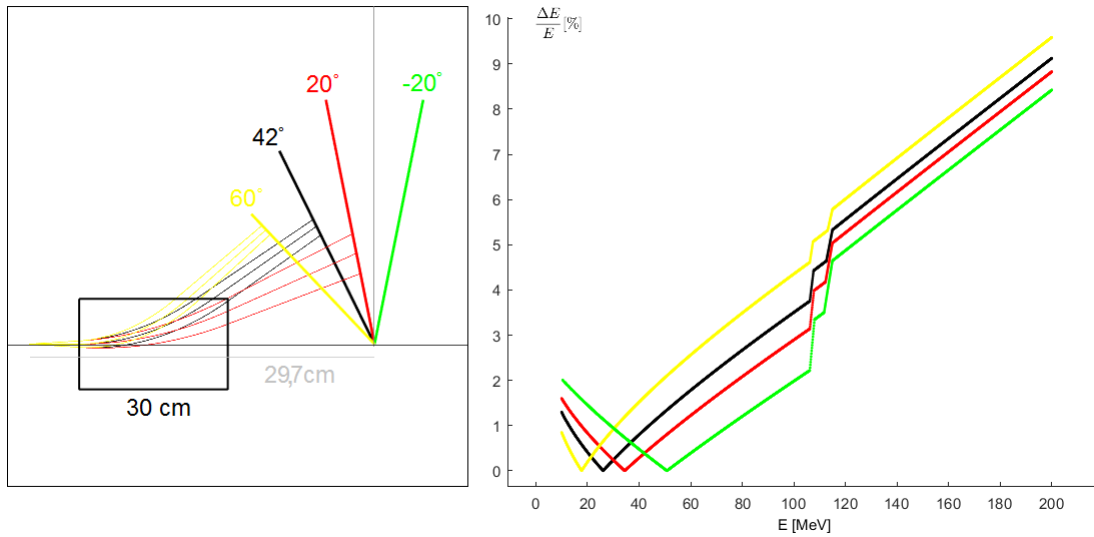
Uspořádání detektoru s jedním zafixovaným ohniskem by mohlo být potenciálně využito, mimo jeho současné pasivní použití, při měření spektra energie, u kterého předem předpokládáme jeden výrazný pík o známé energii. Pak pouhým nastavením vzájemné polohy magnetu a stínítka můžeme změnit polohu protnutého ohniskového bodu a dosáhnout tak optimálního rozlišení při měření spektra v oblasti tohoto píku, bez toho, aniž bychom byli nuceni omezit interval měřených energií a ztratili tak možnost naměření okolních částí spektra.

Stínítko je umístěno mimo ohniskové body

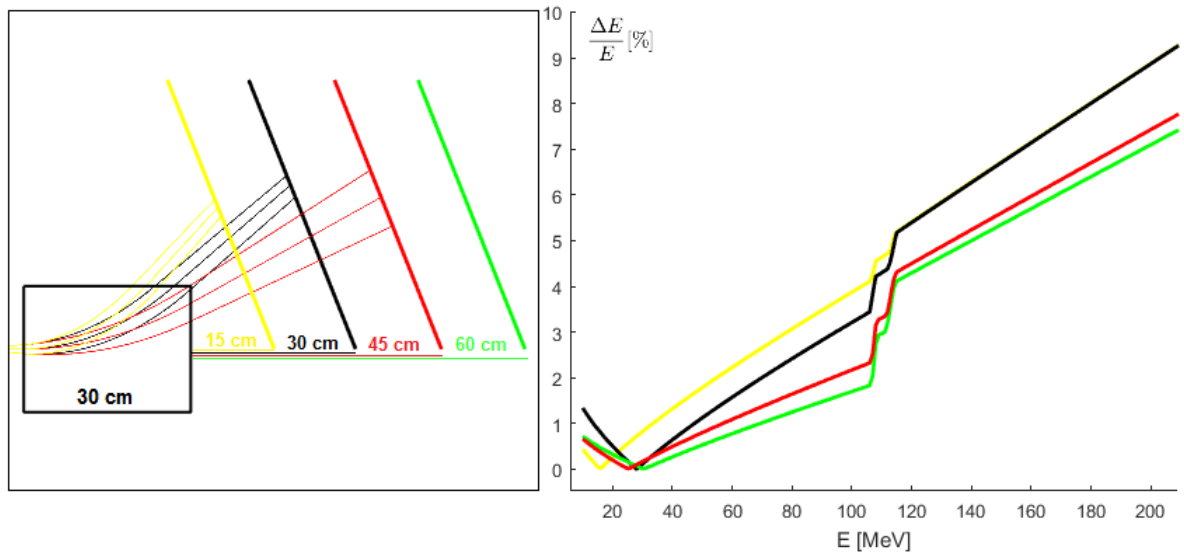
V reálném experimentu bude mít použité stínítko vždy konečné rozměry. Může se tedy stát, že nebude dostatečně dlouhé na to, aby protnulo některý z ohniskových bodů. Rozlišení, v případě, že žádné ohnisko nebude ležet na stínítku, bude pro všechny detekované energie lineárně klesat s její rostoucí hodnotou. Stejná situace může nastat, jestliže umístíme stínítko do části prostoru, kde se ohniskové body nevyskytují. Pro případ obdélníkového magnetu to bude tehdy, když stínítko umístíme tak, že na něj budou dopadat pouze části svazku, prošlé zadní stěnou.

4.3.2 Vliv vzdálenosti a úhlu otočení stínítka na rozlišení

Rozlišení spektrometru bude ovlivněno vzdáleností stínítka od magnetu i úhlem jeho pootočení θ_i . To je z důvodu, že při jeho otáčení, resp. posouvání, se mění energie ohniskového bodu, který bude ležet na stínítku. Při otáčení stínítkem se zároveň také mění úhly, pod kterými elektrony na stínítko dopadají. Z Obr.4.5 je dobře viditelné, že při snižování úhlu natočení stínítka se minimum křivky $\frac{\delta E}{E}$ posunuje k vyšším energiím, přesně jak bychom očekávali při využití získaných poznatků o poloze ohniskových bodů. Stejná situace nastane při jeho posunu - tuto změnu můžeme vidět na Obr.4.6.



Obr.4.5: Závislost rozlišení na úhlu natočení stínítka. Vlevo je vyobrazeno použité uspořádání magnetu a stínítka, napravo pak odpovídající barvou znázorněna závislost rozlišení na energii. Výsledná data byla získána numerickým výpočtem z analytické verze kódu pro výpočet rozlišení obdélníkového magnetu.



Obr.4.6: Závislost rozlišení na vzdálenosti stínítka od magnetu. Vlevo jsou vyobrazeny všechny zkoumané polohy magnetu a stínítka, napravo pak odpovídající barvou znázorněna závislost rozlišení na energii. Výsledná data byla získána numerickým výpočtem z analytické verze kódu pro výpočet rozlišení obdélníkového magnetu.

Z hlediska geometrie a teoretického popisu by nejlepším způsobem k získání co nejlepšího (geometrického) rozlišení bylo natočení stínítka do záporného úhlu. Detekce svazku na stínítku je ovšem ovlivněna řadou dalších faktorů, jak už bylo výše zmíněno, například závislosti velikosti stopy elektronu na úhlu dopadu nebo konečnou délkou stínítka. Ve výsledku tedy musíme zároveň počítat s tím, že i přesto, že snížení úhlu zvýší geometrické rozlišení, rovněž se ale zhorší dopadové úhly, jenž pak mají za následek zhoršení detekce v důsledku zvětšování stop zanechaných částicemi při dopadu/ průletu. Od určitého dopadového úhlu převládá chyba, vniklá v důsledku snížení rozlišovací schopnosti detektoru, nad geometrickou chybou, pro optimální detekci by dopadový úhel neměl být menší než 30° . Snížením úhlu natočení stínítka anebo prodloužením vzdálenosti stínítka od magnetu zároveň zvyšujeme hranici minimální detekovatelné energie. Tento problém ale není takovou překážkou, dal by se jednoduše vyřešit použitím delšího stínítka, popřípadě, nebylo-li by z konstrukčních důvodů možné nadále zvětšovat jeho rozměry, pak použitím více samostatných, oddělených částí. Vzdalováním stínítka od magnetu se nemění úhly dopadu, zvyšují se ovšem nároky na jeho velikost. Jelikož je celý detekční systém při experimentech umístěn ve vakuové komoře, vzdálenost stínítka od magnetu i jeho velikost je omezena rozměry použité komory.

Úhel natočení stínítka by tedy měl být nastaven tak, aby vznikl kompromis mezi kvalitou detekce elektronů na stínítku a co nejlepším geometrickým rozlišením magnetu spektrometru. V experimentech, uskutečněných na laserovém systému PALS, bylo k detekci elektronového svazku, urychleného intenzivním laserovým impulzem, použito stínítko pootočené o úhel 42° .

4.4 Lichoběžníkový magnet

Zkosíme-li přední nebo zadní stranu obdélníkového magnetu o úhel φ_1 , resp. φ_2 , dostaneme magnet lichoběžníkového tvaru (viz Obr.4.7).

Abychom mohli porovnávat, jaký vliv budou mít různé tvary magnetu na rozlišení, musíme se nejprve zbavit jejich závislosti rozlišení na rozměrech provedením normalizace jejich délky. Obvykle chceme, aby magnety měly stejnou střední délku v polovině své šířky. Pro tyto účely zavádíme tzv. efektivní délku magnetu, pro lichoběžník bude dána vztahem

$$L_m^{eff} = L_m - W_m \operatorname{tg} \varphi_1 - W_m \operatorname{tg} \varphi_2. \quad (4.13)$$

Odvozování bodu dopadu na stínítko pro obecný případ svazku s divergencí se ukázalo jako příliš složité, k usnadnění výpočtu rozlišení ovšem úplně stačí získat tyto vztahy pro kolmý úhel dopadu elektronu a pro určení rozlišení zkombinovat výpočet z těchto analytických vzorců s numerickým řešením pohybových rovnic pro případ divergentního elektronového svazku.

Úplně stejně jako v případě obdélníkového magnetu budeme potřebovat pro výpočet bodu dopadu na stínítko bod výstupu částice z magnetu a úhel, který svírá s osou x .

V případě, že elektronový svazek projde levou boční stranou magnetu, souřadnice bodu výstupu budou velmi podobné jako tomu bylo pro obdélníkový magnet, navíc je pouze potřeba započítat posunutí přední hrany vůči kolmému směru:

$$[x_p, y_p] = [D_s + \sqrt{R^2 - (R - W_m)^2} + W_m \operatorname{tg} \varphi_1, W_m]. \quad (4.14)$$

Pro případ výstupu zadní stranou už bude situace trochu komplikovanější, je totiž nutné započítat vliv obou zkosených hran. Pomyslná Larmorova kružnice, opsaná elektronem v neo-hraničeném magnetickém poli, má dva body průniku s přímkou tvořící zadní stranu magnetu. K jejich získání je potřeba vyřešit kvadratickou rovnici s koeficienty

$$\begin{aligned}
a &= 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 \\
b &= -2L_m^{eff} \operatorname{tg} \varphi_2 - 2R \\
c &= (L_m^{eff})^2.
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Výsledný bod výstupu ze zadní strany lichoběžníkového magnetu bude mít souřadnice

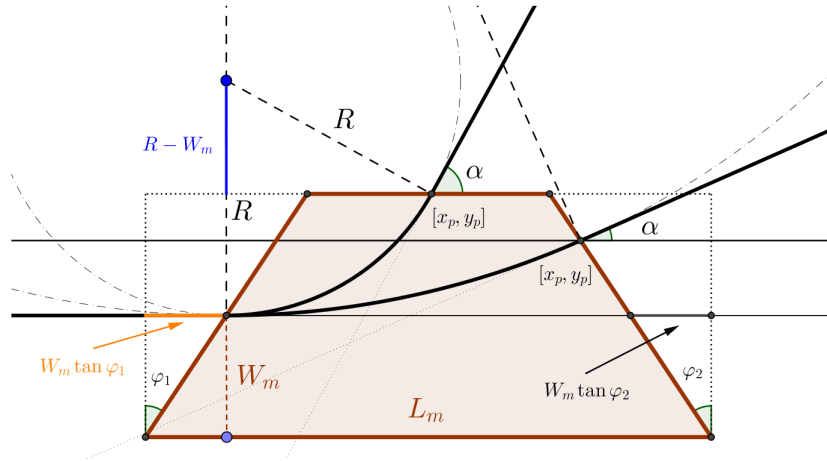
$$y_p = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_p = D_s + L_m - W_m \operatorname{tg} \varphi_2 - y_p \operatorname{tg} \varphi_2. \tag{4.16}$$

Pro obě dvě možnosti je úhel výstupu dán vztahem

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x_p - D_s - W_m \operatorname{tg} \varphi_1}{R - y_p}. \tag{4.17}$$

Dopadový bod na stínítko dostaneme obdobně jako v případě obdélníkového magnetu

$$x_l = x_p + \frac{D_l - x_p \operatorname{tg} \theta_l}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta_l}, \quad y_l = y_p + (x_l - x_p) \operatorname{tg} \alpha. \tag{4.18}$$



Obr.4.7: Naznačení geometrického odvození bodu a úhlu výstupu nerozbíhavého elektronového svazku z lichoběžníkového magnetu.

Kapitola 5

Výsledky numerických výpočtů rozlišení spektrometru

Pro návrh optimálního tvaru magnetu, použitého ve spektrometru, potřebujeme mít možnost srovnání jeho rozlišení v závislosti na použitých parametrech. K tomu je potřeba výpočtu závislosti rozlišení spektrometru na energii vstupujícího elektronového svazku. Analytický výpočet ale bohužel nelze provést přímo, vzhledem ke složitosti výrazů pro výpočet bodu dopadu rozptýleného elektronového svazku na stínítko. Proto se v následujícím textu seznámíme s metodou řešení tohoto problému pomocí numerických simulací.

Pro účely této práce jsem vytvořil několik různých verzí kódu ve skriptovacím jazyce programu MATLAB, určených pro výpočet trajektorie elektronu uvnitř prostorově omezeného magnetického pole a její následné aplikaci při numerickém výpočtu rozlišení magnetického spektrometru.

Ve výsledku jsem použil kombinaci dvou možných přístupů k řešení daného problému. Prvním možným přístupem bylo použití numerického řešení diferenciálních pohybových rovnic elektronu k získání trajektorie elektronu prošlého magnetickým polem spektrometru. V druhém, analytickém přístupu, byl bod dopadu elektronového svazku na stínítko určován přímým výpočtem z předem odvozených vztahů.

Na konci kapitoly pak bude uvedeno srovnání rozlišení spektrometrů s magnety ve tvaru obdélníku a tří speciálních případů lichoběžníku. Kromě srovnání budeme také diskutovat možné potenciální využití magnetů těchto tvarů při návrhu nového spektrometru.

5.1 Výpočet bodu dopadu elektronu na stínítko numerickým řešením pohybových rovnic

Trajektorii elektronu v magnetickém poli získáme numerickým řešením rovnic (3.6). Zatím nepředpokládáme, že by magnetické pole mělo v celém prostoru konstantní hodnotu, ale bereme v úvahu pouze předpoklad, že působí ve směru $\vec{e}_z$. Chceme tuto metodu totiž použít i pro případ, kdy použijeme skutečné, prostorově závislé pole magnetu. V předchozí kapitole jsme si již dokázali neměnnost energie částice při průchodu čistě magnetickým polem. Zadanou počáteční energii částice využijeme pro výpočet (během pohybu neměnné) rychlosti částice

$$v = \frac{\sqrt{2m_e c^4 E + E^2 c^2}}{E + m_e c^2}. \quad (5.1)$$

Pro zjednodušení výpočetní náročnosti celého algoritmu budeme rovnice řešit jen pro dvoudimenzionální případ. Ve směru působení magnetického pole není částice tímto polem ovlivněna, proto můžeme prostorovou souřadnici z vynechat beze ztráty jakékoliv informace o zakřivení trajektorie magnetickým polem. Řešené pohybové rovnice tedy budou dvě diferenciální rovnice druhého řádu pro dvě prostorové a jednu časovou souřadnici

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{qB}{\gamma m_e} \frac{dy}{dt}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{qB}{\gamma m_e} \frac{dx}{dt}. \quad (5.2)$$

Při numerickém řešení diferenciálních rovnic je výhodné rovnice vyššího řádu převést na soustavu rovnic prvního řádu, které jsou snadněji řešitelné. Po tomto převedení tedy dostaneme soustavu čtyř diferenciálních rovnic prvního řádu, danou výrazem

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = \begin{pmatrix} w_2 \\ \frac{e}{\gamma m_e} w_4 B(\vec{w}) \\ w_4 \\ \frac{-e}{\gamma m_e} w_2 B(\vec{w}) \end{pmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{pmatrix}, \quad (5.3)$$

s počátečními podmínkami

$$\vec{w}(0) = \begin{pmatrix} w_1(0) \\ w_2(0) \\ w_3(0) \\ w_4(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(0) \\ v_x(0) \\ y(0) \\ v_y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(0) \\ v \cos(\psi) \\ y(0) \\ v \sin(\psi) \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

Počáteční poloha $\vec{x} = \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix}$ se bude lišit v závislosti na poloze zdroje elektronového svazku a je jedním z parametrů, které při řešení můžeme volit.

Naopak počáteční rychlost $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x(0) \\ v_y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cos(\psi) \\ v \sin(\psi) \end{pmatrix}$ je zcela určena kinetickou energií elektronu (vypočítanou ze vztahu (5.1)), ovlivnit můžeme pouze počáteční směr šíření svazku změnou úhlu ψ , jenž svírá s osou x .

Takto zavedenou soustavu diferenciálních rovnic jsem v prostředí MATLAB řešil adaptivní vnořenou Runge-Kuttovou metodou 5. řádu (přesněji Dormand-Princeovou metodou [29]), pro níž je v MATLABu přímo zavedená funkce *ODE45* [30].

Výhodou této funkce je možnost automatického zastavení integrace rovnic při dosažení nebo překročení předem nastavených hranic. Toho jsem úspěšně využil pro zastavení řešení pohybových rovnic elektronu při dosažení stínítka.

Důležitým krokem v algoritmu je přiřazení hodnoty magnetické indukce v každém integračním kroku. K tomu byla speciálně navržena funkce, která dokáže rozpoznat aktuální polohu elektronu $\vec{w}$ a v každém kroku řešení (5.3) přiřazuje rovnici příslušnou hodnotu $B(\vec{w})$. Právě tato část odlišuje vytvořené verze použitého MATLAB kódu. Podle způsobu, jakým je hodnota magnetického pole získána, je můžeme rozdělit na dvě metody. První metoda využívá mapy naměřeného magnetického pole a druhá využívá geometrického modelu magnetu, který předpokládá konstantní pole uvnitř magnetu a nulové mimo magnet.

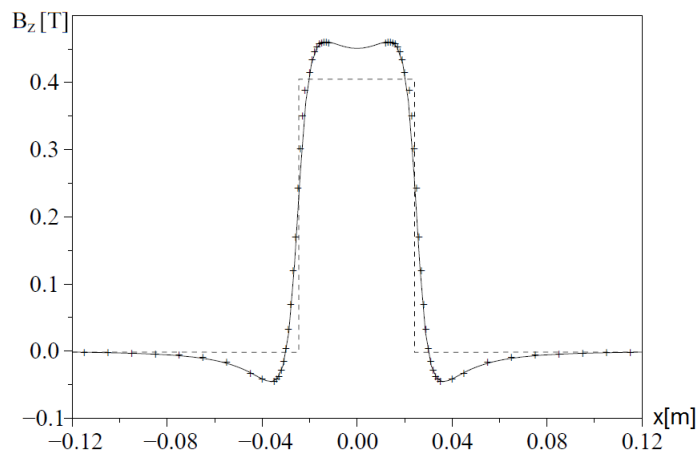
5.1.1 Použití mapy magnetického pole

Skutečné magnetické pole

Vstupní hodnoty naměřeného magnetického pole magnetu, který chceme využít pro spektrometr, jsou obvykle naměřeny pro diskrétní body prostoru a zadány pomocí 2D, případně 3D mapy tohoto pole. Při numerickém řešení pohybových rovnic (5.3) potřebujeme při výpočtu každého kroku znát přesnou hodnotu magnetické indukce $B(\vec{w})$ pole v místě výskytu elektronu $\vec{w}$. Velikost integračního kroku je obecně mnohem menší než je vzdálenost jednotlivých změřených bodů mapy magnetického pole, proto je potřeba najít a přiřadit aktuální poloze elektronu její nejbližší bod. V případě nehomogenního magnetického pole se hodnota magnetické indukce dvou sousedních bodů může výrazně lišit, proto pro zvýšení přesnosti a omezení skoků v použitém magnetickém poli použijeme několikanásobnou interpolaci naměřených dat.

V každém integračním kroku je tedy třeba najít k aktuální poloze elektronu nejbližší bod mapy magnetického pole. Algoritmus hledání bylo nutné správně optimalizovat, neboť pro dosažení požadované přesnosti výpočtu se počet integračních kroků pohyboval v řádu 10^6 a v každém z nich bylo potřeba nalézt nejbližší prvek v poli o velikosti cca 20000×7000 . Algoritmus hledání nejbližšího bodu sestával z nalezení minimální hodnoty vzdálenosti souřadnic elektronu od některého z bodů referenčního souřadnicového pole, zjištění indexů tohoto nejbližšího bodu a následného použití hodnoty magnetického pole z interpolované mapy o stejných indexech. Proces hledání se dal omezit, ze znalosti předpokládaného tvaru trajektorie a charakteru pohybu, pouze na prohledávání indexů pole blízkých k indexu použitému v předchozím integračním kroku. Vzhledem k tomu, že se elektron pohybuje vždy v kladném směru a navíc během délky jednoho časového integračního kroku elektron s největší pravděpodobností urazí mnohem menší dráhu než je vzdálenost dvou sousedních bodů mapy, index použitý v následujícím kroku zůstává buď stejný anebo se o jeden zvýší. Prohledávat celou interpolovanou mapu k určení polohy elektronu je pak nutné pouze na počátku integrace, využití tohoto modifikovaného vyhledávání výrazně sníží výpočetní náročnost celého procesu.

Efektivní magnetické pole



Obr.5.1: Profil magnetického pole dipólového magnetu. Plnou čarou je znázorněná křivka proložená naměřenými body $B_z(x)$, přerušovanou čarou pak odpovídající efektivní magnetické pole B_{eff} . Převzato z [27], upraveno.

Mezikrokem mezi použitím reálného pole při výpočtech a analytickým modelem magnetického

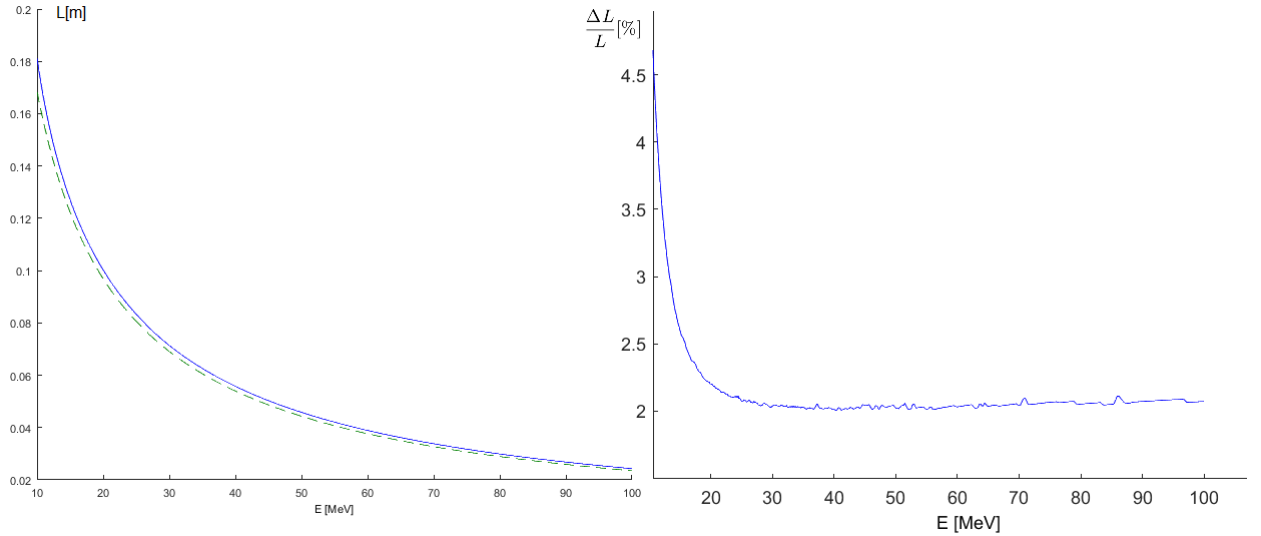
pole je vytvoření zjednodušeného modelu využívajícího tzv. efektivního magnetického pole, zavedeného vztahem

$$B_{eff} = \frac{1}{L_m} \int_{-\infty}^{+\infty} B_z(x) dx. \quad (5.5)$$

Reálné magnetické pole, vytvářené dipólovým magnetem, není v celé délce profilu magnetu konstantní, ale je ovlivněno nežádoucími okrajovými jevy, jeho přibližný tvar můžeme vidět na Obr.5.1. Skutečné magnetické pole, vytvořené magnetem o délce L_m , lze aproximovat pomocí efektivního pole, které má uvnitř magnetu hodnotu magnetické indukce rovnou (5.5) a mimo magnet všude nulovou. Efektivní hodnota je definována takovým způsobem, že elektron prošlý tímto modelem magnetického pole bude ovlivněn a vychýlen stejně, jako kdyby prošel polem skutečným.

Pro ověření platnosti tohoto přiblížení jsem využil výše popsaného MATLAB kódu ke srovnání disperse elektronů způsobené reálným polem a disperse při použití výše uvedeného modelu, založeného na výpočtu efektivního pole. Původní mapu skutečného magnetického pole jsem nejprve interpoloval a pak jsem ji pro potřeby modelu modifikoval nahrazením hodnot mapy uvnitř magnetu hodnotami efektivního magnetického pole a pro všechny ostatní části mapy jsem nastavil nulovou magnetickou indukci.

Výsledky srovnání je možné vidět na Obr.5.3. Kromě nízkých energií, kdy elektronový svazek neprocházal kolmo na gradient magnetického pole a pohyboval se větší částí své trajektorie v oblasti okrajových jevů magnetického pole, se relativní rozdíl disperse elektronového svazku na stínítku $L = y_l / \cos \theta_l$ pohyboval okolo 2 %. Tato hodnota je menší než relativní chyba, vzniklá v důsledku divergence svazku, proto v rámci této práce můžeme reálné pole aproximovat konstantním efektivním polem.



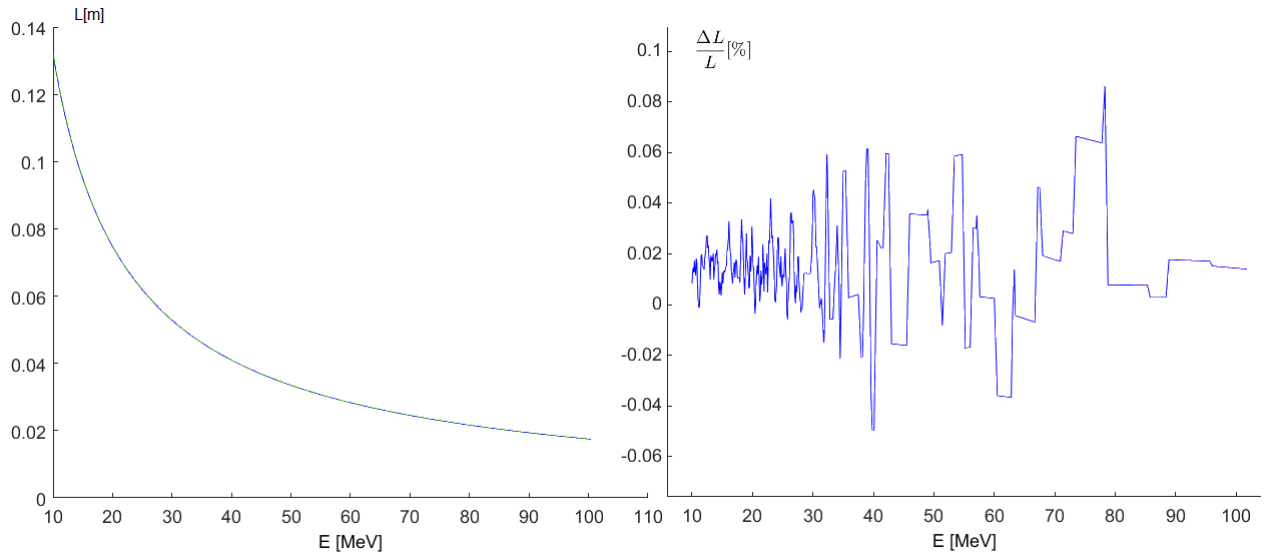
Obr.5.2: Srovnání použití verzí kódu s mapou reálného pole a mapou konstantního pole. Na levém obrázku jsou porovnávány závislosti disperse elektronového svazku na jeho energii pro obě verze kódu. Na pravé straně je pak ukázán jejich relativní rozdíl.

5.1.2 Použití geometrického modelu magnetu

Použitím simulační metody, využívající mapy magnetického pole pro přiřazování hodnoty magnetické indukce $B(\vec{w})$ během řešení rovnic (5.3), jsme ověřili, že reálné magnetické pole dipólového magnetu lze pro potřeby výpočtů elektronových trajektorií v tomto poli nahradit modelem magnetu s konstantním efektivním polem B_{eff} .

Tato skutečnost nám umožňuje upustit od nutnosti použití mapy magnetického pole a přechod ke geometrickému modelu magnetu využívající efektivní magnetické pole. Funkce přiřazující magnetické pole $B(\vec{w})$ v každém kroku řešení diferenciálních rovnic se pak zredukuje na pouhé rozhodování, nachází-li se elektron uvnitř magnetu, či nikoliv. V rámci modelu tedy musíme nějak vymezit, jakým způsobem budeme magnet reprezentovat. Zvolil jsem aproximaci magnetu pomocí čtveřice přímků, z nichž každá odpovídá jedné z hran magnetu. Tyto myšlené přímky rozdělují prostor na dvě části, jedna z takto vzniklých polorovin vždy odpovídá vnitřní straně (část této poloroviny tvoří magnet), zatímco celá druhá polorovina vymezuje prostor mimo magnet. Pro polohu elektronu $\vec{w}$ v takové situaci není těžké rozhodnout, v které z těchto dvou polorovin leží, a jsou-li splněny podmínky nalezení elektronu ve správné polorovině zároveň pro všechny čtyři hrany, máme jistotu, že se elektron bude nacházet uvnitř magnetu a můžeme mu tedy přiřadit při řešení rovnic (5.3) příslušnou hodnotu magnetického pole.

Srovnání disperse elektronů na stínítku pro případ použití verzí kódu, využívajících geometrického modelu a modifikované mapy konstantního magnetického pole, naleznete na Obr.5.3. Relativní rozdíl nepřekračuje desetinu procenta, proto z hlediska přesnosti výpočtu bodu dopadu na stínítko můžeme považovat obě verze za rovnocenné.



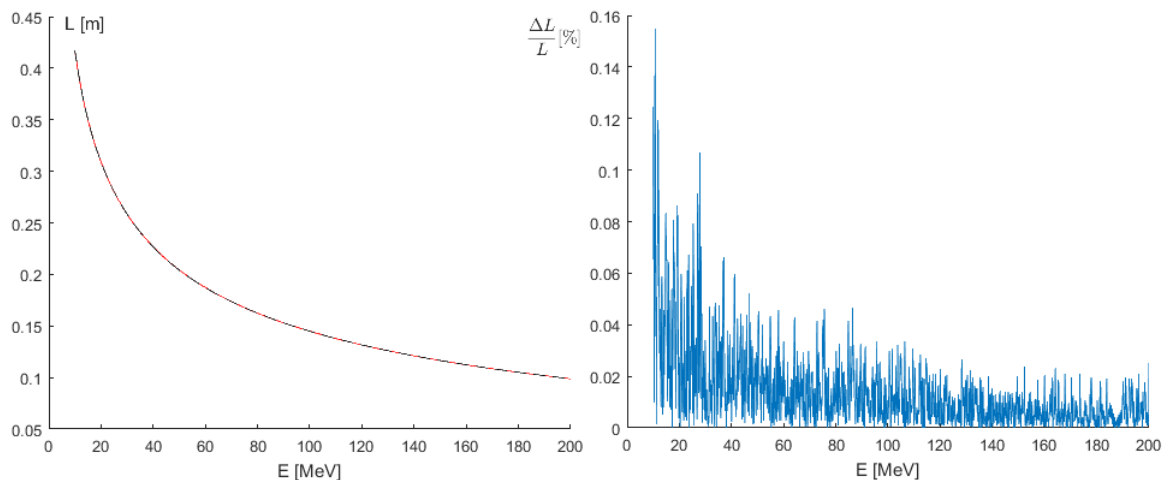
Obr.5.3: Srovnání použití verze kódu s mapou efektivního pole a verze, využívající geometrický model magnetu. Na levé straně je porovnání získané disperse elektronového svazku, na pravé straně pak jejich relativní rozdíl.

Použití geometrického modelu magnetického pole je výhodné zejména tehdy, chceme-li vypočítat trajektorie elektronů pro takový tvar magnetu, pro který by vytvoření mapy konstantního pole bylo zbytečně složité, případně tvarově nepřesné - tvary magnetu, při kterých hrany objektu nejsou rovnoběžné se souřadnými osami, nemusí být jednoduché reprezentovat čtvercovou sítí a aby nedošlo k jejich zkreslení, bylo by třeba mnohonásobně zvýšit hustotu bodů takovéto mapy. Zvýšení počtu bodů mapy magnetického pole má ale za následek zvýšení výpočetní náročnosti algoritmu z důvodu nutnosti prohledávat větší souřadnicové pole v každém integračním kroku. Proto pro výpočty s lichoběžníkovým magnetem nebo s magnetem, pootočeným kolem své osy, použijeme tuto geometrickou verzi.

5.2 Výpočet bodu dopadu elektronu na stínítko analyticky

Pro výpočet bodu dopadu můžeme pro některé speciální případy tvaru magnetu využít přímo předem odvozené analytické vzorce. Pak pro získání význačných bodů trajektorie stačí znát počáteční podmínky a parametry použitého magnetu. Ve čtvrté kapitole byly uvedeny výrazy pro výpočet bodu výstupu elektronu z magnetu a bodu dopadu na stínítko při uvažování obdélníkového magnetu a s dodatečným předpokladem kolmého dopadu elektronového svazku na jeho přední stěnu. Pro obdélníkový magnet byly odvozeny jak vztahy pro elektronový svazek bez divergence, tak i pro svazek s divergencí. Odvození jsem provedl také pro magnet tvaru lichoběžníku, ale vzhledem k náročnosti pouze pro svazek bez divergence. Analytický výpočet pro lichoběžníkový magnet v kombinaci s jinou metodou, umožňující použití pro svazek s divergencí, výrazně výpočetně urychlí výpočet jeho rozlišení v porovnání s použitím pouze metody řešení ODR.

Srovnání analytické verze s předchozí verzí, využívající řešení diferenciálních rovnic, naleznete na Obr.5.4. Z tohoto srovnání opět plyne, že jejich výsledky, poskytované oběma verzemi, jsou téměř totožné. Značnou výhodou analytického výpočtu, oproti předchozím verzím, je jeho nenáročnost. Pouhý výpočet z předem odvozeného vzorce je podstatně rychlejší než numerické řešení diferenciálních rovnic, při nichž je nutné provést nejméně 10^6 integračních kroků k získání požadované přesnosti. Nevýhodou ovšem je nutnost odvození jednotlivých analytických vzorců a také jejich využitelnost jen pro konkrétní případ tvaru magnetu. Dále jsme omezeni na kolmý směr vstupu částice do magnetického pole, které zároveň musí být všude konstantní.



Obr.5.4: Srovnání analytické verze kódu pro získání bodu dopadu na stínítko s metodou řešení diferenciálních pohybových rovnic. Nalevo je vyobrazeno jejich absolutní srovnání, napravo pak jejich relativní rozdíl.

5.3 Výpočet rozlišení

5.3.1 Postup při výpočtu rozlišení

Základním stavebním prvkem algoritmu pro výpočet rozlišení je libovolná metoda, schopná výpočtu bodu dopadu elektronu na stínítko pro svazek s nenulovou divergencí.

Rozlišení spektrometru jsme si definovali jako

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{E_{max} - E_{min}}{E}, \quad (5.6)$$

kde E_{max} a E_{min} jsou dány implicitně zadanými funkcemi

$$\begin{aligned} y_l(E_{max}, 0) &= y_l(E, -\varphi), \\ y_l(E_{min}, 0) &= y_l(E, +\varphi). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Výraz $y_l = f(E, \alpha)$ představuje metodu výpočtu bodu dopadu elektronového svazku na stínítko, kde jako vstupní parametry zadáváme energii elektronu E a úhel odchýlení α od směru šíření vlivem divergence svazku 2φ .

Nejsnadnější postup pro numerický výpočet rozlišení je vytvoření referenční mapy bodů dopadu na stínítko. Co nejvíce bodům stínítka budeme chtít přiřadit energii, jakou by měl nerozbíhavý svazek dopadající do těchto míst. Následně budou, na základě porovnání místa dopadu s body mapy, přiřazeny svazku s nenulovou divergencí minimální a maximální energie, potřebné pro výpočet rozlišení ze vztahu (5.6).

Mapu stínítka si můžeme představit jako soustavu bodů $[L_n, E_n]$, kde $L_n = y_l(E_n, 0)/\cos \theta_l$ je disperse elektronového svazku podél stínítka. Při výpočtu rozlišení spektrometru pro energii E je potřeba dále určit dispersi elektronů na stínítku, pohybujících se ve třech význačných počátečních směrech:

$$\begin{aligned} L_+ &= y_l(E, +\varphi)/\cos \theta_l \\ L_0 &= y_l(E, 0)/\cos \theta_l \\ L_- &= y_l(E, -\varphi)/\cos \theta_l. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Porovnáním velikosti disperse elektronů L na stínítku s hodnotami referenční mapy L_n nalezneme příslušné energie nerozbíhavého svazku E_+ , E_0 a E_- . To provedeme nalezením nejbližšího bodu L_n k dané hodnotě L a přiřazením odpovídající hodnoty E_n . Výsledné rozlišení pak bude dáno vztahem

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{\max\{E_+, E_0, E_-\} - \min\{E_+, E_0, E_-\}}{E}. \quad (5.9)$$

Maxima a minima ze všech tří vypočtených energií je použito proto, aby algoritmus mohl být použit i pro výpočet rozlišení pro energie v okolí ohniskových bodů, kde dochází ke křížení trajektorií jednotlivých paprsků.

Z výše uvedeného postupu vidíme, že k výpočtu referenční mapy dopadových bodů stačí pouze metoda umožňující počítat body dopadu pro nerozbíhavý svazek, zatímco pro analýzu rozlišení jednotlivých energií svazku je třeba výpočet provést i pro elektrony vstupující do

magnetu pod úhlem. Algoritmus výpočtu rozlišení tedy můžeme rozdělit na dvě části, z nichž každá může být prováděna samostatně a za použití různé výpočetní metody.

Z hlediska správné funkčnosti kódu je tedy potřeba mít určený dostatečný počet dvojic $[L_n, E_n]$, abychom se vyvarovali vysoké „zaokrouhlovací“ chyby v důsledku hledání a přiřazování nejbližší hodnoty mapy stínítka. Z tohoto důvodu se pro výpočet bodů mapy příliš nehodí metody založené na řešení diferenciálních pohybových rovnic, z důvodu poměrně vysoké časové náročnosti na výpočet jedné elektronové trajektorie. Naopak použití analytického výpočtu je velmi výhodné, neboť jeho malá výpočetní náročnost dovoluje určit polohu mnohem více bodů mapy a podstatně rychleji. Výpočet se při použití analytické verze kódu zredukuje z hodin na sekundy. Nevýhodou ovšem v tomto případě zůstává nutnost předem odvozovat použité analytické vzorce z použité geometrie magnetu. Tam, kde je to možné, budeme vždy přednostně využívat analytické verze k výpočtu bodů mapy - ve čtvrté kapitole jsme si pro tyto účely odvodili výrazy pro výpočet bodu dopadu na stínítko pro obdélníkový a lichoběžníkový magnet. Pro výpočet rozlišení máme tedy k dispozici pro obdélníkový magnet verzi plně analytickou, pro lichoběžníkový magnet budeme využívat analytické verze pro výpočet mapy stínítka a metodu řešení diferenciálních rovnic, využívající geometrický model pole magnetu, pro simulaci analyzovaných elektronů. Souhrnně budeme tuto metodu výpočtu rozlišení pro lichoběžníkový magnet označovat jako kombinovanou.

5.4 Srovnání rozlišení magnetů tvaru obdélníku a lichoběžníku

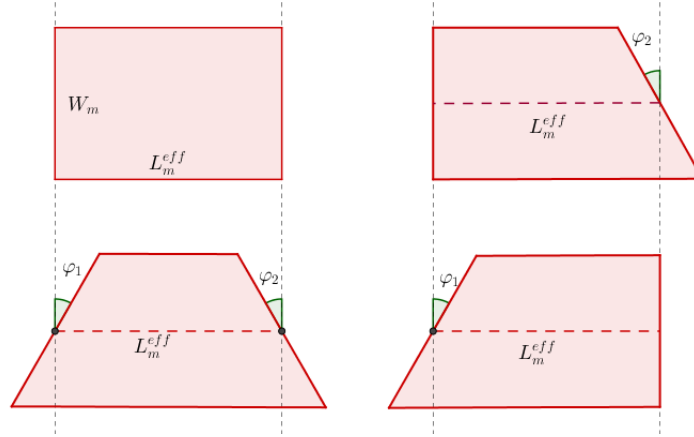
V této části budu porovnávat výsledky získané z analytické verze, použité pro obdélníkový magnet a užitím kombinovaného kódu pro výpočet rozlišení lichoběžníkového tvaru.

Pro účely srovnání jsem zvolil následující parametry magnetu a stínítka:

Efektivní délka magnetu	$L_m^{eff} = 27 \text{ cm}$	
Velikost magnetické indukce	$B = 0,4 \text{ T}$	
Šířka magnetu	$W_m = 10 \text{ cm}$	
Divergence svazku	$\varphi = 10 \text{ mrad}$	(5.10)
Vzdálenost magnetu od zdroje	$D_s = 10 \text{ cm}$	
Vzdálenost stínítka	$D_l = 56,7 \text{ cm}$	
Úhel pootočení stínítka	$\theta_l = 42^\circ$	

Je nutné nejprve poznamenat, že všechny vypočtené závislosti rozlišení na energii zahrnují pouze relativní chybu $\frac{\delta E}{E}$, způsobenou divergencí svazku. Není do ní tedy započítána nepřesnost určení bodu dopadu v důsledku jeho závislosti na dopadovém úhlu, anebo jakékoliv jiné omezení vlivem detekce. Při výpočtu se dále nepředpokládají konečné rozměry stínítka a zároveň předpokládáme, že elektronový svazek může opustit magnet boční stranou. Za těchto předpokladů lze rozlišení určit pro všechny energie, jediným omezením pro nás bude nastavení hranice minimální energie vyšší než je energie svazku, pro kterou by jeden z elektronů opustil magnet přední stranou (pro analytickou verzi), anebo pokud by urazil při svém pohybu větší dráhu, než je desetinásobek vzdálenosti D_l stínítka od počátku (pro verzi s řešením pohybových rovnic). Toto omezení je dáno použitým algoritmem pro určování polohy dopadu na stínítko během řešení diferenciálních rovnic, konkrétně tedy zastavením integrace pohybových rovnic při dosažení stínítka a nebo po uražení jistého časového úseku, který odpovídá jeho výše uvedenému, maximální uražené dráze.

Rozlišení tří různých lichoběžníkových tvarů magnetu budeme srovnávat s obdélníkovým tvarem. Při vzájemném srovnání mají oba magnety vždy stejnou efektivní délku, vypočítanou podle (4.13), šířku, velikost magnetického pole i všechny ostatní parametry (5.10). Jediné, v čem se liší, jsou úhly mezi stranami, konkrétně se liší úhel φ_1 , resp. φ_2 , mezi přední, resp. zadní stranou a kolmým směrem (osou y). Srovnávané tvary jsou ukázány na Obr.5.5.



Obr.5.5: Tvary magnetů použité při srovnávání rozlišení spektrometru.

Magnet a stínítko jsou uspořádány tak, že vždy dojde k protnutí jednoho z ohniskových bodů. Jak uvidíme z následujících obrázků, které energii bude toto ohnisko odpovídat, bude záležet na tvaru magnetu, podobně jako tomu bylo při změně úhlu / vzdálenosti stínítka. Obecně tedy platí, že rozlišení bude nejlepší při energii odpovídající energii protnutého ohniska, při změně energie v obou směrech rozlišení klesá. Druhou důležitou částí křivky je skokové snížení rozlišení při průchodu svazku rohem magnetu, tento jev je společný pro všechny tvary magnetu s úhlem natočení zadní stěny φ_2 menším než 45° .

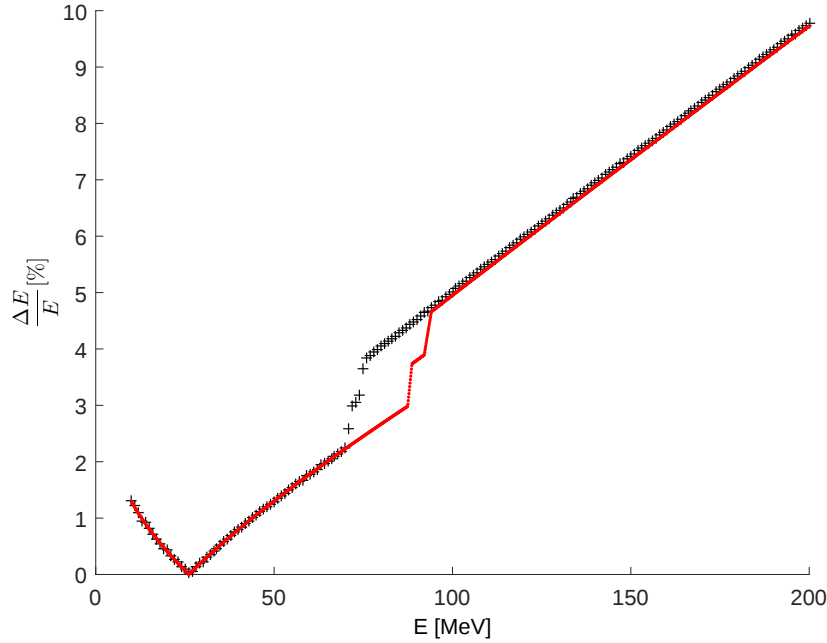
Na Obr.5.6 je zobrazeno srovnání rozlišení obdélníkového magnetu s lichoběžníkovým, u kterého byla zkosená zadní hrana o úhel $\varphi_2 = 30^\circ$. U tohoto uspořádání je z obrázku vidět, že změna úhlu zadní strany nemá skoro žádný vliv na celkové rozlišení, změní se jen energie, pro kterou nastává skok, způsobený průchodem svazku rohem magnetu. Energie přechodu mezi boční a zadní stranou se podle očekávání sníží, neboť změnou úhlu zadní strany dojde ke zkrácení boční strany. Uspořádání se zkosenou zadní hranou by mohlo být efektivně využito v případě, že by byl použit magnet s uzavřenými bočními stranami (zamezující tedy bočnímu výstupu svazku) a u zkoumaného elektronového svazku by se v průběhu experimentu při jednotlivých pokusech značně měnil úhel dopadu na přední stranu (docházelo by k tzv. pointing instability). Zkosená zadní hrana by za těchto podmínek umožnila snížit (v porovnání s použitím obdélníkového magnetu) spodní hranici detekovaných elektronů. Zkosení přední strany by v tomto případě vzhledem k proměnnému vstupnímu úhlu nebylo výhodné.

Při použití lichoběžníkového magnetu se zkosenou přední stranou (Obr.5.7), případně s oběma zkosenými stranami (Obr. 5.8), se v obou těchto případech mění rozlišení, vlivem posunutí protnutého ohniskového bodu k vyšším energiím.

Při využití konstrukce magnetu, umožňující průchod svazku boční stranou, je výhodnější použití magnetu se seříznutou přední hranou, protože ke skoku v rozlišení vlivem průchodu rohem magnetu nastává později, a v případě, že by magnet byl dostatečně dlouhý, celé spektrum by mohlo být naměřeno v této části s vyšším rozlišením.

V opačném případě, když by strany magnetu byly opět uzavřeny, by bylo nejlepší použít rovnoramenný lichoběžník. Bude-li nás zajímat pouze část spektra, která prošla zadní stě-

nou magnetu, rovnoramenný lichoběžník jednak vlivem zkosené přední hrany zvýší rozlišení z důvodu posunutí, stínítkem protnutého, ohniskového bodu k vyšším energiím svazku, a zároveň sníží minimální možnou detekovanou energii, jež je omezena nemožností průchodu svazku boční stranou.



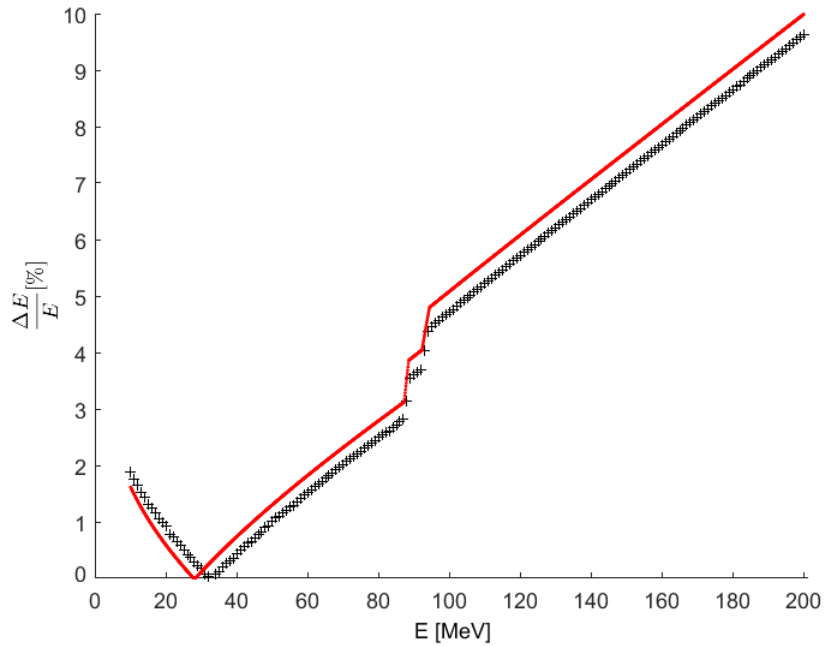
Obr.5.6: Porovnání rozlišení spektrometrů s magnety tvaru obdélníku a pravoúhlého lichoběžníku, se zadní stranou zkosenou o 30°. Červená křivka odpovídá obdélníkovému tvaru, černé značky pak lichoběžníku.

5.5 Shrnutí

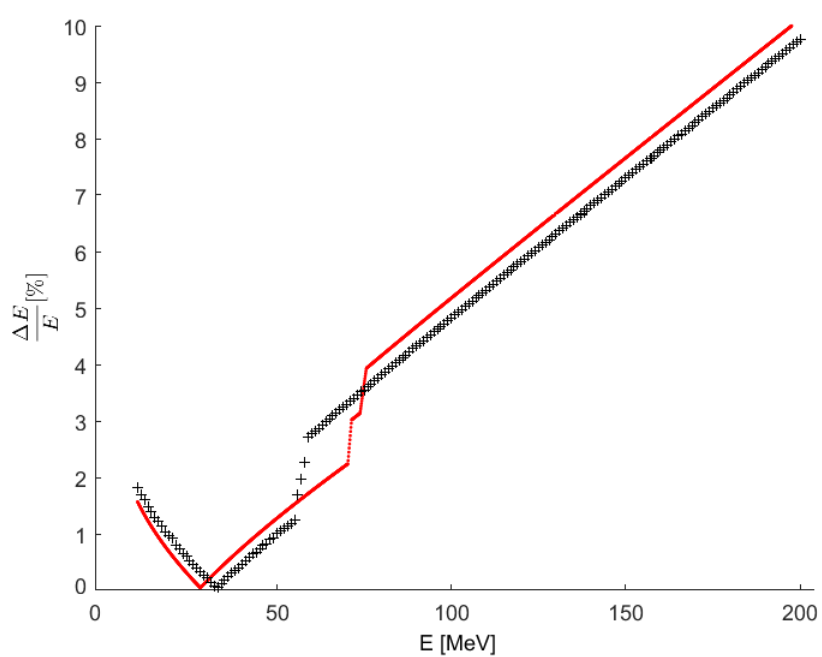
Při použití magnetického elektronového spektrometru se scintilačním stínítkem má na výsledné rozlišení celého detekčního systému vliv řada faktorů. Nejvíce jsme omezeni volbou tvaru, rozměrů a maximální velikostí generovaného magnetického pole použitého dipólového magnetu. Tyto parametry už totiž v průběhu experimentu nemáme možnost měnit. Dalšími parametry, ovlivňujícími rozlišení, jsou vzájemné vzdálenosti jednotlivých komponent, konkrétně stínítka od magnetu, zdroje elektronového svazku od přední strany magnetu a také úhel pootočení stínítka. Tyto parametry je možné, v rámci možností, upravovat, obvykle jsou ale experimentálním uspořádáním pevně dány minimální a maximální možné hodnoty. V případě vzdálenosti posunutí stínítka, je to jednak dáno omezenými rozměry vakuové komory, ve které se všechna diagnostická technika nachází, ale také maximálními rozměry použitého stínítka/ detektoru. V případě, že by zvětšení stínítka nepředstavovalo problém, z numerických simulací (Obr. 4.6) vyplývá, že bude nejvhodnější jeho posunutí na maximální možnou vzdálenost, dovolenou rozměry vakuové komory. Rovněž bude výhodné nastavit vzdálenost magnetu od zdroje svazku na nejmenší dovolenou hodnotu. Natočení stínítka zároveň ovlivňuje dopadové úhly, jenž má za následek zhoršení rozlišovací schopnosti detektoru při jejich zvyšování. Obvykle je tedy tento úhel nastaven tak, aby negativní vliv zhoršené detekce nepřevážil nad zlepšením geometrického rozlišení, získaného snížením úhlu pootočení. Při zvýšení vzdálenosti stínítka od magnetu a současného zachování počtu detekčních bodů / pixelů detektoru na jednotku plochy, mohl by se současně s jeho posunutím i zmenšit úhel pootočení,

bez výrazného zhoršení celkové detekční schopnosti a s výrazným vylepšením geometrického rozlišení.

Co se týče tvarů magnetu, pro jeho různé konstrukční provedení jsou k získání nejlepšího rozlišení výhodné jiné tvary. Pro uzavřenou konstrukci magnetu bude nejvýhodnější tvar rovnoramenného lichoběžníku z důvodu snížení rozlišení, vlivem posunutí stínítkem protnutého ohniskového bodu k vyšším energiím a současněmu snížení minimální průchozí energie zkosením zadní hrany. Kdybychom nebyli omezeni, kterou ze stran elektronový svazek do magnetu vstoupí a vyjde, nejlepším možným tvarem by pro nás byl pravoúhlý lichoběžník se zkosenou přední hranou. Pokud bychom zajistili jeho dostatečnou délku, resp. velikost jeho magnetického pole, na to, aby všechny měřené energie procházely jeho boční hranou, nebylo by výsledné rozlišení zatíženo jeho skokovým snížením při průchodu svazku rohem magnetu (velikost tohoto skoku se zvyšuje při změně vzdálenosti a úhlu pootočení stínítka, jak je možné vidět na Obr. 4.6 a Obr. 4.5), a bylo by dosaženo nejlepšího rozlišení pro všechny energie svazku. V případě otevřené boční stěny magnetu bychom se také zbavili existence minimální hodnoty energie, dané podmínkou pro průchod zadní stěnou magnetu, rozsah detekovaných energií by pak závisel čistě na velikosti a způsobu umístění stínítka. To je ovšem zároveň ale také nevýhodou této konstrukce, při průchodu boční stranou je elektronový svazek daleko více prostorově separován, a je nutné použití podstatně většího stínítka, než v případě magnetu umožňujícího průchod svazku pouze zadní stěnou.



Obr.5.7: Porovnání rozlišení spektrometrů s magnety tvaru obdélníku a pravoúhlého lichoběžníku, s přední stranou zkosenou o 30°. Červená křivka odpovídá obdélníkovému tvaru, černé značky pak lichoběžníku.



Porovnání rozlišení spektrometrů s magnety tvaru obdélníku a rovnoramenného lichoběžníku, s přední i zadní stranou zkosenými o 30° . Červená křivka odpovídá obdélníkovému tvaru, černé značky pak lichoběžníku.

Závěr

Cílem této práce byla optimalizace magnetického elektronového spektrometru, určeného k diagnostice elektronového svazku, získaného při urychlování laserovým plazmovým brázdovým polem. K tomuto účelu byl vyvinut kód ve skriptovacím jazyce programu MATLAB, určený k výpočtu trajektorie elektronu uvnitř prostorově omezeného stacionárního magnetického pole, představujícího model použitého magnetického spektrometru. Tento kód byl dále použit k výpočtu a porovnání (geometrického) rozlišení pro různé uspořádání magnetu a detekčního stínítka a k následnému zjištění závislosti rozlišení na použitých parametrech.

V první kapitole byly představeny základní principy interakce laseru s plazmatem a následně elementární metody urychlování elektronů pomocí plazmového brázdového pole. V následující kapitole jsme navázali popisem vzniku synchrotronového a betatronového záření. Ve třetí kapitole jsme se zaměřili na základní popis diagnostických metod elektronového svazku.

Ve čtvrté kapitole byl uveden teoretický popis magnetického spektrometru. Pro následné upotřebení při numerických výpočtech rozlišení jsme odvodili analytické vztahy pro výpočet bodu dopadu na stínítka pro elektron, procházející dipólovým magnetem, s půdorysem ve tvaru obdélníku a lichoběžníku. V této části jsme také zavedli tzv. ohniskové body, vytvářené rozbíhavým elektronovým svazkem po průchodu magnetem, jenž jsme využili k analýze závislosti rozlišení spektrometru na energii svazku. Rovněž jsme diskutovali, jaký mají na rozlišení vliv základní nastavitelné parametry spektrometru, jako jsou vzdálenost zdroje elektronového svazku od přední hrany magnetu nebo vzdálenost a úhel pootočení stínítka, to vše na základě numerických simulací, provedených s pomocí k tomuto účelu vytvořeného kódu.

V poslední části jsme se dostali k popisu vytvořeného MATLAB kódu a všech jeho použitých verzí. Pro potřeby této práce byly využity dva rozdílné přístupy k určování bodu dopadu na stínítka. Jedním z nich bylo získání celé elektronové trajektorie v magnetickém poli numerickým řešením diferenciálních pohybových rovnic, druhý přístup využíval pouhý výpočet souřadnic bodu dopadu z předem odvozených analytických vzorců. Tyto dva přístupy jsme zkombinovali k získání verze kódu, která umožňuje efektivně vypočítat výsledné rozlišení nejen pro obdélníkový, ale také pro lichoběžníkový tvar magnetu spektrometru. Navržený kód byl použit ke srovnání rozlišení několika speciálních případů magnetu lichoběžníkového tvaru s tvarem obdélníkovým, pro tyto tvary bylo dále navrženo možné uplatnění při odlišných konstrukcích magnetu. Hlavní hypotézou bylo, zda-li při použití lichoběžníkového tvaru dojde k vylepšení jeho rozlišení oproti obdélníkovému tvaru se stejnou efektivní délkou. Na základě numerických výsledků můžeme považovat tuto hypotézu za potvrzenou.

Další vývoj by mohl být zaměřen na převedení vytvořeného kódu do tří dimenzí. Pak by jednak mohl sloužit pro zpětné vyhodnocování naměřených dat, které byly při použití magnetických spektrometrů získány, popřípadě k simulaci průchodu elektronu reálným, obecně nehomogenním magnetickým polem. Současná verze může být kromě výše uvedených aplikací také využita při plánování budoucího experimentu, např. k určení optimálního nastavení měnitelných parametrů spektrometru. V rámci další práce by také bylo vhodné přejít k absolutní kalibraci použitého spektrometru a do výpočtu rozlišení zahrnout i vliv samotné detekce dopadu elektronů na stínítka.

Použitá literatura

- [1] A. EINSTEIN *Zur Quantentheorie der Strahlung*, Physikalische Zeitschrift, 18 (1917)
- [2] T. TAJIMA, J. DAWSON *Laser electron accelerator*, Physical Review Letters, 43,4 (1979)
- [3] E. ESAREY, C. B. SCHROEDER, and W. P. LEEMANS, *Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators*, Rev. Mod. Phys. 81,3 (2009)
- [4] A. PUKHOV, J. MEYER-TER VEHN *Laser wake field acceleration: the highly nonlinear broken-wave regime*, Appl. Phys. B,74 (2002)
- [5] S.CORDE et al., *Femtosecond X-rays from Laser-Plasma Accelerators*, Rev. Mod. Phys. 85,1 (2013)
- [6] K. TA PHUOC et al. *All-optical Compton gamma-ray source*, Nature Photonics, 6 (2012)
- [7] J. JU *Electron acceleration and betatron radiation driven by laser wakefield inside dielectric capillary tubes*, Disertační práce, Université Paris Sud (2013)
- [8] P. KULHÁNEK *Úvod do teorie plazmatu* <http://www.aldebaran.cz/studium/tpla.pdf> (2017)
- [9] F.F. CHEN *Introduction to plasma physics and controlled fusion, Volume 1: Plasma physics*, Plenum press, New York (1984)
- [10] M. KÁLAL *Elektrodynamika*, skriptum FJFI ČVUT (2015)
- [11] D. BAUER *Theory of intense laser-matter interaction* (2006)
<https://www.scribd.com/document/80058830/D-Bauer-Theory-of-intense-laser-matter-interaction>
- [12] S.M. HOOKER *Developments in laser-driven plasma accelerators* Nature Photonics vol.7 (2013)
- [13] J. KRALL, A. TING, E. ESAREY, P. SPRANGLE, G. JOYCE *Enhanced acceleration in a self-modulated laser wakefield accelerator*, Phys. Rev. E, vol. 48 (1993)
- [14] J.D. JACKSON *Classical Electrodynamics, 3rd edition*, Wiley, New York (2001)
- [15] J.A. CLARKE *The Science and Technology of Undulators and Wigglers*, Oxford University Press, Oxford (2004)
- [16] H. WIEDEMANN *Particle Accelerator Physics, third edition*, Springer (2007)

- [17] T. BURIAN, J. CHALUPSKÝ, V. HÁJKOVÁ, P. BOHÁČEK, L. JUHA *LCLS (Linac Coherent Light Source)* Čs. čas. fyz. 59,6 (2009)
- [18] K. BOHÁČEK, *Návrh a optimalizace produkce svazků gama záření inverzním Comptonovým rozptylem femtosekundového elektronového svazku na femtosekundovém laserovém impulzu*, Diplomová práce, FJFI ČVUT (2013)
- [19] J. MADEY *Stimulated Emission of Bremsstrahlung in a Periodic Magnetic Field*, Journal of Applied Physics 42/5 (2003)
- [20] J. MALKÁ, J. FAURE, Y. A. GAUDUEL, E. LEFEVBRE, A. ROUSSE, K. T. PHUOC *Principles and applications of compact laser-plasma accelerators* Nature Physics vol.4 (2008)
- [21] E. ESAREY, P. SPRANGLE *Overview of Plasma-Based Accelerator Concepts*, IEEE Transactions on Plasma Science, 24,2 (1996)
- [22] C. GRUPEN, B. SHWARTZ *Particle detectors*, Cambridge University Press (2008)
- [23] D. GREEN *The physics of particle detectors*, Cambridge University Press (2000)
- [24] J.A. BITTENCOURT *Fundamentals of Plasma Physics*, Springer (2004)
- [25] J.B. ROSENZWEIG *Fundamentals of Beam Physics*, Oxford University Press (2003)
- [26] D. BRANDT *CERN Accelerator School, Beam Diagnostics*, C08-05-28.3 CERN (2009) <https://cdsweb.cern.ch/record/1071486/files/cern-2009-005.pdf>
- [27] Y. GLINEC, J. FAURE, A. GUEMNIE-TAFO, V. MALKÁ, H. MONARD, J.P. LARBRE, V. DE WAELE, J.L. MARIGNIER, M. MOSTAFAVI *Broadrange Single Shot Electron Spectrometer*, CARE-Note-2006-016-PHIN (2006)
- [28] A. MACCHI *A Superintense Laser-Plasma Interaction Theory Primer* (2011) http://osiris.df.unipi.it/~macchi/PLASMI/pr_notes.pdf
- [29] J. DORMAND, P. PRINCE *A family of embedded Runge-Kutta formulae*, Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 6 (1980)
- [30] L. SHAMPINE, M.REICHELT *The MATLAB ODE Suite*, Journal on Scientific Computing, Vol. 18 (1997)
- [31] V. MALKÁ et al. *Electron Acceleration by a Wake Field Forced by an Intense Ultrashort Laser Pulse*, Science Vol. 298, 5598 (2002)
- [32] P. CATRAVAS, E. ESAREY, W. P. LEEMANS *Femtosecond X-rays from Thomson scattering using laser wakefield accelerators*, Measurement Science and Technology, Vol. 12,11 (2001)
- [33] H.J. CHA, I.W. CHOI, H.T. KIM, I.J. KIM, K.H. NAM, T.M. JEONG, and J. LEE *Absolute energy calibration for relativistic electron beams with pointing instability from a laser-plasma accelerator*, Review of Scientific Instruments 83/6 063301-1 (2012)

Přílohy – Zdrojový kód programu

```
function vypocet_rozliseni_lichobeznik

c=299792458;      %zakladní fyzikální konstanty
m=9.10938e-31;
q=-1.602e-19;
e=(1e+6)*(1.602e-19);

function y=primka(x,Y,X)    %funkce počítání koeficientů přímky mezi dvěma zadanými body
y=((((X(2)-Y(2))/(X(1)-Y(1)))*x)-X(1)*(((X(2)-Y(2))/(X(1)-Y(1)))+X(2)));
end

function Y0=dispersion_T(E)    %funkce pro výpočet bodu dopadu/ disperse z analytických vztahů

V=((2*m*c^4*E*e+(E*e)^2*c^2)^(1/2))/((E*e+m*c^2));
gama=(1/((1-((V^2)/(c^2))^(1/2)))));
R=((gama*m*V)/(-q*B));

Phi_minus=(Phi/2)*1e-3;
Phi_plus=-(Phi/2)*1e-3;
Phi_zero=0;

WM=Wm/2;
L=Dl+Xs;
y_p=WM+Ys;

x_p=sqrt(R^2-(R-WM)^2)+WM*tan(fi1);

if x_p>(Lm-2*WM*tan(fi2))    %podmínka pro rozlišení, jestli elektron projde boční nebo zadní
sténou
A=Lm-WM*tan(fi1)-WM*tan(fi2);
a=(1+(tan(fi2))^2);
b=(2*A*tan(fi2)+2*R);
y_p=((b-sqrt(b^2-4*a*A^2))/(2*a));
x_p=Xs+Lm-WM*tan(fi2)-y_p*tan(fi2);
y_P=y_p+Ys;
else
x_P=Xs+sqrt(R^2-(R-WM)^2)+WM*tan(fi1);
y_P=WM+Ys;
end

tanALFA=(x_P-Xs-WM*tan(fi1))/(R-y_P-Ys);
x_L=x_P+((Dl+Xs-x_P*(y_P)*tan(theta_1))/(1+tanALFA*tan(theta_1)));
y_L=y_P+(x_L-x_P)*tanALFA;
Y0=[x_L,y_L];
end

function MAP=vytvoreniMAPY_T(Emin,Emax,krok)    %funkce vytvářející mapu dopadových bodů na
stínítku,                                     %pro zadaný interval energií a s určeným
minimálním krokem
Eint=Emin:krok:Emax;
MAP=zeros(length(Eint),2);
for j=1:(length(Eint));
Y0=dispersion_T(Eint(j));
MAP(j,1)=Eint(j);
MAP(j,2)=(((LANEX0(1)-Y0(1))^2)+(LANEX0(2)-Y0(2))^2)^(1/2);

end
end
```

```

function resolution=RES(B,Lm,Wm,Xs,Ys,fi1,fi2,x0,alfa,Phi,Emin,Emax,krok,MAP,lanex0,lanex1)
%samotná funkce pro výpočet rozlišení,

%porovnáváním bodu dopadu vypočtenou řešením diff.

%rovnic s body mapy stínítka
D_stop=10*(Dl+Xs);
A1=[Xs+Wm*tan(fi1) Ys+Wm/2];
A2=[Xs Ys-Wm/2];
A3=[Xs+Lm Ys-Wm/2];
A4=[(Xs+Lm-(Wm*tan(fi2))) (Ys+Wm/2)];
p = [A1;A2;A3;A4; A1];

function [w,ye,ie]=ODE(E,phi) %funkce pro numerické řešení
pohybových rovnic
V=((2*m*c^4*E*e+(E*e)^2*c^2)^(1/2))/(E*e+m*c^2);
y0=[x0(1) V*cos(phi) x0(2) V*sin(phi)];
gama=(1/((1-((V^2)/(c^2))^(1/2))));
K=q/(gama*m);

function B3=magnet(w) %funkce pro určování, jestli se
částice nachází uvnitř magnetu
if ((w(3)<(primka(w(1),A1,A2))) &&
((w(3)>(primka(w(1),A2,A3))) && ((w(3)<(primka(w(1),A3,A4))) && ((w(3)<(primka(w(1),A1,A4))))))
B3=B;
else
B3=0;
end
end

function y = rovnice(t,w) %řešená diferenciální rovnice
B3=magnet(w);
y = zeros(4,1);
y(1,1) = w(2);
y(2,1) = K*(w(4)*B3);
y(3,1) = w(4);
y(4,1) = K*(-w(2)*B3);

end
function [value,isterminal,direction] = event(t,y) %funkce pro zastavení řešení ODE při
dosažení stínítka
if y(1)<0
value(1)=y(1)+0.01;
else
value(1)=y(1)-D_stop;
end
if y(1)>Xs
value(2) = y(3)-(primka(y(1),lanex1,lanex0));
end
isterminal(1) = 1;
isterminal(2) = 1;
direction = 0;

end

tspan= [0 10*D_stop/V];
delkakroku=(tspan(2)-tspan(1))/pocetkroku;
ode = @(t,w) rovnice(t,w);
options= odeset('MaxStep',delkakroku,'Events',@event);
[w,ye,ie] = ode45(ode, tspan, y0,options);
end

function dE=EnergyError(E,alfa,Phi) %výpočet relativní chyby měření
energie
[W0,YE0,IE0]=ODE(E,alfa);
[W1,YE1,IE1]=ODE(E,alfa+(1e-3)*Phi/2);
[W2,YE2,IE2]=ODE(E,alfa-(1e-3)*Phi/2);

```

```

L0=((lanex0(1)-YE0(1))^2+(lanex0(2)-YE0(3))^2)^(1/2);           %hledání nejbližšího bodu mapy k
bodů dopadu
L1=((lanex0(1)-YE1(1))^2+(lanex0(2)-YE1(3))^2)^(1/2);
L2=((lanex0(1)-YE2(1))^2+(lanex0(2)-YE2(3))^2)^(1/2);
[minvalue0 index0]=min(abs(MAP(:,2)-L0));
[minvalue1 index1]=min(abs(MAP(:,2)-L1));
[minvalue2 index2]=min(abs(MAP(:,2)-L2));

E0=[MAP(index0,1) MAP(index1,1) MAP(index2,1)];                 %vypočet rozlišení ze vzorce
dE=(abs(max(E0)-min(E0))/E)*100;

    end
Eint=Emin:krok:Emax;
resolution=zeros(length(Eint),2);
for k=1:length(Eint)
dE=EnergyError(Eint(k),alfa,Phi);
resolution(k,1)=Eint(k);
resolution(k,2)=dE;
end

end

% _____ počáteční parametry _____
trajektorie=true;
pocetkroku=1000000;
Phi=10;
Emap_min=5;
Emap_max=500;
Emap_krok=0.0001;
Emin=10;
Emax=200;
krok=1;

fi1=30*(2*pi/360);
fi2=30*(2*pi/360);
B=0.4;
Wm=0.1;
Lm=0.3;
Xs=0.10;
Ys=0;

theta_l=42*(2*pi/360);
Dl=Lm+0.296; Ds=0;
LANEX1=[(Dl+Xs)-(0.287*sin(theta_l)) (0.287*cos(theta_l))]; LANEX0=[(Xs+Dl) 0];
x0=[0 0]; alfa0=0*(2*pi/360);

MAP1=vytvoreniMAPY_T(Emap_min,Emap_max,Emap_krok);
trapezoidal=RES(B,Lm,Wm,Xs,Ys,fi1,fi2,x0,alfa0,Phi,Emin,Emax,krok,MAP1,LANEX0,LANEX1)

figure
hold all;
scatter(trapezoidal(:,1),trapezoidal(:,2),'+','black');
xlabel('E [MeV]')
ylabel(' $\displaystyle \frac{\Delta E}{E}$ [%]', 'Interpreter','latex');

end

```