



Kvantová fyzika

11. cvičení

Cvičení 34:

Nechť stav W složeného systému je čistý a platí $W = W_1 \otimes W_2$, kde W_j jsou realizovatelné stavy podsystémů. Poté jsou redukované stavy systému jsou opět čisté a platí $W_j(W) = W_j$, $j = 1, 2$.

Nápověda: Z podmínky $W^2 = W$ odvoďte $W_j^2 = \alpha_j W_j$, kde $\alpha_1 \alpha_2 = 1$. Následně využijte pozitivitu operátorů W_j a nerovností $W_j^2 \leq W_j$.

Cvičení 35:

Je-li stav složeného systému popsán statistickým operátorem $W = \sum w_j E^{(j)}$, kde $\{E^{(j)}\}$ je posloupnost jednorozměrných projektorů a w_j posloupnost pozitivních čísel takových, že $\sum_j w_j = 1$, poté pro redukované stavy platí $W_j(W) = \sum_k w_k W_j(E^{(k)})$.

Cvičení 36:

Nechť $\psi \in H^1(\mathbb{R}^3)$. Dokažte, že

$$\int_{\mathbb{R}^3} \frac{|\psi(x)|^2}{|x|} dx \leq \|\nabla\psi\|_2 \|\psi\|_2.$$

Rovnost platí pouze pro

$$\psi(x) \sim e^{-c|x|}$$

kde $c > 0$ je konstanta.

Nápověda: Využijte faktu $\frac{1}{|x|} = \frac{1}{2} \nabla \left(\frac{x}{|x|} \right)$.