Katedra fyziky
Ing. Václav Potoček, Ph.D.
RNDr. Ing. Michal Jex, Ph.D.

LS2019/20
02.04.2020

Kvantová fyzika

7. cvičení

Cvičení 24:

Nechť $X = C([0,1])$, $m \in X$ a $M_m : X \to X, M_m\psi = m\psi$. Nalezněte $\sigma_p(M_m)$, $\sigma_c(M_m)$ a $\sigma_r(M_m)$.

Cvičení 25:

Nechť $c \in \mathbb{R}$ a $H := -\Delta + cM_{\chi_{(-a,a)}}$ je operátor definovaný na $L^2(\mathbb{R})$, kde $-(\Delta\psi) = -\psi''(x)$, $(M_\phi\psi)(x) = \phi(x)\psi(x)$ je operátor násobení funkcí ϕ a $\chi_{(-a,a)}$ je charakteristická funkce intervalu $(-a,a)$. Pro tento operátor nalezněte spektrum, jeho diskrétní část a vlastní vektory.

Cvičení 26:

Nechť je $\psi_n \in L^2(\mathbb{R}^n)$ slabě konvergentní posloupnost $\psi_n \xrightarrow{w} \psi$. Následující tvrzení jsou ekvivalentní

1. Posloupnost konverguje silně, t.j. $\psi_n \to \psi$.
2. Pro posloupnoust ψ_n platí

$$\lim_{R\to\infty} \limsup_{n\to\infty} \int_{|x|>R} |\psi_n(x)|^2 \mathrm{d}x = 0\,,$$
$$\lim_{R\to\infty} \limsup_{n\to\infty} \int_{|x|>R} |\hat{\psi}_n(x)|^2 \mathrm{d}x = 0\,.$$

Nápověda: Využijte vlastnosti kompaktních operátorů.