**Katedra fyziky**
Ing. Václav Potoček, Ph.D.
RNDr. Ing. Michal Jex, Ph.D.

LS2019/20
23.04.2020

# Kvantová fyzika

## 10. cvičení

### Cvičení 31:

Nechť $A$ je uzavřený operátor na Hilbertově prostoru $\mathcal{H}$, $V \subseteq \mathcal{D}(A)$ hustý podprostor $\mathcal{D}(A)$ vůči graphové normě $A$ a $U : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ unitární operátor. Předpokladejmě, že pro každé $\psi \in V$ platí

$$AU\psi = (UA\psi + B)\psi$$

kde $B$ je omezený operátor. Dokažte, že $U\mathcal{D}(A) \subseteq \mathcal{D}(A)$.

### Cvičení 32:

Nechť $H := -\sum_{j=1}^{n} m_j \Delta_j$, $m_j > 0$ je Hamiltonián popisující $n$ volných částic na $L^2(\mathbb{R}^{3n})$ a $M \subset \mathbb{R}^{3n}$ otevřená omezená množina. Pro libovolné $t > 0$ a $x \notin M$ existuje stav takový, že $\operatorname{supp} \psi \subset M$ a pro $\psi_t = U(t)\psi$ platí $|\psi_t(x)|^2 > 0$.
*Poznámka*: Volně řečeno, libovolně lokalizovaný stav je pro každý moment $t > 0$ delokalizován v celém prostoru.

### Cvičení 33:

Nechť $U_0, U$ jsou unitární propagátory. Je-li $V_D(t,s) = U_0(s,t)U(t,s)$ unitární propagátor, poté operátory $U_0(t,s), U(r,s)$ komutují pro každé $r,s,t \in \mathbb{R}$. Naproti tomu

$$U_\tau(t,s) := V(t,\tau)V(s,\tau)^{-1} = U_0(\tau,t)U(t,s)U_0(s,\tau)$$

je unitární propagátor pro libovolné pevně zvolené $\tau \in \mathbb{R}$.